ATTI

DELLA

R. ACCADEMIA DELLE SCIENZE

DI TORINO

PUBBLICATI

DAGLI ACCADEMICI SEGRETARI DELLE DUE CLASSI

VOLUME CINQUANTATREESIMO

1917-1918

TORINO
Libreria FRATELLI BOCCA
Via Carlo Alberto, 3.
1918

PRESIDENTI

DELLA

REALE ACCADEMIA DELLE SCIENZE DI TORINO

dalla sua fondazione.

ELEZIONE	PRESIDENTI PERPETUI (*)
1783, 25 luglio	**Saluzzo di Monesiglio** (conte Giuseppe Angelo). Offrì le dimissioni dalla carica e furono accettate (7 settembre 1788) conferendogli il titolo di *Presidente emerito*.
" "	**La Grange Tournier** (Giuseppe Luigi), *Onorario*.
1788, 30 novembre	**Morozzo di Bianzé** (conte Carlo Lodovico).
1801, 24 gennaio (4 piovoso a. IX)	**Saluzzo** (cittad. Angelo Giuseppe) ex-conte di Monesiglio.
1801, 15 febbraio	Col Regolamento del 26 piovoso anno IX (15 febbr. 1801) essendosi stabilito che l'Accademia Nazionale rinnovata col *Decreto della Commissione esecutiva del Piemonte* del 22 nevoso anno IX (17 gennaio 1801) non avesse più che due presidenti di classe; cessarono queste funzioni del Saluzzo.
1804, 25 febbraio (5 ventoso a. XII)	**Bonaparte** (Napoleone) primo console della Repubblica Francese, *Onorario*.
1815, 25 novembre	**Balbo di Vinadio** (conte Prospero).
1837, 26 "	**Lascaris di Ventimiglia** (marchese Agostino).
1838, 18 "	**Saluzzo di Monesiglio** (conte Alessandro).
1851, 18 dicembre	**Plana** (barone Giovanni).
1864, 1° maggio	**Sclopis di Salerano** (conte Federigo).

(*) Dal volume *Il primo secolo della R. Accademia delle Scienze di Torino. Notizie storiche e bibliografiche (1783-1883)*. Torino, 1883, pag. 141.

ELEZIONE	PRESIDENTI TRIENNALI (*)
1879, 9 marzo	**Ricotti** (Ercole).
1882, 12 febbraio	**Ricotti** (Ercole) rieletto.
1883, 6 maggio	**Fabretti** (Ariodante).
1885, 12 aprile	**Genocchi** (Angelo).
1888, 8 „	**Genocchi** (Angelo) rieletto.
1889, 28 „	**Lessona** (Michele) termina il 2° triennio iniziato dal GENOCCHI.
1891, 24 maggio	**Lessona** (Michele).
1894, 24 giugno	**Lessona** (Michele) rieletto, † 20 luglio 1894.
1895, 13 gennaio	**Carle** (Giuseppe).
1898, 9 „	**Carle** (Giuseppe) rieletto.
1901, 13 „	**Cossa** (Alfonso) † 23 ottobre 1902.
1902, 14 dicembre	**D'Ovidio** (Enrico) termina il triennio iniziato dal COSSA.
1904, 21 febbraio	**D'Ovidio** (Enrico).
1907, 17 marzo	**D'Ovidio** (Enrico) rieletto.
1910, 24 aprile	**Boselli** (Paolo).
1913, 18 maggio	**Boselli** (Paolo) rieletto.
1916, 28 „	**Camerano** (Lorenzo) † 22 novembre 1917.

(*) A norma dell'art. 3 dello *Statuto della Reale Accademia delle Scienze di Torino*, approvato con R. Decreto 2 febbraio 1882, il Presidente dura in carica un triennio e può essere rieletto per un altro triennio.

ELENCO

DEGLI

ACCADEMICI RESIDENTI, NAZIONALI NON RESIDENTI STRANIERI E CORRISPONDENTI

AL 31 DICEMBRE 1917.

NB. — *Negli elenchi degli Accademici la prima data è quella dell'elezione, la seconda quella del R. Decreto che approva l'elezione.*

PRESIDENTE

N. N.

VICE-PRESIDENTE

Chironi (Dott. Giampietro), Senatore del Regno, Professore ordinario di Diritto Civile nella R. Università di Torino, Dottore aggregato alla Facoltà di Giurisprudenza nella R. Università di Cagliari, Socio della R. Accademia delle Scienze di Napoli, della R. Accademia Peloritana di Messina, Socio corrispondente dell'Accademia di Legislazione di Tolosa (Francia), dell'Associazione internazionale di Berlino per lo studio del Diritto comparato, dell'Accademia Americana di Scienze sociali e politiche di Filadelfia, della Società di studi legislativi di Parigi, Membro della Commissione Reale per l'ordinamento dell'istruzione superiore, Comm. ✠, Grand'Uff. ✠. — *Torino, Via Monte di Pietà, 26.*

Eletto alla carica il 28 maggio 1916 per il triennio dal 20 aprile 1916 al 19 aprile 1919.

Tesoriere

Einaudi (Luigi), Dottore in Giurisprudenza, Professore di Scienza delle finanze e Diritto finanziario nella R. Università di Torino ed incaricato di Economia e Legislazione industriale nel R. Politecnico di Torino, Membro della Regia Deputazione sovra gli Studi di Storia patria per le Antiche Provincie e la Lombardia, Socio corrispondente della R. Accademia dei Lincei e di quella dei Georgofili, Socio onorario del *Cobden Club* di Londra, Membro del Comitato centrale e della Commissione esecutiva del Consorzio nazionale. — *Torino, Piazza Statuto, 16.*

Rieletto alla carica il 19 novembre 1916 per il triennio dal 1° luglio 1916 al 30 giugno 1919.

CLASSE DI SCIENZE FISICHE, MATEMATICHE E NATURALI

Direttore

D'Ovidio (Enrico), Senatore del Regno, Dottore in Matematica, Professore ordinario di Algebra e Geometria analitica nella R. Università di Torino, incaricato di Geometria analitica e proiettiva e Direttore del R. Politecnico di Torino, Uno dei XL della Società Italiana delle Scienze, Socio nazionale della R. Accademia dei Lincei, Socio ordinario non residente della R. Accademia delle Scienze di Napoli, Corrispondente del R. Istituto Lombardo di Scienze e Lettere e dell'Ateneo di Brescia, onorario della R. Accademia di Scienze, Lettere ed Arti di Modena, Socio dell'Accademia Pontaniana, delle Società matematiche di Parigi e Praga, Comm. ✱, e ⊞. — *Torino, Via Sebastiano Valfrè, 14.*

Rieletto alla carica l'11 marzo 1917 per il triennio dal 9 febbraio 1917 all'8 febbraio 1920.

Segretario

Parona (Nob. Carlo Fabrizio), Dottore in Scienze naturali, Professore di Geologia e Direttore del Museo di Geologia e di Paleontologia della R. Università di Torino, Socio nazionale della R. Accademia dei Lincei, Socio residente della R. Accademia di Agricoltura di Torino, Socio corrispondente del R. Istituto Lombardo di Scienze e Lettere, del R. Istituto Veneto di Scienze, Lettere ed Arti, della R. Accademia delle Scienze di Napoli, dell'Ateneo di Brescia e dell'Accademia degli Agiati in Rovereto, Socio onorario dell'Accademia di Verona, Membro del R. Comitato Geologico, ecc., Comm. ✱, ⊞. — *Torino, Palazzo Carignano.*

Eletto alla carica il 19 novembre 1916 per il triennio dal 16 novembre 1916 al 15 novembre 1919.

ACCADEMICI RESIDENTI

Salvadori (Conte Tommaso), Dottore in Medicina e Chirurgia, Vice-Direttore del Museo Zoologico della R. Università di Torino, Socio della R. Accademia di Agricoltura di Torino, della Società Italiana di Scienze naturali, dell'Accademia Gioenia di Catania, Membro della Società Zoologica di Londra, dell'Accademia delle Scienze di Nuova York, della Società dei Naturalisti in Modena, della Società Reale delle Scienze di Liegi, della Reale Società delle Scienze naturali delle Indie Neerlandesi e del R. Istituto Veneto di Scienze, Lettere ed Arti, Membro effettivo della Società Imperiale dei Naturalisti di Mosca, Socio straniero della *British Ornithological Union*, Socio straniero onorario del *Nuttall Ornithological Club*, Socio straniero dell'*American Ornithologists' Union*, e Membro onorario della Società Ornitologica di Vienna, Membro ordinario della Società Ornitologica tedesca, Comm. ✠, Cav. dell'O. di S. Giacomo del merito scientifico, letterario ed artistico (Portogallo). — *Torino, Via Principe Tommaso, 17.*

29 gennaio 1871 - 9 febbraio 1871. — Pensionato 21 marzo 1878.

D'Ovidio (Enrico), *predetto.*

29 dicembre 1878 - 16 gennaio 1879. — Pensionato 28 novembre 1889.

Naccari (Andrea), Dottore in Matematica, Professore emerito di Fisica sperimentale nella R. Università di Torino, uno dei XL della Società Italiana delle Scienze, Socio Nazionale della R. Accademia dei Lincei, Socio corrispondente del R. Istituto Veneto di Scienze, Lettere ed Arti, dell'Accademia Gioenia di Scienze naturali di Catania e dell'Accademia Pontaniana, Comm. ✱ e ✠. — *Torino, Via Sant'Anselmo, 6.*

5 dicembre 1880 - 23 dicembre 1880. — Pensionato 8 giugno 1893.

Segre (Corrado), Dottore in Matematica, Professore di Geometria superiore nella R. Università di Torino, Socio nazionale della R. Accademia dei Lincei e della Società Italiana delle Scienze (detta dei XL), Membro onorario della Società Filosofica di Cambridge e delle Società Matematiche di Londra e di Calcutta, Socio straniero dell'Accademia delle Scienze del Belgio e di quella di Danimarca, Socio corrispondente della Società Fisico-Medica di Erlangen, dell'Accademia delle Scienze di Bologna, del R. Istituto Lombardo di Scienze e Lettere e del R. Istituto Veneto di Scienze, Lettere ed Arti, ✱ e Comm. ✠. — *Torino, Corso Vittorio Emanuele, 85.*

10 febbraio 1889 - 21 febbraio 1889. — Pensionato 8 ottobre 1898.

Peano (Giuseppe), Dottore in Matematica, Professore di Calcolo infinitesimale nella R. Università di Torino, Socio della *Sociedad Cientifica* del Messico, Socio del Circolo matematico di Palermo, della Società ma-

tematica di Kasan. della Società filosofica di Ginevra, corrispondente della R. Accademia dei Lincei, ✻ e ⚭. — *Torino, Via Barbaroux, 4.*

25 gennaio 1891 - 5 febbraio 1891. — Pensionato 22 giugno 1899.

Jadanza (Nicodemo). Dottore in Matematica, Professore di Geodesia teoretica nella R. Università di Torino e di Geometria pratica nel R. Politecnico, Socio dell'Accademia Pontaniana di Napoli, del Circolo matematico di Palermo, dell'Accademia Dafnica di Acireale e della Società degli Ingegneri Civili di Lisbona, Membro effettivo della R. Commissione Geodetica italiana, Comm. ⚭. — *Torino, Via Madama Cristina, 11.*

3 febbraio 1895 - 17 febbraio 1895. — Pensionato 17 ottobre 1902.

Foà (Pio), Senatore del Regno, Dottore in Medicina e Chirurgia, Professore di Anatomia Patologica nella R. Università di Torino, Socio nazionale della R. Accademia dei Lincei, uno dei XL della Società Italiana delle Scienze, Socio corrispondente del R. Istituto Lombardo di Scienze e Lettere e del R. Istituto Veneto di Scienze, Lettere ed Arti, Presidente della Giunta di Vigilanza dell'Istituto di Magistero per l'educazione fisica, Membro dell'Opera Nazionale per gl'invalidi della guerra in Roma, ecc., ecc., Comm. ✻ ⚭. — *Torino, Corso Valentino, 40.*

3 febbraio 1895 - 17 febbraio 1895. — Pensionato 9 novembre 1902.

Guareschi (Icilio), Dottore in Scienze naturali, Professore ordinario e Direttore dell'Istituto di Chimica Farmaceutica e Tossicologica ed incaricato di Chimica bromatologica nella R. Università di Torino, Direttore della Scuola di Farmacia, Socio corrispondente della R. Accademia dei Lincei, Socio della R. Accademia di Medicina e Vice-Presidente della R. Accademia di Agricoltura di Torino, Socio della R. Accademia dei Fisiocritici di Siena, Socio onorario della Società di Farmacia di Torino, già Membro anziano del Consiglio Sanitario Provinciale, Cittadino onorario di Crespellano (Bologna), Socio onorario dell'Associazione chimico-farm. toscana, Membro corrispondente dell'Accademia di Medicina di Parigi, Membro corrispondente della Società di Farmacia di Parigi, Membro d'onore della R. Accademia delle Scienze di Romenia (Bucarest); Membro onorario della *Verein Chemiker-Coloristen*; Membro onorario della Società chimica portoghese; Socio onorario dell'Associazione Chimica Industriale di Torino; Socio della *Deutsche Gesellschaft f. Geschichte d. Medizin und Naturwissenschaften*, Membro della Società Chimica di Berlino, della *Berliner Gesellschaft f. Gesch. d. Naturwiss.*, ecc., Comm. ⚭, ✠. — *Torino, Corso Valentino, 11.*

12 gennaio 1896 - 2 febbraio 1896. — Pensionato 28 maggio 1903.

Guidi (Camillo), Ingegnere, Professore ordinario di Statica grafica e Scienza delle costruzioni e Direttore dell'annesso Laboratorio sperimentale dei materiali da costruzione nel R. Politecnico in Torino, Corrispondente della Reale Accademia dei Lincei, Uff. ✻, Comm. ⚭. — *Torino, Corso Valentino, 7.*

31 maggio 1896 - 11 giugno 1896. — Pensionato 11 giugno 1903.

Parona (Nob. Carlo Fabrizio), *predetto.*

15 gennaio 1899 - 22 gennaio 1899. — Pensionato 21 gennaio 1909.

Mattirolo (Oreste), Dottore in Medicina, Chirurgia e Scienze naturali, Professore ordinario di Botanica e Direttore dell'Istituto botanico della R. Università di Torino, Socio nazionale della R. Accademia dei Lincei, Socio della R. Accademia di Medicina, Presidente della R. Accademia di Agricoltura di Torino e della Società botanica italiana. Socio corrispondente del R. Istituto Lombardo di Scienze e Lettere, dell'Accademia delle Scienze del R. Istituto di Bologna, della Società di Scienze naturali di Mosca, della *Royal Botanical Society* di Edinburgh, della Società Veneto-Trentina, della Società Antonio Alzate di Mexico, ecc., Comm. ✠, *Officier du mérite agricole. — Torino, Orto Botanico della R. Università (al Valentino).*

10 marzo 1901 - 16 marzo 1901. — Pensionato 15 dicembre 1910.

Grassi (Guido), Professore ordinario di Elettrotecnica e Direttore della scuola Galileo Ferraris nel R. Politecnico di Torino, Socio ordinario della R. Accademia di Scienze fisiche e matematiche di Napoli, dell'Accademia Pontaniana e del R. Istituto d'incoraggiamento di Napoli, Corrispondente della R. Accademia dei Lincei, Membro della Commissione superiore metrica al Ministero di Agricoltura, Industr. e Comm., Membro del Consiglio Superiore dei servizi elettrici al Ministero delle Poste e Telegrafi, Consigliere comunale, Uff. ✻, Comm. ✠. — *Torino, Via Cernaia, 40.*

9 febbraio 1902 - 23 febbraio 1902. — Pensionato 30 novembre 1911.

Somigliana (nob. Carlo), Dottore in Matematiche, Professore ordinario di Fisica matematica e incaricato di Meccanica razionale nella R. Università di Torino, rappresentante dell'Accademia nel Consiglio amministrativo del R. Politecnico di Torino, Socio nazionale della R. Accademia dei Lincei, Socio nazionale della Società italiana delle Scienze (detta dei XL) e corrispondente del R. Istituto Lombardo di Scienze e Lettere, ✻, Comm. ✠. — *Corso Vinzaglio, 10.*

5 marzo 1905 - 27 aprile 1905. — Pensionato 20 luglio 1913.

Fusari (Romeo), Dottore in Medicina e Chirurgia, Professore ordinario di Anatomia umana, descrittiva e topografica e Direttore dell'Istituto anatomico della R. Università di Torino, Socio dell'Accademia di Medicina di Torino, Corrispondente della R. Accademia dei Lincei, Fondatore della Società medico-chirurgica di Pavia, Onorario dell'Accademia delle Scienze mediche e naturali di Ferrara, Uff. ✻ e Comm. ✠. — *Via Baretti, 45.*

5 marzo 1905 - 27 aprile 1905. — Pensionato 17 gennaio 1915.

Panetti (Modesto), Dottore in Matematica, Ingegnere, Professore di meccanica applicata alle macchine e di Costruzioni Aeronautiche nel R. Politecnico di Torino, Comm. ✠. — *Via S. Francesco da Paola, 36.*

24 gennaio 1915 - 14 febbraio 1915.

ACCADEMICI NAZIONALI NON RESIDENTI

Volterra (Vito), Senatore del Regno, Capitano del Genio, Dottore in Fisica, Dottore onorario in Matematiche della Università Fridericiana di Christiania, Dottore onorario in Scienze della Università di Cambridge, Dottore onorario in Filosofia della Università di Stockholm, Dottore onorario in Fisica della *Clark University* di Worcester (Mass.), Professore di Fisica matematica, incaricato di Meccanica superiore, Direttore del Seminario Matematico e Preside della Facoltà di Scienze fisiche, matematiche e naturali nella R. Università di Roma, Capo dell'Ufficio Invenzioni al Ministero delle Armi e Munizioni, Professore d'analisi all'Università di Stockholm (1906), *Professeur agréé à la Sorbonne* (1912), *Louis Clark Vanuxem lecturer* (1912) all'Università di Princeton N. J., uno dei XL della Società Italiana delle Scienze, Socio nazionale della R. Accademia dei Lincei, Accademico corrispondente della R. Accademia delle Scienze dell'Istituto di Bologna, Socio corrispondente del R. Istituto Lombardo di Scienze e Lettere, Socio corrispondente della R. Accademia di Scienze, Lettere ed Arti di Modena, Socio onorario dell'Accademia Gioenia di Scienze naturali di Catania, Membro nazionale della Società degli Spettroscopisti italiani, Membro straniero della Società Reale di Londra, Socio corrispondente nella Sezione di Geometria dell'Accademia delle Scienze di Parigi, Membro straniero nella Classe di Matematica pura della Reale Accademia Svedese delle scienze, Membro onorario straniero della Società Reale di Edimburgo, Membro straniero dell'Accademia nazionale delle Scienze (Stati Uniti d'America, Washington), Membro straniero della *American Philosophical Society for Promoting Useful Knowledge* di Philadelphia (Pa), Membro ordinario della Società Reale delle Scienze di Upsala, Membro corrispondente dell'Accademia Imperiale delle Scienze di Pietrogrado, Membro onorario dell'Accademia Rumena di Bucarest, Membre du Bureau della Società matematica di Francia, Membro onorario della Società Matematica di Londra, Membro onorario della Società matematica di Kharkow, Membro onorario della Società matematica di Calcutta, *Membre du Bureau* della Società fisica di Francia, Membro onorario della Società di Scienze fisiche e naturali di Bordeaux, Membro corrispondente della Società Scientifica di Buenos Aires, Membro onorario dell'*Harvard Mathematical Club* in Cambridge (Mass.), Vice-Presidente del R. Comitato Talassografico italiano, Presidente della R. Commissione tecnica per gl'Istituti di Previdenza, Presidente dell'Associazione Italiana per l'Intesa intellettuale fra i paesi alleati ed amici, ecc., ✠, ✱, ▬. — *Roma, Via in Lucina, 17.*

3 febbraio 1895 - 11 febbraio 1895.

Bianchi (Luigi), Professore di Geometria analitica nella R. Università di Pisa, Socio ordinario della R. Accademia dei Lincei e della Società Italiana delle Scienze, detta dei XL; Socio corrispondente dell'Accademia

delle Scienze fisiche e matematiche di Napoli, dell'Accademia delle Scienze dell'Istituto di Bologna e del R. Istituto Lombardo di Scienze e Lettere in Milano, ✱, ☙, ✿. — *Pisa, Via Manzoni, 3.*
13 febbraio 1898 - 24 febbraio 1898.

Dini (Ulisse), Senatore del Regno, Professore di Analisi superiore nella R. Università di Pisa e incaricato di Analisi infinitesimale, Direttore della R. Scuola Normale Superiore di Pisa, Socio della R. Accademia dei Lincei e Presidente della Società Italiana detta dei XL, Corrispondente dell'Accademia delle Scienze dell'Istituto di Bologna e del R. Istituto Lombardo di Scienze e Lettere e del R. Istituto Veneto di Scienze, lettere ed arti, Socio ordinario non residente dell'Accademia delle Scienze fisiche e matematiche della Società Reale di Napoli nella Sezione di Scienze matematiche, Socio onorario della R. Accademia di Scienze, Lettere e l Arti di Modena, dell'Accademia Gioenia di Scienze naturali di Catania e della R. Accademia di Scienze, Lettere ed Arti degli Zelanti di Acireale, Membro del Consiglio Direttivo del Circolo matematico di Palermo, Socio della Società italiana per il progresso delle Scienze (Roma), della R. Società delle Scienze di Gottinga, Membro straniero della *London mathemat. Society*, Dottore onorario delle Università di Christiania e di Glasgow, Comm. ✱, Gr. Uff. ☙, ✿. — *Via S. Martino, 32, Pisa.*
13 febbraio 1898 - 24 febbraio 1898.

Golgi (Camillo), Senatore del Regno, Membro del Consiglio Superiore di Sanità, Socio nazionale della R. Accademia dei Lincei di Roma, Dottore in Scienze *ad honorem* dell'Università di Cambridge, Membro onorario dell'Università Imperiale di Charkoff, uno dei XL della Società Italiana delle Scienze, Membro della Società per la Medicina interna di Berlino, Membro onorario della Imp. Accademia Medica di Pietroburgo, della Società di Psichiatria e Neurologia di Vienna, Socio corrispondente onorario della *Neurological Society* di Londra, Membro corrispondente della *Société de Biologie* di Parigi, Membro dell'*Academia Caesarea Leopoldino-Carolina*, Socio della R. Società delle Scienze di Gottinga e delle Società Fisico-mediche di Würzburg, di Erlangen, di Gand, Membro della Società Anatomica, Socio nazionale della R. Accademia delle Scienze di Bologna, Socio corrispondente dell'Accademia di Medicina di Torino, Socio onorario della R. Accademia di Scienze, Lettere ed Arti di Padova, Socio corrispondente dell'Accademia Medico-fisica Fiorentina, della R. Accademia delle Scienze mediche di Palermo, della Società Medico-chirurgica di Bologna, Socio onorario della R. Accademia Medica di Roma, Socio onorario della R. Accademia Medico-chirurgica di Genova, Socio corrispondente dell'Accademia Fisiocritica di Siena, dell'Accademia Medico-chirurgica di Perugia, della *Societas medicorum Svecana* di Stoccolma, Membro onorario dell'*American Neurological Association* di New-York, Socio onorario della *Royal Microscopical Society* di Londra, Membro corrispondente della R. Accademia di Medicina del Belgio, Membro onorario della Società Freniàtrica italiana e dell'Asso-

ciazione Medico-Lombarda, Socio onorario del Comizio Agrario di Pavia, Professore ordinario di Patologia generale e di Istologia nella R. Università di Pavia, Membro effettivo della Società Italiana d'Igiene e dell'Istituto Lombardo di Scienze e Lettere, Membro onorario dell'Università di Dublino, Socio corrispondente della Società Medica di Batavia, Membro straniero dell'Accademia di Medicina di Parigi, Membro onorario dell'Imperiale Società degli alienisti e neurologi di Kazan, Socio emerito della R. Accademia Medico-Chirurgica di Napoli, Socio corrispondente dell'Imp. Accademia delle Scienze di Vienna, Socio onorario della R. Società dei Medici in Vienna, Comm. ✱ ☙, Cav. ✿.

13 febbraio 1898 - 24 febbraio 1898.

Righi (Augusto), Senatore del Regno, Dottore, Professore ordinario di Fisica, Incaricato dell'insegnamento della Fisica per i Medici, Farmacisti e Veterinari nella R. Università di Bologna, Membro (Benedettino) della Accademia delle Scienze del R. Istituto di Bologna, Socio nazionale della R. Accademia dei Lincei, Socio corrispondente del R. Istituto Veneto di Scienze, Lettere ed Arti, del R. Istituto Lombardo di Scienze e Lettere, dell'Accademia di Padova, della R. Accademia di Scienze, Lettere ed Arti di Modena, dell'Accademia di Scienze naturali ed economiche di Palermo, dell'Accademia Gioenia di Scienze naturali di Catania, Membro della Societa degli Spettroscopisti Italiani, Uno dei XL della Società Italiana delle Scienze, Dottore in Filosofia *honoris causa* dell'Università di Gottinga, di Erlangen, Membro corrispondente dell'Accademia di Parigi, dell'Accademia delle Scienze di Petrogrado, di Lund, dell'Accademia Olandese di Haarlem e della Società Reale delle Scienze di Upsala, Membro onorario della *Philosophical Society* di Cambridge, della Società Reale di Edinburgo, della *Royal Institution* della Gran Bretagna, della Società Antonio Alzate del Messico, della Società di Scienze naturali di Mosca, della Società di Fisica di Ginevra, Uno dei 12 Soci onorari della Società Fisica di Londra, Membro straniero della R. Società delle Scienze di Gottinga, Comm. ✱, Gr. Uff. ☙, ✿. — *Bologna, Via Irnerio, 46.*

24 gennaio 1915 – 14 febbraio 1915.

Taramelli (Torquato), Dottore, Professore ordinario di Geologia e Incaricato di Paleontologia nella R. Università di Pavia, Membro del R. Comitato Geologico e del R. Consiglio di Meteorologia e Geodinamica, Socio ordinario del Comizio Agrario di Pavia, Membro effettivo del R. Istituto Lombardo di Scienze e Lettere, Socio degli Atenei di Brescia e Bergamo, delle Accademie di Udine, di Verona e di Spoleto, della Società Agraria Istriana, della Società dei Naturalisti di Modena, della R. Accademia dei Georgofili di Firenze, Uno dei XL della Società Italiana delle Scienze, Socio Nazionale della R. Accademia dei Lincei, dell'Accademia delle Scienze della Società Reale di Napoli, dell'Accademia delle Scienze del R. Istituto di Bologna, dell'I. R. Accademia delle Scienze di Rovereto, Socio onorario delle Società Alpine di Udine e di Trento, dell'I. R. Istituto geologico di Vienna, della Società Reale

delle Scienze del Belgio, della Società Elvetica di Scienze naturali, della Società di Scienze naturali di Filadelfia, Gr. Uff. ✠, ✱, Cav. ✠. — *Pavia, Via Volta, 24.*
24 gennaio 1915 - 14 febbraio 1915.

Bertini (Eugenio), Dottore, Professore ordinario di Geometria superiore nella R. Università di Pisa, Professore onorario dell'Università di Pavia, Socio nazionale della R. Accademia dei Lincei, Membro effettivo del R. Istituto Lombardo di Scienze e Lettere, uno dei XL della Società Italiana delle Scienze, Socio corrispondente della R. Accademia delle Scienze di Lucca, ✱, ✠. — *Pisa, Lungarno Mediceo, Palazzo Schiff.*
24 gennaio 1915 - 14 febbraio 1915.

Pirotta (Romualdo), Dottore, Socio nazionale della R. Accademia dei Lincei, uno dei XL della Società italiana delle Scienze, Socio corrispondente del Reale Istituto Lombardo di scienze e lettere e dell'Istituto Veneto di scienze, lettere ed arti, Professore ordinario di Botanica e Direttore del R. Istituto e Orto Botanico dell'Università di Roma, Comm. ✠. — *Roma, Via Milano, Istituto Botanico.*
24 gennaio 1915 - 14 febbraio 1915.

Ròiti (Antonio), Dottore, Professore emerito del R. Istituto di Studi superiori in Firenze, Socio nazionale della R. Accademia dei Lincei. — *Roma, Lungotevere Farnesina, 2.*
24 gennaio 1915 - 14 febbraio 1915.

ACCADEMICI STRANIERI

Klein (Felice), Professore nell'Università di Gottinga. — 10 gennaio 1897 - 24 gennaio 1897.

Haeckel (Ernesto), Professore nella Università di Jena. — 13 febbraio 1898 - 24 febbraio 1898.

Noether (Massimiliano), Prof. nell'Università di Erlangen. — 15 maggio 1910 12 giugno 1910.

Baeyer (Adolfo v.), Professore nell'Università di München. — Id. id.

Thomson (John Joseph), Professore nell'Università di Cambridge. — Id. id.

CORRISPONDENTI

Sezione di Matematiche pure.

Cantor (Maurizio), Professore nell'Università di Heidelberg. — 25 giugno 1876.
Schwarz (Ermanno A.), Professore nella Università di Berlino. — 19 dicembre 1880.
Jordan (Camillo), Professore nel Collegio di Francia, Membro dell'Istituto di Francia (Parigi). — 12 gennaio 1896.
Mittag-Leffler (Gustavo), Professore all'Università di Stoccolma. — 12 gennaio 1896.
Picard (Emilio), Professore alla Sorbonne, Membro dell'Istituto di Francia (Parigi). — 10 gennaio 1897.
Castelnuovo (Guido), Prof. nella R. Università di Roma. — 17 aprile 1898.
Zeuthen (Gerolamo Giorgio), Professore nella Università di Copenhagen. — 14 giugno 1903.
Hilbert (Davide), Prof. nell'Università di Göttingen. — 14 giugno 1903.
Enriques (Federico), Prof. nell'Università di Bologna. — 15 maggio 1910.

Sezione di Matematiche applicate, Astronomia e Scienza dell'ingegnere civile e militare.

Ewing (Giovanni Alfredo), Professore nell' Università di Cambridge. — 27 maggio 1894.
Celoria (Giovanni), Senatore del Regno, Direttore dell'Osservatorio di Milano. — 12 gennaio 1896.
Pizzetti (Paolo), Professore nella R. Università di Pisa. — 14 giugno 1903.
Cerulli (Vincenzo), Direttore dell' Osservatorio Collurania, Teramo. — 15 maggio 1910.
Boussinesq (Valentino), Membro dell' Istituto di Francia, Professore nella Università di Parigi. — Id. id.
Levi-Civita (Tullio), Professore nella R. Università di Padova. — Id. id.

Sezione di Fisica generale e sperimentale.

Blaserna (Pietro), Senatore del Regno, Professore nella R. Università di Roma. — 30 novembre 1873.
Lippmann (Gabriele), dell'Istituto di Francia (Parigi). — 15 maggio 1892.
Rayleigh (Lord Giovanni Guglielmo), Professore nella *Royal Institution* di Londra. — 3 febbraio 1895.

Röntgen (Guglielmo Corrado), Professore nell'Università di München. — 14 giugno 1903.
Lorentz (Enrico), Professore dell'Università e Curatore del Laboratorio Teyler di Haarlem. — 14 giugno 1903.
Garbasso (Antonio), Professore nel R. Istituto di Studi superiori di Firenze. — Id. id.
Neumann (Carlo), Professore nell'Università di Lipsia. — Id. id.
Zeeman (P.), Professore nell'Università di Amsterdam. — Id. id.
Cantone (Michele), Professore nell'Università di Napoli. — Id. id.

Sezione di Chimica generale ed applicata.

Paternò (Emanuele), Senatore del Regno, Professore nella R. Università di Roma. — 2 gennaio 1881.
Körner (Guglielmo), Professore nella R. Scuola superiore d'Agricoltura in Milano. — 2 gennaio 1881.
Fischer (Emilio), Professore nell'Università di Berlino. — 24 gennaio 1897.
Dewar (Giacomo), Professore nell'Università di Cambridge. — 14 giugno 1903.
Ciamician (Giacomo), Senatore del Regno, Professore nell'Università di Bologna. — 14 giugno 1903.
Ostwald (Dr. Guglielmo), Gross Bothen (Sachsen). — 5 marzo 1905.
Arrhenius (Svante Augusto), Professore e Direttore dell'Istituto Fisico dell'Università di Stoccolma. — 5 marzo 1905.
Nernst (Walter), Professore nell'Università di Berlino. — 5 marzo 1905.
Haller (Albin), Membro dell'Istituto di Francia, Professore nell'Università di Parigi. — 15 maggio 1910.
Willstätter (Richard), Professore, Kaiser Wilhelm Institut, Berlin. — Id. id.
Engler (Carlo), Professore nella Scuola superiore tecnica di Karlsruhe. — Id. id.

Sezione di Mineralogia, Geologia e Paleontologia.

Capellini (Giovanni), Senatore del Regno, Professore nella R. Università di Bologna. — 12 marzo 1882.
Tschermak (Gustavo), Professore nell'Università di Vienna. — 8 febbraio 1885.
Groth (Paolo Enrico), Professore nell'Università di Monaco. — 13 febbraio 1898.
Liebisch (Teodoro), Professore nell'Università di Gottinga. — Id. id.
Issel (Arturo), Professore nella R. Università di Genova. — Id. id.
Goldschmidt (Viktor), Professore nell'Univ. di Heidelberg. — 5 marzo 1905.
Suess (Franc. Edoardo), Professore nella " Deutsche Technische Hochschule „ di Praga. — 5 marzo 1905.
Haug (Emilio), Professore nell'Università di Parigi. — Id. id.
Lacroix (Alfredo), Membro dell'Istituto di Francia, Professore al Museo di Storia naturale di Parigi. — 15 maggio 1910.
Kilian (Carlo), Professore nell' Università di Grenoble. — Id. id.

Sezione di Botanica e Fisiologia vegetale.

Saccardo (Andrea), Professore nella R. Università di Padova. — 8 febbraio 1885.
Goebel (Carlo), Professore nell'Università di Monaco. — 13 febbraio 1898.
Penzig (Ottone). Professore nell'Università di Genova. — Id. id.
Schwendener (Simone), Professore nell'Univ. di Berlino. — Id. id.
Wiesner (Giulio), Professore nell'Univ. di Vienna. — 14 giugno 1903.
Klebs (Giorgio), Professore nell'Università di Halle. — Id. id.
Belli (Saverio), Professore, Torino. — Id. id.
Baccarini (Pasquale), Professore nell' Istituto di Studi superiori in Firenze. — 15 maggio 1910.
Mangin (Luigi). Membro dell' Istituto di Francia, Professore al Museo di Storia naturale di Parigi. — Id. id.

Sezione di Zoologia, Anatomia e Fisiologia comparata.

Waldeyer (Guglielmo), Professore nell' Università di Berlino. — 1° dicembre 1889.
Roux (Guglielmo), Professore nell'Università di Halle. — 13 febbraio 1898.
Boulenger (Giorgio Alberto), Assistente al Museo di Storia naturale di Londra. — Id. id.
Marchand (Felice), Professore nell'Università di Leipzig. — 14 giugno 1903.
Weismann (Augusto), Professore nell'Università di Freiburg i. Br. (Baden). — 5 marzo 1905.
Lankester (Edwin Ray), Direttore del *British Museum of Natural History*. — Id. id.
Ramôn y Cajal (Santiago), Professore nell' Università di Madrid. — 15 maggio 1910.
Kossel (Albrecht), Professore nell'Università di Heidelberg. — Id. id.

CLASSE DI SCIENZE MORALI, STORICHE E FILOLOGICHE

Direttore.

Boselli (S. E. Paolo), Primo Segretario di S. M. per l'Ordine Mauriziano e Cancelliere dell'Ordine della Corona d'Italia, Dottore aggregato alla Facoltà di Giurisprudenza della R. Università di Genova, già Professore nella R. Università di Roma, Professore onorario della R. Università di Bologna, Presidente dell'Istituto Storico Italiano, Presidente del Consiglio degli Archivi, Socio corrispondente del R. Istituto Veneto di Scienze, Lettere ed Arti, della Classe di scienze morali della R. Accademia delle Scienze dell'Istituto di Bologna, della R. Accademia delle Scienze di Modena, Presidente della R. Deputazione di Storia Patria per le Antiche Provincie e la Lombardia, Socio corrispondente dell'Accademia dei Georgofili, Presidente della Società di Storia Patria di Savona, Socio onorario della Società Ligure di Storia Patria, Socio onorario dell'Accademia di Massa, Socio della R. Accademia di Agricoltura, Corrispondente dell'Accademia Dafnica di Acireale, Presidente onorario della Società di Storia Patria degli Abruzzi in Aquila, Presidente del Consiglio Centrale della Società *Dante Alighieri*, Presidente del Consiglio di Amministrazione del R. Politecnico di Torino, Presidente del Consiglio Superiore della Marina Mercantile, Deputato al Parlamento nazionale, Presidente del Consiglio Provinciale di Torino, Presidente del Comitato Nazionale per la Storia del Risorgimento, Cav. O. S. SS. A., Gr. Cord. ✻ e ⚭, Gr. Cord. dell'Aquila Rossa di Prussia, dell'Ordine di Alberto di Sassonia, dell'Ord. di Bertoldo I di Zähringen (Baden), e dell'Ordine del Sole Levante del Giappone, Gr. Uffiz. O. di Leopoldo del Belgio, Uffiz. della Cor. di Pr., Gr. Cr. della L. d'O. di Francia, e C. O. della Concezione del Portogallo. — *Torino, Piazza Maria Teresa, 3.*

Eletto alla carica il 28 maggio 1916 per il triennio dal 20 aprile 1916 al 19 aprile 1919.

Segretario.

Stampini (Ettore), Dottore in Lettere ed in Filosofia, Professore ordinario di Letteratura latina, Direttore della Biblioteca e già Preside della Facoltà di Filosofia e Lettere nella R. Università di Torino, Socio corrispondente del Reale Istituto Lombardo di Scienze e Lettere, della R. Accademia Peloritana di Messina, dell'Ateneo di Brescia, della R. Accademia Virgiliana di Scienze, Lettere ed Arti di Mantova, e della R. Accademia di Scienze, Lettere ed Arti di Padova, Direttore della Rivista di Filologia e d'Istruzione classica, già Membro del Consiglio e della Giunta Superiore dell'Istruz. Pubblica, Decorato della Medaglia del Merito Civile di 1ª Classe della Repubblica di S. Marino, Uff. ✻, Comm. ⚭. — *Piazza Vittorio Emanuele I, 10.*

Eletto alla carica il 28 maggio 1916 per il triennio dal 20 aprile 1916 al 19 aprile 1919.

ACCADEMICI RESIDENTI

Manno (Barone D. Antonio), Senatore del Regno, Membro e Segretario della R. Deputazione sovra gli Studi di Storia patria, Membro del Consiglio degli Archivi e dell'Istituto storico italiano, Commissario di S. M. presso la Consulta araldica, Bibliotecario e Conservatore del Medagliere di S. M. (Incaricato), Dottore *honoris causa* della R. Università di Tübingen, Gr. Uffiz. ✱ e Gr. Cord. ✠, Balì Gr. Cr. d'on. e devoz. del S. M. O. di Malta, decorato di Ordini stranieri. — *Torino, Via Ospedale, 19.*
17 giugno 1877 - 11 luglio 1877. — Pensionato 28 febbraio 1886.

Boselli (Paolo), *predetto.*
15 gennaio 1888 - 2 febbraio 1888. — Pensionato 13 ottobre 1897.

Pizzi (Nobile Italo), Dottore in Lettere, Professore di Persiano e Sanscrito nella R. Università di Torino, Socio corrispondente della Società Colombaria di Firenze, Dottore onorario dell'Università di Lovanio, Socio corrispondente dell'Ateneo Veneto, dell'Accademia Petrarchesca di Arezzo, dell'Accademia Dafnica di Acireale, dell'Accademia dell'Arcadia di Roma, dell'Accademia Reale di Napoli, dell'Accademia delle Scienze dell'Istituto di Bologna, della R. Accademia Peloritana di Messina, ✱, ✠. — *Torino, Corso Vittorio Emanuele, 16.*
8 gennaio 1899 - 22 gennaio 1899. — Pensionato 16 giugno 1907.

Chironi (Dott. Giampietro, *predetto*).
20 maggio 1900 - 31 maggio 1900. — Pensionato 20 maggio 1907.

De Sanctis (Gaetano), Dottore in Lettere, Professore di Storia antica nella R. Università di Torino, Socio ordinario della Pontificia Accademia romana di Archeologia, ✱ e ✠. — *Torino, Corso Vittorio Emanuele, 44.*
21 giugno 1903 - 8 luglio 1903. - Pensionato 15 febbraio 1912.

Ruffini (Francesco), Senatore del Regno, Dottore in Giurisprudenza, Membro corrispondente del Reale Istituto Lombardo di Scienze e Lettere, Professore di diritto ecclesiastico nella R. Univ. di Torino, Grand'Uff. ✱ e ✠. — *Torino, Via Principe Amedeo, 22.*
21 giugno 1903 - 8 luglio 1903. — Pensionato 19 giugno 1913.

Stampini (Ettore), *predetto.*
20 maggio 1906 - 9 giugno 1906. — Pensionato 24 gennaio 1915.

Brondi (Vittorio), Dottore in Giurisprudenza, Professore ordinario di Diritto amministrativo e Scienza dell'Amministrazione e Preside della Facoltà di Giurisprudenza nella R. Università di Torino, Membro del Consiglio superiore della Pubblica Istruzione e della Sezione della Giunta per

l'Istruzione primaria e popolare, Socio corrispondente onorario del Circolo di Studi sociali di Firenze, Membro della Società internazionale per lo studio delle questioni di assistenza (Parigi), Comm. ✠ e ✱. — *Torino, Via Montebello, 26*

17 febbraio 1907 - 19 aprile 1907. — Pensionato 4 febbraio 1917.

Sforza (Conte Giovanni), Accademico della Crusca, Vice-Presidente della R. Deputazione di Storia patria di Modena per la Sotto-Sezione di Massa e Carrara, Socio effettivo di quelle delle antiche Provincie e della Lombardia, di Parma e Piacenza, e della Toscana, Socio onorario della R. Deputazione Veneta di Storia patria, Corrispondente della R. Accademia di Scienze, Lettere ed Arti di Modena, dell'Ateneo di Brescia, della Società Ligure di Storia patria, della R. Accademia Lucchese, Socio onorario della R. Accademia di Belle Arti di Carrara, Membro d'onore dell'*Académie Chablaisienne* di Thonon-les-Bains, Membro aggregato dell'*Académie des Sciences, Belles Lettres et Arts de Savoie*, Socio della R. Commissione per i testi di lingua, Membro della Commissione Araldica Piemontese, della Società di Storia patria di Vignola, della Commissione municipale di Storia patria e belle arti della Mirandola, della Commissione Senese di Storia patria e della Società storica di Carpi, Corrispondente della R. Accademia Valdarnese del Poggio in Montevarchi, della Società Georgica di Treia, della Colombaria di Firenze, e del Comitato nazionale per la Storia del Risorgimento italiano, Socio effettivo della Società Piemontese di Archeologia e Belle Arti, Presidente onorario della R. Accademia dei Rinnovati di Massa, Soprintendente del R. Archivio di Stato di Torino, Gr. Uff. dell'Ordine del Medjidiè, Comm. ✱ e ✠. — *Via S. Dalmazzo, 24.*

17 febbraio 1907 - 19 aprile 1907. — Pensionato . . . . .

Einaudi (Luigi), *predetto.*

10 aprile 1910 - 1° maggio 1910. — Pensionato . . . . .

Baudi di Vesme (Alessandro dei conti), Dottore in Giurisprudenza, Soprintendente alle Gallerie ed ai Musei medioevali, ecc. del Piemonte e della Liguria, Direttore della R. Pinacoteca di Torino, Vice Presidente della R. Deputazione sovra gli Studi di Storia patria per le Antiche Provincie e la Lombardia. — *Via dei Mille, 54.*

10 aprile 1910 - 1° maggio 1910.

Schiaparelli (Ernesto), Dottore in Lettere, Professore incaricato di Egittologia nella R. Università di Torino, Socio nazionale della R. Accademia dei Lincei, Corrispondente del R. Istituto Veneto di Scienze, Lettere ed Arti, dell'Accademia delle Scienze dell'Istituto di Bologna, Membro onorario dell'Istituto Khediviale egiziano e della Società Asiatica di Francia, della Società di Archeologia biblica di Londra, Direttore del R. Museo di Antichità di Torino, Soprintendente dei Musei e Scavi di antichità per il Piemonte e la Liguria, Uff. ✱, Comm. ✠.

10 aprile 1910 - 1° maggio 1910.

Patetta (Federico), Dottore in Giurisprudenza, Professore di Storia del Diritto italiano nella R. Università di Torino, Socio effettivo della R. Accademia di Scienze, Lettere ed Arti di Modena, Membro della R. Deputazione sovra gli Studi di Storia patria per le Antiche Provincie e la Lombardia, Socio corrispondente della R. Deputazione di Storia patria per l'Umbria e della R. Deputazione di Storia patria per le Provincie Modenesi, Socio fondatore della Commissione Senese di Storia patria, Socio effettivo della Società Piemontese di Archeologia e Belle Arti, Comm. ✠. — *Via S. Massimo, 44.*
3 maggio 1914 - 11 giugno 1914.

Vidari (Giovanni), Dottore in Lettere e Filosofia, Professore ordinario di Pedagogia e già Preside della Facoltà di Filosofia e Lettere, Rettore della R. Università di Torino, Membro del R. Istituto Lombardo di Scienze e Lettere, Socio corrispondente della R. Accademia dei Lincei e dell'Ateneo di Brescia, Presidente della Società Filosofica italiana, ✱, Comm. ✠. — *Via Valeggio, 15.*
31 gennaio 1915 - 14 febbraio 1915.

Prato (Giuseppe), Dottore in Giurisprudenza, Professore ordinario di Economia politica e Scienza delle finanze nel R. Istituto superiore di Studi commerciali di Torino, Professore incaricato di Diritto industriale nella R. Università di Torino, Membro effettivo della R. Deputazione sovra gli studi di Storia patria per le Antiche Provincie e la Lombardia, Socio ordinario della R. Accademia di Agricoltura di Torino, Socio corrispondente della R. Accademia Economico-Agraria dei Georgofili in Firenze, ✠. — *Via Bertola, 37.*
31 gennaio 1915 - 14 febbraio 1915.

Cian (Vittorio), Dottore in Lettere, Socio corrispondente del R. Istituto Veneto, Membro effettivo della R. Deputazione sovra gli studi di Storia patria per le Antiche Provincie e la Lombardia e di quella di Venezia, ✠. — *Via G. Berchet, 2.*
20 maggio 1917 - 10 giugno 1917.

Pacchioni (Giovanni), Dottore in Giurisprudenza, Professore di diritto romano nella R. Università di Torino, già Professore ordinario di diritto romano nella Università di Innsbruch, Socio corrispondente della R. Accademia di Scienze, Lettere ed Arti di Modena e dell'Accademia degli Agiati di Rovereto, ✠. — *Via Cibrario, 54.*
20 maggio 1917 - 10 giugno 1917.

Valmaggi (Luigi), Dottore in Lettere, Professore ordinario di Grammatica greca e latina e Preside della Facoltà di Filosofia e Lettere nella R. Università di Torino, Socio corrispondente dell'Accademia Properziana del Subasio in Assisi, della R. Accademia Virgiliana di Mantova, della R. Accademia di Scienze, Lettere ed Arti di Padova, Comm. ✠. — *Via S. Secondo, 31.*
20 maggio 1917 - 10 giugno 1917.

ACCADEMICI NAZIONALI NON RESIDENTI

Comparetti (Domenico), Senatore del Regno, Professore emerito dell'Università di Pisa e del R. Istituto di Studi superiori, pratici e di perfezionamento in Firenze, Socio nazionale della R. Accademia dei Lincei, della R. Accademia delle Scienze di Napoli, Socio corrispondente dell'Accademia della Crusca, del R. Istituto Lombardo e del R. Istituto Veneto, Membro della Società Reale pei testi di lingua, Socio straniero dell'Istituto di Francia (Accademia delle Iscrizioni e Belle Lettere) e corrispondente della R. Accademia delle Scienze di Monaco, di Vienna, di Copenhagen e di Pietroburgo, Dottore *ad honorem* delle Università di Oxford, di Cracovia e di Atene, Uff. ✱, Comm. ✠, Cav. ✿. — *Firenze, Via Lamarmora, 20.*
20 marzo 1892 - 26 marzo 1892.

Scialoja (Vittorio), Senatore del Regno, Dottore in Giurisprudenza, Professore ordinario di Diritto romano nella R. Università di Roma, Professore onorario della Università di Camerino, Socio corrispondente della R. Accademia dei Lincei e delle RR. Accademie di Napoli, di Bologna, di Modena e di Messina, Socio onorario della R. Accademia di Palermo, ecc., Gr. Uffiz. ✱, Gr. Cr. ✠. — *Roma, Piazza Grazioli, 5.*
29 marzo 1903 - 9 aprile 1903.

Rajna (Pio), Dottore in Lettere, Dottore *honoris causa* dell'Università di Giessen, Professore ordinario di Lingue e Letterature neo-latine nel R. Istituto di Studi superiori di Firenze, Socio nazionale della R. Accademia dei Lincei, Accademico residente della Crusca, Socio ordinario non residente della Società Reale di Napoli, Socio ordinario della R. Deputazione sovra gli studi di Storia patria per la Toscana, Socio Urbano della Società Colombaria, Socio onorario della R. Accademia di Padova, della Società Dantesca americana, della *New Language Association of America*, della *Société néophilologique* dell'Università di Pietrogrado, Socio corrispondente del R. Istituto Lombardo di Scienze e Lettere, del R. Istituto Veneto, dell'Ateneo Veneto, della R. Accademia di Palermo, della R. Accademia delle Scienze di Berlino, della R. Società delle Scienze di Göttingen, dell'Istituto di Francia (Académie des Inscriptions et Belles-Lettres), della Società Reale di Scienze e Lettere di Göteborg, dell'Accademia R. Lucchese, ✿, Uff. ✱, Gr. Uff. ✠. — *Firenze, Piazza d'Azeglio, 13.*
29 marzo 1903 - 9 aprile 1903.

Guidi (Ignazio), Senatore del Regno, Professore ordinario di Ebraico e di Lingue semitiche comparate nella R. Università di Roma, Socio e Segretario della Classe di scienze morali, storiche e filologiche della R. Accademia dei Lincei, ✡, Uff. ✻, ⚭, C. O. St. P. di Svezia. — *Roma, Botteghe Oscure, 24.*
12 aprile 1908 - 14 maggio 1908.

Pigorini (Luigi), Senatore del Regno, Direttore dei Musei Preistorico e Etnografico, Professore ordinario di Paleoetnologia nella R. Università di Roma, Socio nazionale della R. Accademia dei Lincei ✡, Comm. ✻, Gr. Uff. ⚭. — *Roma, Via del Collegio Romano, 26.*
12 aprile 1908 - 14 maggio 1908.

D'Ovidio (Francesco), Senatore del Regno, Professore ordinario di Storia comparata delle letterature neo-latine nella R. Università di Napoli, Socio ordinario della Società Reale di Napoli, Socio nazionale e Presidente della R. Accademia dei Lincei, Accademico della Crusca, Socio corrispondente del R. Istituto Lombardo di Scienze e Lettere, del R. Istituto Veneto di Scienze, Lettere ed Arti, dell'Ateneo di Brescia, Socio straniero della *Dante Society* d'America, ✡, Comm. ✻ e ⚭. — *Napoli, Largo Latilla, 6.*
31 gennaio 1915 - 14 febbraio 1915.

Fraccaroli (Giuseppe), Professore ordinario di Letteratura greca nella R. Università di Pavia, Socio corrispondente del Reale Istituto Lombardo di scienze e lettere, della R. Accademia Peloritana di Messina, della R. Accademia di Scienze, Lettere ed Arti di Padova e dell'Accademia di Agricoltura, Scienze, ecc. di Verona, ⚭. — *Pavia.*
31 gennaio 1915 - 14 febbraio 1915.

ACCADEMICI STRANIERI

Brugmann (Carlo), Professore nell'Università di Lipsia. — 31 gennaio 1897 - 14 febbraio 1897.

Wundt (Guglielmo), Professore nell'Università di Lipsia. — 29 marzo 1903 - 9 aprile 1903.

Duchesne (Luigi), Membro dell'Istituto di Francia, Direttore della Scuola Francese in Roma. — 12 aprile 1908 - 14 maggio 1908.

CORRISPONDENTI

Sezione di Scienze Filosofiche.

Pinloche (Augusto), Prof. nel Liceo Carlomagno di Parigi. — 15 marzo 1896.
Chiappelli (Alessandro), Senatore del Regno, Professore emerito della R. Università di Napoli. — 15 marzo 1896.
Masci (Filippo), Senatore del Regno, Professore nella R. Università di Napoli. — 14 giugno 1903.
Zuccante (Giuseppe), Professore nella R. Accademia scientifico-letteraria di Milano. — 31 maggio 1908.
Gentile (Giovanni), Prof. nella R. Università di Pisa. — 17 maggio 1914.
Martinetti (Pietro), Prof. nella R. Accademia scientifico-letteraria di Milano. — Id. id.
Bergson (Enrico Luigi), Membro dell'Istituto di Francia. — Id. id.

Sezione di Scienze Giuridiche e Sociali.

Schupfer (Francesco), Senatore del Regno, Professore nella R. Università di Roma. — 14 marzo 1886.
Gabba (Carlo Francesco), Senatore del Regno, Prof. nella R. Univ. di Pisa. — 3 marzo 1889.
Buonamici (Francesco), Senatore del Regno, Prof. nella R. Università di Pisa. — 16 marzo 1890.
Bonfante (Pietro), Prof. nella R. Università di Roma. — 21 giugno 1903.
Toniolo (Giuseppe), Prof. nella R. Università di Pisa. — 10 giugno 1906.
Brandileone (Francesco), Prof. nella R. Università di Bologna. — Id. id.
Brini (Giuseppe), Prof. nella R. Università di Bologna. — Id. id.
Fadda (Carlo), Senatore del Regno, Prof. nella R. Università di Napoli. — Id. id.
Filomusi-Guelfi (Francesco), Senatore del Regno, Prof. nella R. Università di Roma. — Id. id.
Polacco (Vittorio), Senatore del Regno, Prof. nella R. Università di Padova. — Id. id.
Stoppato (Alessandro), Prof. nella R. Università di Bologna. — Id. id.
Iannaccone (Pasquale), Prof. nella R. Univ. di Torino. — 17 maggio 1914.
Montalcini (Camillo), Prof., Segretario generale degli uffizi amministrativi della Camera dei Deputati. — Id. id.

Sezione di Scienze Storiche.

Birch (Walter de **Gray**), del Museo Britannico di Londra. — 14 marzo 1886.
Chevalier (Canonico Ulisse), Romans. — 26 febbraio 1893.
Bryce (Giacomo), Londra. — 15 marzo 1896.
Venturi (Adolfo), Professore nella R. Università di Roma. — 31 maggio 1908.
Luzio (Alessandro), Direttore del R. Archivio di Stato in Mantova. — 31 maggio 1908.
Meyer (Edoardo), Prof. nell'Università di Berlino. — Id. id.
Lippi (Silvio), Direttore dell'Archivio di Stato di Cagliari. — Id. id.

Sezione di Archeologia ed Etnografia.

Lattes (Elia). Membro del R. Istituto Lombardo di Scienze e Lettere, Milano. — 14 marzo 1886.
Barnabei (Felice), Roma. — 28 aprile 1895.
Orsi (Paolo), Dirett. del Museo Archeologico di Siracusa. — 31 maggio 1908.
Patroni (Giovanni), Professore nella R. Università di Pavia. — Id. id.

Sezione di Geografia.

Dalla Vedova (Giuseppe), Senatore del Regno, Professore emerito nella R. Università di Roma. — 28 aprile 1895.
Bertacchi (Cosimo), Professore nella R. Univ. di Torino. — 21 giugno 1903.

Sezione di Linguistica e Filologia orientale.

Marre (Aristide), Vaucresson (Francia). — 1° febbraio 1885.
Salvioni (Carlo), Professore nella R. Accademia scientifico-letteraria di Milano. — 31 maggio 1908.
Parodi (Ernesto Giacomo), Professore nel R. Istituto di Studi superiori, pratici e di perfezionamento in Firenze. — Id. id.
Schiaparelli (Celestino), Professore nella R. Università di Roma. — Id. id.

Sezione di Filologia, Storia letteraria e Bibliografia.

Del Lungo (Isidoro), Senatore del Regno, Socio residente della R. Accademia della Crusca (Firenze). — 16 marzo 1890.
Rossi (Vittorio), Professore nella R. Università di Roma. — Id. id.
Boffito (Giuseppe), Professore nel Collegio delle Querce in Firenze. — Id. id.

Biadego (Giuseppe), Bibliotecario della Biblioteca Civica di Verona. — Id. id.

Vitelli (Gerolamo), Professore emerito nel R. Istituto di Studi superiori, pratici e di perfezionamento in Firenze. — 31 maggio 1908.

Flamini (Francesco), Professore nella R. Università di Pisa. — Id. id.

Gorra (Egidio), Professore nella R. Università di Torino. — Id. id.

Sabbadini (Remigio), Professore nella R. Accademia scientifico-letteraria di Milano. — Id. id.

Zuretti (Carlo Oreste), Professore nella R. Accademia scientifico-letteraria di Milano — Id. id.

MUTAZIONI

AVVENUTE

nel Corpo Accademico dal 31 Dicembre 1916 al 31 Dicembre 1917.

ELEZIONI

SOCI

Chironi (Giampietro).
Brondi (Vittorio) . . .
Einaudi (Luigi) . . . .
Prato (Giuseppe) . . .
Vidari (Giovanni). . .
Stampini (Ettore). . .
Eletti nelle adunanze della Classe di scienze morali storiche e filologiche del 7 e 21 gennaio 1917

Mattirolo (Oreste) . .
Guareschi (Icilio). . .
Guidi (Camillo) . . . .
Foà (Pio). . . . .
Grassi (Guido). . . . .
Parona (Carlo Fabr.)
Eletti nelle adunanze della Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali del 14 e 28 gennaio 1917

per comporre la Commissione per lo studio dei problemi connessi allo stato di guerra e del dopo guerra.

La Commissione è presieduta dal Presidente dell'Accademia.

Carle (Giuseppe) . . .
Sforza (Giovanni). . .
Nominati delegati della Classe di scienze morali, storiche e filologiche presso il Consiglio di Amministrazione dell'Accademia nell'adunanza del 4 marzo 1917.

D'Ovidio (Enrico), rieletto Direttore della Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali nell'adunanza privata dell'11 marzo 1917, e approvata la elezione con Decreto Luogotenenziale del 12 aprile 1917.

Cian (Vittorio). . . . .
Pacchioni (Giovanni)
Valmaggi (Luigi). . .
Professori della R. Università di Torino

eletti Soci nazionali residenti nell'adunanza del 20 maggio 1917 della Classe di scienze morali, storiche e filologiche, e approvata l'elezione con Decreto Luogotenenziale del 10 giugno 1917.

D'Ovidio (Enrico), eletto nell'adunanza del 27 maggio 1917 della Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali, membro della Commissione per il premio Vallauri (Scienze fisiche, quadriennio 1915-1918) in sostituzione del compianto Socio Balbiano.

D'Ovidio (Enrico), nominato nell'adunanza delle Classi unite del 27 maggio 1917 rappresentante dell'Accademia nel Consiglio di Amministrazione del Consorzio Universitario.

Grassi (Guido) . . . . } della Classe di scienze fisiche, matematiche e na-
Somigliana (Carlo) . . } turali
Schiaparelli (Ernesto) } della Classe di scienze morali, storiche e filologiche
Patetta (Federico) . . }
eletti nell'adunanza a Classi unite del 10 giugno 1917 per integrare la Commissione del premio Bressa ai termini dell'art. 4 del Regolamento interno per il premio.

Cian (Vittorio) . . . . }
Stampini (Ettore) . . }
Sforza (Giovanni) . . }
Valmaggi (Luigi) . . . }
eletti nell'adunanza del 25 novembre 1917 della Classe di scienze morali, storiche e filologiche, per comporre, insieme col Presidente dell'Accademia, la Commissione per il premio Gautieri riservato alla Letteratura (triennio 1914-1916).

De Sanctis (Gaetano), eletto nell'adunanza del 25 novembre 1917 della Classe di scienze morali, storiche e filologiche membro del Consiglio di Amministrazione dell'Accademia in sostituzione del defunto Socio Senatore Giuseppe Carle.

MORTI

4 Gennaio 1917.

Chauveau (G. B. Augusto), Socio corrispondente della Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali (Sezione di zoologia, anatomia e fisiologia comparata).

16 Gennaio 1917.

D'Ercole (Pasquale), Socio nazionale residente della Classe di scienze morali, storiche e filologiche.

23 Febbraio 1917.

Darboux (Giovanni Gastone), Socio straniero della Classe di scienze fisiche' matematiche e naturali.

8 Marzo 1917.

Balbiano (Luigi), Socio nazionale residente della Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali.

15 Giugno 1917.

Helmert (Federico Roberto), Socio straniero della Classe di scienze fisiche matematiche e naturali.

17 Luglio 1917.

Veronese (Giuseppe), Socio corrispondente della Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali (Sezione di matematiche pure).

7 Settembre 1917.

Meyer (Paolo). Socio straniero della Classe di scienze morali, storiche e filologiche.

10 Settembre 1917.

Simoncelli (Vincenzo), Socio corrispondente della Classe di scienze morali, storiche e filologiche (Sezione di scienze giuridiche e sociali).

17 Novembre 1917.

Carle (Giuseppe), Socio nazionale residente della Classe di scienze morali, storiche e filologiche.

22 Novembre 1917.

Camerano (Lorenzo), Presidente dell'Accademia, Socio della Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali.

7 Dicembre 1917.

Villari (Pasquale), Socio nazionale non residente della Classe di scienze morali, storiche e filologiche.

. . . . . 1917.

Meyer (Ernesto), Socio corrispondente della Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali (Sezione di chimica generale ed applicata).

. . . . . 1917.

Dastre (Alberto Giulio), Socio corrispondente della Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali (Sezione di zoologia, anatomia e fisiologia comparata).

PUBBLICAZIONI PERIODICHE RICEVUTE DALL'ACCADEMIA

Dal 1° Gennaio al 31 Dicembre 1917.

NB. Le pubblicazioni notate con * si hanno in cambio;
quelle notate con ** si comprano; e le altre senza asterisco si ricevono in dono.

* **Acireale**. R. Accademia di scienze, lettere ed arti degli Zelanti. Rendiconti e Memorie. — Memorie della Classe di lettere, ser. 3ª, vol. IX, 1915-1916.

* **Amsterdam**. Société Mathématique. Index du Répertoire bibliographique des Sciences mathématiques. 3me édition.

Barcelona. Junta de Ciencias Naturals. — Primavera de 1917. Cursos elemental de Geologia, Mineralogia, Botanica descriptiva, Zoologia i Estudis de la Naturalesa. Matricula gratuita. — Musei Barcinonensis Scientiarum Naturalium Opera. Ser. zoologica; I, III, V-VII, XI; Ser. botanica, I-II; Ser. biologica-oceanografica, I.

* — Real Academia de Ciencias y Artes. Nómina del Personal Académico. 1916-1917. — Memorias, 3ª época, vol. XIII, 1-18; Boletín, 3ª época, vol. IV, 1.

* **Basel**. Naturforschenden Gesellschaft Verhandlungen. Bd. XXVII.

Batavia. Observatorio, Java. Seismological Bulletin, 1916, April-May.

* **Bergen**. Bergens Museums. Aarbok, 1915-1916. — Naturvidenskabelig raekke. N. 3, 2 Hefte. — Historisk-Antikvarisk raekke, N. 1. — Aarsberetning for 1915–1916. — An Account of the Crustacea of Norway, vol. VI, Copepoda Cyclopoida Ps. XI & XII. — Clausidiidae Lichomolgidae (part).

* **Berkeley**. University of California. Chronicle and Official Record, vol. XVIII, 1-2. — Agricultural sciences, vol. I, 9-10. — American Archaeology and Ethnology, vol. XI, 5-7; XII, 1. — Botany, vol. VI, 9-12. — Economics, vol. IV, 2. — Geology, vol. IX, 5–18; X, 1. — Physiology, vol. V, 2. — Zoology, vol. XII, 13–16; XIII, 11–12; XVI, 6–15.

* **Berne**. Commission Géologique de la Société Helvétique des sciences naturelles: Matériaux pour la carte géologique de la Suisse; II Sér., Livrs. 20 III, 30 II, 46 I, II. — 1 Carte spéciale N° 66 avec planches et profil.

* **Bologna**. R. Accademia delle Scienze dell'Istituto di Bologna. Classe di Scienze morali. Sezione di scienze storico-filologiche: Memorie, ser. 1ª,

T. X. fasc. unico. Sezione di scienze giuridiche: Memorie, ser. 1ª. T. X. fasc. unico. — Rendiconto: Ser. 1ª, vol. IX (1915-16), fasc. 2° ed ultimo.

* **Bologna**. Società Medico-Chirurgica. Bollettino delle scienze mediche. Serie 9ª, vol. IV, 11-12; V, 1-11.

* — Biblioteca Comunale. Bullettino, L'Archiginnasio. 1917, 1-4.

* **Bordeaux**. Annales de la Faculté des Lettres et des Universités du Midi. Sér. 4^me^: Bulletin Hispanique, t. XVIII, 4; XIX, 1-3. — Bulletin italien, t. XVI, 3-4; XVII, 1-2. — Revue des études anciennes, t. XIX, 1-3.

* **Brescia**. Ateneo di scienze, lettere ed arti. Commentari per l'anno 1916.

* **Brooklyn**. Museum of the Brooklyn Institute of Arts and Sciences. Sciences Bulletin, vol. II, 6.

Buenos-Aires. Ministerio de Agricultura de la Nación República Argentina. Oficina Meteorológica Nacional: Boletín mensual, Año I, N. 2-11, 1916.

* — Sociedad Química Argentina. Anales, t. IV, 15-16; V, 17, 18.

— Ciudad de Buenos-Aires. Boletín mensual de Estadística Municipal: Année XXX^me^, 1916, 9-12.

— Dirección general de Estadística de la Provincia. Año XVI, 181-183.

* **Cagliari**. R. Università. Istituto Economico giuridico. Studi economico-giuridici pubblicati per cura della Facoltà di Giur., An. VIII, 1915, P. 2ª.

* **Calcutta**. Geological Survey of India: Memoirs, vol. XLIII, P. 2. — Records, vol. XLVII, P. 3-4.

— Board of scientific Advice for India. Annual Report for the year 1915-1916.

* **Cambridge**. Cambridge Philosophical Society. Proceedings, vol. XIX. Parts 1-3. — Transactions, vol. XXII, 10, 11.

* **Cape-Town**. Royal Society of South-Africa. Transactions, vol. V, P. 6ª: VI, P. 1ª.

* **Catania**. Accademia Gioenia di scienze naturali. Atti, ser. 5ª, vol. IX (1916). — Bollettino delle Sedute, fasc. 40-42.

* — Società degli Spettroscopisti italiani. Memorie, Ser. 2ª, vol. V, N. 12, vol. VI, 1-10.

Chicago. John Crerar Library. Twenty-Second Annual Report for the Year 1916.

* — Field Museum of Natural History. Report Ser., vol. V, 1. — Anthropological Ser., vol. VI, 4. — Botanical Ser., vol. II, 11. — Geological Ser., vol. III, 10. — Ornithological Ser., vol. I, 10. — Zoological Ser., vol. X, 14.

* **Cincinnati**. Lloyd Library. Bibliographical Contribution, vol. II, 10-11.

Columbus. Ohio State University. Bulletin, vol. XXI, 11, 28.

* — Ohio Academy of Science and of the Ohio State University Scientific Society The Ohio Journal of Science, vol. XVII, N. 1-8.

* **Edinburgh**. Royal Society. Proceedings, vol. XXXVI, P. 3 and 4: XXXVII, P. 1-8. — Transactions, vol. LI, P. 1-4.

* **Firenze**. R. Accademia Economico-Agraria dei Georgofili. Atti, 5ª Ser., vol. XIV, disp. 1-4.

— Società " Leonardo da Vinci ". La tutela dei monumenti durante la guerra.

Formosa Government. Icones Plantarum ad Floram Formosanam by Bunzo Hayata, vol. VI.

* **Gap**. Société d'Études des Hautes-Alpes. Bulletin, 4e Série, 1915-1916, N. 14-16.

* **Genève**. Société de Physique et d'Histoire naturelle. Compte rendu des Séances, XXXIII, 1916.

* — Observatoire. Résumé météorologique de l'année 1915 pour Genève et le Grand Saint-Bernard; par R. Gautier. — Observations météorologiques faites aux fortifications de Saint-Maurice pendant l'année 1915; par Gautier et Rod. — Rapport sur le Concours de réglage de chronomètres de l'année 1916; par Gautier.

* **Genova**. Società Ligure di Storia patria. Atti, vol. XLVIII.

* — Società di letture e conversazioni scientifiche. Rivista ligure di scienze, lettere ed arti. Annali, XLIV, 1-3.

* — Regia Scuola Navale superiore. Relazione del Consiglio Direttivo sull'andamento della Scuola nell'anno accademico 1915-16.

* **Haarlem**. Société hollandaise des sciences. Archives Néerlandaises des sciences exactes et naturelles; Sér. III, A (Sciences exactes), t. IV, livr. 1re; Sér. III, B. (sciences exactes), t. III, livr. 1re.

* **Hobart**. Royal Society of Tasmania. Papers and Proceedings, 1916.

Jowa City. University of Jowa Monographs: First ser. N. 3. Catalogue and price list 1888-1916.

* University of Jowa. Bulletins from the Laboratories of Natural History, vol. III, 3. — Bibliography of the publications of the University and its Members 1913-1914.

* **Kasan**. Société Physico-Mathématique. Bulletin, 2e sér., t. XX, XXI.

Kiōto. Scholae Medicinalis Universitatis Imperialis Acta, vol. I, fasc. 3-4; II, 1.

Kodaikánal. Kodaikánal Observatory. Bulletin, LIII-LIV.

Kyoto. Imperial University. College of Sciénce. Memoirs, vol. I, N. 8-10; II, 1-2.

* **La Plata**. Universidad Nacional. Facultad de Ciencias físicas, matemáticas y astronómicas. — Contribución al Estudio de las ciencias físicas y matemáticas, N. 24-26.

Lima. Ministerio de Fomento. Cuerpo de Ingenieros de Minas del Perú. Boletín, N. 82, 83.

* **Lisboa**. Sociedades Portuguesa des Sciencias naturals. Memorias, I, II. — Bulletin, t. VII, 2.

Livorno. R. Accademia Navale. Pubblicazioni dell'Istituto elettrotecnico e radiotelegrafico della R. Marina. N. 1-3.

* **London**. Royal Society. Year Book, 1917. Proceedings, Ser. A, vol. *93*, N. 647-655; *94*, 656; Ser. B, vol. *89*, N. 618-622; *90*, 623. — Transactions, Ser. A, vol. *217*, N. 551-557; Ser. B, vol. *208*, N. 352-354.

** — Royal Society. Catalogue of Scientific Papers. 5a Ser., 1884-1900.

* — Royal Astronomical Society. Monthly Notices, vol. LXXVII, n. 1-9. — Memoirs, vol. LXI, LXII, P. 1a-2a.

* — Geological Society. List, September 1916. Quarterly Journal, vol. LXXI, P. 4; LXXII, P. 1-3.

* **London.** Linnean Society. List, 1917-1918; Proceedings, 129th Session. November 1916-June 1917: Journal: Botany, vol. XLIII, No. 292-294. — Zoology, vol. XXXIII, No. 223.
* — London Mathematical Society. Proceedings, vol. XV, P. 6; XVI, P. 1-4.
* — Royal Microscopical Society. Journal 1916, P. 6; 1917, P. 1-5.
* — Royal Society of Literature. Transaction, 2nd Ser., vol. XXXIV, XXXV.
* — British Association. Report for the Advancement of Science, Newcastle-on-Tyne Meeting, 1916.
* **Lyon.** Société d'Agriculture, Sciences et Industrie. Annales, 1914-1915.
* — Société Linnéenne. Annales 1916, N. Sér., t. LXI, LXII, LXIII.
* **Madison.** Wisconsin Academy of Sciences, Arts and Letters. Transactions, vol. VIII, P. 1.

Madras. Kodaikánal and Madras Observatories. Annual Report 1916.

* **Madrid.** Real Academia de la Historia. Boletín, t. LXIX, 6, 1916; LXX, 1-6, 1917; LXXI, 1-5.
* — Real Academia de Ciencias exactas, físicas y naturales. Anuario 1917, Revista, t. XIV, 12; XV, 1-5.
* — Sociedad Matemática Española. Revista, an. 5°, n. 50; 6°, 51-52. — Suplemento, cuaderno 1-3.
* — Laboratorio y Seminario Matemático. Publicationes: Tomo I-II. — Memoria 1-3.

Melbourne. Department of Agriculture. Bitter Pit investigation. The cause and control of Bitter Pit, with the results of experimental investigation. By D. Mc Alpine, ecc. Fifth report. 1915-16. 1 vol. 4°.

* **Messina.** R. Accademia Peloritana. Atti, vol. XXVII.

México. Observatorio Meteorológico Magnético Central. Boletín mensual 1914 Abril-Diciembre; An. 1915; 1916, n. 1-10.

* **Milano.** R. Istituto Lombardo di scienze e lettere. Rendiconti, Ser. II, vol. XLIX, fasc. 15-20; L, 1-13. — Memorie: Classe di scienze matematiche e naturali, vol. XXI, 11; XXII, 1, 2; Classe di scienze morali e storiche, vol. XXII, 9-11; XXIV, 1. — Fondazione scientifica Cagnola: Atti, vol. XXV, anni 1915-1916.
* — Società Italiana di Scienze naturali e Museo Civico di Storia naturale. Atti, vol. LV, fasc. 2-4; LVI, 1. — Memorie, vol. VIII, fasc. 2.

— R. Osservatorio Astronomico di Brera. Anno 1918. Articoli del Calendario ed effemeridi del sole e della luna per l'orizzonte di Milano. Con Appendice. — Pubblicazioni, n. LIII, LIV.

— R. Commissione Geodetica italiana. Sulla riduzione al vuoto delle durate di oscillazione di pendoli gravimetrici. Memoria. Bologna, 1916; 4°. — Calcolo della differenza di longitudine tra Catania e Palermo, determinata telegraficamente nel 1894. Roma, 1916; 4°. — Determinazione della latitudine dell'Osservatorio di Catania; eseguita nel luglio-agosto 1913. Roma, 1917; 4°. — Determinazione della latitudine dell'Osservatorio Etneo, eseguita nel 1913 con il metodo di Horrebow-Talcott. Roma, 1917; 4°. — Differenza di longitudine fra Roma (M. Mario) e Napoli (Osserv. di Capodimonte), determinata nei mesi di giugno e luglio 1909. Roma, 1917; 4°.

* **Milano** (città). Bollettino municipale mensile di cronaca amministrativa e di statistica, an. XXXII, 11-12; XXXIII, 1-11.
* **Minneapolis**. University of Minnesota. Agricultural Experiment station.
* — Contributions from the Department of Anatomy, vol. III, 1914-1915. Bulletin, 153-159.
* **Monaco**. Institut Océanographique. Bulletin, nos 323-328. — Résultats des Campagnes scientifiques, fasc. 50, 51. — Table des matières, vol. 1 à 13; nos 1 à 323 (1904-1916). — Les Grottes de Grimaldi (Baoussé-Roussé), 5 fasc. in due tomi, 1906-1912; 4° (*Dono di S. A. SS. il Principe Alberto di Monaco*).
* **Moncalieri**. Osservatorio del Real Collegio Carlo Alberto. Bollettino Meteorologico e Geodinamico. Osservazioni meteorologiche, 1915 maggio-dicembre; 1916 gennaio-dicembre; 1917 gennaio-agosto. — Osservazioni sismiche, 1915, 8-11; 1916, 1-8; 1917, 1-5.
* **Montpellier**. Académie des Sciences et Lettres. Bulletin mensuel, 1916, nn. 6-12; 1917, 1-7.
* **Moscou** Université. Société Mathématique. Recueil, vol. XXIX, 4.
* **Nancy**. Académie de Stanislas. Mémoires, 6e Série, t. XII, XIII.
* **Napoli**. Società Reale. Annuario 1917. — Accademia delle scienze fisiche e matematiche: Rendiconto, Ser. 3a, vol. XXII, fasc. 11-12; XXIII, 1-9. — Accademia di scienze morali e politiche: Rendiconto, an. LV, gennaio a dicembre 1916. — Accademia di Archeologia, Lettere e Belle Arti: Rendiconto, Nuova Serie, an. XXX, 1916; Atti, N. Ser., vol. V.
* — R. Istituto d'Incoraggiamento. Atti, Ser. 6a, vol. LXVIII, 1916.
* — Accademia Pontaniana. Atti, vol. XLVI.
* — Società dei Naturalisti. Bollettino, vol. XXIX, XXX, 1916.
* — R. Università. Commemorazione di Francesco De Sanctis nel primo centenario della nascita.
* **New-York**. New York Public Library. Bulletin, 1916, n. 11-12; 1917, 1-9.
* — New York Academy of Sciences. Annals, vol. XXVII, pp. 31-191.
* — American Mathematical Society. — List of Officers and Members, January 1917. — Bulletin, vol. XXIII, n. 3-10; XXIV, 1-2. — Transactions, vol. XVIII, n. 1-3.
Oberlin (Ohio). Wilson Ornithological Club. Wilson Bulletin, vol. XXVIII, 3, 4; XXIX, 1-4.
— Oberlin College. Laboratory Bulletin, no. 16, 18.
* **Ottawa**. Royal Society of Canada. Section I. Mémoires: Littérature française, Histoire, Archéologie, etc. Ser. III, vol. X, January-March 1917. — Section II. Transactions: English Literature, History, Archeology, etc. Ser. III, vol. X, January-March 1917. — Section III. Transactions: Mathematical, Physical and Chemical Sciences. Ser. III, vol. X, January-March 1917. — Section IV. Geological and Biological Sciences. Ser. III, vol. X, January-March 1917.
— Ministère des Mines, Division des Mines. Bulletin, 9, 11, 14, 15, 17. — Catalogue des publications en français. — Rapport sommaire pour l'année civile terminée le 31 décembre 1915. — La région cuprifère de White-horse, territoire du Yukon. — Rapport annuel de la production miné-

raire au Canada durant l'année civile 1914. — Produits et sous-produits de la Houille. — Rapport sur les Dépôts salifères du Canada et l'industrie du sel. — Ressource du Canada en pétrole et en gaz naturel, I. — Réduction électrothermique des minéraux de Suède. — Galvanoplastic au Cobalt, 3me Part. — Recherches sur un gisement de phosphate signalé dans l'Alberta. — Le district ferrifère de Moose-Mountin, Ontario. — Les gisements de Magnétite près de Calabogie, comté de Renfrew, Ontario. — Les propriétés magnétiques du Cobalt et du Fe, Co. — Rapport sur les minéraux non-métalliques employés dans les industries manufacturières du Canada.

Ottawa. Ministère des Mines, Division des Mines. Tourbe, Lignite et Houille.

— Department of Mines. Mines Branch: Report on the Building and Ornamental Stone of Canada, vol. IV. — Annual Report on the Mineral production of Canada during the Calendar Year 1915. — Preliminary Report of the Mineral production of Canada, 1916.

— Ministère des Mines. Commission Géologique. Memoirs: 32, 34, 40, 41 51, 54–57, 67-69, 72, 73, 77, 79, 81, 82, 87. — Rapport sommaire pour l'année civile 1915.

— Ministère des Mines. Commission Géologique. Musée de la Commission Géologique, Canada. — Archéologie: La collection archéologique du Sud de l'Intérieur de la Colombie britannique, N. 1291.

* — Department of Mines. Geological Survey. Museum Bulletin, 3-7, No. 26 (Biological Ser.). — Summary Report of the Department of Mines for the Calendar year 1916.

* **Padova**. R. Accademia di scienze, lettere ed arti. Atti e Memorie, N. S., vol. XXXII.

* — Accademia scientifica veneto-trentina-istriana. Ser. 3a, vol. IX (1916).

* **Palermo**. Reale Accademia di Scienze, lettere e belle arti. Bollettino, anni 1911-1914; 1917, fasc. 1.

* — Circolo Matematico. Rendiconti, t. XLI, fasc. 2-3; XLII, 1.

* **Paris**. Ministère des Travaux publics. Annales des Mines. Recueil de lois, décrets, etc. Documents du 3e–4e trimestre 1916, 11me Sér., t. V; t. VI, 1er, 2e trimestre 1917.

* — Institut de France. Académie des Sciences. Œuvres complètes d'Augustin Cauchy. IIe Sér., t. XII.

* — Muséum National d'Histoire naturelle. Bulletin, an 1915, N. 7; 1916, 1-6.

— Bureau des Longitudes. Annuaire pour l'an 1917.

* — Société Nationale des Antiquaires de France. Bulletin, 2e et 3me trimestre 1915: 1er–3me trimestre 1916.

* — Société de Géographie. Bullet., La Géographie. An. XXXI (1916–1917), N. 1-3.

* — Société Mathématique de France. Bulletin, t. XLIV, fasc. 2-4; XLV, 1.

— Société Philomathique. Bulletin, sér. 10e, t. VIII, 1916; IX, 3; X, 1–2.

* **Pavia**. Società Pavese di Storia patria. Bollettino, an. XVI, 1916, fasc. 1-4; XVII, 1-4.

* — Società italiana di matematica "Mathesis". Bollettino, anno III, 1-8; VII, 1-3; VIII, 1-3.

'**Philadelphia**. Academy of Natural Sciences. Journal, 2d Ser., vol. XVI, Part 3.
' – American Philosophical Society. Proceedings, vol. LV, 4-7.
' – Wagner Free Institute of Science. Annual Announcement, 1916-1917.
'**Pino Torinese**. R. Osservatorio. Annuario astronomico pel 1918.
'**Pisa**. R. Università. Annali delle Università Toscane. N. S., vol. I, 1916; II, n. 1-6; III, 1, 2.
' – Società Toscana di scienze naturali. Memorie, vol. XXXI. — Processi verbali, vol. XXV, 5; XXVI, 1-3.
'**Portici**. R. Scuola Superiore di Agricoltura. Annali, Ser. 2a, vol. XIII.
Potsdam. Bureau Central de l'Association Géodésique Internationale. Rapport sur les travaux en 1916 et programme des travaux pour l'exercice de 1917.
Princeton. Princeton University Observatory. Contribution N. 4.
'**Pusa**. Agricultural Research Institute. Botanical Ser., vol. VIII, 3. 4–6; IX, 1-3. — Chemical Ser., vol. V, 1; VI, 6. — Entomological Ser., vol. V, 2-4. — Report (including the Report of the Imperial Cotton specialist) 1915-1916.
'**Reims**. Académie de Reims. Travaux annexe, année 1915-16. Séance tenue à Paris le 8 décembre 1916; id. id. le 15 juin 1917.
Rio de Janeiro. Ministerio da Justiça e Negocios interiores. Relatorio apresentado ao Presidente da Republica dos Estados Unidos do Brazil pelo Ministro Dr. C. M. Pereira do Santos, april de 1915.
' – Bibliotheca Nacional. Annaes, vol. XXXIII, XXXIV (1911, 1912). — Rodolpho R. Schuller: A Nova Gazeta da Terra do Brasil (Newen Zeytung auss Presillg Landt). — Poesias de Evaristo Ferreira da Veiga.
' – Museu Nacional. Archivos, vol. XVII.
– Observatorio Nacional. Anuario para o año 1917, XXXIII.
– Commissão de Linhas Telegraphicas Estrategicas de Matto-Grosso ao Amazonas; Publicação n. 27, 34, 36.
Roma. Ministero della Pubblica Istruzione. Indici e Cataloghi. IV, vol. 2°, fasc. 1-6; VII, vol. 1°, fasc. 3°: VII, vol. 1°, fasc. 3-4; XI, vol. 1°, fasc. 2-4, vol. 2°, fasc. 1-3; XII, vol. 1°, fasc. 2-6; XIII, 1 vol. ed 1 atl.; XIV, fasc. 1-2; XV, vol. 1°, fasc. 3-9; XVI. Roma, 1890-1900, 8°.
– Ministero per l'Industria, il Commercio e il Lavoro. Direzione generale della Statistica e del Lavoro: Annuario statistico italiano, 2a Ser., vol. V, 1915. — Statistica delle cause di morte dell'anno 1914.
– Ministero per l'Industria, il Commercio e il Lavoro. Ufficio centrale di Statistica. Movimento della popolazione secondo gli Atti dello stato civile nell'anno 1914.
– Ministero delle Finanze. Direzione Generale delle Gabelle. Statistica del commercio speciale di importazione e di esportazione: 1915, ottobre; 1916, ottobre-dicembre; 1917, gennaio-ottobre. — Bollettino di legislazione e statistica doganale e commerciale, anno XXXIII (1916), settembre-dicembre; XXXIV (1916), gennaio-giugno. — Movimento della navigazione del Regno d'Italia nell'anno 1915, vol. I, II. — Movimento commerciale del Regno d'Italia nell'anno 1915, vol. I, Parte 1a e 2a, II.

** **Roma**. Ministero dell'Interno. Calendario generale del Regno d'Italia per l'anno 1916, 1917.

— Ministero dell'Interno. Statistica delle Carceri, anno 1915. — Statistica dei Riformatori, anno 1915.

* — R. Accademia dei Lincei. Annuario 1917. — Rendiconto dell'adunanza solenne del 12 novembre 1916, vol. III. — Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali: Rendiconti, 1° semestre 1917, vol. ; Memorie, ser. 5ª, vol. XI, 12-13; vol. XII, 1-4. — Classe di scienze morali, storiche e filologiche: Rendiconti, Ser. 5ª, vol. XV, 5-6; Memorie, Notizie degli scavi, vol. XIII, 7-12; XIV, 1-5. — Assemblee della Repubblica Cisalpina, vol. I-II, P. 1ª e 2ª, per cura di C. Montalcini ed A. Alberti.

* — Biblioteca Nazionale Centrale "Vittorio Emanuele". Bollettino delle opere moderne e straniere acquistate dalle Biblioteche pubbliche governative del Regno d'Italia, an. 1916, Ser. IV, nn. 13595-15226. Roma, 1916; 8°.

* — R. Comitato Geologico italiano. Bollettino, vol. XLVI, 1-3.

* — Istituto di Diritto Romano. Bollettino, an. XXVIII, fasc. 1-6.

* — Pontificia Accademia Romana dei Nuovi Lincei. Atti, an. LXX, Sess. I, 17 dicembre 1916; II-VII, dal 21 gennaio al 17 giugno 1917. — Memorie, Ser. 2ª, vol. II. — ** Indice generale alfabetico ed analitico dei lavori scientifici, 1847-1912.

* - Biblioteca Apostolica. Studi e testi, nn. 29, 30.

— Società degli Agricoltori italiani. Bollettino quindicinale, 1916, an. XXI, 23-24; 1917, XXII, 1-17.

* **Saint-Louis, Mo**. Missouri Botanical Garden. Annals, vol. III, 1-2.

* **San Francisco**. California Academy of Sciences. Proceedings, Ser. 4ª, vol. V, 7-8; VI, 1-7.

* **Sendai**. Tōhoku Imperial University. Science Reports (Mathematics, Physics, Chemistry), vol. V, n. 5; VI, 2, 3, 6. — Second Ser. (Geology), vol. IV, n. 2.

* **Siena**. Circolo Giuridico della R. Università. Studi Senesi, vol. XXXII, fasc. 4-5.

* — R. Accademia dei Fisiocritici. Atti, ser. 6ª, vol. VI, 1-10; VII, 1-10; VIII, 1-10.

* **Stockholm**. Kungl. Svenska Vetenskaps Academien: Årsbok for är 1916. — Handlingar, Bd. LV, 1-6 — Archiv för matematik, astronomi och fysik, Bd. XI, 1-3. — Archiv för kemi, mineralogi och geologi, Bd. VI, 2-3. — Archiv för botanik, Bd. XIV, 3. — Archiv för zoologi, Bd. X, 1-3. — Meddelend frän K. Vetenskapsakad. Nobellinstitut, III, 3. — Berzelius, Bref II, 2.

* — Institut Central de Météorologie. Appendice aux Observations météorologiques suédoises, vol. 56, 1914.

Stonyhurst. Stonyhurst College Observatory. Results of Meteorological, Magnetical and Seismological Observations, 1916.

* **Suisse**. Société Helvétique des sciences naturelles. Nouveaux Mémoires, vol. LII.

Suisse. Catalogue des écrits académiques suisses, 1915-1916.

* **Tacubaya.** Observatorio Astronómico Nacional. Anuario para el año 1917; 1918.

* — Estudios Geográficos y Climatológicos. Catálogo Astrofotográfico 1900. tome I.

* **Tananarive.** Académie Malgache. Bulletin, vol. XII (Deuxième Partie).

* **Thonon.** Académie Chablaisienne. Mémoires et Documents, t. XXV, XXIX.

* **Tōkyō.** Tokyō Imperial Earthquake Investigation Committee. Bulletin, vol. VII, 2; VIII, 3.

* — College of Science Imperial University. Journal, vol. XXXVII, 6-8; XXXVIII, 2-5; XXXIX, 1-5.

— Medizinische Fakultät der Kaiserl. Universität. Mitteilungen, Bd. XVI, Heft 1; XVII, 1, 2.

Torino. R. Università, 1916-1917. Discorsi, necrologie e dati statistici. Torino, 1917 (an. XLI).

— Istituto Giuridico della R. Università. G. P. Chironi, Del " Contrattare con se medesimo ". — Idem, Responsabilità per danni da edifici. — M. Falco, La comunità ecclesiastica bavarese. — L. Mossa, L'ammortamento dello *Chek*. — M. Ricca-Barberis, L'obbligo della consegna della cosa e la garanzia per evizione nella compra-vendita. — Idem, L'àmbito dell'obbligo della garanzia per evizione — C. Toesca di Castellazzo, Se le imprese che compiono lavori per conto dello Stato, a meno che non ricorra l'applicazione dell'art. 19 nn. 2 e 3 della legge infortuni, siano sempre tenute ad assicurare *tutti* gli operai alla Cassa Nazionale.

* — R. Accademia di Agricoltura, Annali, vol. LIX. — Come sia possibile produrre in Italia il frumento necessario al consumo. Relazione e proposte. Torino, 1917; 8°.

* — R. Accademia di Medicina. Giornale, anno LXXIX, 10-12; LXXX, 1-5. — Per la scelta dei preparati sintetici usati come rimedio in relazione alle circostanze attuali. Relazione.

* — R. Deputazione sovra gli Studi di Storia patria. Biblioteca di Storia italiana recente (1800-1870), vol. VIII.

* — Società piemontese di Archeologia e Belle arti. Atti. vol. VIII, fasc. 5. — Bollettino, an. I, nn. 1-3.

* — Società degli Ingegneri e degli Architetti. Atti, an. L, 3-4. — Cinquantenario della Società, 1866-1916. — La Società durante i primi X lustri dalla sua fondazione, 1866-1916.

* — Musei di Zoologia ed Anatomia comparata della R. Università. Bollettino, vol. XXXI, 1916, nn. 708-717.

— Laboratorio di Fisiologia della R. Università. Ricerche sperimentali, vol. I, Ser. 2ª.

— R. Stazione chimico-agraria. Annuario, vol. VI, 1914-1916.

* — Società Meteorologica italiana. Bollettino bimensuale, Ser. 3ª, 1916, vol. XXXV, 3-12.

* — Club Alpino italiano. Rivista mensile, vol. XXXV, 11-12 (1916); XXXVI, 1-10 (1917).

Torino. Gran Magistero dell'Ordine Mauriziano. L'Ordine Mauriziano dalle origini ai tempi presenti. 1 vol. 8°.

— Consiglio Provinciale. Atti, a.a. 1916.

* — Municipio. Annuario, 1909-1910; 1913-1914; 1915-1916. Atti, 1916.

* — Città. Ufficio d'igiene e sanità. Bollettino statistico, anno 1915, n. 13.

— Cassa di Risparmio. Resoconto dell'anno 1916.

* **Toronto**. University of Toronto Studies. Review of historical publications relating to Canada, vol. XXI. — Philological Series, No. 4.

* **Tortosa**. Observatorio del Ebro. Boletín mensual. vol. VI, nn. 11-12. — Resumen del año 1915; vol. VII, 1916, nn. 1-12. — Resumen del año 1916; vol. VIII, nn. 1, 2.

* **Toulouse**. Bibliothèque de l'Université. Annales du Midi. Revue de la France méridionale, an. XXVIIme, nn. 105-108; XXVIIIme, 109-110. — Bibliothèque méridionale, 2me Sér., t. XVIII.

* **Udine**. Società storica Friulana. Memorie storiche Forogiuliesi, an. XI, fasc. 1-3. — P. S. Leicht, Le terre irredente nella storia d'Italia.

* **Upsala**. Universitet. Arbeten utgifna med understöd a Wilhem Ekmans Universitetsfond. 17.

* — Observatoire météorologique de l'Université. Bull. mensuel, vol. XLVIII, an. 1916, 4°.

— Observatoire météorologique. Observations sismographiques, septembre 1912 à avril 1917.

Valle di Pompei. Calendario del Santuario di Pompei, 1917; 32°.

* **Venezia**. R. Istituto Veneto di Scienze, Lettere ed Arti. Atti, vol. LXXV, disp. 8-10; LXXVI, 1-9. — Memorie, vol. XXIX, 1.

* — R. Magistrato delle Acque. Ufficio idrografico. Bollettino bibliografico, 1916, 3°, 4° trim.; 1917, 1°. — Bollettino mensile, 1916. Parte I (tipografica), 8-12; 1917, 1-6. — Bollettino, 1916, Parte II (litografica), 2, 4; 1917, 1°, 2° trimestre. — Indice generale del Bollettino mensile e trimestrale, 1915, 1916. — Pubblicazioni, n. 53, Parte II (Tabelle). — Catalogo alfabetico della Biblioteca dalla lettera *D* alla lettera *G* compresa.

— R. Comitato Talassografico Italiano. Bollettino bimestrale, 1916, vol. VI, nn. 39-44. — Memorie, XXI, LIII-LV, LVIII.

* **Vercelli**. Società Vercellese di storia e d'arte. Archivio. an. VIII, 1916, 4; IX, 1, 2.

* **Verona**. Museo Civico. Madonna Verona. Bollettino, an. X, 1916, fasc. 38-39.

* **Vicenza**. Accademia Olimpica. Atti, N. Ser., vol. V.

Washington. Department of the Interior. U. S. Geological Survey. Mineral resources of the United States. Calendar 1915: P. I, nn. 1-5, 7, 16, 17, 19, 20; P. II, nn. 1-14, 16, 17, 19, 20. — Bulletin, nn. 610, 618, 619, 620 E, M, O, P, 623, 626-630, 632-636, 638, 640 A a E, 641 A a E, 645, 649. — Water-Supply Papers, nn. 332, 360, 369, 374, 375 G, 383, 384, 387, 395, 398, 399. — Professional Papers, nn. 89, 91, 98 A a N. — Geologic Atlas, nn. 199-201.

* — Department of Commerce. Bureau of Standards. Bulletin, vol. XII, 4; XIII, 1-3. — Circular, nn. 6, 61, 62.

* **Washington**. Smithsonian Institution. Annual Report of the Board of Regents of..... Showing the operations, expanditures, and condition of the Institution for the Year ending June 30, 1915.
* — Smithsonian Institution. Smithsonian Miscellaneous Collections. vol. *62*, 5; *64*, 4, 5; *66*, 6, 9-13, 15.
* — Smithsonian Institution. Bureau of American Ethnology: 29 and 30 Annual Report 1907-1908; 1908-1909. — Bulletin, n. 55.
* — Smithsonian Institution. U. S. National Museum. Bulletin, 93, 95, 96, 100, 101, 102, P. 2ª.
* — Smithsonian Institution. U. S. National Museum. Contributions from the U. S. National Herbarium, vol. XVIII, P. 6-7; XX, P. 1-2. — Proceedings, vol. 50.

— Smithsonian Institution. Sources of nitrogen compounds in the United States.

* — Naval Observatory. Annual Report for the Fiscal Year 1916.
* — National Academy of Sciences. Memoirs, vol. XIV, 1. — Proceedings, vol. II, n. 12; III, 1-10.
* — Carnegie Institution. Publications: vol. II, nn. 34, 74, 151, 202, 215 B, 238, 240-244, 249. — The Classic of international Law: Vattel, vol. 1-3; Rachel, vol. 1-2.

Wellington. Wellington Philosophical Society. New Zealand Standard Time Report of a Committee of the Council of the Wellington Philosophical Society.

— Hector Observatory. Report of Government Astronomer C. E. Adams. — Element and Ephemeris of Eros C. E. Adams and L. J. Comrie. — Bulletin 8. Astronomical Tables for the Year 1918.

* **Zürich**. Naturforschende Gesellschaft. Vierteljahrschrift; 61 Jahrg. 1916. 1-4 Heft.

PERIODICI 1917.

** **Almanacco** italiano. Piccola enciclopedia popolare della vita pratica. Firenze; 16°.

** **Annales** de Chimie et de Physique. Paris; 8°.

** **Annales** scientifiques de l'École Normale supérieure. Paris; 4°.

Annali di matematica pura ed applicata. Milano; 4° (dono del Socio Prof. D'Ovidio).

Annals and Magazine of Natural History. London; 8°.

* **Annals** of Mathematics. Charlottesville; 4°.

** **Antologia** (Nuova). Rivista di scienze, lettere ed arti. Roma; 8°.

** **Archives** des Sciences physiques et naturelles, etc. Genève; 8°.

** **Archivio** storico italiano. Firenze; 8°.

Archivio storico lombardo. Milano; 8°.

* **Ateneo** veneto. — Rivista mensile di scienze, lettere ed arti. Venezia; 8°.
** **Athenaeum** (The). Journal of English and Foreign Literature, Science, the Fine Arts, Music and the Drama. London; 4°.
* **Athenaeum**: Studi periodici di letteratura e storia. Direttore Carlo Pascal. Pavia; 8°.
* **Biblioteca** nazionale centrale di Firenze. Bollettino delle pubblicazioni italiane ricevute per diritto di stampa. Firenze; 8°.
** **Bibliothèque** universelle et Revue suisse. Lausanne; 8°.
** **Bollettino** Ufficiale del Ministero dell'Istruzione Pubblica. Roma; 8°.
* **Brixia Sacra**. Bollettino bimestrale di Studi e documenti per la Storia Ecclesiastica bresciana. Brescia; 8°.
* **Cimento** (Il nuovo). Pisa; 8°.
Comptes rendus hebdomadaires des Séances de l'Académie des sciences. Paris; 4°.
* **Conferenze** e Prolusioni. Periodico quindicinale. Roma; 4°.
* **Elettricista** (L'). Rivista mensile di elettrotecnica. Roma; 4°.
Felix Ravenna. Bollettino Storico Romagnolo edito da un gruppo di studiosi. Ravenna; 8°.
* **Gazzetta** chimica italiana. Roma; 8°.
* **Gazzetta** Ufficiale del Regno. Roma; 4°.
Geografia (La), Comunicazioni dell'Istituto geografico De Agostini. Novara; 8°.
* **Giornale** del Genio civile. Roma; 8°.
** **Giornale** della libreria, della tipografia e delle arti e industrie affini. Milano; 8°.
Giornale di matematiche. Napoli; 4° (dono del Socio Prof. D'Ovidio).
** **Giornale** storico della Letteratura italiana. Torino; 8°.
Giornale storico della Lunigiana. Spezia; 8°.
** **Guida** commerciale ed amministrativa di Torino. 8°.
* **Journal** (The American) of Science. Edit. Edward S. Dana. New-Haven; 8°.
** **Journal** asiatique. Paris; 8°.
** **Journal** des Savants. Paris; 8°.
* **Journal** of Physical Chemistry. Ithaca; 8°.
Malpighia. Rassegna mensile di botanica. Catania, 8°.
** **Nature**, a weekly illustrated Journal of Science. London; 8°.
* **Nieuw Archieff** voor Wirskunde. Uitgegeven door hel Wiskundig Genootschap te Amsterdam; 8°.
* **Physical Review** (The); a journal of experimental and theoretical physic. Published for Cornell University Ithaca. New-York; 8°.
** **Raccolta** Ufficiale delle leggi e dei decreti del Regno d'Italia. Roma; 8°.
** **Revue** des Deux Mondes. Paris; 8°.
** **Revue** générale des sciences pures et appliquées. Paris; 8°.
** **Revue** politique et littéraire, revue bleue. Paris; 4°.
** **Revue** scientifique. Paris; 4°.
* **Revue** semestrielle des publications mathématiques. Amsterdam; 8°.
Riforma (La) Sociale. Rassegna di questioni economiche, finanziarie e sociali (Dono del Socio Prof. Einaudi).

** **Risorgimento** italiano. Rivista storica. Torino; 8°.
* **Rivista** di Artiglieria e Genio. Roma; 8°.
** **Rivista** di Filologia e d'Istruzione classica. Torino; 8°.
** **Rivista** d'Italia. Roma; 8°.
** **Rivista** di filosofia. Continuazione della *Rivista Filosofica*, Pavia; 8°.
* **Rivista** internaz. di scienze sociali e discipline ausiliarie. Roma; 8°.
* **Rivista** italiana di Aeronautica. Roma; 8°.
* **Rivista** italiana di Sociologia. Roma; 8°.
* **Rivista** storica italiana. Torino; 8°.
Rosario (Il) e la Nuova Pompei. Valle di Pompei; 8°.
** **Science**. New-York; 8°.
* **Science Abstracts**. Physics and Electrical Engineering. London; 8°.
** **Scientia**. Rivista di scienza. Organo internazionale di sintesi scientifica. Bologna, 8°.
* **Sperimentale** (Lo). Archivio di Biologia. Firenze; 8°.
** **Stampa** (La). Gazzetta Piemontese. Torino; f°.
Tôhoku (The) Mathematical Journal. Edited by T. Hayashi. Sendai; 8°.
Yale Review. New Series. Edited by Wilbur L. Cross. New Haven; 8° (dono del Socio Prof. Einaudi).

PUBBLICAZIONI RICEVUTE DALL'ACCADEMIA

NB. Le pubblicazioni segnate con * si hanno in cambio:
quelle notate con ** si comprano: e le altre senza asterisco si ricevono in dono.

Dal 16 Giugno al 18 Novembre 1917.

Amoretti (P.). Sistema per utilizzazione del calore dei vulcani (Fumarole, solfatare, ecc.) per produzione di forza motrice. Palermo, 1917; 8° (*dall'A.*).

Boccardi (G.). Sur la Polhodie du sphéroïde terrestre. Torino, 1917; 8° (*dall'A.*).

— Perchè e come si arrotonda l'ultima cifra. 8° (*id.*).

— Ancora del problema dei tre scrigni proposto da Bertrand e Poincaré. 8° (*id.*).

Carbonelli (G.). Onoranze al prof. Cesare Serono. Roma, 1916; 8° (*dall'A.*).

— Sulla coltivazione del Zafferano *(Crocus sativus)* in Monferrato nel secolo XV. Roma, 1916; 8° (*id.*).

Chiaves (P. e C.). L'analisi chimica qualitativa inorganica. Metodo per il franco rinvenimento di 25 basi e 20 acidi. Torino, 1917; 8° (*dagli AA.*).

Malenotti (E.). I nemici naturali della " Bianca-Rossa " *(Chrysomphalus dictyospermi* Morg.). Firenze, 1917; 8° (*dall'A.*).

Musciacco (A.). Il Restometro. Lecce, 1917; 8° (*dall'A. per il premio Vallauri 1915-1918*).

— " Postilla ". Per un piccolo mistero nel vortice dei liquidi. Lecce, 1917; 8° (*id.*).

— Del " Restometro ". Riassunto. Lecce, 1917 (*id.*).

Richmond (Ch. W.). Generic name applied to Birds during the years 1906 to 1915, inclusive, with additions and corrections to Waterhouse's " Index generum Avium ". Washington, 1917; 8° (*dall'A.*).

Taramelli (T.). La tectonica e i suoi rapporti con l'orografia della provincia di Pavia. Novara, 1917; 8° (*dall'A. Socio nazionale dell'Accademia*).

— La formazione dell'Adriatico. Novara, 1917; 8° (*id.*).

— Del lago di Doberdò presso Montefalcone. Milano, 1917; 8° (*id.*).

— La frana di Gregassi, frazione di Montacuto. Pavia, 1917; 8° (*id.*).

— Il Carso. Pavia, 1917; 8° (*id.*).

— Della geologia del Trentino. Conferenza. Roma, 1917; 8° (*id.*).

Vecellio (A.). Equilibrio cosmico. Parte I. Feltre, 1916; 8° (*dall'A. per il premio Vallauri 1915-1918*).

Dal 23 Giugno al 25 Novembre 1917.

Biadego (G.). Gian-Luigi Panighetti. Verona, 1917; 8° (*dall'A. Socio corrispondente dell'Accademia*).

Boselli (P.). La Patria negli scritti e nei discorsi. Firenze, 1917. 1 vol. 8° (*Dono della Società nazionale " Dante Alighieri "*).

Blocco *(Il)* economico degli Alleati contro gli Imperi centrali. Giugno 1917 (*Dal Comando Supremo dell'Esercito. Servizio informazioni*).

Cesari (A.). Ragione del bello poetico, illustrata con esempi singolarmente di Dante. Dialogo. Reggio Emilia, 1917: 1 vol. 8° (*Dono della Tipografia Edit., Collezione Storico-Letteraria*).

Cian (V.). Bibliografia 1883-1913. Pavia; 8° (*dall'A. Socio nazionale residente dell'Accademia*).

Corpus Scriptorum Latinorum Paravianum:

Ciceronis (M. T.) Pro Milone — Pro Archia. Recensuit, praefatus est, appendice critica et indicibus instruxit Sixtus Colombo.

Taciti (Cornelii) Dialogus de oratoribus. Recensuit, praefatus est, appendice critica et indicibus instruxit Fridericus Carolus Wick. Vol. 10° (*Dono della Ditta G. B. Paravia e C.*).

Del Lungo (I.). Per la nuova autentica edizione della " Storia d'Italia " di Francesco Guicciardini. Roma, 1917; 8° (*dall'A. Socio corrispondente dell'Accademia*).

Donati (G.). La Psicologia scientifica. Saggio costruttivo. Forlì, 1917; 8° (*dall'A.*).

** **Muratori** (L. A.). Rerum italicarum scriptores. Fascicoli 151–154.

Nallino (C. A.). Appunti sulla natura del " Califfato " in genere e sul presunto " Califfato ottomano ". Roma, 1917 (*dall'A.*).

Pascal (C.). Per la risurrezione del Latino come lingua scientifica internazionale. Milano, 1917; 8° (*dall'A.*).

Rasi (P.). I carmi latini di Giovanni Pascoli. Padova, 1917; 8° (*dall'A.*).

Sforza (G.). Uno storico del Risorgimento italiano. Nicomede Bianchi. Roma, 1917; 8° (*dall'A. Socio nazionale residente dell'Accademia*).

— Le trame di Enrico Misley e di Francesco IV. Roma, 1917; 8° (*id.*).

** **Treitschke** (H. v.). History of Germany in the 19th Century. Vol. III. London, 1917; 8°.

Dal 18 Novembre 1917 al 24 Febbraio 1918.

Amar (J.). Organisation physiologique du travail. Préface de H. Le Chatelier. Paris, 1917; 8° (*dall'A.*).

Berlese (A.). Su una nuova specie di Trombidide. Firenze, 1918; 8° (*dall'A.*).

Biazzi (F.). Cenni sulla teoria del navigare presso gli antichi. Intra, 1913; 8° (*dall'A.*).

— Timoni plurimi sulle barche fluvio-lacuali del Lago Maggiore. Milano, 1914; 8° (*id.*).

Boccardi (G.). Previsioni astronomiche a lontana scadenza. Torino, 1917; 8° (*dall'A.*).

— A proposito di Tavole di logaritmi. S. l. a.; 8° (*id.*).

** **Brehm** (A. E.). La vita degli animali. Torino, 1893-1907; 10 vol. 4°.

Crivelli (E.). Sulla origine inorganica o sintetica del Litantraoe. Torino, 1917; 4° (*dall'A.*).

— Pietre preziose degli antichi. Torino, 1917; 1916 (*id.*).

Guareschi (I.). Frumento e pane. Notizie storiche e critiche di chimica alimentare o bromatologica. Torino. 1917; 4° (*dall'A. Socio nazionale residente dell'Accademia*).

— Sul riso nella chimica dell'alimentazione. Torino, 1917; 8° (*id.*).

— Osservazioni intorno ad alcuni problemi riguardanti i progressi della nostra agricoltura. Torino, 1918; 8° (*id.*).

Guidi (C.). Grandes Voûtes, par Paul Séjourné. Bibliografia. Torino, 1917; 8° (*dall'A. Socio nazionale residente dell'Accademia*).

Issel (A.). Le selci enigmatiche di Breonio. Genova, 1917; 8° (*dall'A. Socio corrispondente dell'Accademia*).

Mattirolo (O.). Come la Citta di Torino onora i botanici piemontesi. Firenze, 1917; 8° (*dall'A. Socio nazionale residente dell'Accademia*).

— Sulla natura della colorazione rosea della calce dei muri vetusti e sui vegetali inferiori che danneggiano i monumenti e le opere d'arte. Como, 1917; 8° (*id.*).

Musiacco (A.). L'ingrandimento degli astri verso l'orizzonte ed una insospettata funzione della retina oculare umana. Lecce, 1917; 8° (*dall'A. per il premio Vallauri per le scienze fisiche, quadriennio 1915-1918*).

— La materia raggiante nella formazione delle nebulose. Lecce, 8° (*id. id.*).

Oberholser (H. C.). A review of the subspecies of the Leach Petrel, Oceanodroma Leucorhoa (Vieillot). Washington, 1917; 8° (*dall'A.*).

Panetti (M.). Un apparecchio per la misura simultanea della spinta e della potenza dei gruppi moto-propulsori nel Laboratorio di aeronautica del R. Politecnico di Torino. Roma, 1917; 8° (*dall'A. Socio nazionale residente dell'Accademia*).

Pirotta (R.). Il Parco Nazionale dell'Abruzzo. Roma, 1917; 8° (*dall'A. Socio nazionale non residente dell'Accademia*).

Pottier (J.). Sur la dissymétrie de structure de la feuille du *Mnium spinosum* (Voit.) Schwagr. Berne, 1917; 8° (*dall'A.*).

Revelli (P.). Il viaggio in Oriente di Vitaliano Donati (1759-1762). Ricerche e studi. Roma, 1894-1896; 8° (*dall'A.*).

— Il lago di Co' di Lago (Dévero; Ossola). Firenze, 1908; 8° (*id.*).

— Saggio di bibliografia geografica siciliana. La contea di Mòdica. Torino, 1910; 8° (*id.*).

— Il Trattato della Marea di Jacopo Dondi. Firenze, 1911; 8° (*id.*).

— Le fronti di 7 ghiacciai del versante italiano del Monte Bianco nel 1910. Torino, 1911; 8° (*id.*).

— Id., id. Torino, 1912; 8° (*id.*).

— Fronti glaciali della Valpellina (Val d'Aosta) 1912-1916. Roma, 1917; 8° (*id.*).

Teixeira (F. G.). Duas allocuções lidas no Congresso de Sevilha. Coimbre, 1917; 8° (*dall'A.*).

— Obras sobre mathematica, vol. VI-VII. Coimbre, 1912-1915; 2 vol. 4° (*id.*).

Dal 25 Novembre 1917 al 3 Marzo 1918.

Annali bibliografici e catalogo ragionato delle edizioni di Barbèra, Bianchi e Comp. di G. Barbèra (1854-1880). Addenda e Corrigenda. Firenze, G. Barbèra editore, MCMXVIII; 4° (*dono della Ditta editrice*).

** **Bignone** (E.). I poeti filosofi della Grecia. Empedocle. Studio critico. Torino, Fratelli Bocca, 1916; 8° (*acquistato dalla Commissione per il premio Gautieri per la Letteratura 1915-1916*).

Billia (M.). Sulle più riposte armonie fra l'economia e la morale. Firenze, 1916 (*dall'A.*).

— L'uno e i molti, l'illimitato e il limitato. Genova, 1916; 8° (*id.*).

** **Cabrol** et **Leclercq**. Dictionnaire d'archéologie chrétienne et de liturgie. Fasc. 1-37. Paris, 1908-1916; 8°.

Callegari (E.). Il pensiero religioso nell'età dei Severi. Firenze, 1918; 8° (*dall'A.*).

Capis (G.). Memorie della Corte di Mattarella o sia del Borgo di Duomo D'Ossola, di G. C., ripubblicate a cura del Prof. Guido Bustico. Novara, 1918; 8° (*dal Prof. G. Bustico per il premio Pollini*).

Cessi (R.). Nota per la storia delle Società di commercio nel medio evo in Italia. Roma, 1917; 8° (*dall'A.*).

Cocito (F.). Commento alla legge degli infortuni sul lavoro. Testo unico 31 gennaio 1904, n. 51, e Regolamento 13 marzo 1904, n. 141. 3ª edizione riveduta e messa a giorno dall'Avv. Gino Olivetti. Torino, Unione Tip. Ed. Torinese, 1918; 1 vol. 8° (*dono del sig. Avv. G. Olivetti*).

Corpus scriptorum latinorum: [*P. Vergili Maronis*] Catalepton (Priapea et Epigrammata) Maecenas Priapeum "Quid hoc novi est ". Recensuit, praefatus est, appendicem criticam et indicem verborum addidit Rem Sabbadini. Augustae Taurinorum, 1917; 8° (*dono della Ditta G. B. Paravia e Comp.*).

— *P. Ovidii Nasonis* Tristia. Recensuit, praefatus est, brevi appendice critica instruxit Carolus Landi. Augustae Taurinorum, 1917; 8° (*id.*).

— L. Annaei Senecae Thyestes-Phaedra. Recensuit, praefatus est, appendicem criticam addidit Humbertus Moricca. Augustae Taurinorum, 1 vol. 8°.

Della Giacoma (F.). Precursori della Croce rossa. Torino, 1916; 8° (*dall'A.*).

** **De Sanctis** (G.). Storia dei Romani. Torino, 1907-1917; 4 vol. 8°.

Drei (G.). La politica di Pio IV e del cardinale Ercole Gonzaga (1559-1560). Roma, 1917; 8° (*dall'A.*).

Donati (G.). La morale. Forlì, 1918; 8° (*dall'A.*).

** **Farinelli** (A.). La vita è un sogno. Torino, 1916; 2 vol. 8° (*acquistato dalla Commissione per il premio Gautieri per la Letteratura 1914-1916*).

Lugaro (E.). La Psichiatria tedesca nella storia e nell'attualità. Firenze, 1917; 8°.

Memoria (In) dei fratelli Ferruccio e Enrico Salvioni nel primo anniversario della loro morte. Milano, 1917; 8° (*dal Socio corrispondente dell'Accademia Carlo Salvioni*).

Omaggio (L') della dottrina e della coltura italiana alla Memoria di Igino Petrone per l'inaugurazione del suo monumento in Limosano. Campobasso, 1917; 8° (*dono dell'arciprete Prof. Silvio Petrone col Comitato*).

** **Orsi** (P.). Gli ultimi cento anni di Storia Universale, vol. II. Torino, 1917; 16°.

Osier (J.). Pierre II de Savoie le Petit-Charlemagne (1203-1268) et le droit de succession à la couronne en Savoie du XII° au XIV° siècle. Paris, 1917; 8° (*dall'A.*).

Piccoli (V.). Estetica di Vincenzo Gioberti. Milano, 1917; 8° (*dall'A. per il premio Gautieri per la Filosofia*).

Sforza (G.). Muǵâhid (Il re Mugetto de' cronisti italiani) e la sua scorreria contro la città di Luni. Torino, 1917; 8° (*dall'A. Socio nazionale residente dell'Accademia*).

— Silvio Pellico a Venezia (1820-1822). Venezia, 1917; 8° (*id.*).

Stampini (E.). Per onorare Paolo Boselli. Bergamo, Officina arti grafiche, 1917; 4° (*dall'A. Socio nazionale residente dell'Accademia*).

— *Lucretiana*. V. Torino, 1917. Estratto dalla " Rivista di Filologia e di Istruzione classica „ (*id.*).

** **Treitschke's** History of Germany in the nineteenth Century, translated by Eden & Cedar Paul, with an Introduction by William Harbutt Dawson. Vol. Four. London, 1918; 8°.

Vidari (G.). Giuseppe Mazzini e l'ora presente. Torino, 1918; 8° (*dall'A. Socio nazionale residente dell'Accademia*).

Zanobini (G.). La pubblicazione delle leggi nel diritto italiano. Torino, 1917; 8° (*dall'A.*).

Zocco-Rosa (A.). Rassegna sintetica di studi monografici, III. Roma, 1917; 8° (*dall'A.*).

— Ai suoi gloriosi caduti per la patria. Discorso commemorativo. Catania, 1917; 8° (*id.*).

Dal 24 Febbraio al 16 Giugno 1918.

Berlese (A.). Centuria quarta di Acari nuovi. Firenze, 1918; 8° (*dall'A.*).

Bovero (A.). Per uno scomparso di ieri: Lorenzo Camerano. S. Paolo (Brasile), 1918; 16° (*dall'A. Socio corrispondente dell'Accademia*).

De Toni (G. B.). Contributo alla conoscenza delle relazioni del patrizio veneziano Pietro Antonio Michiel con Ulisse Aldrovandi. Modena, 1908; 8° (*dall'A. Socio corrispondente dell'Accademia*).

— Catalogo delle Alghe raccolte a Punta Licosa e in Sardegna. Pavia, 1915; 8° (*id.*).

De Toni (G. B.). Osservazioni sulla costituzione dei cistoliti del *Ficus elastica* Roxb. Venezia, 1915; 8° (*dall'A. Socio corrisp. dell'Accademia*).
— La flora marina dell'isola d'Elba e i contributi di Vittoria Altoviti-Avila Toscanelli. Padova, 1916; 8° (*id.*).
— Annotazioni di Floristica marina. Venezia, 1917; 8° (*id.*).
— *Schizostoma montellicum* Sacc. Venezia, 1915; 8° (*id.*).
— e **Forti** (Achille). Seconda contribuzione alla flora algologica della Libia italiana. Venezia, 1914 (*id.*).
— — Catalogo delle Alghe raccolte nella regione di Bengasi dal R. P. D. Vito Zanon. Venezia, 1916; 8° (*id.*).
Enriques e **Chisini**. Teoria geometrica delle equazioni. Vol. 2°. Bologna (*dagli AA.*).
Guareschi (I.). Sulla più razionale utilizzazione dei cereali, con esperienze ed osservazioni sulla alimentazione col riso sbramato o naturale e a diversi gradi di depauperamento o brillatura. Torino, 1918; 8° (*dall'A. Socio naz. residente dell'Accademia*).
— Di alcuni errori sulla localizzazione dei composti chimici nei semi di frumento e di riso e sul cosidetto aleurone. Torino, 1918; 8° (*id.*).
Guidi (C.). Sulla sicurezza delle dighe di sbarramento. Torino, 1918; 8° (*dall'A. Socio nazionale residente dell'Accademia*).
— Sulle dighe a volta. Nota II, III. Roma, 1918; 8° (*id.*).
Lacroix (A.). Les gisements de l'or dans les colonies françaises. Paris, 1918; 8° (*dall'A. Socio corrispondente dell'Accademia*).
Mascart (J.). Remarques sur l'hiver de 1917. Lyon, 1918; 8° (*dall'A.*).
Mattirolo (O.). I bulbi del *Muscari comosum* Mill. (Cipollaccio col fiocco) proposti come alimento anche alle popolazioni dell'Italia settentrionale. Torino, 1918; 8° (*dall'A. Socio nazionale residente dell'Accademia*).
— e **Issoglio** (G.). Ricerche analitiche sopra un pane preparato colla pasta di frumento. Torino, 1918; 8° (*dagli AA.*).
Morandi (L.). Frencuencia, cantidad y modalidades de la lluvia y del granizo en Villa Cólon (Montevideo) en el período 1884-1914. Washington, 1917; 8° (*dall'A.*).
Parona (C. F.). Il Prof. Senatore Lorenzo Camerano. Necrologia. Torino, 1918; 8° (*dall'A. Socio nazionale residente dell'Accademia*).
Sacco (F.). Prof. Carlo Bruno. Roma, 1916; 8° (*dall'A. Socio nazionale residente dell'Accademia*).
— La pianura di Alessandria. Torino, 1917; 8° (*id.*).
— L'evoluzione del fiume Tanaro durante l'êra quaternaria. Pavia, 1917; 8° (*id.*).
— Il Ghiacciaio ed i Laghi del Ruitor. Roma, 1917; 8° (*id.*).
— Conte Luigi di Rovasenda. Roma, 1918; 8° (*id.*).
Teodoro (G.). Il ciclo di sviluppo dell'*Akamushi*, secondo le ricerche dei giapponesi Miyajima e Okumura. Firenze, 1918; 8° (*dall'A.*).
Volta (A.) - (Le opere di). Edizione nazionale. Vol. I; 1918 (*Dono della Commissione*).

Dal 3 Marzo al 23 Giugno 1918.

Aliotta (A.). La guerra eterna e il dramma dell'esistenza. Napoli (senza data); 8° (*dall'A. per il premio Gautieri di Filosofia, triennio 1915-17*).
— Il nuovo realismo in Inghilterra e in America. Prato, 1915; 8° (*id.*).
— Il pluralismo contemporaneo. Prato, 1917; 8° (*id.*).
— Il principio d'identità nella filosofia del Corleo. Roma, 1917; 8° (*id.*).
— Verso il nuovo realismo. Roma, 1915; 8° (*id.*).
— La vita del pensiero. Corso di filosofia ad uso dei Licei. Parte I. Psicologia della conoscenza (*id.*).

Biadego (G). Pasquale Villari. Verona-Ostiglia, 1918; 8° (*dall'A. Socio corrispondente dell'Accademia*).

Carbonelli (G.) e **Ravasini** (R.). Commenti sopra alcune miniature e pitture italiane a soggetto medico. Roma, 1918; 4° (*Dono del Dott. G. Carbonelli*).

Casanova (E.). Antonio Manno. Roma, 1918; 8° (*dall'A.*).

Cerrato (L.). Le Odi di Pindaro, testo e versione. Sestri Ponente, 1915-18; 3 parti in 8° (*dall'A.*).

Coreni (T.). Lo spiritismo in senso cristiano. Torino, 1889; 8° (*dono della signora Eugenia Ingaramo-Dalmazzo*).

Corpus scriptorum latinorum Paravianum (T. Macci Plauti), Captivi, recensuit, praefatus est, appendicem criticam et testimonia adiecit Carolus Pascal. Aug. Taurinorum; 8° (*dono della Ditta G. B. Paravia e C.*).

Edgar (C. C.). On the dating of early Ptolemaic Papyri (*dono del Professore E. Schiaparelli socio nazionale residente dell'Accademia*).

Ferroglio (G.). Il crimine tedesco nell'epoca di Roma imperiale. Roma, 1917; 8° (*dall'A.*).

Gonella (E.). Relazione sull'amministrazione della giustizia nel distretto della Corte d'Appello di Torino esposta nell'Assemblea generale del 10 gennaio 1918. Saluzzo, 1918; 8° (*dall'A.*).

Montalcini (C.). Prefazione ai Discorsi parlamentari di Ruggero Bonghi pubblicati per deliberazione della Camera dei Depuati. Roma, 1918; 8° (*dall'A. Socio corrispondente dell'Accademia*).

** **Muratori** (L. A.). Rerum italicarum Scriptores. Fasc. 155, T. XV, P. IV; Fasc. 156, T. III, P. I; Fasc. 157-158, T. XXXIV, P. I; Fasc. 159, T. XV, P. V; Fasc. 160, T. XV, P. I.
— Archivio Muratoriano, NN. 19-20.

Stampini (E.). Curiosità Alliane. I. Duo... amantes. II. infamis. Torino, 1918; 8° (*dall'A. Socio nazionale residente dell'Accademia*).

Vidari (G.). Elementi di Pedagogia. II. La teoria della educazione. Milano, 1918; 1 vol. 24° (*dall'A. Socio nazionale residente dell'Accademia*).

Zanobini (I.). I poteri regi nel campo del diritto privato. Torino, 1917; 1 vol. 8° (*dall'A.*).

CLASSE

DI

SCIENZE FISICHE, MATEMATICHE E NATURALI

Adunanza del 18 Novembre 1917.

PRESIDENZA DEL SOCIO SENATORE ENRICO D'OVIDIO
DIRETTORE DELLA CLASSE

Sono presenti i Soci: Naccari, Segre, Peano, Jadanza, Guareschi, Guidi, Mattirolo, Grassi, Somigliana, Fusari, Panetti e Parona Segretario.

Si legge e si approva il verbale della precedente adunanza.

Il Direttore, Senatore D'Ovidio, esprime il dispiacere di dover presiedere in assenza del Senatore Camerano infermo, ed al caro e benemerito Presidente invia a nome dei colleghi i voti più affettuosi e fervidi di pronta guarigione. Annuncia che un nuovo lutto colpisce l'Accademia colla morte del Professore G. Carle, Senatore del Regno, uno dei Soci più eminenti della Classe di scienze morali e antico Presidente dell'Accademia; accenna ai meriti di studioso e di cittadino dell'insigne giurista, che lascia ricordo duraturo nel campo scientifico, e si fa interprete della Classe manifestando il cordoglio per la grave perdita fatta dall'Accademia. Soggiunge che la Classe riprende i lavori in momenti gravi per la Patria; ma ciò non la distoglie dalla sua strada e, come ammaestra la parola virile del Re, attende la vittoria con fede nel valore dell'esercito e

nella altezza e giustizia della nostra causa. Si rammarica infine di dover annunciare la morte del Prof. Senatore G. VERONESE nostro Socio corrispondente dal 1898 e del Socio straniero F. R. HELMERT.

Il Socio SEGRE commemora il compianto collega VERONESE colle seguenti parole:

" Il nome di Giuseppe VERONESE è legato indissolubilmente " alla dottrina degli spazi a un numero qualunque di dimensioni: " dottrina, che, avversata un tempo da chi non ne intendeva il " vero significato, è divenuta ora quella entro cui ha da stare, " come un capitolo, la ordinaria geometria. VERONESE contribuì " ad essa con una Memoria che ha fatto epoca, nella quale per " la prima volta è stata svolta una geometria proiettiva iper- " spaziale in forma sintetica, studiando svariati enti degli spazi " superiori, e deducendone, con proiezione sullo spazio ordinario, " le proprietà di figure importanti di questo spazio. A quel la- " voro fondamentale si attaccarono subito una gran quantità " di ricerche di altri matematici, specialmente italiani. VERONESE " fu pure il primo a rappresentare coi metodi della Geometria " descrittiva le figure degli spazi superiori con figure del nostro " spazio. E a lui si deve un'altra idea geniale, quella di costi- " tuire una geometria (detta non-Archimedea), in cui esistono " segmenti che sono, gli uni rispetto agli altri, infiniti od infi- " nitesimi. L'opera in cui quest'idea è svolta ha portato un no- " tevole contributo all'analisi dei fondamenti della geometria. " Taccio, per brevità, di altre importanti pubblicazioni del " VERONESE; ed aggiungerò solo che anche come cittadino e " come uomo politico egli si era reso molto benemerito colla " sua grande e intelligente operosità ".

Il Socio SOMIGLIANA si dice lieto di annunciare la pubblicazione del 1° volume delle opere di A. VOLTA. La pubblicazione si fa sotto gli auspici del R. Istituto Lombardo, custode dei preziosi manoscritti, e della R. Accademia dei Lincei, ma anche

l'Accademia nostra vi partecipa coll'intervento suo e specialmente per la collaborazione del collega NACCARI, che fu il consulente scientifico nella scelta degli scritti inediti che, per la Scienza e per la fama del grande italiano, fosse utile di pubblicare colla ristampa delle Memorie già note. Questo 1° volume raccoglie i lavori preliminari alla grande scoperta voltiana e, comparendo in questo momento grave per la Patria, è anche da apprezzare come affermazione della genialità nazionale.

Il Socio NACCARI dice che fu modesta l'opera sua e, ringraziando il collega per il merito attribuitogli, soggiunge che il SOMIGLIANA fu ed è l'anima della pubblicazione.

Il Presidente, ammirato di questo primo splendido saggio della pubblicazione, si compiace dell'importante parte presavi dai nostri colleghi e li ringrazia.

Il Socio GUARESCHI fa omaggio di due suoi lavori: *Frumento e pane, notizie storiche e critiche di chimica alimentare o bromotologica; Sul riso nella chimica dell'alimentazione.* Riassume i risultati di questi lavori, essenzialmente diretti allo studio del problema della sana alimentazione, della coltivazione con abbondanza di prodotti e della più igienica preparazione dei prodotti stessi, con particolare riguardo al riso, dimostrando tutto il danno che, rispetto all'igiene, viene dalla brillatura.

Presenta pure in omaggio due pubblicazioni del Dottore E. CRIVELLI: *Pietre preziose degli antichi; Sulla origine inorganica o sintetica del Litantrace*, rilevandone i pregi.

Il Socio GUIDI fa omaggio di un suo articolo bibliografico sull'opera " *Grandes Voûtes* " di Paul SÉJOURNÉ.

Il Segretario presenta sei Note inviate in omaggio dal Socio nazionale T. TARAMELLI: *Il Carso; Conferenza sulla Geologia del Trentino; La formazione dell'Adriatico; Del Lago di Doberdò presso Monfalcone; La frana di Gregassi; La tectonica e i suoi rapporti con l'orografia della Provincia di Pavia.*

Il Presidente ringrazia i colleghi.

Presentano per la pubblicazione negli *Atti*:

Il Socio SEGRE: una Nota del Prof. Carlo ROSATI, *Sulle valenze delle corrispondenze algebriche fra i punti di una curva algebrica*, e un'altra dell'Ing. G. COLONNETTI, *Un singolare esempio di lesioni in un anello di acciaio temprato.*

Il Socio PEANO: una Nota del Prof. A. PENSA, *Su alcune omografie speciali e sugli operatori omografici* C, R.

Il Socio GUIDI: la sua Nota, *Sulle deformazioni delle dighe a volta.*

Il Socio PARONA: una Nota del Prof. F. ZAMBONINI, *Sulla identità della spangite con la phillipsite.*

LETTURE

Sulle valenze delle corrispondenze algebriche fra i punti di una curva algebrica.

Nota di CARLO ROSATI.

In questa Nota si riprende, generalizzandola, una nozione introdotta in un precedente lavoro, comparso negli *Atti* di questa illustre Accademia (*), e si pone, nel senso più generale possibile, il concetto di *valenza* (reale o complessa) di una corrispondenza algebrica fra i punti di una curva algebrica. Ad ogni corrispondenza viene con ciò collegato un certo gruppo di valenze e si verifica il fatto notevole che le valenze di due corrispondenze T e T^{-1}, l'una inversa dell'altra, hanno valori immaginari coniugati. Segue da ciò che il numero delle coincidenze di una corrispondenza qualsiasi può essere espresso mediante una formula avente l'aspetto di quella di Cayley-Brill per le corrispondenze a valenza ordinaria. In seguito vengono esposte alcune considerazioni atte a caratterizzare, dal punto di vista delle valenze, le corrispondenze simmetriche ed emisimmetriche: le prime hanno valenze tutte reali, le seconde hanno per valenze numeri immaginari puri. Infine vien dimostrata la proprietà che sopra una curva, priva di sistemi regolari riducibili, ogni corrispondenza è tale che i sistemi lineari d'integrali di 1ª specie, associati alle sue valenze, appartengono al sistema totale ∞^{p-1}.

1. — Sopra una curva algebrica C di genere p si consideri una corrispondenza algebrica (n, ν) e si indichi con T l'ope-

(*) Rosati, *Sulle corrispondenze plurivalenti fra i punti di una curva algebrica.* “Atti della R. Accademia di Torino„, vol. 51 (1916).
Nei richiami che faremo in seguito, designeremo questa Nota con *C. P.*

razione che conduce da un punto x agli omologhi $y'\, y'' \dots y^{\nu}$ e con T^{-1} l'operazione, inversa di T, che conduce da un punto y agli omologhi $x'\, x'' \dots x^{n}$.

Detto σ un ciclo qualsiasi descritto da x sulla superficie di Riemann R immagine di C e σ' il ciclo omologo di σ per la T, si supponga che fra i periodi τ e τ' di un integrale di 1ª specie u lungo i cicli σ e σ' sussista la relazione $\tau' + \gamma\tau = 0$, nella quale γ è un numero reale o complesso, indipendente dal ciclo σ. La somma $u(y') + u(y'') + \dots + u(y^{\nu}) + \gamma u(x)$ è in tal caso funzione uniforme di x, avendo il periodo nullo lungo ogni ciclo di R; e poichè è su R dovunque finita, sarà una costante. Indicando con I la corrispondenza identica sulla curva, noi diremo allora che *la funzione lineare di* T, $T + \gamma I$, è di livello costante per l'integrale u ed anche che γ è una *valenza* di T rispetto all'integrale u. È chiaro che se $T + \gamma I$ è di livello costante per più integrali di 1ª specie, è pure di livello costante per ogni integrale che nasce da una loro combinazione lineare: ne segue che la totalità degli integrali rispetto a cui la T possiede la valenza γ costituisce un sistema lineare; tale sistema si dirà *associato* a quella valenza.

2. — Per procedere con chiarezza alla dimostrazione del teorema accennato nella prefazione, occorre anzitutto richiamare l'interpretazione geometrica, che abbiamo data altrove (*), delle formule con cui Hurwitz dà la rappresentazione trascendente di una corrispondenza algebrica mediante gli integrali abeliani di 1ª specie.

Fissato perciò su R un sistema di retrosezioni σ_i, σ_{p+i} $(i = 1, 2, \dots p)$, e indicati con $u_1\, u_2 \dots u_p$ i p integrali normali di 1ª specie, con a_{ik} il periodo di u_i lungo il ciclo σ_{p+k}, si hanno le seguenti notissime relazioni (**):

$$(1) \qquad \sum_{r=1}^{r=\nu} u_k(y^r) = \sum_i \pi_{ki}\, u_i(x) + \pi_k \qquad (k = 1, 2, \dots p),$$

(*) Rosati, *Sulle corrispondenze fra i punti di una curva algebrica e, in particolare, fra i punti di una curva di genere due.* " Annali di Matematica ", tomo XXV, serie III (1915).

Indicheremo in seguito questa Memoria con C.

(**) Hurwitz, *Ueber algebraische Correspondenzen und das verallgemeinerte Correspondenz-princip.* " Math. Annalen ", Bd. 28 (1886).

in cui le π_h sono costanti dipendenti dall'origine delle integrazioni, e le π_{kl} verificano le uguaglianze

$$(2)\qquad \begin{aligned} \pi_{kl} &= h_{kl} + \sum_i g_{il}\, a_{ki} \\ \sum_i \pi_{ki}\, a_{il} &= H_{kl} + \sum_i G_{il}\, a_{ki} \end{aligned} \qquad (k, l = 1, 2, \dots p)$$

nelle quali i numeri h, g, H, G sono interi.

Da queste, con la eliminazione delle π_{kl}, si ottengono le p^2 relazioni

$$(3)\qquad \sum_i h_{ki}\, a_{il} + \sum_{im} g_{mi}\, a_{km}\, a_{il} = H_{kl} + \sum_i G_{il}\, a_{ki} \qquad (k, l = 1, 2, \dots p).$$

Si consideri ora entro uno spazio S_{2p-1}, in cui sia fissato un sistema di coordinate proiettive omogenee, l'S_{p-1} *dei periodi*, cioè l'S_{p-1}, che diremo α, intersezione degli iperpiani $\alpha_1\, \alpha_2 \dots \alpha_p$ aventi per coordinate i periodi normali degli integrali $u_1\, u_2 \dots u_p$ e si rappresenti ogni ciclo della Riemanniana R col punto razionale di S_{2p-1} le cui coordinate sono gl'interi che legano il ciclo alle retrosezioni, ed ogni integrale di 1ª specie coll'iperpiano della stella (α) avente per coordinate i periodi normali dell'integrale stesso. La corrispondenza che la T stabilisce fra i cicli di R si traduce allora in S_{2p-1} nell'omografia razionale Ω rappresentata dalle relazioni

$$(4)\qquad \begin{aligned} \rho x'_i &= h_{i1} x_1 + \dots + h_{ip} x_p + H_{i1} x_{p+1} + \dots + H_{ip} x_{2p} \\ \rho x'_{p+i} &= g_{i1} x_1 + \dots + g_{ip} x_p + G_{i1} x_{p+1} + \dots + G_{ip} x_{2p} \end{aligned} \qquad (i = 1, 2, \dots p),$$

e quella che T induce fra gl'integrali di 1ª specie si rispecchia in una omografia Π della stella (α), la quale, scegliendo in (α) opportunamente gli elementi di riferimento, è rappresentata dalle formule

$$(5)\qquad \sigma \xi'_i = \pi_{1i}\, \xi_1 + \pi_{2i}\, \xi_2 + \dots + \pi_{pi}\, \xi_p \qquad (i = 1, 2, \dots p).$$

Le relazioni (3) di Hurwitz esprimono allora che l'omografia Ω trasforma in sè l'S_{p-1} dei periodi (e quindi anche l'$S_{p-1} = \alpha_0$ immaginario coniugato di α); e che precisamente l'omografia Ω^{-1}, inversa di Ω, operante sugli iperpiani di S_{2p-1}

induce nella stella (α) l'omografia Π (e quindi nella stella (α_0) l'omografia Π_0 il cui modulo si ottiene da quello di Π scambiando ogni elemento nel suo immaginario coniugato).

Si consideri ora l'equazione

$$\Pi(\rho) = \begin{vmatrix} \pi_{11} - \rho & \pi_{21} & \dots \pi_{p1} \\ \pi_{12} & \pi_{22} - \rho & \dots \pi_{p2} \\ \cdot & \cdot & \cdot \\ \pi_{1p} & \pi_{2p} & \dots \pi_{pp} - \rho \end{vmatrix} = 0$$

e si indichi con $-\gamma$ una sua radice. Supposto che il determinante $\Pi(-\gamma)$ sia di caratteristica $p - l$ $(p \geq l > 0)$, alla radice $-\gamma$ corrisponde nell'omografia Π una stella Σ_{l-1} d'iperpiani uniti, le cui coordinate soddisfano le equazioni

$$\begin{aligned} (\pi_{11} - \rho)\,\xi_1 + \pi_{21}\,\xi_2 + \dots + \pi_{p1}\,\xi_p &= 0 \\ \pi_{12}\,\xi_1 + (\pi_{22} - \rho)\,\xi_2 + \dots + \pi_{p2}\,\xi_p &= 0 \\ \dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots \\ \pi_{1p}\,\xi_1 + \pi_{2p}\,\xi_2 + \dots + (\pi_{pp} - \rho)\,\xi_p &= 0. \end{aligned}$$

Sia ora u un integrale avente per immagine un iperpiano qualunque della stella Σ_{l-1}; esso sarà espresso mediante gl'integrali normali dalla relazione

$$u = \xi_1 u_1 + \xi_2 u_2 + \dots + \xi_p u_p + c,$$

onde si avrà

$$u(y') + u(y'') + \dots + u(y^\nu) = \sum_k \xi_k \sum_{r=1}^{r=\nu} u_k(y^r) + c' =$$
$$= \sum_k \xi_k \sum_i \pi_{ki} u_i(x) + c'' = -\gamma \sum_i \xi_i u_i(x) + c'' = -\gamma u(x) + c''',$$

avendo indicato con c, c', c'', c''' delle costanti. Il numero γ è dunque una valenza di T, ed ogni integrale che ha per immagine un iperpiano della stella Σ_{l-1} fa parte del sistema associato.

Inversamente se γ è valenza di T rispetto ad un integrale $u = \xi_1 u_1 + \xi_2 u_2 + \dots + \xi_p u_p + c$, si avrà l'uguaglianza

$$u(y') + u(y'') + \dots + u(y^\nu) + \gamma u(x) = c'$$

cui può darsi la forma

$$\sum_k \xi_k \sum_{r=1}^{r=\nu} u_k(y^r) + \gamma \sum_k \xi_k u_k(x) = c'',$$

ed anche l'altra

$$\sum_{ki} \xi_k \pi_{ki} u_i(x) + \gamma \sum_k \xi_k u_k(x) = c''';$$

da questa, per l'indipendenza degl'integrali $u_i(x)$, si deducono le relazioni

$$\sum_k \pi_{ki} \xi_k + \gamma \xi_i = 0 \qquad (i = 1, 2, \dots p).$$

Dunque $-\gamma$ è radice dell'equazione $\Pi(\rho) = 0$, e l'iperpiano immagine di u fa parte della stella d'iperpiani uniti che nell'omografia Π corrisponde a quella radice. Abbiamo dunque il risultato:

Le valenze della corrispondenza T *sono tutte e sole le radici, cambiate di segno, dell'equazione caratteristica dell'omografia* Π, *e i sistemi lineari d'integrali ad esse associati hanno per immagine le stelle d'iperpiani uniti ad esse corrispondenti.*

3. — Può ritenersi noto, ed è facile dimostrare direttamente (*), che tra il primo membro $\Omega(\rho)$ dell'equazione carat-

---

(*) Cfr. l'importante Memoria del Prof. Scorza, *Intorno alla teoria generale delle matrici di Riemann e ad alcune sue applicazioni.* " Rendiconti del Circolo matematico di Palermo ", tomo XLI (1916), parte I, § 4, n° 22.

Una dimostrazione diretta della identità (6), indicatami dallo stesso Prof. Scorza, è la seguente: Si moltiplichino, colonne per righe, il determinante $\Omega(\rho)$ per il determinante A, di ordine $2p$, ottenuto associando alla matrice dei periodi normali degl'integrali $u_1\, u_2 \dots u_p$ quella costituita dai valori immaginari coniugati; tenendo conto delle relazioni (2), e indicando per comodità con $\bar{a}$ la quantità immaginaria coniugata di a, si ottiene:

$$\begin{vmatrix} h_{11}-\varrho & h_{12} & \dots h_{1p} & H_{11} & \dots H_{1p} \\ h_{21} & h_{22}-\varrho & \dots h_{2p} & H_{21} & \dots H_{2p} \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ h_{p1} & h_{p2} & \dots h_{pp}-\varrho & H_{p1} & \dots H_{pp} \\ g_{11} & g_{12} & \dots g_{1p} & G_{11}-\varrho & \dots G_{1p} \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ g_{p1} & g_{p2} & \dots g_{pp} & G_{p1} & \dots G_{pp}-\varrho \end{vmatrix} \times \begin{vmatrix} 1 & 0 \dots 0 & a_{11} \dots a_{1p} \\ 0 & 1 \dots 0 & a_{21} \dots a_{2p} \\ \cdot & \cdot & \cdot \\ 0 & 0 \dots 1 & a_{p1} \dots a_{pp} \\ 1 & 0 \dots 0 & \bar{a}_{11} \dots \bar{a}_{1p} \\ \cdot & \cdot & \cdot \\ 0 & 0 \dots 1 & \bar{a}_{p1} , \dots \bar{a}_{pp} \end{vmatrix} =$$

teristica dell'omografia Ω e i primi membri $\Pi(\rho)$ $\Pi_0(\rho)$ delle equazioni caratteristiche delle omografie $\Pi\,\Pi_0$ delle stelle (α) ed (α_0) sussiste l'identità

$$\Omega(\rho) = \Pi(\rho)\,\Pi_0(\rho). \tag{6}$$

Essa prova che le radici dell'equazione caratteristica di Ω si distribuiscono nei due gruppi immaginari coniugati delle radici delle equazioni $\Pi(\rho) = 0$ e $\Pi_0(\rho) = 0$.

Se ora diciamo π e π_0 le omografie indotte da Ω negli spazi α ed α_0, è chiaro che l'omografia ottenuta segando con α_0 l'omografia Π della stella (α) non è che la π_0^{-1}, inversa di π_0, operante sugli iperpiani di α_0. Assumendo allora in α_0 come elementi di riferimento le tracce di quelli assunti nella stella (α), la π_0 verrà rappresentata dalla sostituzione lineare trasposta della (5); e ripetendo la considerazione per l'omografia π dello spazio α, si deduce che $\Pi(\rho) = 0$ e $\Pi_0(\rho) = 0$ possono anche interpretarsi rispettivamente come equazioni caratteristiche delle omografie π_0 e π.

$$= \begin{vmatrix} \pi_{11} - \varrho & \pi_{12} & \dots \pi_{1p} & \sum_r \pi_{1r}\, a_{r1} - \varrho\, a_{11} \dots \sum_r \pi_{1r}\, a_{rp} - \varrho\, a_{1p} \\ \pi_{21} & \pi_{22} - \varrho & \dots \pi_{2p} & \sum_r \pi_{2r}\, a_{r1} - \varrho\, a_{21} \dots \sum_r \pi_{2r}\, a_{rp} - \varrho\, a_{2p} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \pi_{p1} & \pi_{p2} & \dots \pi_{pp} - \varrho & \sum_r \pi_{pr}\, a_{r1} - \varrho\, a_{p1} \dots \sum_r \pi_{pr}\, a_{rp} - \varrho\, a_{pp} \\ \bar\pi_{11} - \varrho & \bar\pi_{12} & \dots \bar\pi_{1p} & \sum_r \bar\pi_{1r}\, \bar a_{r1} - \varrho\, \bar a_{11} \dots \sum_r \bar\pi_{1r}\, \bar a_{rp} - \varrho\, \bar a_{1p} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \bar\pi_{p1} & \bar\pi_{p2} & \dots \bar\pi_{pp} - \varrho & \sum_r \bar\pi_{pr}\, \bar a_{r1} - \varrho\, \bar a_{p1} \dots \sum_r \bar\pi_{pr}\, \bar a_{rp} - \varrho\, \bar a_{pp} \end{vmatrix} =$$

$$= \begin{vmatrix} \pi_{11}-\varrho & \pi_{12} & \dots \pi_{1p} & 0 & 0 & \dots 0 \\ \pi_{21} & \pi_{22}-\varrho & \dots \pi_{2p} & 0 & 0 & \dots 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \pi_{p1} & \pi_{p2} & \dots \pi_{pp}-\varrho & 0 & 0 & \dots 0 \\ 0 & 0 & \dots 0 & \bar\pi_{11}-\varrho & \bar\pi_{12} & \dots \bar\pi_{1p} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & \dots 0 & \bar\pi_{p1} & \bar\pi_{p2} & \dots \bar\pi_{pp}-\varrho \end{vmatrix} \times \begin{vmatrix} 1 & 0 \dots 0 & a_{11} & a_{12} \dots a_{1p} \\ 0 & 1 \dots 0 & a_{21} & a_{22} \dots a_{2p} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 \dots 1 & a_{p1} & a_{p2} \dots a_{pp} \\ 1 & 0 \dots 0 & \bar a_{11} & \bar a_{12} \dots \bar a_{1p} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 \dots 1 & \bar a_{p1} & \bar a_{p2} \dots \bar a_{pp} \end{vmatrix}.$$

Di qui, osservando che $A \neq 0$, si deduce l'asserita identità.

È utile inoltre osservare che l'omografia $\Omega + \rho I$ (*) (ρ essendo un numero arbitrario) subordina negli spazi α ed α_0 le omografie $\pi + \rho I$, $\pi_0 + \rho I$, e che l'omografia $\Omega^{-1} + \rho I$ subordina nelle stelle (α) ed (α_0) le omografie $\Pi + \rho I$, $\Pi_0 + \rho I$. Più in generale una funzione razionale di Ω, $f(\Omega)$, subordina in α e in α_0 le omografie $f(\pi)$ $f(\pi_0)$, mentre $f(\Omega^{-1})$ subordina nelle stelle (α) (α_0) le omografie $f(\Pi)$ $f(\Pi_0)$.

Una radice $-\gamma$ dell'equazione $\Omega(\rho) = 0$ o soddisfa ad una sola delle equazioni $\Pi(\rho) = 0$ $\Pi_0(\rho) = 0$, ovvero soddisfa ad entrambe.

Se $-\gamma$ soddisfa alla sola equazione $\Pi(\rho) = 0$, la $\Omega + \gamma I$ induce in α un'omografia non singolare e in α_0 un'omografia singolare; la $\Omega^{-1} + \gamma I$ induce nella stella (α_0) un'omografia non singolare e nella stella (α) un'omografia singolare.

Se $-\gamma$ è radice di entrambe le equazioni $\Pi(\rho) = 0$ $\Pi_0(\rho) = 0$, sono singolari entrambe le omografie indotte in α e in α_0 da $\Omega + \gamma I$ e quelle indotte nelle stelle (α) (α_0) da $\Omega^{-1} + \gamma I$.

Si può dunque dire che:

Le valenze di T *sono i valori di* γ *cui corrispondono omografie* $\Omega + \gamma \mathrm{I}$ *che subordinano omografie singolari nello spazio* α_0, *o. ciò che è lo stesso, omografie* $\Omega^{-1} + \gamma \mathrm{I}$ *che subordinano omografie singolari nella stella* (α).

4. — Sia γ una valenza di T, cioè $-\gamma$ sia radice dell'equazione $\Pi(\rho) = 0$; è indifferente ammettere che $-\gamma$ soddisfi o no anche all'equazione $\Pi_0(\rho) = 0$. Se il determinante $\Pi(-\gamma)$ è di caratteristica $p - l$ $(p \geq l > 0)$, l'omografia singolare $\pi_0 + \gamma I$ di α_0 ha per 1° e 2° spazio singolare un s_{l-1} ed un s_{p-1-l} e l'omografia singolare $\Pi + \gamma I$ della stella (α) possiede due stelle singolari Σ_{l-1} Σ_{p-1-l} i cui sostegni sono gli spazi che da α proiettano s_{p-1-l} ed s_{l-1} (**).

Facciamo dapprima l'ipotesi che s_{l-1} sia indipendente da s_{p-1-l} e conseguentemente Σ_{l-1} da Σ_{p-1-l}, che cioè s_{l-1} e Σ_{l-1}

(*) D'ora innanzi indicheremo con I indifferentemente l'omografia identica di S_{2p-1}, degli spazi α α_0, delle stelle (α) (α_0).

(**) Questa ed altre affermazioni di questo n° si giustificano subito analiticamente, assumendo α ed α_0 come spazi opposti della piramide di riferimento.

siano spazio e stella singolari semplici per le dette omografie. In tal caso le omografie singolari $(\Pi + \gamma I)^2$, $(\Pi + \gamma I)^3$, ... che nella stella (α) vengono indotte da $(\Omega^{-1} + \gamma I)^2$, $(\Omega^{-1} + \gamma I)^3$, ... hanno costantemente come 1ª e 2ª stella singolare le stelle Σ_{l-1} e Σ_{p-1-l} che spettano all'omografia $\Pi + \gamma I$ (*).

Ciò significa che i sistemi lineari d'integrali rispetto a cui sono di livello costante le successive potenze della *funzione lineare* $T + \gamma I$, coincidono tutti col sistema lineare ∞^{l-1} associato alla valenza γ (**).

Presentandosi questo caso, diremo che γ è valenza *semplice* di T.

Supponiamo ora che s_{l-1} sia spazio singolare r^{plo} per $\pi_0 + \gamma I$ e che in esso siano venuti successivamente ad immergersi gli spazi singolari s_{l_1-1}, s_{l_2-1}, ... $s_{l_{r-1}-1}$ $(l \geq l_1 \geq l_2 \geq \ldots \geq l_{r-1}$, $l + l_1 + \ldots + l_{r-1} \leq p)$. Le omografie singolari $\pi_0 + \gamma I$, $(\pi_0 + \gamma I)^2$, ... $(\pi_0 + \gamma I)^r$ hanno in tal caso primi spazi singolari di dimensioni $l - 1$, $l + l_1 - 1$, ... $l + l_1 + \ldots + l_{r-1} - 1$ contenenti ciascuno il precedente, e secondi spazi singolari di dimensioni $p - 1 - l$, $p - 1 - l - l_1$, ... $p - 1 - l - l_1 - \ldots - l_{r-1}$, ciascuno contenuto nel precedente; inoltre, se è $l + l_1 + \ldots + l_{r-1} < p$, le potenze $(\pi_0 + \gamma I)^{r+1}$, $(\pi_0 + \gamma I)^{r+2}$, ... hanno come spazi singolari quelli stessi, fra loro indipendenti, di $(\pi_0 + \gamma I)^r$; se è $l + l_1 + \ldots + l_{r-1} = p$, le potenze $(\pi_0 + \gamma I)^r$, $(\pi_0 + \gamma I)^{r+1}$, ... sono omografie nulle.

Osservando ora che nell'omografia $(\Pi + \gamma I)^t$ $(t = 1, 2, \ldots)$ della stella (α) i sostegni della 1ª e della 2ª stella singolare si ottengono proiettando da α il 2° ed il 1° spazio singolare della omografia $(\pi_0 + \gamma I)^t$, si deducono per la $\Pi + \gamma I$ le proprietà

(*) Per questa osservazione e per quella che segue cfr. Rosati, *C. P.*, n° 2.

(**) Per giustificare quest'asserzione, basta osservare che l'omografia $\Pi + \gamma I$ della stella (α) si rispecchia sulla curva in una corrispondenza fra gli integrali per cui un qualsiasi integrale di 1ª specie $v(x)$ ha per omologo l'integrale $v_1(x) = v(y') + v(y'') + \ldots + v(y^{\nu}) + \gamma v(x)$; la $(\Pi + \gamma I)^2$ in una corrispondenza per cui lo stesso $v(x)$ ha per omologo l'integrale $v_2(x) = v_1(y') + v_1(y'') + \ldots + v_1(y^{\nu}) + \gamma v_1(x)$, e così via; e che un iperpiano di (α) che in una delle suddette omografie ha l'omologo indeterminato, è immagine di un integrale della curva per cui l'integrale omologo si riduce a una costante.

analoghe della $\pi_0 + \gamma I$. Adunque le prime stelle singolari delle omografie $(\Pi + \gamma I)$, $(\Pi + \gamma I)^2$, ... $(\Pi + \gamma I)^r$ hanno le dimensioni $l - 1$, $l + l_1 - 1$, ... $l + l_1 + ... + l_{r-1} - 1$ e ciascuna contiene la precedente; l'ultima di queste, che se è $l + l_1 + ... + l_{r-1} = p$ coincide con la stella (α), è prima stella singolare anche per le potenze successive. Questa proprietà, interpretata sulla curva, significa che i sistemi lineari d'integrali rispetto a cui sono di livello costante la funzione lineare $T + \gamma I$ e le successive potenze $(T + \gamma I)^2$, $(T + \gamma I)^3$, ... $(T + \gamma I)^r$ hanno le dimensioni $l - 1$, $l + l_1 - 1$, ... $l + l_1 + ... + l_{r-1} - 1$ e ciascuno di essi contiene il precedente; rispetto all'ultimo sistema, che può anche coincidere col sistema totale ∞^{p-1}, sono poi di livello costante le ulteriori potenze $(T + \gamma I)^{r+1}$, $(T + \gamma I)^{r+2}$, ... Quando si presenta la circostanza suddetta, diremo che γ è una valenza r^{pla} per la corrispondenza T ed i nominati sistemi lineari d'integrali ∞^{l-1}, ∞^{l+l_1-1}, ... $\infty^{l+l_1+...+l_{r-1}-1}$ si diranno *associati* a quella valenza r^{pla}.

Importa ora notare che la molteplicità della radice $-\gamma$ per l'equazione $\Pi(\rho) = 0$ è, nel primo dei casi ora esaminati, uguale ad l, e nel secondo è uguale ad $l + l_1 + ... + l_{r-1}$.

5. — È utile, per ciò che diremo fra breve, la seguente osservazione riguardante l'equazione minima di una corrispondenza.

Siano $\psi(z) = 0$, $\varphi(z) = 0$, $\varphi_0(z) = 0$ le equazioni minime dell'omografia Ω immagine della corrispondenza T e delle omografie π e π_0 che Ω subordina in α e in α_0; per ciò che è stato detto in principio del n° 3, saranno pure $\varphi(z) = 0$ $\varphi_0(z) = 0$ le equazioni minime delle omografie Π_0 e Π subordinate da Ω^{-1} nelle stelle (α_0) ed (α) (*). Inoltre è chiaro che $\varphi_0(z) = 0$ si ottiene da $\varphi(z) = 0$ cambiando ogni coefficiente nel suo immaginario coniugato. Poichè le radici dell'equazione minima di una

---

(*) Ricordiamo che l'equazione minima di una omografia è determinata soltanto quando è fissato il suo modulo, sicchè sarebbe più esatto parlare di equazione minima di una sostituzione lineare, anzichè di equazione minima di una omografia (Rosati, *C. P.*, n° 9). Noi qui intendiamo che il modulo di Ω sia quello costituito dagli interi caratteristici della corrispondenza T e che i moduli di Π e di Π_0 siano costituiti rispettivamente dai numeri π_{ik} delle formule di Hurwitz e dai loro immaginari coniugati.

omografia sono tutte e sole quelle dell'equazione caratteristica, si deduce, in virtù dell'identità (6), che $\psi(z) = 0$ ammette per radici tutte e sole quelle di $\varphi(z) = 0$ e di $\varphi_0(z) = 0$.

Una radice $-\gamma$ di $\psi(z) = 0$ o soddisfa ad una sola delle equazioni $\varphi(z) = 0$ $\varphi_0(z) = 0$, o soddisfa ad entrambe.

Se $-\gamma$ soddisfa ad es. alla sola $\varphi(z) = 0$ ed è radice r^{pla} per essa, la $\Omega + \gamma I$ induce in α_0 un'omografia non singolare e in α un'omografia singolare $\pi + \gamma I$ col 1° spazio singolare r^{plo}. Ma allora la dimensione del 1° spazio singolare delle omografie $\pi + \gamma I$, $(\pi + \gamma I)^2$ ... va crescendo fino a raggiungere un massimo per $(\pi + \gamma I)^r$, e si mantiene costante per le potenze successive. Poichè il 1° spazio singolare di $(\Omega + \gamma I)^t$ è in questo caso quello stesso dell'omografia $(\pi + \gamma I)^t$ che essa subordina in α, segue che $\Omega + \gamma I$ ha il 1° spazio singolare r^{plo}, cioè $-\gamma$ è radice r^{pla} anche per $\psi(z) = 0$.

Se poi $-\gamma$ è radice r^{pla} per $\varphi(z) = 0$ ed s^{pla} per $\varphi_0(z) = 0$ ed è $r \geq s$, la $\Omega + \gamma I$ induce in α e in α_0 due omografie singolari $\pi + \gamma I$ $\pi_0 + \gamma I$ coi primi spazi singolari rispettivamente r^{plo} ed s^{plo}. Osservando che il 1° spazio singolare di $(\Omega + \gamma I)^t$ $(t = 1, 2, ...)$ è quello che congiunge i primi spazi singolari delle omografie $(\pi + \gamma I)^t$ $(\pi_0 + \gamma I)^t$, si deduce che la dimensione del 1° spazio singolare delle omografie $\Omega + \gamma I$, $(\Omega + \gamma I)^2$, ... va crescendo fino a raggiungere un massimo per $(\Omega + \gamma I)^r$ e si mantiene costante per le potenze successive. Di qui segue che $-\gamma$ è radice r^{pla} per $\psi(z) = 0$.

Da quanto abbiamo detto risulta che:

Il primo membro dell'equazione minima dell'omografia Ω è il minimo comune multiplo dei primi membri delle equazioni minime delle omografie che Ω induce in α e in α_0.

Ne segue che $\psi(z) = 0$ ammette o no radici tutte semplici secondochè $\varphi(z) = 0$ e quindi $\varphi_0(z) = 0$ ammettono o no radici tutte semplici. Ciò significa che:

Una corrispondenza T *ammette o no valenze tutte semplici secondochè l'omografia Ω, immagine di* T, *è generale o particolare* (*).

(*) Al risultato di questo n° si può giungere più rapidamente con le seguenti considerazioni poggiate sopra un teorema di Frobenius (Cfr. Rosati, *C. P.*, n° 10).

Poichè $\psi(\Omega)$ è un'omografia nulla di S_{2p-1}, dovranno esser nulle le

6. — Sia γ **una valenza di** T associata ad un sistema ∞^{l-1} d'integrali, cioè $-\gamma$ sia una radice di $\Pi(\rho)=0$ che renda il determinante $\Pi(\rho)$ di caratteristica $p-l$. L'omografia $\pi_0+\gamma I$, subordinata in α_0 da $\Omega+\gamma I$, e l'omografia $\Pi+\gamma I$, subordinata nella stella (α) da $\Omega^{-1}+\gamma I$, saranno singolari di specie l, avranno cioè un s_{l-1} ed una stella Σ_{l-1} come 1° spazio e come 1ª stella singolare. Si osservi ora che l'equazione $\Pi_0(\rho)=0$ ammette la radice $-\gamma_0$, immaginaria coniugata di $-\gamma$, la quale rende il determinante $\Pi_0(\rho)$ di caratteristica $p-l$; ne segue che le omografie $\pi+\gamma_0 I$ e $\Pi_0+\gamma_0 I$ rispettivamente indotte nello spazio α e nella stella (α_0) da $\Omega+\gamma_0 I$ e da $\Omega^{-1}+\gamma_0 I$ sono singolari di specie l. La prima avrà come 1° spazio singolare l' $s_{l-1}^{(0)}$ immaginario coniugato di s_{l-1}, la seconda avrà come 1ª stella singolare la stella $\Sigma_{l-1}^{(0)}$ immaginaria coniugata di Σ_{l-1}. Si indichino ora con Ω' l'omografia immagine di T^{-1}, con π' π'_0 le omografie indotte da Ω' in α e in α_0, con Π' Π'_0 quelle indotte da Ω'^{-1} nelle stelle (α) ed (α_0), e con Λ il sistema nullo fondamentale trasformante in sè gli spazi α ed α_0; e si ricordi che fra Ω ed Ω' sussiste la relazione $\Omega'=\Lambda\Omega^{-1}\Lambda$ (*).

Osservando che $\Omega'+\gamma_0 I=\Lambda(\Omega^{-1}+\gamma_0 I)\Lambda$, e che $\Omega'^{-1}+\gamma_0 I=\Lambda(\Omega+\gamma_0 I)\Lambda$, si deduce che l'omografia $\pi'_0+\gamma_0 I$, indotta in α_0 da $\Omega'+\gamma_0 I$, e l'omografia $\Pi'+\gamma_0 I$, indotta nella stella (α) da $\Omega'^{-1}+\gamma_0 I$, si ottengono rispettivamente trasformando mediante il sistema nullo Λ la $\Pi_0+\gamma_0 I$ della stella (α_0) e la $\pi+\gamma_0 I$ dello spazio α. Entrambe sono dunque singolari di specie l, e la $\pi'_0+\gamma_0 I$ ha per 1° spazio singolare l' s'_{l-1}

---

omografie $\psi(\pi)$ $\psi(\pi_0)$ che essa induce in α e in α_0, cioè π e π_0 soddisfano all'equazione $\psi(z)=0$; ed allora, per il ricordato teorema di Frobenius, dovrà essere $\psi(z)$ divisibile per i polinomi $\varphi(z)$ e $\varphi_0(z)$ e quindi per il loro m. c. m., che diremo $\Phi(z)$.

Inversamente $\Phi(\Omega)$ subordina in α e in α_0 le omografie $\Phi(\pi)$ $\Phi(\pi_0)$, le quali, per essere $\Phi(z)$ divisibile per $\varphi(z)$ e per $\varphi_0(z)$, sono omografie nulle; ed allora, poichè α ed α_0 appartengono ad S_{2p-1}, dovrà $\Phi(\Omega)$ essere un'omografia nulla; da cui segue che $\Phi(z)$ è divisibile per $\psi(z)$.

Si conclude pertanto che $\psi(z)=\Phi(z)$.

(*) ROSATI, C., n° 7, in cui si dice che le reciprocità $\Omega\Lambda$, $\Omega'\Lambda$, immagini di T e di T^{-1}, sono l'una inversa dell'altra.

polare della stella $\Sigma_{l-1}^{(0)}$ rispetto a Λ, e la $\Pi' + \gamma_0 I$ ha come 1ª stella singolare la stella Σ'_{l-1} polare dello spazio $s_{l-1}^{(0)}$ rispetto a Λ. Risulta di qui che la corrispondenza T^{-1} ammette la valenza γ_0 associata ad un sistema lineare ∞^{l-1} d'integrali.

Di più, se s_{l-1} e Σ_{l-1} sono spazio e stella singolare semplici per le omografie $\pi_0 + \gamma I$ e $\Pi + \gamma I$, la stella Σ'_{l-1} e lo spazio s'_{l-1} saranno per le omografie $\Pi' + \gamma_0 I$ $\pi'_0 + \gamma_0 I$, dedotte dalle prime trasformandole mediante l'antireciprocità prodotto del *coniugio* per il sistema nullo Λ, stella e spazio singolari semplici. Se invece in s_{l-1} e in Σ_{l-1} sono venuti successivamente ad immergersi degli spazi e stelle singolari di dimensioni $l_1 - 1$, $l_2 - 1$, ... $l_{r-1} - 1$, anche in Σ'_{l-1} ed in s'_{l-1} sono venuti successivamente ad immergersi stelle e spazi singolari delle stesse dimensioni.

Possiamo dunque enunciare il teorema:

Le valenze di una corrispondenza T *e quelle della corrispondenza inversa* T^{-1} *sono numeri immaginari coniugati. Inoltre una valenza di* T *e la immaginaria coniugata di* T^{-1} *hanno la stessa molteplicità e sono associate a sistemi lineari d'integrali (in generale distinti) della stessa dimensione.*

7. — Non sarà inutile procurarci una conferma, per via analitica, della proprietà dimostrata nel n° precedente.

Si consideri perciò il determinante

$$\Omega(\rho) = \begin{vmatrix} h_{11} - \rho & h_{12} & \dots h_{1p} & H_{11} & \dots H_{1p} \\ h_{21} & h_{22} - \rho & \dots h_{2p} & H_{21} & \dots H_{2p} \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ h_{p1} & h_{p2} & \dots h_{pp} - \rho & H_{p1} & \dots H_{pp} \\ g_{11} & g_{12} & \dots g_{1p} & G_{11} - \rho & \dots G_{1p} \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ g_{p1} & g_{p2} & \dots g_{pp} & G_{p1} & \dots G_{pp} - \rho \end{vmatrix}$$

e si aggiungano alla riga l^{ma} $(l = 1, 2, \dots p)$ le righe $(p+1)^{ma}$, $(p+2)^{ma}$, ... $(2p)^{ma}$ moltiplicate rispettivamente per $a_{l1}\ a_{l2} \dots a_{lp}$; tenendo conto delle relazioni (2) di Hurwitz, si ottiene:

$$\Omega(\rho)=\begin{vmatrix} \pi_{11}-\rho, & \pi_{12}, & \dots \pi_{1p}, & \sum_i \pi_{1i}\, a_{i1}-\rho\, a_{11}, & \dots & \sum_i \pi_{1i}\, a_{ip}-\rho\, a_{1p} \\ \pi_{21}, & \pi_{22}-\rho, & \dots \pi_{2p}, & \sum_i \pi_{2i}\, a_{i1}-\rho\, a_{21}, & \dots & \sum_i \pi_{2i}\, a_{ip}-\rho\, a_{2p} \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \pi_{p1}, & \pi_{p2}, & \dots \pi_{pp}-\rho, & \sum_i \pi_{pi}\, a_{i1}-\rho\, a_{p1}, & \dots & \sum_i \pi_{pi}\, a_{ip}-\rho\, a_{pp} \\ g_{11}, & g_{12}, & \dots g_{1p}, & G_{11}-\rho, & \dots & G_{1p} \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ g_{p1}, & g_{p2}, & \dots g_{pp}, & G_{p1}, & \dots & G_{pp}-\rho \end{vmatrix}.$$

Si tolgano ora dalla colonna $(p+k)^{ma}$ $(k=1, 2, \dots p)$ la 1ª, la 2ª, ... la p^{ma} colonna moltiplicate rispettivamente per a_{1k}, a_{2k}, ... a_{pk}, e si ricordi (Hurwitz, l. c., nota al § 10) che i numeri π'_{kl}, analoghi ai π_{kl}, della corrispondenza inversa T^{-1} sono espressi dalle formule

$$\pi'_{kl}=G_{lk}-\sum_i g_{li}\, a_{ki} \qquad (k, l=1, 2, \dots p);$$

il determinante precedente diviene allora

$$\Omega(\rho)=\begin{vmatrix} \pi_{11}-\rho & \pi_{12} & \dots \pi_{1p} & 0 & 0 & \dots 0 \\ \pi_{21} & \pi_{22}-\rho & \dots \pi_{2p} & 0 & 0 & \dots 0 \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \pi_{p1} & \pi_{p2} & \dots \pi_{pp}-\rho & 0 & 0 & \dots 0 \\ g_{11} & g_{12} & \dots g_{1p} & \pi'_{11}-\rho & \pi'_{21} & \dots \pi'_{p1} \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ g_{p1} & g_{p2} & \dots g_{pp} & \pi'_{1p} & \pi'_{2p} & \dots \pi'_{pp}-\rho \end{vmatrix}$$

e quindi

$$\Omega(\rho)=\Pi(\rho)\,\Pi'(\rho) \tag{7}$$

in cui $\Pi'(\rho)$ indica il 1° membro dell'equazione caratteristica dell'omografia indotta nella stella (α) dalla omografia Ω' immagine di T^{-1}. Dal confronto della (6) con la (7) si ottiene la identità

$$\Pi'(\rho)=\Pi_0(\rho),$$

la quale prova che le valenze di T e quelle di T^{-1} hanno valori immaginari coniugati.

8\. — È noto che l'equazione minima di una corrispondenza simmetrica ammette radici tutte semplici e reali, e che quella di una corrispondenza emisimmetrica ammette radici semplici e immaginarie pure, eccezion fatta di una eventuale radice nulla (*).

Da ciò, e dall'osservazione del n° 5, si ricava che:

Una corrispondenza simmetrica possiede valenze tutte semplici e reali, una corrispondenza emisimmetrica possiede pure valenze tutte semplici, le quali, tranne una eventuale valenza nulla, hanno valori immaginari puri.

Inoltre dalla relazione $T - T^{-1} \equiv 0$, che sussiste quando T è simmetrica, si deduce che una stessa valenza è associata, per T e per T^{-1}, al medesimo sistema lineare d'integrali; e dalla relazione $T + T^{-1} \equiv 0$, che vale se T è emisimmetrica, risulta che una valenza $i\beta$ di T e la coniugata $-i\beta$ di T^{-1} (in cui β può eventualmente essere nullo) sono pure associate allo stesso sistema lineare d'integrali.

Queste considerazioni possono essere invertite; perciò occorre anzitutto dimostrare la proprietà:

Se una valenza γ di T *e la immaginaria coniugata γ_0 di* T^{-1} *sono associate allo stesso sistema lineare d'integrali, γ e γ_0 sono per* T *e per* T^{-1} *valenze semplici.*

Riprendendo infatti le notazioni usate precedentemente, e supponendo che il sistema lineare d'integrali cui sono associate le valenze γ e γ_0 sia ∞^{l-1}, l'omografia singolare $\pi_0 + \gamma I$ dello spazio α_0 e quella $\pi + \gamma_0 I$ dello spazio α hanno come primi spazi singolari un s_{l-1} ed un $s_{l-1}^{(0)}$ immaginari coniugati, e le omografie $\Pi + \gamma I$ della stella (α) e $\Pi_0 + \gamma_0 I$ della stella (α_0) hanno come prime stelle singolari una Σ_{l-1} ed una $\Sigma_{l-1}^{(0)}$ aventi per sostegni un S_{2p-1-l} ed un $S_{2p-1-l}^{(0)}$ immaginari coniugati. L'ipotesi fatta, che le valenze γ e γ_0 siano associate allo stesso sistema d'integrali, significa che gli spazi $s_{l-1}^{(0)}$ ed S_{2p-1-l} sono l'uno polare dell'altro nel sistema nullo Λ; ma allora anche gli spazi s_{l-1} ed $S_{2p-1-l}^{(0)}$, immaginari coniugati dei precedenti, saranno pure l'uno polare dell'altro rispetto a Λ, e lo spazio *reale* R_{2l-1}, congiungente s_{l-1} con $s_{l-1}^{(0)}$, avrà per polare, rispetto a Λ, lo spazio

(*) Rosati, *C. P.*, n° 15.

reale $R_{2(p-l)-1}$ intersezione di S_{2p-1-l} con $S^{(0)}_{2p-1-l}$. Gli spazi R_{2l-1} ed $R_{2(p-l)-1}$ sono allora, per una osservazione che abbiamo altre volte utilizzato (*), indipendenti; e poichè $R_{2(p-l)-1}$ sega α_0 nell's_{p-1-l} che è il 2° spazio singolare della omografia $\pi_0 + \gamma I$, si conclude che s_{l-1} è per questa spazio singolare semplice, cioè γ è valenza semplice per T e γ_0 è valenza semplice per T^{-1}.

Ciò premesso, si consideri una corrispondenza T che abbia tutte le valenze reali, e si supponga che una stessa valenza, per T e per T^{-1}, sia associata allo stesso sistema d'integrali. Per l'osservazione precedente, le valenze di T sono tutte semplici, e quindi i sistemi lineari ad esse associati appartengono al sistema totale ∞^{p-1}; di qui segue che la $T - T^{-1}$ è di livello costante per p integrali di 1ª specie indipendenti, ed allora, per il teorema d'Abel, si ha $T - T^{-1} \equiv 0$.

Analogamente, se T ha per valenze numeri immaginari puri, e sappiamo inoltre che ogni valenza $i\beta$ di T (in cui β può eventualmente essere nullo) e la $-i\beta$ di T^{-1} sono associate allo stesso sistema d'integrali, sempre in virtù della proprietà precedente, la $T + T^{-1}$ è di livello costante per p integrali indipendenti di 1ª specie, donde segue che $T + T^{-1} \equiv 0$.

Possiamo dunque enunciare:

Condizione necessaria e sufficiente perchè una corrispondenza T *sia simmetrica è che le sue valenze siano tutte reali ed ognuna di esse sia, per* T *e per* T^{-1}, *associata allo stesso sistema lineare di integrali* (**).

Condizione necessaria e sufficiente perchè una corrispondenza T *sia emisimmetrica è che le sue valenze siano immaginarie pure (comprendendo in tale denominazione una eventuale valenza nulla) e che ogni valenza di* T *e la immaginaria coniugata di* T^{-1} *siano associate allo stesso sistema d'integrali.*

9. — Il numero U delle coincidenze della corrispondenza $(n. \nu)$ considerata può essere espresso mediante una formula la quale può considerarsi come la generalizzazione di quella di Cayley-Brill per le corrispondenze a valenza ordinaria.

(*) Rosati, C., nota al n° 8.

(**) L'equazione minima di una corrispondenza simmetrica coincide dunque con l'equazione minima della relativa omografia Π.

Si indichino con $\gamma' \gamma'' \dots \gamma^{(k)}$ le valenze di T, con $r_i (\geq 1)$ la molteplicità della valenza $\gamma^{(i)}$ e con $q_i - 1$ la dimensione del sistema lineare d'integrali rispetto a cui è di livello costante la potenza $(T + \gamma^{(i)} I)^{r_i}$. La corrispondenza T^{-1} avrà le valenze $\gamma'_0 \gamma''_0 \dots \gamma_0^{(k)}$ immaginarie coniugate di quelle di T; sarà inoltre r_i la molteplicità della valenza $\gamma_0^{(i)}$ e $q_i - 1$ la dimensione del sistema lineare d'integrali rispetto a cui è di livello costante la potenza $(T^{-1} + \gamma_0^{(i)} I)^{r_i}$. Osservando che q_i è la molteplicità della radice $-\gamma^{(i)}$ per l'equazione $\Pi(\rho) = 0$ e della radice $-\gamma_0^{(i)}$ per l'equazione $\Pi_0(\rho) = 0$, e tenendo presente l'identità (6), si avrà manifestamente

$$h_{11} + h_{22} + \dots + h_{pp} + G_{11} + G_{22} + \dots + G_{pp} =$$
$$= -(\gamma' + \gamma'_0) q_1 - (\gamma'' + \gamma''_0) q_2 - \dots - (\gamma^{(k)} + \gamma_0^{(k)}) q_k .$$

Ed allora la formula di Hurwitz (*)

$$U = n + \nu - (h_{11} + h_{22} + \dots + h_{pp} + G_{11} + G_{22} + \dots + G_{pp})$$

diviene

$$U = n + \nu + (\gamma' + \gamma'_0) q_1 + (\gamma'' + \gamma''_0) q_2 + \dots + (\gamma^{(k)} + \gamma_0^{(k)}) q_k .$$

Per le corrispondenze simmetriche, le quali hanno le valenze reali, sarà $\gamma^{(i)} = \gamma_0^{(i)} = \rho_i$, onde la precedente formula acquista la forma

$$U = n + \nu + 2 q_1 \rho_1 + 2 q_2 \rho_2 + \dots + 2 q_k \rho_k .$$

Per le corrispondenze emisimmetriche, per cui è $\gamma^{(i)} + \gamma_0^{(i)} = 0$, vale la formula (**)

$$U = n + \nu .$$

10. — Termineremo con la seguente osservazione relativa alle corrispondenze dotate di valenze multiple.

L'equazione minima $\psi(z) = 0$ di una tale corrispondenza T dovrà allora possedere radici multiple. Se $-\gamma_1, -\gamma_2, \dots -\gamma_k$

(*) Hurwitz, l. c., § 10.

(**) Rosati, *Sulle corrispondenze algebriche fra i punti di una curva algebrica*. " Rendiconti della R. Accademia dei Lincei ", vol. XXII (1913).

sono le radici di $\psi(z)=0$ aventi la stessa molteplicità l, il fattore $\chi(z)=(z+\gamma_1)(z+\gamma_2)(z+\gamma_k)$ si stacca razionalmente da $\psi(z)$ e sarà perciò un polinomio a coefficienti interi. Ne segue che la $\chi(\Omega)$ è un'omografia singolare *razionale*, ed avrà perciò come 1° spazio singolare un R_{2q-1} razionale appoggiato ad α e ad α_0 lungo due spazi immaginari coniugati s_{q-1} ed $s^{(0)}_{q-1}$, e come 2° spazio singolare un $R_{2(p-q)-1}$ razionale congiungente un s_{p-q-1} di α col suo immaginario coniugato $s^{(0)}_{p-q-1}$ di α_0. La omografia $\chi(\Omega)$ induce in α_0 l'omografia singolare $\chi(\pi_0)=(\pi_0+\gamma_1 I)(\pi_0+\gamma_2 I)\dots(\pi_0+\gamma_k I)$ di cui $s^{(0)}_{q-1}$ è il 1° spazio singolare, e la $\chi(\Omega^{-1})$ induce nella stella (α) l'omografia singolare $\chi(\Pi)=(\Pi+\gamma_1 I)(\Pi+\gamma_2 I)\dots(\Pi+\gamma_k I)$ la cui 1ª stella singolare è la Σ_{q-1} avente per sostegno lo spazio che congiunge α con $R_{2(p-q)-1}$, ed è facile provare (*) che $s^{(0)}_{q-1}$ è lo spazio con-

(*) Sia Ω un'omografia di S_r e $\psi(z)=0$ la sua equazione minima. Indicando con $-\gamma_1, -\gamma_2, \dots, -\gamma_k$ radici distinte di $\psi(z)=0$, si consideri l'omografia $f(\Omega)=(\Omega+\gamma_1 I)(\Omega+\gamma_2 I)\dots(\Omega+\gamma_k I)$ e se ne ricerchi il 1° ed il 2° spazio singolare. Se S_{h_i-1} e G_{r-h_i} $(i=1,2,\dots,k)$ sono il 1° ed il 2° spazio singolare di $\Omega+\gamma_i I$, poichè G_{r-h_1} contiene S_{h_2-1}, l'omografia $\Omega_1=(\Omega+\gamma_1 I)(\Omega+\gamma_2 I)$ è singolare di specie h_1+h_2, ed il suo 1° spazio singolare $S_{h_1+h_2-1}$ dovrà passare per S_{h_1-1}, mentre il 2° $G_{r-h_1-h_2}$ dovrà giacere in G_{r-h_1} (cfr. ROSATI, *C. P.*, n° 4); e poichè i due fattori di Ω_1 sono omografie permutabili, $S_{h_1+h_2-1}$ dovrà passare anche per S_{h_2-1}, e $G_{r-h_1-h_2}$ dovrà giacere anche in G_{r-h_1}. Si conclude che $S_{h_1+h_2-1}$ è lo spazio congiungente S_{h_1-1} con S_{h_2-1} e che $G_{r-h_1-h_2}$ è l'intersezione di G_{r-h_1} con G_{r-h_2}. Si consideri ora l'omografia $\Omega_2=\Omega_1(\Omega+\gamma_3 I)$; poichè S_{h_3-1} giace in G_{r-h_1} e in G_{r-h_2} e quindi nella loro intersezione $G_{r-h_1-h_2}$, la Ω_2 sarà singolare di specie $h_1+h_2+h_3$ ed il 1° spazio singolare $S_{h_1+h_2+h_3-1}$, attesa la permutabilità di Ω_1 con $\Omega+\gamma_3 I$, dovrà passare per $S_{h_1+h_2-1}$ e per S_{h_3-1}, mentre il 2° spazio singolare $G_{r-h_1-h_2-h_3}$ dovrà giacere tanto in $G_{r-h_1-h_2}$ come in G_{r-h_3}. Dunque $S_{h_1+h_2+h_3-1}$ è lo spazio congiungente S_{h_1-1} S_{h_2-1} S_{h_3-1}, e $G_{r-h_1-h_2-h_3}$ è l'intersezione di G_{r-h_1} G_{r-h_2} G_{r-h_3}. Così continuando, si conclude che $f(\Omega)$ ha come 1° spazio singolare lo spazio congiungente S_{h_1-1} $S_{h_2-1}\dots S_{h_k-1}$ e come 2° spazio singolare l'intersezione di G_{r-h_1} $G_{r-h_2}\dots G_{r-h_k}$.

Indichi ora $\varphi(\Omega)$ un'omografia non singolare, funzione razionale intera di Ω; ciò significa che nessuna delle radici $-\rho_1, -\rho_2, \dots -\rho_l$ di $\varphi(z)=0$ appartiene all'equazione minima $\psi(z)=0$. L'omografia $\chi(\Omega)=f(\Omega)\varphi(\Omega)$ è allora singolare della stessa specie di $f(\Omega)$, ed osservando inoltre che per le omografie non singolari $\Omega+\rho_1 I, \dots \Omega+\rho_l I$ componenti $\varphi(\Omega)$ gli spazi $S_{h_1-1}\dots S_{h_k-1}$ sono di punti uniti e gli spazi $G_{r-h_1}\dots G_{r-h_k}$ sono di

giungente i primi spazi singolari dei fattori componenti $\chi(\pi_0)$ che risultano omografie singolari, ed analogamente che Σ_{q-1} è la stella congiungente le prime stelle singolari dei fattori di $\chi(\Pi)$ che risultano omografie singolari. Ora, perchè $\pi_0 + \gamma_i I$ e conseguentemente $\Pi + \gamma_i I$ siano singolari, occorre che $-\gamma_i$ sia radice dell'equazione minima $\varphi_0(z) = 0$ delle omografie π_0 e Π, cioè che γ_i sia una valenza della corrispondenza T. Quando ciò avviene, in virtù della proprietà dimostrata al n° 5, occorre che la molteplicità di $-\gamma_i$ per $\varphi_0(z) = 0$ sia minore od uguale ad l; nel 1° caso $-\gamma_i$ deve essere radice di $\varphi(z) = 0$ di molteplicità l, cioè γ_i è valenza l^{pla} di T^{-1}, nel 2° caso $-\gamma_i$ o non soddisfa a $\varphi(z) = 0$, o vi soddisfa con la molteplicità $\leq l$; cioè γ_i, o non è valenza di T^{-1} ovvero lo è di molteplicità $\leq l$.

Poichè la stella Σ_{q-1} è immagine di un sistema regolare riducibile, il ragionamento fatto prova che:

Se sopra una curva esiste una corrispondenza T *dotata di valenze multiple, la curva possiede sistemi regolari riducibili. Ed è tale il sistema congiungente i sistemi lineari associati alle valenze di* T *aventi una molteplicità* l, *che non siano al tempo stesso valenze di* T^{-1} *o lo siano di molteplicità* $\leq$ l, *e quelli associati alle valenze di* T *di molteplicità* $<$ l *purchè siano valenze di* T^{-1} *di molteplicità* l.

Dunque sopra una curva priva di sistemi regolari riducibili ogni corrispondenza è dotata di valenze tutte semplici.

Pisa, luglio 1917.

---

iperpiani uniti, si deduce che $\varphi(\Omega)$ trasforma in sè lo spazio congiungente i primi e lo spazio intersezione dei secondi, e che quindi l'omografia $\chi(\Omega)$ ha per spazi singolari quelli che competono a $f(\Omega)$.

Su alcune omografie speciali e sugli operatori omografici C, R.

Nota di ANGELO PENSA (a Torino).

Nell'opera: *Analyse Vectorielle générale* di C. BURALI-FORTI e R. MARCOLONGO (t. I e II) (1) che dovremo spesso citare (2), si trovano, insieme ai fondamenti della teoria delle *Omografie vettoriali*, le formole essenziali (3) per lo sviluppo di essa, e per le sue applicazioni alla Geometria, alla Meccanica ed alla Fisica Matematica.

Però nelle applicazioni continue della teoria, nuove formole si presentano ed altre se ne richiedono tra gli operatori omografici. Alcune di queste sono qui raccolte e dimostrate.

§ 1. — Omografie $\boldsymbol{u}\wedge$, $\boldsymbol{u}\wedge\alpha$, $\alpha\,.\,\boldsymbol{u}\wedge$.

Se $\boldsymbol{u}$ è un vettore, ed α un'omografia, si hanno le seguenti identità:

(1) $$\alpha\,.\,\boldsymbol{u}\wedge = \boldsymbol{u}\wedge\,.\,\mathrm{CK}\alpha - (\mathrm{K}\alpha\boldsymbol{u})\wedge\,,$$

(2) $$\boldsymbol{u}\wedge\alpha = \mathrm{CK}\alpha\,.\,\boldsymbol{u}\wedge - (\alpha\boldsymbol{u})\wedge\,,$$

---

(1) Pavia, Editore Mattei e C. (1912, 1913).

(2) Useremo le abbreviazioni A_1 ed A_2 rispettivamente.

(3) In A_2, pag. 134, vi sono alcuni errori tipografici. Scrivo qui le formole corrette, secondo il desiderio espressomi dagli Autori:

[8] $\mathrm{K}\,\mathrm{R}'(\alpha,\beta) = \mathrm{R}'(\mathrm{K}\alpha, \mathrm{K}\beta)$.

[9] $\mathrm{C}\,\mathrm{R}'(\alpha,\beta) = \mathrm{K}(\alpha\mathrm{C}\beta + \beta\mathrm{C}\alpha) = \mathrm{K}(\mathrm{C}\alpha\,.\,\beta + \mathrm{C}\beta\,.\,\alpha)$.

[11] $\mathrm{R}'(\boldsymbol{u}\wedge, \boldsymbol{v}\wedge) = 2\mathrm{D}\,\mathrm{H}(\boldsymbol{u},\boldsymbol{v})$.

[12] $\mathrm{R}'[\alpha, \mathrm{H}(\boldsymbol{u},\boldsymbol{v})] = -\boldsymbol{v}\wedge\,.\,\alpha\,.\,\boldsymbol{u}\wedge$.

$\mathrm{R}'[\mathrm{H}(\boldsymbol{u},\boldsymbol{v}), \mathrm{H}(\boldsymbol{a},\boldsymbol{b})] = \mathrm{H}(\boldsymbol{u}\wedge\boldsymbol{a}, \boldsymbol{v}\wedge\boldsymbol{b})$.

[13] $\mathrm{R}'(\alpha\beta, \alpha\gamma) = \mathrm{R}\alpha\,.\,\mathrm{R}'(\beta,\gamma)$.

La [12] qui riportata è dimostrata nel presente lavoro al § 3.

(3) $$C\alpha . u\wedge = u\wedge . K\alpha + (K\alpha u)\wedge ,$$

(4) $$u\wedge . C\alpha = K\alpha . u\wedge + (\alpha u)\wedge ,$$

(5) $$R\alpha . u\wedge = (\alpha u)\wedge . \alpha ,$$

(6) $$u\wedge . R\alpha = \alpha . (K\alpha u)\wedge .$$

Dimostrazioni. — Indicando con α un'omografia e con u, x, y vettori arbitrarii, si ha (A_1, n. 19, [1]):

$$(\alpha . u\wedge) x = \alpha (u\wedge x) = u\wedge CK\alpha x + x\wedge K\alpha u =$$
$$= u\wedge CK\alpha . x - (K\alpha u)\wedge x = \{ u\wedge CK\alpha - (K\alpha u)\wedge \} x ,$$

e di qui, per l'arbitrarietà di x, risulta la (1).

Nella (1) si operi con $-K$, e si avrà (A_1, n. 16, [1]; n. 12, [2]):

$$u\wedge . K\alpha = C\alpha . u\wedge - (K\alpha u)\wedge .$$

Cambiando, in questa, $K\alpha$ in α, si ottiene la (2).

Sostituendo nella (1) a $CK\alpha$ la sua espressione $I_1 K\alpha - K\alpha$, ossia $I_1\alpha - K\alpha$, si ha:

$$\alpha . u\wedge = I_1\alpha . u\wedge - u\wedge . K\alpha - (K\alpha u)\wedge ,$$

da cui, trasportando, si ha la (3).

Se nella (3) si cambia α in $K\alpha$, si ha ancora la (2).

Nella (1) si cambi α in $K\alpha$: si ottiene la (4).

Si ha (A_1, n. 20, [1]):

$$(R\alpha . u\wedge) x = R\alpha (u\wedge x) = (\alpha u)\wedge \alpha x ,$$

che, per l'arbitrarietà di x, dimostra la (5).

Sulla (5) opero con $-K$ ed ho:

$$u\wedge . RK\alpha = K\alpha . (\alpha u)\wedge ;$$

in questa cambio $K\alpha$ in α, ed ho la (6).

§ 2. — Sugli operatori C, R.

Indicando con α un'omografia, si hanno le seguenti identità [4]:

(1) $I_1 C\alpha = 2 I_1 \alpha$,

(2) $I_2 C\alpha = (I_1 \alpha)^2 + I_2 \alpha$,

(3) $I_3 C\alpha = I_1 \alpha \,.\, I_2 \alpha - I_3 \alpha$,

(4) $V C\alpha = - V\alpha$,

(5) $C(C\alpha) = I_1 \alpha + \alpha = C\alpha + 2\alpha$,

(5') $2 R\alpha = (CK\alpha)^2 - CK\alpha^2$,

(6) $RC\alpha = I_1 \alpha \,.\, K\alpha + R\alpha = I_2 \alpha + K\alpha^2$,

(7) $CR\alpha = I_2 \alpha - R\alpha = I_1 \alpha \,.\, K\alpha - K\alpha^2 = CK\alpha \,.\, K\alpha$,

(8) $(C\alpha)^{-1} = \frac{I_2 \alpha + \alpha^2}{I_1 \alpha \,.\, I_2 \alpha - I_3 \alpha} = \frac{I_1 \alpha \,.\, \alpha + RK\alpha}{I_1 \alpha \,.\, I_2 \alpha - I_3 \alpha}$ (per $C\alpha$ invertibile),

(9) $I_1 CR\alpha = 2 I_2 \alpha$,

(10) $I_1 RC\alpha = I_2 C\alpha$,

(11) $CRC\alpha = (I_1 \alpha)^2 - K\alpha^2$,

(12) $RCR\alpha = I_2 \alpha \,.\, RK\alpha + I_3 \alpha \,.\, \alpha$.

Dimostrazioni. — Si ha [A_2, pag. 136, (9')]:

$$I_3 (m + C\alpha) = m^3 + m^2 . I_1 C\alpha + m I_2 C\alpha + I_3 C\alpha,$$

od anche:

$$\begin{aligned} I_3 (m + C\alpha) = I_3 [(m + I_1 \alpha) - \alpha] &= (m + I_1 \alpha)^3 - (m + I_1 \alpha)^2 . I_1 \alpha + \\ &+ (m + I_1 \alpha) \,.\, I_2 \alpha - I_3 \alpha = m^3 + 2m^2 I_1 \alpha + \\ &+ m [(I_1 \alpha)^2 + I_2 \alpha] + [I_1 \alpha \,.\, I_2 \alpha - I_3 \alpha]. \end{aligned}$$

Uguagliando i coefficienti delle potenze simili di m, nelle due espressioni trovate per $I_3 (m + C\alpha)$, si hanno le (1), (2), (3).

---

(4) Identità nota e di uso frequente è:

$$KC\alpha = CK\alpha,$$

che si dimostra facilmente così:

$$KC\alpha = K(I_1 \alpha - \alpha) = I_1 \alpha - K\alpha = I_1 K\alpha - K\alpha = CK\alpha.$$

Si dimostra la (4) osservando che (A_1, n. 10, [1]; n. 12, [1]):

$$\mathrm{V}\,\mathrm{C}\alpha = \mathrm{V}\,[\mathrm{I}_1\alpha - \alpha] = \mathrm{V}\,\mathrm{I}_1\,\alpha - \mathrm{V}\alpha = -\,\mathrm{V}\alpha\,.$$

La (5) risulta osservando che (A_1, n. 8, [5]; n. 10, [1]):

$$\mathrm{C}\,(\mathrm{C}\alpha) = \mathrm{I}_1\mathrm{C}\alpha - \mathrm{C}\alpha = 2\mathrm{I}_1\alpha - \mathrm{I}_1\alpha + \alpha = \mathrm{I}_1\alpha + \alpha = \\ = (\mathrm{I}_1\alpha - \alpha) + 2\alpha = \mathrm{C}\alpha + 2\alpha\,.$$

Da formole note si ha:

$$(\mathrm{CK}\alpha)^2 - \mathrm{CK}\alpha^2 = (\mathrm{I}_1\mathrm{K}\alpha - \mathrm{K}\alpha)^2 - (\mathrm{I}_1\alpha^2 - \mathrm{K}\alpha^2) = \\ = (\mathrm{I}_1\alpha)^2 + \mathrm{K}\alpha^2 - 2\mathrm{I}_1\alpha\,.\,\mathrm{K}\alpha - \mathrm{I}_1\alpha^2 + \mathrm{K}\alpha^2 = \\ = (\mathrm{I}_1\alpha)^2 - \mathrm{I}_1\alpha^2 - 2\mathrm{I}_1\alpha\,.\,\mathrm{K}\alpha + 2\mathrm{K}\alpha^2.$$

Ma da (A_1, n. 25, [2]) si trae:

$$\mathrm{I}_1\alpha^2 = (\mathrm{I}_1\alpha)^2 + 2\mathrm{I}_2\alpha - \mathrm{I}_2\,(2\alpha) = (\mathrm{I}_1\alpha)^2 - 2\mathrm{I}_2\alpha\,.$$

Sostituendo nella precedente, e ricordando la definizione di $\mathrm{R}\alpha$, si ha:

$$(\mathrm{CK}\alpha)^2 - \mathrm{CK}\alpha^2 = 2\,(\mathrm{I}_2\alpha - \mathrm{I}_1\alpha\,.\,\mathrm{K}\alpha + \mathrm{K}\alpha^2) = 2\mathrm{R}\alpha$$

che è la (5′).

Ricorrendo alla (7), pag. 132 di A_2, si dimostra la prima parte della (6), così:

$$\mathrm{R}\,\mathrm{C}\alpha = \mathrm{R}\,(\mathrm{I}_1\alpha - \alpha) = (\mathrm{I}_1\alpha)^2 - \mathrm{I}_1\alpha\,.\,\mathrm{CK}\alpha + \mathrm{R}\alpha = \\ = (\mathrm{I}_1\alpha)^2 - \mathrm{I}_1\alpha\,(\mathrm{I}_1\alpha - \mathrm{K}\alpha) + \mathrm{R}\alpha = \mathrm{I}_1\alpha\,.\,\mathrm{K}\alpha + \mathrm{R}\alpha\,,$$

e sostituendo qui ad $\mathrm{R}\alpha$ la sua nota espressione (A_1, n. 20, [2]), si ha la seconda parte della (6).

Dalla [5], n. 8 e dalla [1], n. 22 di A_1, si ha la prima parte della (7), come segue:

$$\mathrm{C}\mathrm{R}\alpha = \mathrm{I}_1\mathrm{R}\alpha - \mathrm{R}\alpha = \mathrm{I}_2\alpha - \mathrm{R}\alpha\,.$$

La seconda parte della (7) si ha sostituendo qui ad $\mathrm{R}\alpha$ la

sua nota espressione, e applicando poi le formole [7], n. 17 e [5], n. 8 di A_1:

$$\begin{aligned} C R\alpha &= I_2\alpha - (I_2\alpha - I_1\alpha \,.\, K\alpha + K\alpha^2) = \\ &= (I_1\alpha - K\alpha) \,.\, K\alpha = CK\alpha \,.\, K\alpha \,. \end{aligned}$$

Dalle formole [4′], n. 20 e [2], n. 16 di A_1, si ricava:

$$I_3\alpha \,.\, (K\alpha)^{-1} = R\alpha \,.$$

Cambio, in questa, α in $KC\alpha$, ed ho (A_1, n. 17, [7]) (5):

$$I_3 C\alpha \,.\, (C\alpha)^{-1} = RKC\alpha, \qquad \text{da cui} \qquad (C\alpha)^{-1} = \frac{RCK\alpha}{I_3 C\alpha} \,.$$

In questa, ad $I_3C\alpha$ si sostituisca la sua espressione [(3) di questo §], e ad $RCK\alpha$ una o l'altra delle espressioni ricavate dalla (6) di questo §, sostituendovi $K\alpha$ ad α: risulterà dimostrata la (8).

Dalla (1) di questo §, per la [1], n. 22 di A_1, si ha la (9):

$$I_1 CR\alpha = 2 I_1 R\alpha = 2 I_2 \alpha \,.$$

La (10) si dimostra ponendo $C\alpha$ al posto di α nella prima delle [1], n. 22 di A_1.

Dalla [5], n. 8 di A_1, per la (10) di questo §, si ha:

$$CRC\alpha = I_1 RC\alpha - RC\alpha = I_2 C\alpha - RC\alpha \,.$$

Di qui, per le (2) e (6) di questo §, risulta la (11).

Si sostituisca $R\alpha$ ad α nella (6) di questo §, e poi si tengano presenti le [1], [3], [5] di A_1, n. 22. Si avrà la (12):

$$RCR\alpha = I_1 R\alpha \,.\, KR\alpha + RR\alpha = I_2\alpha \,.\, RK\alpha + I_3\alpha \,.\, \alpha \,.$$

---

(5) Supposto $C\alpha$ invertibile, ossia $I_3 C\alpha \neq 0$.

§ 3. — Prodotti di tre omografie.

Indicheremo con α, β delle omografie, e con $\boldsymbol{u}$, $\boldsymbol{v}$ dei vettori arbitrarii, mentre con $\boldsymbol{i}$, $\boldsymbol{j}$, $\boldsymbol{k}$ si indicherà una terna destrorsa di vettori unitarii ortogonali ([6]).

(1) $$\alpha \,.\, \boldsymbol{u}\wedge \,.\, \beta = \boldsymbol{u}\wedge \,.\, \mathrm{CK}\alpha \,.\, \beta - (\mathrm{K}\alpha\boldsymbol{u})\wedge\beta = \\ = \alpha \,.\, \mathrm{CK}\beta \,.\, \boldsymbol{u}\wedge - \alpha \,.\, (\beta\boldsymbol{u})\wedge ,$$

(1′) $$\mathrm{R}\alpha \,.\, \boldsymbol{u}\wedge \,.\, \beta = (\alpha\boldsymbol{u})\wedge\alpha\beta ,$$

(2) $$\mathrm{I}_1(\alpha \,.\, \boldsymbol{u}\wedge \,.\, \beta) = -2\boldsymbol{u}\times \mathrm{V}(\beta\alpha) = \\ = -2\boldsymbol{u}\times \{(\mathrm{C}\alpha)\,\mathrm{V}\beta - \mathrm{V}(\mathrm{K}\alpha \,.\, \beta)\}\ ([7]),$$

(3) $$\mathrm{I}_2(\alpha \,.\, \boldsymbol{u}\wedge \,.\, \beta) = \boldsymbol{u}\times \mathrm{R}(\beta\alpha)\,\boldsymbol{u} ,$$

(4) $$\mathrm{R}(\alpha \,.\, \boldsymbol{u}\wedge \,.\, \beta) = \mathrm{R}\alpha \,.\, \mathrm{H}(\boldsymbol{u},\boldsymbol{u}) \,.\, \mathrm{R}\beta = \mathrm{H}\{\mathrm{KR}\beta\boldsymbol{u}, \mathrm{R}\alpha\boldsymbol{u}\},$$

(5) $$2\mathrm{V}(\alpha \,.\, \boldsymbol{u}\wedge \,.\, \beta) = \{\mathrm{C}\beta \,.\, \mathrm{CK}\alpha - \mathrm{C}(\mathrm{K}\alpha \,.\, \beta)\}\,\boldsymbol{u},$$

(6) $$\boldsymbol{u}\wedge \,.\, \alpha \,.\, \boldsymbol{v}\wedge = -\mathrm{CH}(\boldsymbol{u},\boldsymbol{v}) \,.\, \mathrm{CK}\alpha + \mathrm{CH}(\boldsymbol{u}, \mathrm{K}\alpha\boldsymbol{v}) = \\ = -\mathrm{R}'[\alpha, \mathrm{H}(\boldsymbol{v},\boldsymbol{u})].$$

(7) $$\mathrm{I}_1(\boldsymbol{u}\wedge \,.\, \alpha \,.\, \boldsymbol{v}\wedge) = -\boldsymbol{v}\times \mathrm{C}\alpha\boldsymbol{u},$$

(8) $$\mathrm{R}(\boldsymbol{u}\wedge \,.\, \alpha \,.\, \boldsymbol{v}\wedge) = \boldsymbol{u}\times \mathrm{R}\alpha\boldsymbol{v} \,.\, \mathrm{H}(\boldsymbol{v},\boldsymbol{u}),$$

(9) $$\mathrm{I}_2(\boldsymbol{u}\wedge \,.\, \alpha \,.\, \boldsymbol{v}\wedge) = \boldsymbol{u}\times\boldsymbol{v} \,.\, \boldsymbol{u}\times \mathrm{R}\alpha\boldsymbol{v},$$

(10) $$2\mathrm{V}(\boldsymbol{u}\wedge \,.\, \alpha \,.\, \boldsymbol{v}\wedge) = \alpha(\boldsymbol{u}\wedge\boldsymbol{v}) - 2\mathrm{H}(\boldsymbol{v},\boldsymbol{u})\,\mathrm{V}\alpha = \\ = \mathrm{K}\alpha(\boldsymbol{u}\wedge\boldsymbol{v}) - 2\mathrm{H}(\boldsymbol{u},\boldsymbol{v})\,\mathrm{V}\alpha,$$

(11) $$\mathrm{V}(\boldsymbol{u}\wedge \,.\, \alpha \,.\, \boldsymbol{v}\wedge - \boldsymbol{v}\wedge \,.\, \alpha \,.\, \boldsymbol{u}\wedge) = \mathrm{D}\alpha(\boldsymbol{u}\wedge\boldsymbol{v}),$$

(12) $$\mathrm{I}_3(\boldsymbol{u}\wedge \,.\, \alpha \,.\, \boldsymbol{v}\wedge - \boldsymbol{v}\wedge \,.\, \alpha \,.\, \boldsymbol{u}\wedge) = \\ = 2\boldsymbol{u}\wedge\boldsymbol{v}\times \mathrm{K}\alpha(\boldsymbol{u}\wedge\boldsymbol{v}) \,.\, \boldsymbol{u}\wedge\boldsymbol{v}\times\alpha\mathrm{V}\alpha,$$

(13) $$\mathrm{I}_1(\beta \,.\, \alpha \,.\, \beta) = \mathrm{I}_1\beta \,.\, \mathrm{I}_1(\beta\alpha) - \mathrm{I}_1\mathrm{R}'(\beta, \beta\alpha),$$

(14) $$\boldsymbol{i}\wedge \,.\, \alpha \,.\, \boldsymbol{i}\wedge + \boldsymbol{j}\wedge \,.\, \alpha \,.\, \boldsymbol{j}\wedge + \boldsymbol{k}\wedge \,.\, \alpha \,.\, \boldsymbol{k}\wedge = -\mathrm{CK}\alpha .$$

([6]) Cfr. C. Burali-Forti et R. Marcolongo, *Éléments de calcul vectoriel*, etc. (Paris, Hermann et Fils, 1910), pag. 34.

([7]) Notiamo qui la relazione

(2′) $$\mathrm{V}(\beta\alpha) = (\mathrm{C}\alpha)\,\mathrm{V}\beta - \mathrm{V}(\mathrm{K}\alpha \,.\, \beta)$$

che risulterà dalla dimostrazione della (2).

DIMOSTRAZIONI. — La (1) del § 1, moltiplicata a destra per β, dà la prima parte della (1) di questo §; la seconda parte si ottiene cambiando α in β nella (2) del § 1, e poi moltiplicando a sinistra per α ([8]).

Dalla (5) del § 1, moltiplicando a destra per β, si ha la (1′).

La prima parte della (2) si ha dalle [1], n. 25 e [1], n. 23 di A_1:

$$I_1(\alpha \,.\, u\wedge \,.\, \beta) = I_1[u\wedge \,.\, (\beta\alpha)] = -2u \times V(\beta\alpha).$$

Dalle [1], [2], n. 9 di A_1, risulta $\beta = K\beta + 2V\beta\wedge$. Perciò sarà, tenendo presenti le formole (A_1, n. 23, [2]; n. 17, [2]):

$$V(\beta\alpha) = V[(K\beta + 2V\beta\wedge)\alpha] = V(K\beta \,.\, \alpha) + (C\alpha)V\beta =$$
$$= (C\alpha)V\beta - V(K\alpha \,.\, \beta)$$

che dimostra la (2′) della nota ([7]). Sostituendo a $V(\beta\alpha)$ questo valore, nella espressione trovata per $I_1(\alpha \,.\, u\wedge \,.\, \beta)$, si ha la seconda parte della (2).

Dalle formole [1], n. 25 e [1], n. 23 di A_1, si ha la (3):

$$I_2(\alpha \,.\, u\wedge \,.\, \beta) = I_2(u\wedge\beta\alpha) = u \times R(\beta\alpha)u.$$

La (4) risulta senz'altro applicando successivamente le formole [5], n. 20; [2], n. 21; [2], n. 24 di A_1.

Dalla (1) di questo § si ha:

$$2V(\alpha \,.\, u\wedge \,.\, \beta) = 2V[u\wedge \,.\, CK\alpha \,.\, \beta] - 2V[(K\alpha u)\wedge\beta] =$$

e per la [2], n. 23 di A_1:

$$= C(CK\alpha \,.\, \beta)u - (C\beta)K\alpha u = [C(CK\alpha \,.\, \beta) - (C\beta)K\alpha]u.$$

([8]) Se nelle due forme della (1), in luogo di $CK\alpha$, $CK\beta$ si pongono le loro espressioni $I_1\alpha - K\alpha$, $I_1\beta - K\beta$, si ottiene:

$$\alpha \,.\, u\wedge \,.\, \beta = I_1\alpha \,.\, u\wedge \,.\, \beta - u\wedge \,.\, K\alpha \,.\, \beta - (K\alpha u)\wedge\beta =$$
$$= I_1\beta \,.\, \alpha \,.\, u\wedge - \alpha \,.\, K\beta \,.\, u\wedge - \alpha(\beta u)\wedge.$$

Applicando qui, e anche oltre, la [1], n. 10 di A_1, si ha:

$$C(CK\alpha . \beta) - (C\beta) . K\alpha = C[(I_1\alpha - K\alpha) . \beta] - (C\beta) K\alpha =$$
$$= I_1\alpha . C\beta - C(K\alpha . \beta) - (C\beta) . K\alpha =$$
$$= C\beta (I_1\alpha - K\alpha) - C(K\alpha . \beta) =$$
$$= C\beta . CK\alpha - C(K\alpha . \beta).$$

Sostituendo questo nella espressione trovata per $2V(\alpha . \boldsymbol{u}\wedge . \beta)$, si ha la (5).

La prima parte della (6) si ottiene dalla (1) del § 1, moltiplicando a sinistra per $\boldsymbol{u}\wedge$, e poi applicando la [1], n. 24 di A_1:

$$\boldsymbol{u}\wedge . \alpha . \boldsymbol{v}\wedge = \boldsymbol{u}\wedge . \boldsymbol{v}\wedge . CK\alpha - \boldsymbol{u}\wedge . (K\alpha\boldsymbol{v})\wedge =$$
$$= - CH(\boldsymbol{u}, \boldsymbol{v}) . CK\alpha + CH(\boldsymbol{u}, K\alpha\boldsymbol{v}).$$

La seconda parte della (6) risulta applicando la 1ª delle (12) di A_2, pag. 134.

Per la formola $I_1(\alpha\beta) = I_1(\beta\alpha)$, si ha:

$$I_1(\boldsymbol{u}\wedge . \alpha . \boldsymbol{v}\wedge) = I_1 \{ (\boldsymbol{u}\wedge\alpha) . \boldsymbol{v}\wedge \} = \{ \boldsymbol{v}\wedge . (\boldsymbol{u}\wedge\alpha) \} =$$

Applicando ora la prima delle [1] e la [2] del n. 23 di A_1, risulta:

$$= - 2\boldsymbol{v} \times V(\boldsymbol{u}\wedge\alpha) = - \boldsymbol{v} \times C\alpha\boldsymbol{u}.$$

Così è dimostrata la (7).

Applicando successivamente le [5], n. 20 e [2], n. 21 di A_1, si ha:

$$R(\boldsymbol{u}\wedge . \alpha . \boldsymbol{v}\wedge) = R(\boldsymbol{u}\wedge) . R\alpha . R(\boldsymbol{v}\wedge) =$$
$$= H(\boldsymbol{u}, \boldsymbol{u}) . [R\alpha . H(\boldsymbol{v}, \boldsymbol{v})] =$$

e di qui, per la prima delle [2], n. 24 e penultima formola in nota a pag. 43 di A_1:

$$= H(\boldsymbol{u}, \boldsymbol{u}) . H(\boldsymbol{v}, R\alpha\boldsymbol{v}) = \boldsymbol{u} \times R\alpha\boldsymbol{v} . H(\boldsymbol{v}, \boldsymbol{u}),$$

con che è dimostrata la (8).

Dalla precedente, osservando che $\boldsymbol{u} \times \mathrm{R}\alpha \boldsymbol{v}$ è un numero, si ha, per la prima delle [1], n. 22 di A_1:

$$\mathrm{I}_2(\boldsymbol{u}\wedge . \alpha . \boldsymbol{v}\wedge) = \mathrm{I}_1 [\boldsymbol{u} \times \mathrm{R}\alpha\boldsymbol{v} . \mathrm{H}(\boldsymbol{v}, \boldsymbol{u})] = \boldsymbol{u} \times \mathrm{R}\alpha\boldsymbol{v} . \mathrm{I}_1\mathrm{H}(\boldsymbol{v}, \boldsymbol{u}),$$

e sostituendo qui ad $\mathrm{I}_1 \mathrm{H}(\boldsymbol{v}. \boldsymbol{u})$ il suo valore dato dalla prima delle [3], n. 12 di A_1, si ha la (9).

Applicando successivamente le formole n. 23, [2]; n. 25, [1] e n. 23, [1] di A_1, si ha:

$$2\mathrm{V}(\boldsymbol{u}\wedge . \alpha . \boldsymbol{v}\wedge) = \mathrm{C}(\alpha . \boldsymbol{v}\wedge)\boldsymbol{u} = [\mathrm{I}_1(\boldsymbol{v}\wedge\alpha) - \alpha . \boldsymbol{v}\wedge]\boldsymbol{u} = \\ = -2\boldsymbol{v} \times \mathrm{V}\alpha . \boldsymbol{u} + \alpha(\boldsymbol{u}\wedge\boldsymbol{v}).$$

Il termine $-2\boldsymbol{v} \times \mathrm{V}\alpha . \boldsymbol{u}$ si può scrivere $-2\mathrm{H}(\boldsymbol{v}, \boldsymbol{u})\mathrm{V}\alpha$, e si ha la prima parte della (10). Sostituendo invece ad α, in $\alpha(\boldsymbol{u}\wedge\boldsymbol{v})$, la sua espressione $\mathrm{K}\alpha + 2\mathrm{V}\alpha\wedge$, si ottiene:

$$2\mathrm{V}(\boldsymbol{u}\wedge . \alpha . \boldsymbol{v}\wedge) = \mathrm{K}\alpha(\boldsymbol{u}\wedge\boldsymbol{v}) + 2\mathrm{V}\alpha\wedge(\boldsymbol{u}\wedge\boldsymbol{v}) - 2\boldsymbol{v} \times \mathrm{V}\alpha . \boldsymbol{u} =$$

Sviluppando $2\mathrm{V}\alpha\wedge(\boldsymbol{u}\wedge\boldsymbol{v})$ e riducendo, si ha la seconda parte della (10):

$$= \mathrm{K}\alpha(\boldsymbol{u}\wedge\boldsymbol{v}) - 2\mathrm{V}\alpha \times \boldsymbol{u} . \boldsymbol{v} = \mathrm{K}\alpha(\boldsymbol{u}\wedge\boldsymbol{v}) - 2\mathrm{H}(\boldsymbol{u}, \boldsymbol{v})\mathrm{V}\alpha.$$

Per la precedente risulta:

$$2\mathrm{V}(\boldsymbol{u}\wedge . \alpha . \boldsymbol{v}\wedge - \boldsymbol{v}\wedge . \alpha . \boldsymbol{u}\wedge) = 2\alpha(\boldsymbol{u}\wedge\boldsymbol{v}) + \\ + 2\boldsymbol{u} \times \mathrm{V}\alpha . \boldsymbol{v} - 2\boldsymbol{v} \times \mathrm{V}\alpha . \boldsymbol{u} = 2\alpha(\boldsymbol{u}\wedge\boldsymbol{v}) - 2\mathrm{V}\alpha\wedge(\boldsymbol{u}\wedge\boldsymbol{v}) = \\ = 2(\alpha - \mathrm{V}\alpha\wedge)(\boldsymbol{u}\wedge\boldsymbol{v}) = 2\mathrm{D}\alpha(\boldsymbol{u}\wedge\boldsymbol{v}),$$

ed è così dimostrata la (11).

Per la [9], n. 25, e [1], n. 23 di A_1, e per la (8) di questo § si ha:

$$\mathrm{I}_3(\boldsymbol{u}\wedge\alpha . \boldsymbol{v}\wedge - \boldsymbol{v}\wedge . \alpha . \boldsymbol{u}\wedge) = \\ = \mathrm{I}_1 \{ \boldsymbol{v}\wedge . \mathrm{K}\alpha . \boldsymbol{u}\wedge . \boldsymbol{v} \times \mathrm{R}\alpha\boldsymbol{u} . \mathrm{H}(\boldsymbol{u}, \boldsymbol{v}) - \\ - \boldsymbol{u}\wedge . \mathrm{K}\alpha . \boldsymbol{v}\wedge . \boldsymbol{u} \times \mathrm{R}\alpha\boldsymbol{v} . \mathrm{H}(\boldsymbol{v}, \boldsymbol{u}) \} =$$

per la prima delle [2], n. 24 di A_1:

$$= I_1 \{ v \times R\alpha u \,.\, v\wedge \,.\, H[u, K\alpha(u\wedge v)] + \\ + u \times R\alpha v \,.\, u\wedge \,.\, H[v, K\alpha(u\wedge v)] \} =$$

applicando le [1], n. 23 e [3], n. 12 di A_1:

$$= -v \times R\alpha u \,.\, v \times u\wedge K\alpha(u\wedge v) - \\ - u \times R\alpha v \,.\, u \times v\wedge K\alpha(u\wedge v) =$$

e per note proprietà del prodotto vettoriale misto (9):

$$= u\wedge v \times K\alpha(u\wedge v) \{ v \times R\alpha u - u \times R\alpha v \} =$$

applicando il teorema di commutazione, e osservando che $K R\alpha - R\alpha = -2 V R\alpha\wedge$:

$$= u\wedge v \times K\alpha(u\wedge v) \,.\, u \times (K R\alpha - R\alpha)\, v = \\ = u\wedge v \times K\alpha(u\wedge v) \,.\, 2 V R\alpha \times u\wedge v =$$

per la [2], n. 22 di A_1:

$$= 2 u\wedge v \times K\alpha(u\wedge v) \,.\, u\wedge v \times \alpha V \alpha .$$

Così è dimostrata la (12).

Per la prima delle [2], n. 25 di A_1 risulta:

$$I_1(\beta \,.\, \alpha \,.\, \beta) = I_1 \{ (\beta\alpha) \,.\, \beta \} = I_1\beta \,.\, I_1(\beta\alpha) + I_2\beta + I_2(\beta\alpha) - I_2(\beta + \beta\alpha).$$

Sostituendo qui alla somma $I_2\beta + I_2(\beta\alpha) - I_2(\beta + \beta\alpha)$ il suo valore $- I_1 R'(\beta, \beta\alpha)$ dato dalla (7) di pag. 134 di A_2, si ha la (13).

La seconda parte della (6) di questo § dà:

$$i\wedge \,.\, \alpha \,.\, i\wedge = - R'[\alpha, H(i, i)];$$
$$j\wedge \,.\, \alpha \,.\, j\wedge = - R'[\alpha, H(j, j)];$$
$$k\wedge \,.\, \alpha \,.\, k\wedge = - R'[\alpha, H(k, k)].$$

---

(9) Loc. cit., nota (6), pag. 36, formole (5), (6).

Sommando membro a membro queste tre uguaglianze, e tenendo presente la (5) di pag. 134 di A_2, risulta:

$$\begin{aligned} &\boldsymbol{i}\wedge . \alpha . \boldsymbol{i}\wedge + \boldsymbol{j}\wedge . \alpha . \boldsymbol{j}\wedge + \boldsymbol{k}\wedge . \alpha . \boldsymbol{k}\wedge = \\ &= - \mathrm{R}' [\alpha, \mathrm{H}(\boldsymbol{i}, \boldsymbol{i}) + \mathrm{H}(\boldsymbol{j}, \boldsymbol{j}) + \mathrm{H}(\boldsymbol{k}, \boldsymbol{k})] = \end{aligned}$$

e per la [8], n. 6 di A_1 e la (10) di pag. 134 di A_2 si ottiene:

$$= - \mathrm{R}' (\alpha, 1) = - \mathrm{C K} \alpha,$$

con che è dimostrata la (14).

§ 4. — Somme di omografie speciali.

Siano α, β omografie, ed $\boldsymbol{u}$, $\boldsymbol{v}$ vettori qualunque. Si avrà:

(1) $\quad \mathrm{I}_1 (\alpha + \boldsymbol{u}\wedge \beta) = \mathrm{I}_1 \alpha - 2\boldsymbol{u} \times \mathrm{V}\beta,$

(2) $\quad \mathrm{I}_2 (\alpha + \boldsymbol{u}\wedge \beta) = \mathrm{I}_2 \alpha + \boldsymbol{u} \times \} \mathrm{R}\beta\boldsymbol{u} - 2\alpha\mathrm{V}\beta - 2\mathrm{V}(\mathrm{K}\alpha . \beta) \{$

(3) $\quad \mathrm{I}_3 (\alpha + \boldsymbol{u}\wedge \beta) = \mathrm{I}_3 \alpha + \boldsymbol{u} \times \} \alpha . \mathrm{RK}\beta\boldsymbol{u} + 2\mathrm{V}(\mathrm{R}\alpha . \mathrm{K}\beta) \{,$

(4) $\quad \mathrm{R} (\alpha + \boldsymbol{u}\wedge \beta) = \mathrm{R}\alpha + \beta . (\mathrm{K}\alpha\boldsymbol{u})\wedge + {}$
$\qquad\qquad + \mathrm{H} \} 2\mathrm{V}(\mathrm{K}\beta . \alpha) + \mathrm{RK}\beta\boldsymbol{u}, \boldsymbol{u} \{,$

(5) $\quad \mathrm{I}_1 \} \alpha + \mathrm{H}(\boldsymbol{u}, \boldsymbol{v}) \{ = \mathrm{I}_1 \alpha + \boldsymbol{u} \times \boldsymbol{v},$

(6) $\quad \mathrm{I}_2 \} \alpha + \mathrm{H}(\boldsymbol{u}, \boldsymbol{v}) \{ = \mathrm{I}_2 \alpha + \boldsymbol{u} \times \mathrm{C}\alpha\boldsymbol{v},$

(7) $\quad \mathrm{I}_3 \} \alpha + \mathrm{H}(\boldsymbol{u}, \boldsymbol{v}) \{ = \mathrm{I}_3 \alpha + \boldsymbol{u} \times \mathrm{KR}\alpha\boldsymbol{v} = \mathrm{I}_3 \alpha + \boldsymbol{v} \times \mathrm{R}\alpha\boldsymbol{u},$

(8) $\quad \mathrm{R} \} \alpha + \mathrm{H}(\boldsymbol{u}, \boldsymbol{v}) \{ = \mathrm{R}\alpha + \mathrm{R}' \} \alpha, \mathrm{H}(\boldsymbol{u}, \boldsymbol{v}) \{ = {}$
$\qquad\qquad = \mathrm{R}\alpha - \boldsymbol{v}\wedge . \alpha . \boldsymbol{u}\wedge,$

(9) $\quad \mathrm{I}_3 (\alpha + x\beta) = \mathrm{I}_3 \alpha . \} 1 + x\mathrm{I}_1 (\alpha^{-1}\beta) + x^2 \mathrm{I}_2 (\alpha^{-1}\beta) + {}$
$\qquad\qquad + x^3 \mathrm{I}_3 (\alpha^{-1}\beta) \{$ (per α invertibile).

Dimostrazioni. — Per la prima delle [1], n. 10 e la prima delle [1], n. 23 di A_1 si ha la (1).

Dalla [8], n. 25 di A_1 risulta:

$$\mathrm{I}_2 (\alpha + \boldsymbol{u}\wedge \beta) = \mathrm{I}_2 \alpha + \mathrm{I}_2 (\boldsymbol{u}\wedge \beta) + \mathrm{I}_1 \alpha . \mathrm{I}_1 (\boldsymbol{u}\wedge \beta) - \mathrm{I}_1 (\alpha . \boldsymbol{u}\wedge \beta) =$$

Per la seconda e la prima, successivamente, delle [1], n. 23 di A_1, e la (2), § 3 di questa Nota, si ha:

$$= I_2\alpha + \boldsymbol{u} \times R\beta\boldsymbol{u} - 2\boldsymbol{u} \times (I_1\alpha . V\beta) + \\ + 2\boldsymbol{u} \times \{(C\alpha) V\beta - V(K\alpha . \beta)\} = \\ = I_2\alpha + \boldsymbol{u} \times R\beta\boldsymbol{u} - 2\boldsymbol{u} \times (I_1\alpha . V\beta) + \\ + 2\boldsymbol{u} \times \{I_1\alpha . V\beta - \alpha V\beta - V(K\alpha . \beta)\} = \\ = I_2\alpha + \boldsymbol{u} \times R\beta\boldsymbol{u} - 2\boldsymbol{u} \times \{\alpha V\beta + V(K\alpha . \beta)\},$$

con che è dimostrata la (2).

Per la [9], n. 25 di A_1 si ha:

$$I_3(\alpha + \boldsymbol{u} \wedge \beta) = I_3\alpha + I_3(\boldsymbol{u} \wedge \beta) + \\ + I_1\{K\alpha . R(\boldsymbol{u} \wedge \beta) + K(\boldsymbol{u} \wedge \beta) . R\alpha\} =$$

applicando la terza delle [1] e la prima delle [3] del n. 23 di A_1, e la 1ª nota al n. stesso, si ottiene:

$$= I_3\alpha + I_1\{K\alpha . H(\boldsymbol{u}, \boldsymbol{u}) . R\beta - K\beta . \boldsymbol{u} \wedge . R\alpha\} =$$

ossia (A_1, n. 24, [2]):

$$= I_3\alpha + I_1 H(KR\beta\boldsymbol{u}, K\alpha\boldsymbol{u}) - I_1\{\boldsymbol{u} \wedge . (R\alpha . K\beta)\} =$$

e quindi (A_1, n. 12, [3]; n. 23, [1]; n. 15, [1]):

$$= I_3\alpha + \boldsymbol{u} \times \alpha RK\beta\boldsymbol{u} + 2\boldsymbol{u} \times V(R\alpha . K\beta),$$

ciò che dimostra la (3).

Indicando con $\boldsymbol{x}$ ed $\boldsymbol{y}$ due vettori arbitrarii, si ha, per definizione di R ([1], n. 20 di A_1):

$$R(\alpha + \boldsymbol{u} \wedge \beta)(\boldsymbol{x} \wedge \boldsymbol{y}) = (\alpha\boldsymbol{x} + \boldsymbol{u} \wedge \beta\boldsymbol{x}) \wedge (\alpha\boldsymbol{y} + \boldsymbol{u} \wedge \beta\boldsymbol{y}) =$$

sviluppando ed ordinando:

$$= R\alpha(\boldsymbol{x} \wedge \boldsymbol{y}) + \alpha\boldsymbol{x} \times \beta\boldsymbol{y} . \boldsymbol{u} - \alpha\boldsymbol{y} \times \beta\boldsymbol{x} . \boldsymbol{u} + \\ + \boldsymbol{u} \times \alpha\boldsymbol{y} . \beta\boldsymbol{x} - \boldsymbol{u} \times \alpha\boldsymbol{x} . \beta\boldsymbol{y} + (\boldsymbol{u} \times \beta\boldsymbol{x} \wedge \beta\boldsymbol{y})\boldsymbol{u} =$$

pel teorema di commutazione (A_1, n. 15, [1]):

$$= R\alpha(x \wedge y) + [y \times K\beta . \alpha x - x \times K\beta . \alpha y] u +$$
$$+ [y \times K\alpha u . \beta x - x \times K\alpha u . \beta y] + u \times \beta x \wedge \beta y . u .$$

L'espressione entro la prima parentesi quadra si trasforma colla [2] del n. 8 di A_1; quella entro la seconda, poichè $y \times K\alpha u$ ed $x \times K\alpha u$ sono numeri, è del tipo $m\beta x + n\beta y$ (indicando con m, n dei numeri), ossia $\beta(mx + ny)$, e si può scrivere $\beta(K\alpha u) \wedge (x \wedge y)$; e l'ultimo termine vale $u \times R\beta(x \wedge y) . u$, ossia, pel teorema di commutazione, $(RK\beta u) \times (x \wedge y) . u$. Quindi:

$$R(\alpha + u \wedge \beta)(x \wedge y) = R\alpha(x \wedge y) + 2V(K\beta . \alpha) \times (x \wedge y) . u +$$
$$+ \beta(K\alpha u) \wedge (x \wedge y) + (RK\beta u) \times (x \wedge y) . u =$$

ossia, per la [1] del n. 6 di A_1:

$$= R\alpha(x \wedge y) + H \{ 2V(K\beta . \alpha, u \} (x \wedge y) +$$
$$+ H \{ RK\beta u, u \} (x \wedge y) + \beta(K\alpha u) \wedge (x \wedge y).$$

Di qui, per la [4] del n. 6 di A_1, e per l'arbitrarietà di x ed y, risulta la (4).

Per la prima della [3], n. 12 di A_1 risulta la (5).

Applicando la [8], n. 25 di A_1 si ha:

$$I_2[\alpha + H(u, v)] = I_2\alpha + I_2 H(u, v) +$$
$$+ I_1\alpha . I_1 H(u, v) - I_1 \{ \alpha . H(u, v) \} =$$

ossia, per le [3], n. 12 e la prima delle [2], n. 24 di A_1:

$$= I_2\alpha + I_1\alpha . u \times v - u \times \alpha v = I_2\alpha + u \times (I_1\alpha - \alpha) v,$$

e quindi si ha la (6).

Per la [9], n. 25 di A_1 si ha:

$$I_3[\alpha + H(u, v)] = I_3\alpha + I_3 H(u, v) +$$
$$+ I_1 \{ K\alpha . RH(u, v) + KH(u, v) . R\alpha \} =$$

e poichè $I_3 H(u, v) = 0$, $RH(u, v) = 0$ e $KH(u, v) = H(v, u)$ come risulta dalle [3], n. 12, e [3], n. 21. Applicando ora la [2], n. 24 di A_1, e ancora la [3], n. 12, sarà:

$$= I_3 \alpha + I_1 H \{ KR\alpha v, u \} =$$
$$= I_3 \alpha + (KR\alpha v) \times u = I_3 \alpha + v \times R\alpha u,$$

e con ciò è interamente dimostrata la (7).

Applicando la (2) di A_2, pag. 134, si ottiene:

$$R' \{ \alpha, H(u, v) \} = R \{ \alpha + H(u, v) \} - R\alpha - RH(u, v);$$

e poichè (A_1, n. 21, [3]) è $RH(u, v) = 0$, così dalla precedente si trae:

$$R \{ \alpha + H(u, v) \} = R\alpha + R' \{ \alpha, H(u, v) \},$$

prima parte della (8).

Di qui, per la (12), pag. 134 di A_2 (10), si ha:

$$R \{ \alpha + H(u, v) \} = R\alpha - v\wedge . \alpha . u\wedge,$$

seconda parte della (8).

Applicando la [9], n. 25, e poi le [3], n. 10, [3], n. 20, e [1], n. 22 di A_1, si ha, per α invertibile:

$$I_3 (\alpha + x\beta) = I_3 \{ \alpha (1 + x\alpha^{-1}\beta) \} = I_3 \{ 1 + x\alpha^{-1}\beta \} . I_3\alpha =$$
$$= \{ 1 + x^3 I_3 (\alpha^{-1}\beta) + I_1 [x^2 R(\alpha^{-1}\beta) + xK(\alpha^{-1}\beta)] \} . I_3\alpha =$$
$$= \{ 1 + x^3 I_1 (\alpha^{-1}\beta) + x^2 I_2 (\alpha^{-1}\beta) + x I_1 (\alpha^{-1}\beta) \} . I_3\alpha .$$

che dimostra la formola (9).

Torino, novembre 1917.

---

(10) Qui riportata nella nota (3), formola [12].

Sulle deformazioni delle dighe a volta.

Nota del Socio C. GUIDI.

In una precedente Nota pubblicata l'anno scorso nel " Giornale del Genio Civile ", avente per titolo *Sulle dighe a volta*, abbiamo dato le formole per il calcolo degli sforzi unitarî massimi prodotti in queste costruzioni dalla pressione idrostatica e da variazioni di temperatura. Vogliamo ora tornare sull'argomento per completarlo col calcolo delle deformazioni, la cui importanza pratica non è inferiore a quella del calcolo statico, in quanto che permette di verificare se le deformazioni osservate concordino con quelle teoriche, per dedurne un giudizio sulla buona esecuzione dell'opera.

Consideriamo, come si è fatto già per il problema statico, un anello orizzontale di volta, di spessore costante h, a direttrice circolare, lungo l'unità nel senso delle generatrici che si suppongono verticali, e calcoliamone lo spostamento del vertice in direzione normale alla corda, prodotto dalla pressione idrostatica e da variazioni di temperatura.

1° Spostamento del vertice prodotto dalla pressione idrostatica. — Conservando i simboli già adottati nella precedente Nota, e tenendo presente la teoria ivi svolta, è chiaro che la diminuzione Δf_p della freccia dell'arco, prodotta dalla pressione idrostatica, può riguardarsi come somma di quella

$$\Delta_0 f_p = -\frac{pr}{Eh} f \tag{1}$$

generata dall'accorciamento uniforme $\left(= \frac{pr}{Eh1}\right.$ per unità di lunghezza$\left.\right)$ prodotto dalla pressione normale uniforme $\frac{pr}{1 \,.\, h}$ su cia-

scuna sezione trasversale dell'arco, e dell'altra $\Delta_1 f_p$ prodotta dalla reazione supplementare

$$H = -\frac{\frac{pr}{Eh} l}{\mathbf{J}_x},$$

che qui indicheremo con H_p.

Questo secondo spostamento può essere calcolato (fig. 1) considerando il semiarco AC come incastrato in A e cimentato al vertice dalla forza H_p che, com'è noto, passa pel baricentro elastico dell'arco. Secondo la teoria dell'ellisse di elasticità, indicando con $\mathcal{G}'$ il peso elastico del semiarco, con d la distanza del baricentro elastico G' del semiarco dall'asse y, con d_x la distanza, dall'asse x, dell'antipolo Y dell'asse y rispetto all'ellisse di elasticità del semiarco, lo spostamento $\Delta_1 f_p$ è dato dall'espressione

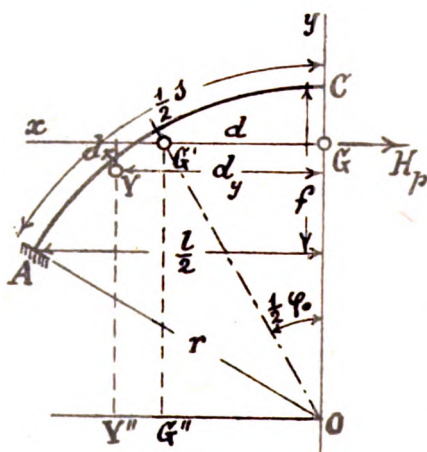



Fig. 1.

$$\Delta_1 f_p = H_p \cdot \mathcal{G}' \cdot d \cdot d_x \tag{2}$$

nella quale (v. Nota precedente), indicando con ρ il raggio di inerzia della sezione trasversale dell'arco rispetto all'asse di flessione, è

$$H_p = -\frac{ph^2}{6r\left[\left(\frac{s}{l} + \frac{r-f}{r}\right)\left(1 + \frac{\rho^2}{r^2}\right) - 2\frac{l}{s}\right]} \tag{3}$$

e

$$\mathcal{G}' = \frac{1}{2}\frac{s}{EJ} = 6\frac{s}{Eh^3}. \tag{4}$$

Il baricentro elastico G' del semiarco, il quale evidentemente cade sull'asse x, orizzontale passante pel baricentro elastico G di tutto l'arco, coincide nel caso attuale, trattandosi

di un arco omogeneo di sezione costante, col centro di gravità del semiarco. Si ha cioè

$$OG' = r \frac{r \operatorname{sen} \frac{\varphi_0}{2}}{r \frac{\varphi_0}{2}} = r \frac{\operatorname{sen} \frac{\varphi_0}{2}}{\frac{\varphi_0}{2}}$$

e quindi

$$GG' = d = OG' \operatorname{sen} \frac{\varphi_0}{2} = r \frac{\operatorname{sen}^2 \frac{\varphi_0}{2}}{\frac{\varphi_0}{2}}. \tag{5}$$

Si ha poi

$$d_x = G'G'' - YY'',$$

ma

$$G'G'' = OG' \operatorname{sen}\left(90 - \frac{\varphi_0}{2}\right) = r \frac{\operatorname{sen} \frac{\varphi_0}{2} \cos \frac{\varphi_0}{2}}{\frac{\varphi_0}{2}} = r \frac{\operatorname{sen} \varphi_0}{\varphi_0}$$

$$YY'' = \frac{\int_0^{\varphi_0} ds . r \operatorname{sen} \varphi \left(r + \frac{\rho^2}{r}\right) \cos \varphi}{r\varphi_0 . r \frac{\operatorname{sen}^2 \frac{\varphi_0}{r}}{\frac{\varphi_0}{2}}} = r \left(1 + \frac{\rho^2}{r^2}\right) \frac{\int_0^{\varphi_0} \operatorname{sen} \varphi \cos \varphi \, d\varphi}{2 \operatorname{sen}^2 \frac{\varphi_0}{2}} =$$

$$= r \left(1 + \frac{\rho^2}{r^2}\right) \frac{\operatorname{sen}^2 \varphi_0}{4 \operatorname{sen}^2 \frac{\varphi_0}{2}}$$

e quindi

$$d_x = r \frac{\operatorname{sen} \varphi_0}{\varphi_0} \left[1 - \left(1 + \frac{\rho^2}{r^2}\right) \frac{\operatorname{sen} \varphi_0}{2 (1 - \cos \varphi_0)} \varphi_0\right]. \tag{6}$$

Ovvero, notando che

$$\varphi_0 = \frac{s}{2r}; \quad \frac{\operatorname{sen}^2 \frac{\varphi_0}{2}}{\frac{\varphi_0}{2}} = \frac{2 \operatorname{sen}^2 \frac{\varphi_0}{2}}{\varphi_0} = \frac{1 - \cos \varphi_0}{\varphi_0} = \frac{r (1 - \cos \varphi_0)}{r \varphi_0} = \frac{2f}{s}$$

$$\operatorname{sen} \varphi_0 = \frac{l}{2r}; \quad 1 - \cos \varphi_0 = \frac{r (1 - \cos \varphi_0)}{r} = \frac{f}{r},$$

si ha anche

$$(5)' \qquad d = \frac{2fr}{s}$$

$$(6)' \qquad d_x = \frac{rl}{s}\left[1 - \frac{ls}{8fr}\left(1 + \frac{\rho^2}{r^2}\right)\right].$$

Sostituendo le espressioni fornite dalle (3), (4), (5)' e (6)' nella (2) e sommando quest'ultima colla (1) si ha finalmente

$$(7) \qquad \Delta f_p = \Delta_0 f_p + \Delta_1 f_p = -\frac{p}{E}\frac{r}{h}\frac{\frac{s}{l} + \frac{r-f}{r} - \frac{l^2}{4rf}}{\frac{s}{l} + \frac{r-f}{r} - \frac{2l}{s\left(1 + \frac{\rho^2}{r^2}\right)}} f.$$

2° **Spostamento del vertice prodotto da variazione di temperatura.** — Come si è già visto nella precedente Nota, la supposizione più generale che possa farsi circa la variazione di temperatura è quella di supporre una variazione con legge lineare attraverso lo spessore dell'arco, che sia di t_e gradi all'estradosso e di t_i gradi all'intradosso, e si è notato come essa equivalga ad una variazione uniforme di $\frac{t_e + t_i}{2} = t_0$ gradi, più una variazione lineare da $\frac{t_e - t_i}{2} = \frac{\Delta t}{2}$ gradi all'estradosso a $-\frac{t_e - t_i}{2} = -\frac{\Delta t}{2}$ all'intradosso, e però nulla in corrispondenza dello strato medio.

Riguardo alla variazione uniforme di t_0 gradi, si osservi che l'effetto da essa prodotto è affatto analogo a quello generato dalla pressione idrostatica, ed invero come per quest'ultima la causa della deformazione è l'accorciamento unitario $\frac{pr}{Eh}$, così per la detta variazione uniforme di temperatura la causa è la dilatazione unitaria espressa da $\pm \alpha t_0$; basta quindi nella (7) sostituire $\frac{pr}{Eh}$ con αt_0, con che si ha

$$(8) \qquad \Delta f_{t_0} = \alpha t_0 \frac{\frac{s}{l} + \frac{r-f}{r} - \frac{l^2}{4rf}}{\frac{s}{l} + \frac{r-f}{r} - \frac{2l}{s\left(1 + \frac{\rho^2}{r^2}\right)}} f,$$

ossia, in valore assoluto, è

$$\Delta f_{t_0} = \Delta f_p \frac{E\alpha t_0 h}{pr}. \tag{9}$$

Per l'altra variazione di temperatura invece l'arco rimane invariato di forma, ed è quindi nullo lo spostamento del vertice. Ed infatti due sezioni trasversali qualunque dell'arco a distanza Δs fra loro, se l'arco fosse svincolato da un'imposta, ruoterebbero, come si è visto nella precedente Nota, per effetto della detta variazione di temperatura, dell'angolo

$$d\Delta\varphi = \frac{\alpha \Delta t \,.\, \Delta s}{h}; \tag{10}$$

Ma per effetto della reazione d'imposta, che, come si è veduto, si riduce ad una coppia di momento $\mathfrak{M}$, ogni elemento dell'arco è cimentato dalla coppia stessa

$$\mathfrak{M} = \frac{E\alpha \,.\, \Delta t \,.\, h^2}{12}$$

e la rotazione delle due sezioni limitanti l'elemento Δs è, secondo la teoria della flessione,

$$d\Delta\varphi = \frac{\mathfrak{M}}{EJ} \Delta s = \frac{\frac{E\alpha \,.\, \Delta t \,.\, h^2}{12}}{E \frac{1}{12} h^3} \Delta s = \frac{\alpha \Delta t \,.\, \Delta s}{h}$$

coincidente colla (10); cioè la deformazione elastica prodotta dalla reazione annulla la deformazione termica. Adunque, una variazione di temperatura, secondo questa seconda legge, produce bensì sforzi interni che divengono massimi, in valore assoluto, all'estradosso ed all'intradosso, e che ivi possono raggiungere valori molto elevati; ma non sono avvertiti da deformazioni dell'arco, precisamente come un tirante metallico rettilineo vincolato rigidamente alle estremità, in modo da non potersi accorciare in seguito ad abbassamento di t gradi di temperatura subisce uno sforzo unitario di trazione $\sigma_t = E\alpha t$ senza che apparisca alcuna deformazione.

Esempio numerico. — Facciamo di quanto si è detto un'applicazione alla diga di *Barossa* (Australia) di cui la fig. 2 rappresenta la sezione trasversale. La costruzione, eseguita in beton di cemento con interposizione di blocchi di pietra, fu terminata nel 1904; è una diga a profilo triangolare con paramento verticale a monte, ed inclinato di 1 di base per 2,69 di altezza a valle. Soltanto in sommità il profilo è corretto da un lieve ingrossamento, ed ivi il muro è rinforzato da due file di rotaie. Gli spessori notevolmente ridotti di questa diga (m. 1,37 in corona e m. 9,55 in corrispondenza del fondo del lago, per una ritenuta massima di m. 25,70) sono legittimati dal suo modo di resistere come volta, poichè la direttrice del paramento a monte è un arco circolare di m. 60,95 di raggio, la cui ampiezza al coronamento raggiunge 135° 20′.

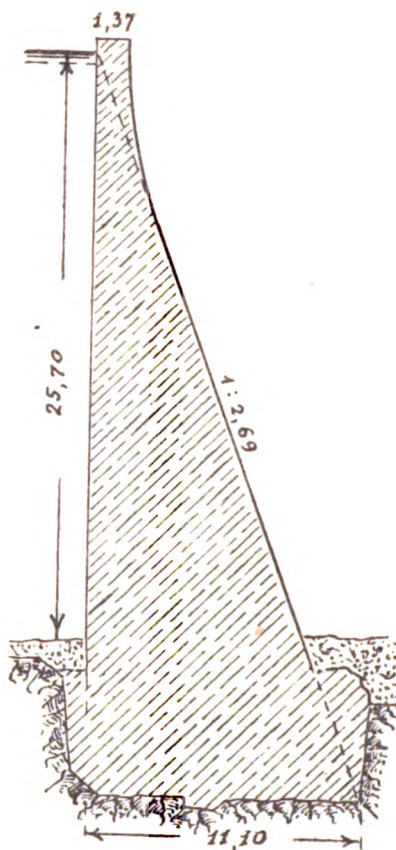



Fig. 2.

Consideriamo un anello alto l'unità, alla profondità media di m. 13,45 sotto la massima ritenuta; ivi lo spessore della diga è di $\dfrac{13,45}{2,69} =$ m. 5, di guisa che l'asse geometrico dell'anello è un arco circolare di raggio $r = 60,95 - 2,50 =$ m. 58,45 e di un'ampiezza $2\varphi_0$ che, in mancanza di dati precisi, riterremo di 120°, per modo che

$$\frac{s}{l} = 1,209151\,, \qquad \frac{l}{s} = 0,827027\,; \qquad \frac{f}{r} = \frac{r-f}{r} = 0,5\,;$$

$$\frac{l}{r}=1{,}732051; \quad \frac{l}{f}=2\frac{l}{r}; \quad \frac{s-l}{s}=0{,}172973;$$

$$\frac{l^2}{4fr}=1{,}5; \quad \frac{h}{r}=\frac{5}{58{,}45}=\frac{1}{11{,}69}=0{,}085543;$$

$$\frac{\rho^2}{r^2}=\frac{1}{12}\left(\frac{h}{r}\right)^2=\frac{1}{12}\left(\frac{1}{11{,}69}\right)^2=0{,}000610;$$

$$\frac{l^2}{4fr}\left(1+\frac{\rho^2}{r^2}\right)=1{,}500915; \qquad p=1{,}345\ ^{\mathrm{Kg}}/_{\mathrm{cm}^2}.$$

Supponendo che da una precedente temperatura media uniforme di 15°, la temperatura nel paramento a monte discenda a 10° e quella del paramento a valle salga a 30°, con variazione lineare fra le due attraverso lo spessore dell'anello, si avrà

$$t_e=-5; \quad t_i=+15; \quad t_0=\frac{15-5}{2}=5;$$
$$\Delta t=-5-15=-20.$$

Benchè non sia lo scopo di questa Nota, crediamo interessante di calcolare qui, di passaggio, gli sforzi interni unitarî massimi che producونsi in tali condizioni.

Ponendo per brevità [1]

$$\mu=\frac{\dfrac{s-l}{s}-\dfrac{h}{6r}}{\left(\dfrac{s}{l}+\dfrac{r-f}{r}\right)\left(1+\dfrac{\rho^2}{r^2}\right)-2\dfrac{l}{s}},$$

$$\mu_1=\frac{\dfrac{s-l}{s}+\dfrac{h}{6r}}{\left(\dfrac{s}{l}+\dfrac{r-f}{r}\right)\left(1+\dfrac{\rho^2}{r^2}\right)-2\dfrac{l}{s}},$$

---

[1] Le espressioni dei coefficienti numerici μ differiscono da quelle date nella precedente Nota, per essere più rigorose, non essendosi trascurato il rapporto $\frac{\rho^2}{r^2}$ rispetto all'unità, ed essendosi presi della H i momenti rispetto ai punti di nocciolo delle rispettive sezioni, anzichè rispetto ai baricentri, due correzioni, che per rapporti $\frac{h}{r}$ non piccolissimi possono avere qualche, benchè lieve, influenza sul risultato.

$$\mu' = \frac{\frac{l}{s} - \frac{r-f}{r}\left(1 - \frac{h}{6r}\right)}{\left(\frac{s}{l} + \frac{r-f}{r}\right)\left(1 + \frac{\rho^2}{r^2}\right) - 2\frac{l}{s}},$$

$$\mu_1' = \frac{\frac{l}{s} - \frac{r-f}{r}\left(1 + \frac{h}{6r}\right)}{\left(\frac{s}{l} + \frac{r-f}{r}\right)\left(1 + \frac{\rho^2}{r^2}\right) - 2\frac{l}{s}},$$

le formole che esprimono gli sforzi unitarî all'estradosso ed all'intradosso della sezione al vertice e delle sezioni alle imposte sono le seguenti, nelle quali col segno — s'indicano gli sforzi di compressione, col segno + quelli di tensione

$$(11)\begin{cases} \text{al vertice} \; . \begin{cases} \sigma_e = -p\left(\frac{r}{h} + \mu\right) + E\alpha\left(t_0 \frac{h}{r}\mu - \frac{\Delta t}{2}\right), \\ \sigma_i = -p\left(\frac{r}{h} - \mu_1\right) - E\alpha\left(t_0 \frac{h}{r}\mu_1 - \frac{\Delta t}{2}\right), \end{cases} \\ \text{alle imposte} \begin{cases} \sigma_e = -p\left(\frac{r}{h} - \mu'\right) - E\alpha\left(t_0 \frac{h}{r}\mu' + \frac{\Delta t}{2}\right), \\ \sigma_i = -p\left(\frac{r}{h} + \mu_1'\right) + E\alpha\left(t_0 \frac{h}{r}\mu_1' + \frac{\Delta t}{2}\right). \end{cases} \end{cases}$$

Ora, con i valori numerici sopra indicati, risultano

$$\mu = 2{,}827\,; \quad \mu_1 = 3{,}335\,; \quad \mu' = 5{,}952\,; \quad \mu_1' = 5{,}698$$

e quindi, ritenendo $E = 150000\ ^{\mathrm{Kg}}/_{\mathrm{cm}^2}$, $\alpha = 0{,}000009$, le (11) forniscono:

al vertice

$$\sigma_e = -1{,}345\,(11{,}69 + 2{,}827) + 1{,}35\,(1{,}209 + 10) =$$
$$= -19{,}53 + 15{,}13 = -\ \ 4{,}4\ ^{\mathrm{Kg}}/_{\mathrm{cm}^2},$$

$$\sigma_i = -1{,}345\,(11{,}69 - 3{,}335) - 1{,}35\,(1{,}426 + 10) =$$
$$= -11{,}24 - 15{,}43 = -26{,}7 \quad \text{»} \; ,$$

alle imposte

$$\sigma_e = -1{,}345\,(11{,}69 - 5{,}952) - 1{,}35\,(2{,}546 - 10) =$$
$$= -\ 7{,}72 + 10{,}06 = +\ \ 2{,}3 \quad \text{»} \; ,$$

$$\sigma_i = -1{,}345\,(11{,}69 + 5{,}698) + 1{,}35\,(2{,}437 - 10) =$$
$$= -23{,}39 - 10{,}21 = -33{,}6 \quad \text{»} \; .$$

Anche da questo esempio emerge quanto grande possa riuscire l'alterazione nel regime degli sforzi interni di queste costruzioni per causa di una variazione di temperatura, sia pure non eccessiva, e come facilmente ne possano derivare sforzi di tensione nel paramento a monte.

Passando ora alle deformazioni, e ricordando che indichiamo col segno + gli spostamenti del vertice che corrispondono ad un aumento della freccia, col segno — quelli che ne rappresentano una diminuzione, si ha dalla (7), con i valori numerici sopra indicati,

$$\Delta f_p = - \text{m. } 0{,}0114$$

ed in virtù di tale valore, ed osservando che $\frac{E\alpha t_0 h}{pr} = 0{,}426$, si ha per la (9)

$$\Delta f_{t_0} = 0{,}426 \times 0{,}0114 = \text{m. } 0{,}0049.$$

Vogliamo ancora calcolare lo spostamento del vertice al coronamento del muro, prodotto da una variazione uniforme di temperatura. Ivi si ha

$$2\varphi_0 = 135^\circ\,20', \quad r = 60{,}95 - 0{,}70 = \text{m. } 60{,}25,$$
$$s = r\,2\varphi_0 = 60{,}25 \times 2{,}362012 = \text{„ } 142{,}311,$$
$$l = 2r \operatorname{sen}\varphi_0 = 120{,}50 \times 0{,}92499 = \text{„ } 111{,}461,$$
$$f = r\,(1 - \cos\varphi_0) = 60{,}25 \times 0{,}62001 = \text{„ } 37{,}356,$$
$$\frac{\rho^2}{r^2} = \frac{1}{12}\,\frac{1{,}4^2}{60{,}25^2} = 0{,}000045,$$

e quindi

$$\frac{s}{l} = 1{,}276787, \qquad \frac{r-f}{r} = 0{,}379983,$$
$$\frac{l^2}{4rf} = 1{,}379966, \qquad \frac{2l}{s\left(1 + \frac{\rho^2}{r^2}\right)} = 1{,}562773,$$

e però la (8) fornisce

$$\Delta f_{t_0} = 110{,}007\,\alpha t_0.$$

Supponendo $\alpha = 0{,}00001$, perchè nella regione superiore del muro mancano i blocchi in pietra, e, come si è detto, il muro è armato da rotaie, e per una variazione uniforme t_0 di 20° nell'interno della muratura, che non è da escludersi, si avrebbe la rilevante deformazione

$$\Delta f_{t_0} = 110{,}007 \times 0{,}00001 \times 20 = \text{m. } 0{,}022,$$

la quale va abbastanza d'accordo con quella ricavata da rilievo fatto sulla costruzione eseguita, dopo la sua entrata in servizio [1].

Torino, novembre 1917.

---

[1] Cfr. *Le Génie Civil*, 13 Août 1904.

Sulla identità della spangite con la phillipsite.

Nota di F. ZAMBONINI.

(Con 1 Tavola).

Nel 1872 P. MANTOVANI (1) pubblicava una breve Nota, dedicata alla descrizione di una nuova zeolite, da lui rinvenuta sulle pareti delle fenditure della leucitite di Capo di Bove, presso Roma.

Per il nuovo minerale, il MANTOVANI proponeva il nome di *spangite*, in onore del signor NORMAN SPANG, di Pittsburg, possessore di una famosa collezione di minerali.

La descrizione del MANTOVANI era molto sommaria: un'analisi, eseguita dal POSTEMPSKI, avrebbe dato i risultati seguenti:

SiO_2	49.00
Al_2O_3	19.50
CaO	4.85
MgO	3.70
K_2O	6.33
H_2O	16.75
	100.13

Questa analisi si avvicina abbastanza alla composizione chimica di alcune phillipsiti tipiche, quali, per esempio, quelle di Nidda, di Annerod, del Limburg, ecc., dalle quali si distinguerebbe soltanto per la parziale sostituzione del magnesio al calcio. Per questo motivo, DANA (2) e HINTZE (3) hanno posto la

(1) Pubblicazione separata, datata da Roma, 10 aprile 1872.
(2) *System of Mineralogy*, 6th ed., 1892, pag. 581.
(3) *Handbuch der Mineralogie*, II, pag. 1808.

spangite in relazione con la phillipsite, ed altrettanto ho fatto io stesso [1] molti anni fa: notai, anzi, che, qualora l'analisi del Postempski fosse stata esatta, si sarebbe avuto a che fare, per quel che riguarda la composizione, con una phillipsite comune, presentante un tenore in MgO appena più considerevole di quello constatato dal Gorceix [2] nella varietà di Minas Geraes. Non mancai, però, dall'osservare che l'analisi del Postempski era del tutto dubbia. Finora, infatti, nelle vere e proprie zeoliti, il magnesio non si è mai riscontrato che in quantità piccolissime, e spesso, anzi, completamente assente, non solo, ma quando si era creduto, come aveva fatto il Bechi, di aver trovato nel picroanalcime e nella savite, delle varietà magnesifere di analcime e di natrolite, le nuove analisi del Bamberger e del Mattirolo mostrarono che il magnesio in realtà non era presente. Nel caso speciale, poi, delle zeoliti che tappezzano le fenditure delle leucititi romane, si ha che nè v. Kobell, nè Marignac, nè io abbiamo mai rinvenuto il magnesio altro che tutt'al più in traccie minime, non determinabili con esattezza, qualora l'analisi sia eseguita sulle quantità solite di sostanza.

Ad ogni modo, è certo che sulla vera natura della spangite non si sa nulla di preciso: anche il ravvicinamento ad una specie nota è reso malsicuro, sia dalla descrizione troppo incompleta del Mantovani, sia dalle incertezze che regnano intorno all'analisi del Postempski, sia, infine, per il fatto che i campioni, etichettati in alcuni Musei come spangite, vanno riferiti, come ebbe a dirmi il compianto prof. Strüver anni sono, non alla phillipsite, ma, bensì, alla cabasite.

Per risolvere con certezza la questione era necessario poter esaminare uno almeno dei campioni originali del Mantovani, sui quali era stata fondata la specie, ma ciò non mi è stato reso possibile che solo di recente, grazie alla cordiale amicizia del colonn. W. A. Roebling. Come egli mi ha cortesemente scritto, negli Stati Uniti d'America si trovano *due* soli esem-

---

[1] *Kurzer Beitrag zur chemischen Kenntniss einiger Zeolithe der Umgegend Roms.* " Neues Jahrb. für Min. Geol. u. s. w. „, 1902, II, 64.

[2] *Note sur une zéolite d'une roche pyroxénique du bassin de l'Abaété (Minas Géraës, Brésil).* " Bull. Soc. minér. de France „, 1884, VII, 32.

plari *originali* di spangite: uno nella collezione del sig. Spang, l'altro in quella del colonn. Roebling. L'uno e l'altro provengono dalle cave situate presso il monumento di Cecilia Metella, sulla via Appia Antica, chiamato comunemente Capo di Bove.

Nel campione del colonn. Roebling i cristallini di spangite sono molto minuti, mentre si presentano più grandi in quello del sig. Spang; ma, del resto, i due campioni sono identici. Dati i pericoli ai quali è soggetta la navigazione, il colonnello Roebling non mi ha potuto spedire il suo campione, ma, invece, un frammentino da esso distaccato ed alcune fotografie; l'uno e le altre giunsero fortunatamente nelle mie mani.

L'esame del frammentino inviatomi dal colonn. Roebling mi ha permesso di stabilire facilmente che la spangite è da riferirsi con certezza alla phillipsite, e che i suoi cristalli, per la loro forma, sono perfettamente identici a quelli di Capo di Bove e delle altre leucititi romane, che sono stati ampiamente descritti da vari autori e da me stesso [1].

I cristalli di spangite sono, nel campione originale posseduto dal colonn. Roebling e nel frammentino mandatomi, assai piccoli, poichè i più grandi non superano i mm. 0,7 nella direzione dell'asse a, secondo il quale sono allungati: frequenti sono quelli che raggiungono una lunghezza di appena mm. 0,05. I più comuni misurano mm. 0,2 circa nella direzione di a.

La maggior parte dei cristallini di spangite ha l'aspetto di prismi tetragonali, molto allungati secondo l'asse verticale, terminati da una bipiramide di ordine inverso rispetto al prisma. È questo, come è noto, l'aspetto più comune della phillipsite romana, descritto e figurato già da Credner [2] per Capo di Bove, ma che io ho osservato anche diffusissimo a Vallerano, Casal Brunori e Mostacciano. Nella maggioranza dei casi mancano completamente gli angoli rientranti. Si tratta, come al solito, di tetrageminati, costituiti da due geminati a penetrazione secondo (001), uniti in geminazione in base alla legge: piano di

[1] Nel mio lavoro ricordato si trova riunita la bibliografia sulle proprietà cristallografiche della phillipsite delle leucititi dei dintorni di Roma.

[2] *Ueber die Krystallformen des Gismondins.* " Neues Jahrb. für Min. Geol. u. s. w. ", 1847, 559.

geminazione una faccia di }011{. Come è noto, nei tetrageminati in questione le faccie del pseudoprisma tetragonale possono essere o le faccie di }001{ (2° tipo di STRENG), ovvero quelle di }010{ (1° tipo di STRENG). LACROIX (1) ha proposto di chiamare i geminati con le faccie di }001{ all'esterno *geminati di Périer* (2), quelli, invece, con le faccie di }010{ esterne *geminati di Marburgo*. Nel mio lavoro più volte ricordato, io ho osservato che i tetrageminati di phillipsite delle leucititi romane appartengono spesso al tipo di Périer; hanno, cioè, il pseudoprisma tetragonale costituito da faccie di }001{: sovente si osserva, però, anche il tipo di Marburgo. Nei tetrageminati di spangite si ha, appunto, predominante, almeno per quanto ho potuto verificare nei pochi cristallini esaminati, il tipo di Périer. D'accordo con questa conclusione sta la striatura sulle faccie terminali, formate sempre soltanto dal prisma *m* }110{, le quali presentano costantemente nettissima la sutura di geminazione, ora molto regolare, ora meno, e le loro strie sono perpendicolari allo spigolo di intersezione della faccia *m* con le faccie esterne.

Per porre fuori di dubbio l'appartenenza dei cristalli studiati al tipo di Périer, ho ricorso, come consiglia LACROIX, alle sezioni normali all'asse *a*. Tali sezioni, essendo perpendicolari a }010{, contengono l'asse n_p, il quale è quasi normale alle faccie esterne nei tetrageminati del tipo di Marburgo, parallelo, invece, in quelli del tipo di Périer. In quest'ultimo caso la diagonale dei settori triangolari, nei quali appare divisa la sezione, è di segno *positivo*.

I tetrageminati di spangite sono ora molto allungati, ora, invece, piuttosto tozzi. Nella fig. 1 ho rappresentato uno dei tipi più comuni: come si vede, analogamente a quanto accade

(1) *Minéralogie de la France et de ses Colonies*. 1896, II, 298 e seg.

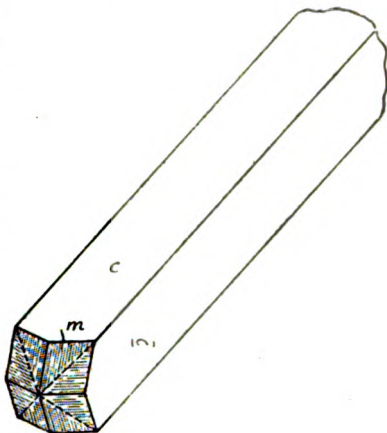
(2) Nel vol. II, fasc. 2°, del suo *Manuel de Minéralogie* (1893, pag. LVII) DES CLOIZEAUX li ha indicati come geminati di Richmond. A stretto rigore, la denominazione di DES CLOIZEAUX avrebbe meritato di essere preferita, non solo come più antica, ma anche perchè si riferisce ad un giacimento veramente classico: tuttavia ho seguito la nomenclatura di LACROIX, perchè questo insigne mineralista per il primo ha proposto dei metodi semplici ed efficaci di diagnosi ottica per i due tipi di geminati.

nella phillipsite tipica di Vallerano, di Casal Brunori, ecc., si tratta di cristalli molto più allungati di quanto si verifichi nelle figure riportate nei trattati. Uno dei tetrageminati più aghiformi misurava mm. 0,21 di lunghezza per 0,02 soltanto di larghezza: in uno dei più tozzi, poco frequenti, la lunghezza raggiungeva i mm. 0,23 e la larghezza i mm. 0,11.

Tra i tetrageminati di piccole dimensioni sono abbastanza comuni quelli più o meno schiacciati secondo una coppia di faccie opposte di $c \}001\{$.

Le faccie del pseudoprisma tetragonale non presentano striature o, tutt'al più, qualche rara ed interrotta stria quasi normale alla direzione di allungamento. Non sono, però, mai piane, e nella maggior parte dei casi si presentano, anzi, nettamente concave.

Se si esamina al microscopio un tetrageminato intiero, appoggiato su una faccia di c, si osserva, in luce polarizzata parallela, tra i nicol incrociati, una zona centrale, diretta nel senso dell'allungamento, in generale molto esile, la quale sovente si va allargando verso le estremità del cristallo.

Questa zona ho potuto notare anche in alcuni tetrageminati di Richmond e di Nidda, nei quali pure le faccie del pseudoprisma tetragonale sono formate da $\}001\{$. I cristallini più esili presentano, nella maggior parte dei casi almeno, estinzione uniforme parallelamente e perpendicolarmente alla direzione di allungamento: la spangite si comporta, perciò, come rigorosamente monoclina. Come è noto, LANGEMANN [1], nelle sezioni parallele a (001) di alcuni tetrageminati di phillipsite di varie località, ha osservato che una direzione di massima estinzione forma, con l'asse a, un angolo di circa 2°: in base a questo

[1] *Beiträge zur Kenntniss der Mineralien: Harmotom, Phillipsit und Desmin.* " Neues Jahrb. für Min. Geol. u. s. w. ", 1886, II, 83.

fatto e ad altri analoghi, come pure ad alcune anomalie nella divisione in settori, il LANGEMANN ritenne phillipsite, armotomo e desmina come triclini. LACROIX [1] ha osservato su (001) angoli di estinzione che spesso superano i 10°, sempre rispetto allo spigolo [(001):(010)] ed altre divergenze del genere dalla simmetria monoclina, sicchè anch'egli ha concluso col considerare triclini i minerali in questione. In generale, le divergenze da quanto richiede la simmetria monoclina vengono considerate come anomalie, ed a me sembra che quanto si osserva nella spangite, e, in complesso, nei cristalli di phillipsite delle leucititi romane, appoggi questo modo di vedere. Infatti, si è visto come i cristallini più esili, meno complessi, si comportano esattamente come monoclini; i cristalli più grandi e tozzi, invece, presentano spesso estinzione ondulosa, incompleta ed una struttura più complicata di quella che risulterebbe dalla teoria: in tali cristalli le estinzioni non vanno più rigorosamente d'accordo con la simmetria monoclina. Senza avere nessuna pretesa di voler generalizzare delle osservazioni tanto poco numerose, mi sembra, però, assai probabile che, nelle anomalie riscontrate da alcuni studiosi, abbiano gran parte le irregolarità di struttura, gli incroci di lamine di orientazione diversa, ecc.: un esempio istruttivo è dato, appunto, da quella lamina normale all'asse *a*, tagliata in un geminato di Marburgo del Monte Simiouse, descritta e figurata dal LACROIX, nella quale le direzioni di estinzione si allontanano notevolmente dalla posizione che loro spetterebbe nell'ipotesi monoclina, ma è anche evidente la struttura complicatissima del cristallo, nel quale si hanno perfino delle parti uniassiche.

Nella spangite sono diffusi anche i gruppi, già descritti da CREDNER per la phillipsite di Capo di Bove e da me per lo stesso minerale di altre leucititi romane, formati da due dei tetrageminati descritti, riuniti a croce, secondo una faccia di *m* {110}. Anche questi gruppi presentano il solito aspetto di quelli di phillipsite tipica, riconosciuta per tale da me in base alle analisi chimiche quantitative che ho pubblicato. Più rari, invece, sono i gruppi formati da tre tetrageminati che hanno

---

[1] Op. cit., pag. 300.

le loro direzioni di allungamento sensibilmente ortogonali, come si verifica nella fig. 181, tav. XXXI del *Manuel de Minéralogie* di A. Des Cloizeaux.

Accade abbastanza sovente che un certo numero di tetrageminati si accollino l'uno all'altro, formando dei fascetti di cristallini a covone, leggermente divergenti.

Come si verifica anche per la phillipsite ordinaria delle leucititi romane, i cristallini di spangite non sono adatti per misure esatte: tuttavia, le poche prese, che stimo inutile riportare qui, concordano con i valori teorici dati nei trattati per la phillipsite.

Anche per quel che riguarda il comportamento chimico, si ha perfetta identità tra la spangite e la phillipsite dei dintorni di Roma.

Con le osservazioni riferite, si è posta fuori di dubbio l'appartenenza della spangite alla phillipsite. Resta, però, ancora da stabilire se il minerale descritto dal Mantovani è davvero magnesifero, come risulterebbe dall'analisi del Postempski. Data la quantità piccolissima di sostanza disponibile, non ho potuto eseguire nessun saggio quantitativo. Ho, però, potuto constatare, microchimicamente, che il magnesio, nei cristalli puri di spangite, manca del tutto. Questa constatazione dimostra che i miei dubbî sulla esattezza dell'analisi di Postempski erano fondati. Così pure, io ritengo che non sia esatto l'elevato contenuto in silicio indicato da quell'analista. Come risulta dalle analisi di v. Kobell, di Marignac e dalle mie, numerose ed eseguite su materiale determinato cristallograficamente, la phillipsite delle leucititi non soltanto di Capo di Bove, ma anche di altre località dei dintorni di Roma, costituisce i termini più poveri in silicio della serie phillipsite, sicchè la probabilità di rinvenire nelle leuciti romane anche termini più ricchi in silicio, prossimi a quelli frequenti altrove, appare piccola, specialmente se si pensa che anche la facolite delle leucititi romane contiene meno silice di quella delle altre località. Può, a questo proposito, ricordarsi, che dei saggi microchimici da me eseguiti di confronto sulla spangite e sulla phillipsite tipica di Capo di Bove, non hanno permesso di notare alcuna differenza apprezzabile nella quantità dei cristallini dei varî composti formatisi

nei due casi, operando, s'intende bene, nelle medesime condizioni, con le stesse quantità di reattivi, ecc. (1).

Riassumendo, mi sembra di poter decisamente affermare che la spangite è del tutto identica alla phillipsite delle leucititi romane, sicchè il nome proposto dal Mantovani non può conservarsi nemmeno per indicare una varietà ben definita.

Nel campioncino che io ho esaminato, la spangite è accompagnata da numerosi, piccoli cristallini di augite, da alcuni di calcite, da pochissimi di pseudonefelite e da poca melilite gialla.

Nella Tavola unita al presente lavoro, io ho riportato due fotografie, inviatemi dal Col. Roebling, le quali mostrano assai bene i geminati a croce della spangite.

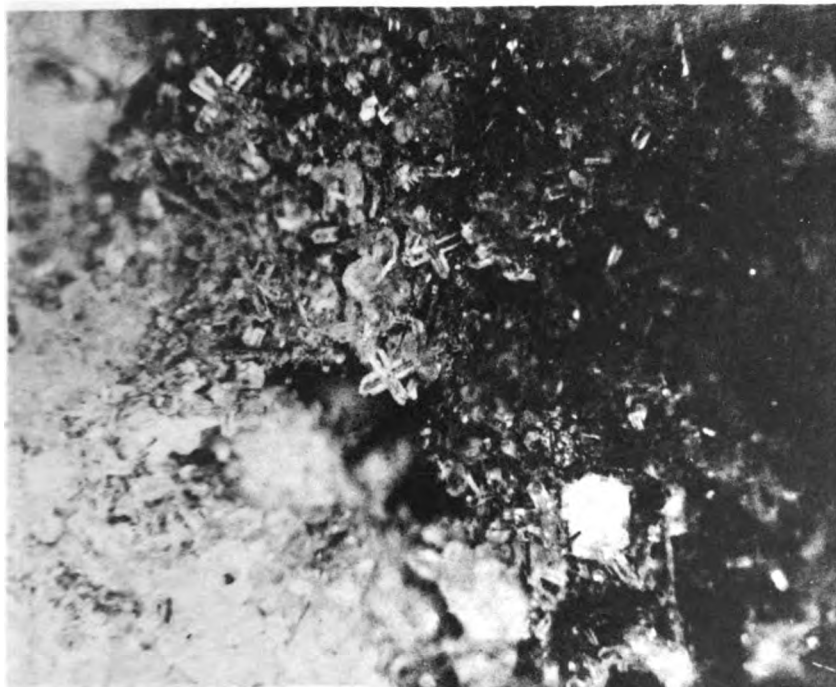
L'interesse di queste fotografie è anche un altro. Siccome io non ho esaminato che un piccolo frammentino del campione originale di spangite posseduto dal Col. Roebling, potrebbe sorgere il dubbio che nel rimanente del campione si trovasse un minerale differente, costituente la vera spangite. Le fotografie, eseguite in parti diverse, ci dimostrano che il campione del Col. Roebling è in tutti i suoi punti identico, e che una sola è la zeolite in esso presente: quella che io ho potuto dimostrare identica alla phillipsite.

Mi è grato, nel terminare questi brevi cenni, il ringraziare ancora vivamente il Col. Roebling per avermi permesso, con la sua cortesia, di riconoscere la vera natura di un minerale del mio paese natio, completando così, per una parte almeno, un lavoro che risale agli anni, pur troppo ormai lontani, della mia giovinezza.

Torino, Istituto di Mineralogia della R. Università.

---

(1) La spangite non contiene che traccie minime di sodio, precisamente come accade nella phillipsite tipica delle leucititi romane.

Off. Fototecnica Ing. Molfese - Torino.

Un singolare esempio di lesioni in un anello di acciaio temprato.

Nota del Dr. Ing. GUSTAVO COLONNETTI.

(Con 1 Tavola).

Il caso, su cui sto qui per richiamare l'attenzione del lettore, si è verificato durante la tempra di una serie di anelli di acciaio destinati ad essere adoperati come calibri in una piccola officina meccanica che è attualmente adibita alla fabbricazione di proiettili di piccolo calibro.

Ragioni di mal intesa economia avevano indotta la direzione di quell'officina ad utilizzare per la preparazione dei calibri dei pezzi di acciaio di svariate provenienze, residui o scarti di altre lavorazioni (1). Temprati nell'acqua fredda senza riguardi, quasi tutti quei calibri dovettero venir scartati perchè presentanti lesioni di maggiore o minore importanza.

Uno di essi, un anello a sezione meridiana rettangolare, attirò in quell'occasione la mia attenzione per un certo numero di piccole fessure identiche ed accoppiate con una certa simmetria alternativamente sull'uno e sull'altro dei due spigoli esterni: esse presentavano un andamento normale a detti spigoli e divenivano impercettibili a pochi millimetri di distanza da essi.

---

(1) Il pezzo di cui qui ci occupiamo era di un acciaio comune per proiettili e presentava la seguente composizione chimica:

C = 0,630 %
Mn = 1,269 %
Si = 0,140 %
Ph = 0,070 %
S = 0,048 %.

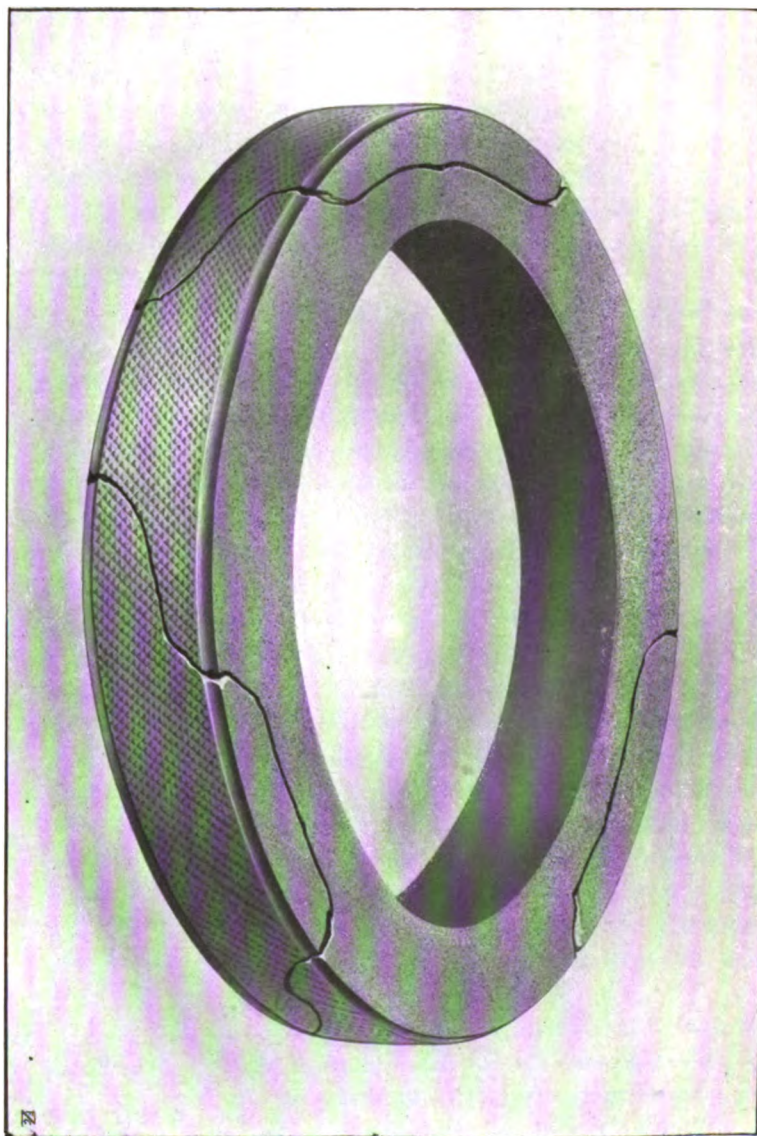
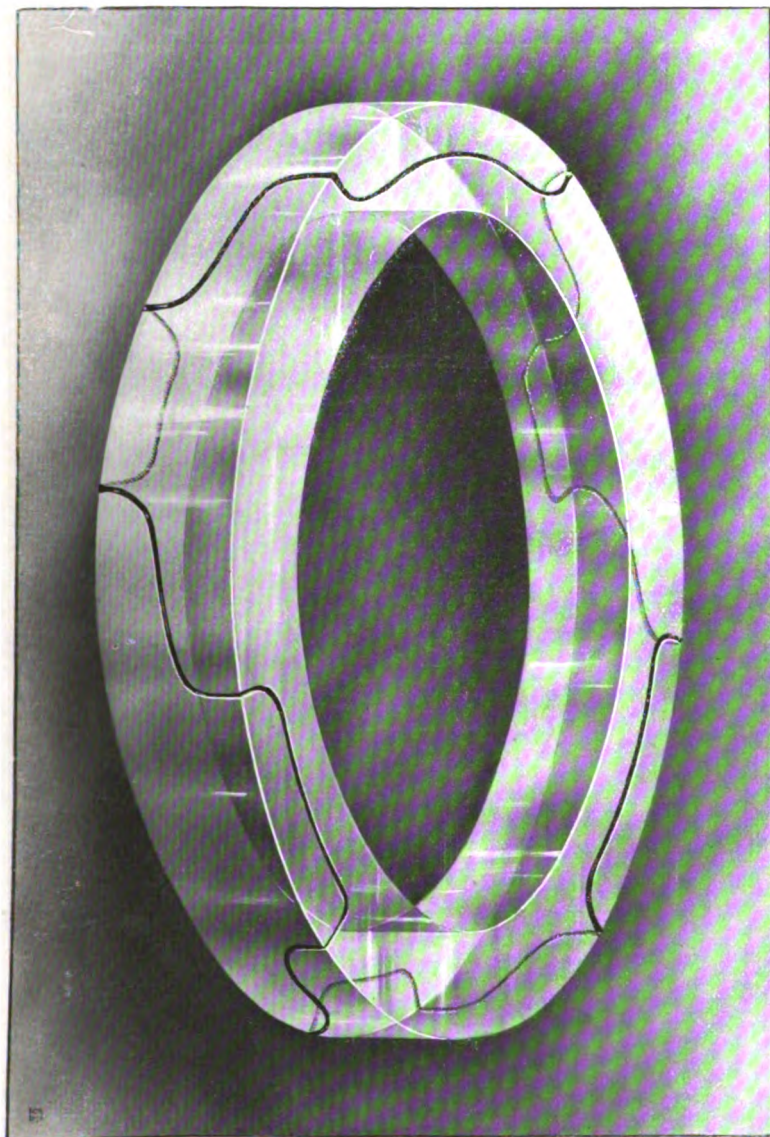
Un bagno in una soluzione di acido solforico a 60° C. bastò però a mettere in evidenza le lesioni in tutto il loro sviluppo. E si vide allora che quelle fessure si mantenevano normali agli spigoli solo fino verso le mezzerie delle faccie dell'anello, poi piegavano quasi ad angolo retto, e, seguendo più o meno da vicino i circoli mediani, si collegavano l'una coll'altra in catena costituendo tutte insieme un'unica linea continua e chiusa (che si vede in parte nella prima fotografia e completamente, per quanto in modo schematico, nella seconda in cui con adatto artificio si è a bella posta creata una specie di trasparenza, grazie alla quale tutte indistintamente le faccie dell'anello sono rese in vista). La superficie cilindrica interna si rivelò perfettamente sana.

Sembra pertanto possibile ricostruire la genesi del fenomeno ammettendo che, durante l'immersione nel bagno di tempra, questa superficie interna sia stata la prima a raffreddarsi e che quindi il materiale ad essa attiguo abbia per primo riacquistata una certa consistenza (o durezza, che dir si voglia) ed abbia così potuto opporre una notevole resistenza al successivo ritiro degli strati cilindrici esterni. Questi sarebbero allora stati assoggettati a tensioni circonferenziali eccessive, la resistenza del metallo sarebbe stata vinta e si sarebbero determinate quelle lesioni, simmetricamente disposte sugli spigoli esterni, di cui si è parlato da principio.

Il resto viene da sè. Turbata infatti la primitiva evidente simmetria delle tensioni interne, devono immediatamente aver avuto origine degli sforzi tangenziali, la cui distribuzione, qualitativamente assai facile ad intuirsi, giustifica completamente il successivo propagarsi e collegarsi delle primitive lesioni.

Che questo tentativo di ricostruzione del fenomeno sia in tutto corrispondente alla realtà delle cose, io non pretendo affatto di affermare. L'ho accennato così come si accenna ad una spiegazione plausibile. Ma ciò che mi premeva non era tanto di spiegare il fatto, quanto di descriverlo.

Fatti di questo genere accadono invero non raramente nella pratica, ma vengono dai più considerati come semplici curiosità prive di ogni valore scientifico. Non è sempre così: in mancanza di un metodo sperimentale per la diretta determinazione delle tensioni di tempra, certi casi di frattura debbono essere

G. COLONNETTI, Un singolare esempio di lesioni in un anello di acciaio temprato.

considerati con attenzione, perchè alla incerta nostra conoscenza del delicato argomento possono indirettamente portar qualche contributo (1). È anzi da augurarsi che tutti coloro a cui siffatti casi tipici si presentano, si curino di documentarli; non ne andrebbe perduto l'eventuale contenuto istruttivo.

(1) Cfr. a questo proposito le mie note:
Sopra un caso di frattura spontanea di un acciaio temprato. " Atti della R. Accad. delle Scienze di Torino ", vol. LII, 1916-17.
Su certi stati di coazione elastica che non dipendono da azioni esterne. " Rendiconti della R. Accad. dei Lincei ", serie 5ª, vol. XXVI, 2° sem. 1917.

L'Accademico Segretario
CARLO FABRIZIO PARONA

CLASSE
DI
SCIENZE MORALI, STORICHE E FILOLOGICHE

Adunanza del 25 Novembre 1917.

PRESIDENZA DEL SOCIO SENATORE GIAMPIETRO CHIRONI
VICEPRESIDENTE DELL'ACCADEMIA

Sono presenti i Soci Pizzi, De Sanctis, Brondi, Sforza, Einaudi, Baudi di Vesme, Schiaparelli, Patetta, Vidari, Prato, Cian, Pacchioni, Valmaggi, e Stampini Segretario della Classe.

È scusata l'assenza del Direttore della Classe S. E. Boselli, e del Socio Ruffini.

È letto ed approvato l'atto verbale dell'adunanza del 24 giugno u. s.

Il Presidente presenta i nuovi Soci Cian, Pacchioni e Valmaggi, che ringraziano la Classe.

Con parole di vivissimo compianto il Presidente ricorda i recentissimi lutti da cui fu colpita la nostra Accademia, privata di due de' suoi più insigni Soci nazionali residenti, cioè del Senatore Giuseppe Carle, che fu già Presidente dell'Accademia, e del Senatore Lorenzo Camerano, che era nostro amato e venerato Presidente dal maggio del precedente anno. Ricorda pure la perdita dell'Accademico straniero Paul Meyer, morto il 7 settembre u. s., alla cui consorte furono per cura della Presidenza inviate le debite condoglianze; in fine la morte del Socio corrispondente, per la Sezione di scienze giuridiche e sociali, Vincenzo Simoncelli. Comunica inoltre le numerose condoglianze inviate all'Accademia per la morte del Socio Carle.

Dopo le commemorazioni il Presidente, accennando alle presenti condizioni della Patria invasa, al dolore che ferisce gli animi di tutti gl'Italiani, ma ad un tempo alla ferma fiducia nella resistenza e nella vittoria, ravvivata nella Nazione dalla recente augusta parola del Re, propone che sia mandato al Re il seguente telegramma espressamente redatto dall'Accademico Segretario STAMPINI: " La Classe di Scienze morali, storiche e " filologiche della Reale Accademia delle Scienze di Torino, " iniziando i lavori del nuovo anno accademico, invia un devoto " reverente saluto a Sua Maestà il Re, simbolo sacro ed esempio " insuperato di quelle civili e militari virtù che con la infran- " gibile concordia di tutti gli Italiani e col meraviglioso eroismo " del nostro Esercito assicurano alla Patria, pur attraverso le " più dure prove, il finale trionfo de' suoi diritti. „ La Classe unanime approva.

Il Socio Segretario STAMPINI presenta le seguenti pubblicazioni pervenute in omaggio all'Accademia: *La Patria negli scritti e nei discorsi di* Paolo BOSELLI (Edizione promossa e curata dalla Società nazionale " Dante Alighieri „, Firenze, 1917); del Socio Giovanni SFORZA *Le trame di Enrico Misley e di Francesco IV* e *Uno storico del risorgimento italiano Nicomede Bianchi* (estratti dalla " Rassegna Storica del Risorgimento „, 1917); del Socio CIAN *Bibliografia di Vittorio Cian 1883-1913* (Pavia, 1913); del Socio corrispondente Isidoro DEL LUNGO *Per la nuova autentica edizione della " Storia d'Italia „ di Francesco Guicciardini* (estratto dalla " Nuova Antologia „, 1917); del Socio corrisp. Giuseppe BIADEGO *Bibliografia di Carlo Cipolla* (estratto dal " Nuovo Archivio Veneto „, 1917); *Gian-Luigi Panighetti* (estratto dagli " Atti dell'Accademia di agricoltura, scienze, lettere di Verona „, 1917); di Carlo PASCAL *Per la resurrezione del latino come lingua scientifica internazionale* (estr. dai " Rendiconti del Reale Istituto Lombardo di Scienze e Lettere „, 1917); di Pietro RASI *I carmi latini di Giovanni Pascoli* (Padova, 1917); di P. S. LEICHT *Le terre*

irredente nella storia d'Italia (Udine, 1916); *Commemorazione di Francesco De Sanctis nel primo centenario della nascita a cura della R. Università di Napoli* (Napoli, 1917); di Sisto Colombo *M. Tulli Ciceronis Pro Milone - Pro Archia* (8° vol. del " Corpus scriptorum latinorum Paravianum ", 1917); del Comando Supremo dell'Esercito *Il blocco economico degli Alleati contro gli Imperi centrali. Giugno 1917* (Città di Castello).

Il Socio Pizzi presenta le due seguenti pubblicazioni di Michelangelo Billia *Sulle più riposte armonie fra l'economia e la morale* (dagli " Atti della R. Accademia dei Georgofili ", 1916), e *L'uno e i molti. L'illimitato e il limitato* (dalla " Rivista di Filosofia ", 1916).

Il Socio Valmaggi presenta per la pubblicazione negli *Atti* una sua *Nota* dal titolo *Postille Pariniane*. Inoltre presenta una *Nota*, che sarà pure pubblicata negli *Atti*, della Dottoressa Maria Citati, intitolata *Guido delle Colonne e Ditti*.

Raccoltasi in seguito la Classe in seduta privata, procede alla nomina di quattro Soci che devono, oltre al Presidente, comporre la Commissione per il premio Gautieri riservato alla Letteratura (triennio 1914-1916). Riescono eletti i Soci Cian, Stampini, Sforza e Valmaggi.

Si passa inoltre alla votazione per la nomina di un membro del Consiglio di Amministrazione in sostituzione del defunto Socio Senatore Carle. Riesce eletto il Socio De Sanctis.

LETTURE

Postille pariniane.

Nota del Socio nazionale residente LUIGI VALMAGGI.

MATTINO, 620 sgg.

Questi, o Signore, i tuoi studiati autori
Fieno e mill'altri che guidaro in Francia
A novellar con le vezzose schiave
I bendati Sultani, i regi Persi,
E le peregrinanti Arabe dame;
O che con penna liberale ai cani
Ragion donaro e ai barbari sedili,
E dier feste e conviti e liete scene
Ai polli, ed a le gru d'amor maestre.

Al non poco già raccolto in proposito di questi versi sarà bene aggiungere P. Martino, *L'Orient dans la littérature française au XVII^e et au XVIII^e siècle,* Parigi, Hachette, 1906; libro che contiene ragguagli utili, se anche non è scevro di mende. In Italia passò quasi inosservato; non così in Germania, in Belgio e specialmente in Francia. Tra tanti altri il Brunetière gli dedicò un lungo studio nella *Revue des deux Mondes* (1906, XXXVI, 690 sgg.), poi ristampato nelle *Études critiques sur l'histoire de la littérature française,* serie 8ª. Notevoli aggiunte e correzioni si leggono pure nelle recensioni di Vittore Chauvin, *Revue de l'instruction publique en Belgique,* LI (1908), 37 sgg., e di Gustavo Lanson, *Revue d'histoire littéraire de la France,* XIII (1906), 545 sgg.

MEZZOGIORNO, 30 sgg.

Alfin di consigliarsi al fido speglio
La tua Dama cessò. Quante uopo è volte
Chiedette e rimandò novelli ornati;
Quante convien de le agitate ognora
Damigelle or con vezzi or con gariti
Rovesciò la fortuna; a sé medesima
Quante volte convien piacque e dispiacque;

E quante volte è d'uopo a sé ragione
Fece, e a' suoi lodatori. I mille intorno
Dispersi arnesi alfin raccolse in uno
La consapevol del suo cor ministra;
Alfin velata d'un leggier zendado
È l'ara tutelar di sua beltate;
E la seggiola sacra un po' rimossa,
Languidetta l'accoglie. Intorno ad essa
Pochi giovani eroi van rimembrando
I cari lacci altrui, mentre da lungi
Ad altra intorno i cari lacci vostri
Pochi giovani eroi van rimembrando.

Conversazione del mattino. Era uso nel settecento che le signore ricevessero alla *toilette*, e soli uomini, tra i piú intimi *(pochi giovani eroi)*, i quali assistevano alla loro acconciatura, o almeno a quella parte dell'acconciatura che poteva essere fatta davanti a testimoni, senza pericolo di certi arcani professionali. Qual migliore occasione per le imprecazioni dei moralisti, per le insinuazioni dei maldicenti, per le amplificazioni dei satirici, che sono sempre anche un po' maldicenti? E cominciarono per tempo. Già nei primi anni del secolo il fiorentino Giovanni Gerolamo Pazzi, fondatore dell'Accademia Colombaria, avventava contro il costume gli strali delle sue *Filastrocche senza passione*. Riferiamo per disteso, avendo il luogo qualche somiglianza con la descrizione del Parini:

Eran guardinghe ancor nelle scarpette
Le nostre Nonne, ed or corte bandita
Vuolsi tenere infino al Toelette.
Hanno ragion, perché sí ben fornita
Non credo allor che fosse la credenza
Di chi scialava al par d'un sibarita,
Come vuol la gran moda oggi in Fiorenza
Ch'abbian le donne il tavolin da testa
Zeppo d'argenti in nobile apparenza.
Or chi ha a goder di cosí bella festa?
Dovranno tutta far la mattinata
Madama e la fantesca a testa a testa?
No, no, ma scelta assistavi brigata
Che del turno dia nuove, e del festino,
Quale vi venne, e qual non fu invitata.
Quegli intanto a Madama il fusellino,
Questi gli spilli porga del vassoio,
Apra l'altro dei nèi lo scatolino.

Cosí, a vicenda, sopra il copertoio
Un dia di mano e prenda il bussoletto
Della manteca, o tragga fuor del cuoio
Le forbicette, ed un trovi il vasetto
Ove è in acqua di piú che mille fiori
Gomma strutta pei nèi di viso o petto.
L'amido o farinaccio senza odori
In bulinata scatola d'argento
Con la sua nappa, cavi il terzo fuori;
E qual mostri di lor men fondamento
In qualche piú scondito equivocuccio
Fia il re del mattutin trattenimento.

I visitatori non stanno oziosi: parlano e servono la signora. Nel Parini parlano soltanto; ma l'argomento dei discorsi è press'a poco il medesimo in entrambi gli autori: cronachetta mondana, scandalucci galanti, pettegolezzi del festino o della conversazione seguíta la sera innanzi secondo il turno dei vari salotti (1). Non vi sarà cosí ostinato raccoglitore di fonti che voglia pensar per cotesto a reminiscenza o ispirazione, sia pure remota; e le satire del Pazzi, se anche in Firenze correvano manoscritte, quando egli le compose, per le mani di molti, non essendosi potute dar subito alle stampe caddero presto in dimenticanza, né dall'oblio vennero piú richiamate se non ai dí nostri, in piccolissima parte per opera mia (2), poi piú compiutamente e dottamente a cura di Luigi Fassò (3). Per certe cose basta l'osservazione del vero. Né faccia meraviglia che anche un abate s'imbrancasse tra gli assidui delle *toilettes*. Ne sa qualche cosa l'arte figurata; e gli uomini e le loro azioni si devono sempre giudicare alla stregua dei tempi, pur quando tra gli uni e le altre paia esserci piú stridente contrasto. Non si vide in quello stesso secolo decimottavo, come osservava testé il Cian (4), non si vide egli un fior di galantuomo, il dalmata

(1) Cfr. anche *Mezz.*, 803.

(2) *Da " Le dodici sorelle figlie d'un Apatista "*, *satira decima* (Nozze Fontana-Ricaldone), Torino, 1909.

(3) *Un ignoto scrittor di satire del primo settecento*, " Giorn. stor. della letter. ital. ", LVI (1910). 297 sgg.

(4) " Fanfulla della Domenica ", 26 agosto 1917, a proposito dei *Carteggi Casanoviani*, Palermo, Sandron, s. a. (ma 1917).

professore conte Simeone Stratico, affidare le ragazze a quel bel tomo del Casanova perché gliele addestrasse, e perfino gli allievi perché se ne facesse " le compagnon de débauche „?

Ma torniamo al Pazzi e al Parini. I quali concordano casualmente in quanto sono dei pochi satirici che abbiano badato anche alle chiacchiere della *toilette*, laddove i piú, ed è facile capire perché, preferirono intrattenersi sugli altri passatempi. Tra coloro che ne trattarono piú spesso è ancora un fiorentino coetaneo al Pazzi, Giambattista Fagiuoli, mentre già del 1710 faceva eco da Bologna l'abate Luigi, il competitore di Pasquino, nelle sue *Osservazioni sopra il vivere delle dame della Cina* (1), le quali dame sono poi, manco a dirlo, le bolognesi. Sennonché non occorre moltiplicare citazioni, di cui si potrebbe comporre un volume. Anche il buon Passeroni insorge contro le signore che non hanno vergogna

> Di spogliarsi, e vestirsi a chiaro giorno
> Con molti, e molti testimoni intorno;

anzi a piú d'una, e per giunta giovane e bella,

> Mette fin la camicia il cicisbeo,
> Le appunta il velo, affibbiale la gonna,
> Le adatta un fiore, un contigino, un neo (2).

Ma non è tutto. S'oda ad esempio come il Duranti descrive la ressa dei giovani eroi presso una dama:

> Ognuno a gara
> S'accosta ardito, e chi vicin s'asside,
> Chi l'una man le stringe, e chi dell'altra,
> O delle molli ritondette braccia
> Sugge i candidi avori; e chi sdraiarsi
> Gode persin sullo scomposto letto (3).

Seguono particolari piú scabrosi, che omettiamo. E sorvoliamo su altri poemetti d'imitazione pariniana, tra i quali c'è

(1) Presso Frati, *Un precursore ignoto del Parini*, " Nuova Antologia „, 16 febbraio 1911, 707 sgg. Precursore veramente no: veggasi " Giorn. stor. della letter. ital. „, LXVIII (1916), 217. Sull'abate Luigi cfr. Cian, " Natura ed arte „, XVII, 291 sg.

(2) *Cicerone*, p° I, xxv, 77 sg.

(3) *L'uso*, p° II, Venezia, Savioni, 1778, p. 77.

pure un *Mattino di Elisa.* La moda continuava a trionfare, e in tutta Italia, Sicilia compresa. Da Palermo scriveva il conte Michele Giovanni De Borch nel 1777: " Comme les Dames re- " çoivent le matin depuis neuf heures à peu près, jusqu'à l'heure " du diné, on ne voit dans les rues que de jeunes Seigneurs, " la plupart dans des fracs élégans, une badine à la main, " courir de part et d'autre „ (1).

Anche gli autori comici toccano soventi di queste finezze, e par di camminare sulla falsariga degli stessi satirici. Basti un saggio che traggo dal *Fripon francese* di Giuseppe Gorini Corio:

> Chi sta alla tavoletta,
> Chi le accomoda i ricci, e chi la veste,
> Chi i nèi sul volto le dispone, e chi
> Le affibbia il centurino, e chi le scarpe,
> E chi le porge il cioccolate (2).

Né diverso è il linguaggio dei moralisti e di tanti altri scrittori. Che piú? Il noto commediografo romano Gian Gherardo De Rossi, descrivendo in certe sue lettere gli svaghi della villeggiatura, ci fa assistere al *petit-lever* di una tal Serina, già " figlia savia „ di Alceo, poi " pazza moglie „ di Alcippo, la quale si lasciava ammirare in abbigliamento uguale a quello, come egli dice con elegante perifrasi, " delle danzatrici dell'Ercolano „ (3). E aggiunge di avere " moderati alcuni contorni " troppo liberi, che neanche per criticarli debbonsi delineare „. Meno male.

Sorprende pertanto di non trovare traccia alcuna di tutto ciò nel Parini, al quale fu persin fatto carico di soverchio amore alla descrizione. Non si può credere che tacesse per tagliar corto con la *toilette* femminile. Certo osservò già opportunamente il De Castro che " dopo aver spesi tanti versi per " la toeletta del gran signore, l'arte richiedeva di non insistere " sul medesimo soggetto per non ingenerare monotonia „. E delle due non era l'acconciatura della dama quella che prestasse

(1) *Lettres sur la Sicile et sur l'île de Malte,* Torino, Reycends, 1782, II, 86.
(2) *Teatro tragico e comico,* Venezia, Albrizzi, 1732, II, 371.
(3) Gnoli, *Studi letterari,* Bologna, 1883, 343 sgg.

meglio il fianco alla satira. Sennonché qui si tratta d'altro. Che se le signore furono sempre solite di perdere il tempo davanti allo specchio, non sempre usarono del pari ammettere il pubblico a tali segreti: anzi questa è stata moda caratteristica, come dicemmo, del secolo decimottavo. Ma non si può pensare neppure che la musa del Parini rifuggisse da certi particolari, e perciò non resta se non una sola supposizione, per altro semplice ed ovvia: che il poeta non abbia voluto offendere la fedeltà del quadro con tinte troppo accese. Anche la satira obbedisce in parte alle leggi che governano le opere drammatiche, e le immagini che essa riflette sono sempre maggiori del vero. Sennonché l'ingrandimento varia secondo la qualità degli scrittori, e dove i mediocri cercano di ottenere l'effetto facendo la voce grossa, ai grandi basta il magistero dell'arte. Nel quale il Parini è indubbiamente sommo. Nessun mezzuccio, nessun partito volgare, nessuna di quelle impancature di cui si hanno pure frequenti esempi nei satirici piú insigni. Quel tanto di colorito ch'è d'uopo a dar rilievo ai personaggi e alle scene, all'occorrenza quel po' di contaminazione che si richiede a trarre dalla realtà il tipo ideale; ma da questo in fuori la sola osservazione e riproduzione del vero, con occhio che non si potrebbe pensare piú sagace, con mano che non si potrebbe desiderare piú esperta. Tiriamo le somme. Se il Parini non parla delle scorribande che altri descrivono con tanto lusso di particolari, ciò è segno probabilissimo che costoro lavoravano di fantasia, e nella pratica l'armeggío galante si riduceva a molto meno. A quel poco che traspare anche dai tocchi sapienti del Parini: celie (v. 50), bei complimenti (v. 38), qualche stretta di mano (v. 71), e speranze piú o meno adulte (v. 75). Il resto, se mai, si prodigava alle vispe Serine; ma le Serine per buona ventura non erano la regola.

Un'ultima avvertenza. La moda era stata introdotta ad imitazione dei Francesi, i quali a loro volta imitavano la corte, e al *petit-lever* delle signore teneva bordone quello degli uomini; salvo che le donne ricevevano gli intimi, e gli uomini ricevevano mercanti, virtuosi, novellisti, lustrastivali e altri imbroglioni di varia specie.

MEZZOGIORNO, 358 sgg.

Indistinto ad ognaltro il loco fia
Presso al nobile desco: e s'alcun arde
Ambizïoso di brillar fra gli altri,
Brilli altramente.

Allora non usava a tavola distinzione di posti. Leggesi nel *Dictionnaire des étiquettes* della contessa De Genlis (II, 327): " Le grand seigneur qui invitoit à un grand souper la femme " d'un fermier général et celle d'un duc et pair, les traitoit " avec les mêmes égards, le même respect... Lorsqu'on alloit " se mettre à table, le maître de la maison ne s'elançoit point " vers *la personne la plus considérable* pour l'entraîner du fond " de la chambre, la faire passer en triomphe devant toutes les " autres femmes, et la placer avec pompe à table à côté de lui „ (1). La consuetudine è ancora difesa, al primo schiudersi dell'ottocento, da Melchior Gioia, il quale crede dovere del padron di casa " lasciare a ciascuno la libertà d'assidersi nel posto che gli " aggrada, appresso alle persone che gli vanno piú a genio „ (2). Onde appare tanto piú notevole il privilegio per cui il cavalier servente sedeva sempre al fianco della cicisbea. Regola che non pativa eccezione se non quando la mensa era onorata dalla presenza di qualche straniero illustre, perché in questo caso il servente doveva cedere il posto a lui, e desinare, insieme col marito, tra il " popol folto degli Dei minori „ (v. 727). *Plebs deorum*, come dicevano i Latini (Ovidio, *Met.* I, 173; *Ibis* 79; Marziale VIII, 50, 3 ecc.). E quale straniero, sia pur capitato " da casa del Diavolo „ (3), non si sarebbe tenuto per illustre? Ma forse non era sempre costui che piú si compiacesse di tanto onore. Infatti Zaccaria Seriman, che la sapeva lunga, loda il regno delle scimmie perché non avevano " l'usanza di porre " i forestieri presso le femmine, le quali per lo piú arrecano " il disturbo di esser servite, con che si toglie il piacer della " mensa „ (4).

(1) FRANKLIN, *La vie privée d'autrefois. Les repas*, Parigi, 1889, 13 sg.

(2) *Opere minori*, Lugano, 1838, XVI, 86; v. anche p. 281.

(3) DE ROSSI, *Il calzolaio inglese in Roma*, I, 10.

(4) *Viaggi di Enrico Wanton alle terre incognite australi* ecc., Berna, 1764, I, 241.

MEZZOGIORNO, 462 sgg.

chi piú industre
Converte a suo piacer l'aria, la terra,
E 'l ferace di mostri ondoso abisso?

Il convitato epulone. Anche il Pazzi nella satira *Contro la gola et uso introdotto nei conviti* (cosí suona il titolo nel codice Magliabechiano, il solo da me veduto) mette i tre elementi a servizio dei golosi. Non è una fonte, e nemmeno un riscontro, ma un modo di osservare come lo stesso concetto si atteggia in uno scrittore dozzinale e in un sommo. Nel Parini l'espressione è lucida, agile e nella sua stessa varietà felicemente sobria; il Pazzi cammina sui trampoli:

Ogni comune e men solenne pasto
Si sforza dare a tutti gli elementi
Negli animali lor notabil guasto.

Logogrifo che, se non venisse in aiuto il luogo parallelo del Parini, forse non si riuscirebbe neppure a decifrarlo. Vero è che già Seneca aveva detto dei golosi: *Ad vos deinde transeo, quorum profunda et insatiabilis gula hinc maria scrutatur, hinc terras* (1). E Giovenale (2):

Interea gustus elementa per omnia quaerunt.

E Clemente Alessandrino, suo o altrui che sia il testo: *Ταῦτα τοῖς ἡδύσμασιν ἐξαλλάσσοντες οἱ γαστρίμαργοι τοῖς ὄψοις ἐπικεχήνασιν, ὅσα τε χθὼν πόντου τε βένθη καὶ ἀέρος ἀμέτρητον εὖρος ἐκτρέφει τῇ αὐτῶν ἐκποριζόμενοι λαιμαργίᾳ* (3).

MEZZOGIORNO, 803 sgg.

Il mattutino gabinetto, il corso,
Il teatro, la mensa in vario stile
Ne ragionin gran tempo.

Del " gabinetto " abbiamo già parlato: qui merita qualche commento il teatro. L'uso di scambiar visite nei palchi e di

(1) *Epp.*, 89, 22.
(2) 11, 14.
(3) *Paedag.*, II, 1, 3. Cfr. " Riv. di filol. class. ", XLV, 521.

tenere conversazione è anche d'oggi, ma negli intermezzi; allora si visitava e si conversava ad alta voce durante la stessa rappresentazione, talché ogni palco era un vero e proprio salotto di ricevimento. E a taluno pareva persino non trovarsi luogo dove la conversazione si facesse con maggiore vivacità (1). Gazzarra di cui discorrono spesso gli scrittori del secolo, specie stranieri. A Roma Carlo De Brosses osserva che in tempo di teatro non ci sono piú conversazioni, " si ce n'est au spectacle même " et dans les loges „ (2). Pure parlando dell'opera a Roma scrive il Coyer: " En France, nous y allons pour entendre et " suivre la pièce; ici c'est pour la conversation, ou pour se " visiter de loge en loge; on n'écoute, on ne s'extasie qu'à " l'ariette „ (3). E il Duclos rincalza: " Quand les plus grands " amateurs me démanderaient ce que je pensai de l'opera, je " repondis qu'il m'intéressoit autant qu'eux, puisque, ni eux " ni moi, ne l'écoutions „ (4). Non altrimenti la Du Boccage: all'opera, scrive ella, ogni signora ha il suo palco, " y reçoit " ses visites, écoute les spectateurs qui l'entretiennent, et guère " les acteurs „ (5). Par che fuori dell'opera le cose si passassero un po' meglio. Ma dei teatri di Milano dice il Goudar: " Presque tous les nobles ont leur maison au théâtre qu'ils appellent loge, où ils habitent, mangent, jouent et boivent „ (6). Su per giú quel che alla Scala osservava Stendhal ancora nel 1816: " Je trouve cinq ou six personnes dans chacune de " ces loges, et la conversation établie comme dans un salon „ (7). Lasciamo stare le chiacchiere dello Sharp, note anche troppo grazie al Baretti, e passiamo pur sopra alle panzane del Brooke, quel mattacchione di commissario inglese che viaggiando l'Italia nel 1777 ne vide di tutti i colori (8); ma è noto ciò che delle

---

(1) ALBERGATI, *Il saggio amico*, p^e^ 2^a^, II, 9.

(2) *Lettres familières* (a cura di R. COLOMB), Parigi, 1858, II, 232.

(3) *Voyages d'Italie et de Hollande*, Parigi, Duchesne, 1775, I, 192.

(4) *Voyage en Italie*, Parigi, Buisson, 1791, 151 sg.

(5) *Lettres sur l'Italie*, in *Recueil des œuvres*, Lione, Perisse, 1770, III, 324.

(6) *L'espion chinois*, Cologne, 1764, II, 201.

(7) *Rome, Naples et Florence*, ed. di Parigi, Lévy, 1896, 7.

(8) *Voyage à Naples et en Toscane, avant et pendant l'invasion des François en Italie*, Paris, Nicolle e Denué, an VII, 51 sg.

male usanze dei teatri italiani lasciò scritto a piú riprese il Moratin (1), giudice che non si potrebbe supporre piú competente. E non è che un minimo saggio del molto che su questo proposito si potrebbe spigolare negli autori stranieri, a non parlare dei nostri. È vero che anche oltralpe le usanze non erano sempre migliori (2); anzi se le cronache non mentono (3) a Parigi si tolleravano talora prodezze da disgradarne ogni piú ardita licenza dei teatri italiani. Nei quali non si conversava soltanto. Prescindiamo dai servizi di rinfreschi, gelati, cioccolata e simili; ma che nei palchi si tenesse giuoco e s'imbandissero cene è cosa generalmente ricordata come di pratica comune. E l'esempio veniva dall'alto. A Firenze soleva cenare nel palco granducale alla Pergola la stessa principessa di Craon, moglie al reggente lorenese (4). Sui sudditi piovevano qualche volta gli avanzi, con altro di cui si parla nel mio commento, p. 230.

MEZZOGIORNO, 1146 sgg.

La bipartita tavola prepara
Ov'ebano, ed avorio intarsiati
Regnan sul piano.

Va da sé che il tric-trac si giuocava pure nei caffè (e chi scrive l'ha visto ancora giuocare, circa vent'anni fa, in un caffè di Torino ora scomparso). Nel 1702 usciva a Parigi il curioso libro intitolato *Les entretiens des cafés de Paris et les différents qui y surviennent par M. le C(hevalier) de M(ailly)*: il frontispizio è ornato d'un'incisione che rappresenta la sala d'un caffè, e a un tavolo presso la porta stanno due persone che giuocano al tric-trac.

(1) *Viaje de Italia*, in *Obras postumas*, Madrid, 1867, I, 315; 336; 388; 579.

(2) LACROIX, *XVIII^e siècle. Institutions, voyages et costumes*, Parigi, 1875, 416 sgg.

(3) Cfr. GAIFFE, *Le drame en France au XVIII^e siècle*, Parigi, 1910, 141.

(4) REUMONT, *Saggi di storia e letteratura*, Firenze, 1880, 28.

GUIDO DELLE COLONNE e DITTI.

Nota della Dott. MARIA CITATI.

La disputa se Guido delle Colonne, nel comporre la sua *Historia Troiana*, abbia o no conosciuta l'*Ephemeris belli Troiani* di Ditti Cretese in veste latina e se ne sia valso, è di antica data. Varie le ragioni addotte pro e contro tale conoscenza dell'*Ephemeris* da parte di Guido, ma più numerose e di maggior peso quelle contro che non quelle in favore di essa. Tra gli studiosi più recenti si sono dichiarati contrari a ogni dipendenza diretta di Guido da Ditti il Gorra (1) e il Constans (2). Dubbi in proposito mostrarono invece il Meister (3) e l'Ussani (4).

Non è il caso di esporre per disteso tutto ciò che intorno a tale argomento si è scritto; accenneremo qui soltanto alle principali obbiezioni mosse alla conoscenza dell'*Ephemeris* da parte di Guido. Questi, parlando di Darete e Ditti, scrisse: *prout in duobus libris eorum inscriptum quasi una vocis consonantia*, etc. Ora, si obbietta, se realmente Guido avesse letto i due libri non avrebbe potuto dire così, perchè la posizione dei due scrittori rispetto ai fatti che narrano è perfettamente opposta, parteggiando Ditti per i Greci e Darete per i Troiani. E poichè l'accordo, nell'ammettere che Guido abbia conosciuto Darete, è quasi interamente raggiunto, come natural conse-

---

(1) EGIDIO GORRA. *Testi inediti di storia troiana preceduti da uno studio sulla leggenda troiana in Italia.* Torino, E. Loescher, 1887.

(2) BENOÎT DE S^te^ MAURE, *Le roman de Troie publié par Léopold Constans.* Paris, Firmin Didot, 1904-1912.

(3) *Dictys Cretensis Ephemeridos belli Troiani libri.* Recognovit FERDINANDUS MEISTER. Lipsia, B. G. Teubner, 1872.

(4) VINCENZO USSANI, *La critica e la questione di Ditti alla luce del codice di Iesi*, in *Rivista di filologia classica*, anno XXXVI, 1908, p. 1 e segg.

guenza ne viene che Ditti, al contrario, gli sarebbe stato ignoto. A questo si può tuttavia opporre che con la frase *una vocis consonantia* Guido poteva non intendere assolutamente che i due non differissero in alcun punto della narrazione, ma solo riferirsi alle linee principali di essa.

In secondo luogo, Guido continuando aggiunge: *prout in eorum libris . . . inventum est Athenis.* E poi: *. . . quamquam hos libellos quidam romanus, Cornelius nomine, Sallusti magni nepos, in latinam linguam transferre curaverit,* etc. . . . Se ne deduce che, se Guido avesse conosciuto il libro di Ditti, saprebbe che esso si dice trovato a Creta e non ad Atene, dove fu trovato il solo Darete, e saprebbe che il traduttore di esso fu Settimio e non Cornelio e che questi tradusse solo Darete.

Ma per quanto riguarda il nome del traduttore Settimio, che noi troviamo nell'epistola che sta in capo all'*Ephemeris*, basta dire che due fra i migliori e più antichi codici di Ditti, il Sangallense e il Bernense, non hanno l'epistola.

Quello che per l'epistola è provato, possiamo ritenere non inverosimile sia accaduto in qualche codice anche per il prologo, che è d'altronde, tanto facilmente quanto l'epistola, separabile dal resto del libro.

Le difficoltà quindi ad ammettere che Guido conoscesse Ditti, se sono in realtà molto gravi, non hanno però un valore assoluto.

Le conclusioni tratte dalle osservazioni esposte potrebbero ad ogni modo venir confermate o infirmate da un confronto fra i testi di Guido e di Ditti e di Benoît de Sainte Maure, che Guido segue strettissimamente, spesso anche traducendolo addirittura. Ora, mentre in generale il racconto di Guido non si scosta, neppure nei più minuti particolari, da quello del poeta francese, non manca però qualche punto in cui esso concorda con le notizie che ci dà l'*Ephemeris* passando oltre il *Roman de Troie*, e precisamente nei racconti della morte di Pentesilea, Pirro, Palamede e Ulisse, che esamineremo brevemente (1).

---

(1) Le citazioni sono fatte: per Benoît, sul *Roman de Troie publié par L. Constans*, Paris, 1904-1912; per Guido delle Colonne, su un manoscritto latino della fine del sec. XIV, della Biblioteca Nazionale di Torino (F. V. 36); per Ditti, sull'edizione di Lipsia 1872, curata dal Meister.

I) *Morte di Pentesilea:*

Benoît	Guido	Ditti
Si lor a fait damage et dueus . . . . Seit l'en teus guerredon renduz Que ja ne seit ensevelie. (Pirro chiede che sia onorevolmente seppellita). Tot ço desvueut Diomedès Sor toz en est fel et engrès A trestoz vueut faire otreier Qu'à chiens seit donee a man- O en un des fleuves getee. [gier (vv. 24440 e segg.).	Corpus autem Pantasilie aliqui ex Grecis decreverunt dari canibus ad devorandum. Pirus tamen resistit et dixit illud traddendum sepulture. Et Diomedes dixit cum Pantasilie tot Grecorum nobiles confunderit vulneraverit occiderit corpus eius esse indignum sepultura. Demum ad hoc deventum est quod Pantasilie corpus in quodam magno stagno aquarum vicino civitati Troiae proici deberet. (fol. 128 v°).	... omnibus placitum uti ..... in fluvium reliquo adhuc ad persentiendum spiritu aut canibus dilaceranda iaceretur. (lib. IV, 3).

Uccisa Pentesilea (in Ditti da Achille, in Guido e Benoît da Pirro), nasce contesa fra i Greci per la sepoltura del corpo di lei: Pirro (o Achille) vuole che sia seppellito con onore, gli altri vogliono che sia buttato nello Scamandro o dato in pasto ai cani. In Ditti è tutto quanto l'esercito greco che chiede si faccia questo, e Diomede *percontatus circumstantes* non fa se non rendersi esecutore del voto di tutti; Guido concorda punto per punto con questo racconto. In Benoît invece l'esercito greco non determina quale debba essere la sorte del corpo dell'Amazzone, e solo Diomede insiste perchè sia gettato nel fiume o fatto sbranare dai cani.

II) *Morte di Pirro:*

Benoît	Guido	Ditti
Si ot laissie Andromacha [ama La femme Hector, que mout En sa maison o s'aversiere. (vv. 29617 e segg.).	... relictis in palatio suo Andromaca dudum uxore Hectoris cum parvulo suo filio et Hectoris eiusdem nomine Laumedonta. (fol. 158 r°).	..... proficiscitur relicta in domo Andromacha eiusque filio Laodamante, etc. (lib. VI, 12).

Pirro dopo il ritorno in patria lascia nel suo palazzo reale, partendo per Delfo, Andromaca ch'egli ama, e di cui Ermione

sua moglie è gelosa, insieme col piccolo figlio di lei e di Ettore. In Benoît nessun accenno al bambino, nel passo riportato; di questo parla sì in seguito, dopo aver narrato come Ermione facesse chiamare suo padre Menelao scongiurandolo di uccidere la straniera e il figlio del nemico (anche Ditti lo dice). Ma in Guido troviamo il nome del figlio di Ettore precisamente in questo punto in cui lo dà Ditti, e Benoît invece no (1).

III) *Morte di Palamede:*

Benoît	Guido	Ditti
Ulisse va da Palamede: Semblant fait que mout seit sis Dit que il et Diomedès [druz Ont un tresor trove mout près En un puiz... (E poi Diomede non è più espressamente nominato; solo il racconto continua col soggetto al plurale). (vv. 27836 e segg.).	(dicunt) Ulixem Diomedem Agamemnonem et Menelaum duas falsas litteras conscripsisse in quibus continebatur Palamidem cum Troyanis prodictionem exercitus tractavisse. . . . . Non post multos dies Ulixes et Diomedes secreto sunt Palamidem alocuti. (fol. 145 v°).	Per idem tempus Diomedes et Ulixes consilium de interficiendo Palamede ineunt . . . . Igitur simulato quod thesaurum repertum in puteo cum eo partiri vellent, remotis procul omnibus persuadent uti ipse potius descenderet . . . . Sed fuere qui eius consilii haud expertem Agamemnonem dicerent, etc. (lib. II, 15).

Darete lo dice ucciso in battaglia. Ditti invece per un tradimento in cui ebbe parte principale Ulisse. Benoît e Guido seguono Darete; ma nell'ultima parte, in cui si attiene a Ditti per narrare il ritorno in patria dei vari capi greci, Benoît scrive che a Nauplo, padre di Palamede:

> " Dit li aveit om e noncié
> Ne sai com li fu enseignié
> Que par merveille et par envie
> Orent son fil gete de vie ".

E segue tutto il racconto che ci dà Ditti (lib. II, 15).

(1) Per il diverso nome del figlio di Ettore fra i testi addotti di Guido e di Ditti, occorre ricordare che la tradizione di Ditti in proposito non è unanime. Cfr. Ussani, l. c., p. 16, n. 5.

Se non che Ditti dice: *Per idem tempus Diomedes et Ulixes consilium de interficiendo Palamede ineunt.* E dopo aver narrato come attirandolo in un agguato riuscissero ad ucciderlo, aggiunge: *sed fuere, qui eius consilii haud expertem Agamemnonem dicerent.* In Benoît, chi ordisce tutta la trama è Ulisse; solo verso la fine si trova un vago accenno a Diomede, ma più come complice passivo e quasi non necessario di Ulisse che come parte attiva e ordinatore del complotto; il nome di Diomede è fatto una sola volta ed è messo in bocca ad Ulisse; nessun accenno neppure lontano ad Agamennone. Troviamo dunque in Guido il nome di Agamennone che ci dà Ditti e non invece Benoît (1).

IV) *Morte di Ulisse:*

Benoît	Guido	Ditti
D'ansdous les mains li a lanciee La lance raide et aguisiee De tel air que le costez Ot sempres toz ensanglentez. Se il ne fut un poi guenchiz En petit d'ore fust feniz. (Poi lo smarrimento di Telegono al vedersi ferito). (vv. 30139 e segg.).	... iaculum vibravit in ipsum sic quod ipsum percusit ex eo non tamen lexit (2) eundem. Thalagonus... accepto illo eodem iaculo quod Ulixes viabraverat [sic per *vibraverat*] et in terram iacebat Thelagonus in Ulixem impetu duriori retorsit. (fol. 160 r°).	Ulixes... lanceam adversus Telegonum iaculatur. Sed postquam huiusmodi ictum iuvenis casu quodam intercipit, ipse in parentem insigne iaculum emittit. (lib. VI, 15).

Telegono, figlio di Calipso e di Ulisse, recatosi a cercare il padre, viene respinto dai servi di questo. Si accende una zuffa e Ulisse, uscito fuori al rumore, scaglia la sua lancia contro il figlio; questi la raccoglie e la rinvia al padre ferendolo a morte. Se non che, mentre in Benoît Telegono viene ferito, e anche gravemente, dal colpo di Ulisse, in Guido e Ditti invece no.

Da questi punti si rilevano alcune coincidenze fra le due narrazioni di Guido e Ditti, dalle quali le conclusioni assolu-

(1) Però in Guido è anche il nome di Menelao che manca negli altri due.

(2) Evidentemente per *laesit.*

tamente negative riguardo alla conoscenza dell'*Ephemeris* da parte di Guido vengono, mi sembra, sensibilmente scosse.

Si potrebbe anche ritenere che la tradizione registrata in Ditti sia pervenuta a Guido per altra via. Dovrebbe però trattarsi di testo ignoto finora, almeno che io sappia. Io ho instituito confronti con i cronografi bizantini (Giovanni Malala, Giovanni d'Antiochia, Giorgio Cedreno, Isacco Porfirogeneto, Giovanni Tzetze, Costantino Manasse). Tutti questi autori, nei punti sopra citati, non presentano nulla che infirmi la conclusione enunciata di una parentela diretta tra i racconti di Ditti e Guido. Per quello che riguarda la morte di Palamede che è il punto più importante osservato, trattandosi di un intero racconto e non della coincidenza di semplici parole, dei Bizantini alcuni non ne parlano affatto. Quelli che la riferiscono fanno, è vero, anche il nome di Agamennone, ma accettano una versione estranea perfettamente a tutti e tre i nostri autori, secondo la quale Palamede sarebbe stato sottoposto a giudizio e condannato alla lapidazione, eseguita poi da tutto quanto l'esercito.

L'Accademico Segretario
ETTORE STAMPINI

CLASSE

DI

SCIENZE FISICHE, MATEMATICHE E NATURALI

Adunanza del 2 Dicembre 1917.

PRESIDENZA DEL SOCIO SENATORE GIAMPIETRO CHIRONI
VICEPRESIDENTE DELL'ACCADEMIA

Sono presenti i Soci: Senatore D'Ovidio Direttore della Classe, Naccari, Segre, Peano, Jadanza, Foà, Guareschi, Guidi, Mattirolo, Grassi, Somigliana, Fusari, Panetti e Parona Segretario.

Scusa l'assenza il Socio Salvadori.

Si legge e si approva l'atto verbale della precedente adunanza.

Il Presidente, con parola commossa, si rende interprete del pensiero di tutti esprimendo il vivo dolore per la morte immatura del nostro amato Presidente Senatore Lorenzo Camerano, e reca ai Colleghi di questa Classe le condoglianze della Classe di Scienze morali. Rammenta che ai funerali dissero nobilmente di Lui i due nostri Colleghi Naccari e Mattirolo e che egli, a nome dell'Accademia, portò l'estremo saluto alla salma dell'amico dilettissimo, che rimpiange con profonda mestizia di desiderio al ricordo delle sue virtù e delle sue alte qualità di cittadino, di scienziato e di amministratore. Alla Vedova, alla Figlia, al Genero rinnova le più sentite condoglianze.

Aggiunge che, dovendo uno dei Soci commemorare l'illustre Estinto, egli propone che ne sia affidato l'incarico al Socio Salvadori, che fra i Colleghi è il più indicato a tesserne l'elogio. La Classe approva unanime e il Segretario avrà cura di darne notizia al Socio Salvadori.

Si comunica l'elenco delle numerose condoglianze giunte alla Presidenza.

Il Socio Mattirolo presenta in omaggio due sue pubblicazioni: *Come la Città di Torino onora i Botanici piemontesi. — Sullà natura della colorazione rosea della calce dei muri retusti e sui vegetali inferiori che danneggiano i monumenti e le opere d'arte.* Ne riassume i risultati e, riguardo alla prima, approfitta dell'occasione per esprimere il desiderio che, allo scopo di rendere più significativo ed istruttivo l'onore di assegnare nomi di persone illustri alle vie della Città, il Comune provveda affinchè, sulla targa, al nome della persona si aggiunga una parola od una frase che ricordi il campo di attività nel quale il personaggio si rese illustre e benemerito. — Il Socio Foà si associa alla opportuna proposta, e il Presidente si esprime nello stesso senso, ringraziando il Socio Mattirolo delle interessanti comunicazioni.

Il Socio Guareschi ricorda che in quest'anno si compie il centenario della nascita di due grandi Chimici: Francesco Selmi e Adolfo Wurtz, e così ne parla:

" In quest'anno si compie il centenario della nascita di " due grandi chimici: Francesco Selmi e Adolfo Wurtz. Del " primo scrissi già un'ampia biografia nel 1911 ed inserita nei " volumi delle nostre *Memorie*.

" Adolfo Wurtz, nato in Strassburg il 26 novembre 1817 " e morto a Parigi il 12 maggio 1884, è uno dei più grandi " chimici del secolo XIX. Egli fu l'apostolo della teoria ato- " mica in Francia e fece conoscere l'importanza della legge di " Avogadro. Wurtz fu l'erede in Francia delle idee di Laurent

" e Gerhardt. La scoperta delle *amine* e delle basi *ossietileniche*, " dei *glicoli* od *alcoli bivalenti* o *biossidrilici*; le scoperte e le " ricerche sui composti del *fosforo*, dell'*idruro di rame*, dell'*alcool butilico* ecc.; i suoi metodi di sintesi dei *radicali alcolici* (1855), " degli *acidi aromatici*, dell'*idrato d'amilene*, primo esempio di " *alcole terziario*; la *sintesi* della *glicerina*, il suo metodo di *aldolizzazione* e tante altre ricerche pongono questo illustre uomo " fra i primi e più grandi chimici.

" Molte sono le opere pubblicate dal WURTZ, e basti ricor" dare: il grande *Dictionnaire de chimie*; l'*Histoire des doctrines chimiques* (1868); *Leçons de chimie élémentaire; Traité de chimie médicale; Leçons sur quelques points de philosophie chimique* (1864, " trad. in ital. nel " Nuovo Cimento "); la *Théorie des atomes dans la conception générale du monde* (1875); la *Théorie atomique* (1876 e 1880); *Traité de chimie biologique* (1880); *Progrès de l'industrie des matières colorantes artificielles* (1876). Fondò " nel 1858 il " Répertoire de chimie ", che si trasformò poi " nel " Bulletin de la Société chimique de Paris ".

" WURTZ fu prima allievo di Liebig a Giessen, poi studiò " a Strassburg e a Parigi; fu capo dei lavori chimici alla " Scuola di Arti e Manifatture, professore all'Istituto agrono" mico, poi, in sostituzione di Dumas, professore di chimica " organica e farmaceutica nella Facoltà di Medicina ed infine " nella Facoltà di Scienze. Nel 1881 ottenne la grande medaglia " Copley. Ebbe precipua parte nella fondazione dell'Associazione " francese per l'avanzamento delle Scienze.

" Numerosissimi sono i suoi allievi, molti dei quali diven" nero chimici illustri e che hanno continuato la sua Scuola. " WURTZ era uno de' più efficaci insegnanti e dei più eleganti " e chiari scrittori.

" Tanto più volentieri e con animo grato scrivo queste " parole in omaggio alla memoria di questo grande chimico, " perchè le sue ricerche scientifiche e i suoi libri mi furono

" guida nei primi anni della mia carriera; era di quei Maestri
" ideali per i quali si sente il desiderio ed il dovere di con-
" servarne la rimembranza con gratitudine ".

Il Presidente ringrazia il Socio GUARESCHI per il degno omaggio reso ai due illustri, che l'Accademia si onora di aver avuto fra i suoi Membri.

Presentano per la stampa negli *Atti*:

Il Socio PEANO: una Nota (seconda) del Prof. A. PENSA, *Sull'operatore omografico* R'.

Il Socio GRASSI: una sua Nota, *A proposito delle due Note del Prof. Guglielmo " Sulla legge di Poisson e sulla esperienza* di *Clément e Desormes ".*

LETTURE

Sull'operatore omografico R'.

Nota di ANGELO PENSA (a Torino).

A complemento di una Nota già pubblicata in questi *Atti* [1], esporremo qui alcune proprietà dell'operatore omografico R'.

§ 1.

Se α, β sono omografie, ed $\boldsymbol{u}$, $\boldsymbol{v}$ sono vettori, tenendo presente la definizione di $R'(\alpha, \beta)$, e servendoci delle sue proprietà fondamentali [2], dimostreremo le seguenti relazioni:

(1) $$R'(\alpha, \beta) = (I_1\beta - K\beta)(I_1\alpha - K\alpha) - I_1(\alpha\beta) + K\alpha . K\beta .$$

(1') $$R'(\alpha, \beta) = CK\beta . CK\alpha - CK(\beta\alpha)$$ [3].

(1'') $$R'(\alpha, \beta) = I_2(\alpha + \beta) - I_2\alpha - I_2\beta - (I_1\alpha) . K\beta - (I_1\beta) . K\alpha + \\ + K(\alpha\beta + \beta\alpha)$$ [4].

---

[1] A. Pensa, *Su alcune omografie speciali e sugli operatori omografici* C, R. "Atti della R. Accademia delle Scienze di Torino", vol. 53.

[2] C. Burali-Forti et R. Marcolongo, *Analyse vectorielle générale* (Pavia, Mattei et C., 1913), vol. II, pag. 134. — Indicheremo, nel seguito, con A_1 ed A_2 rispettivamente il vol. I ed il vol. II di quest'opera.

[3] La (1') si può anche scrivere, sostituendo ad α, β rispettivamente $K\alpha$, $K\beta$, come segue:

(1''') $$R'(K\alpha, K\beta) = C\beta . C\alpha - C(\alpha . \beta),$$

od anche, per la (8) di pag. 134 di A_2 (cfr. A. Pensa, loc. cit., nota [3], formula [8]):

(1$^{\text{IV}}$) $$KR'(\alpha, \beta) = C\beta . C\alpha - C(\alpha . \beta),$$

[4] Questa formula generalizza l'espressione di $R\alpha$ data in A_1 al n. 20, colla [2].

(2) $R'(\alpha, \alpha) = 2 R\alpha$.

(3) $R'(\alpha^{-1}, \beta^{-1}) = R\alpha^{-1} . R'(\alpha, \beta) . R\beta^{-1}$, ($\alpha$ e β invertibili).

(4) $R'(\alpha, \beta)\, \boldsymbol{u} = 2 V (\alpha . \boldsymbol{u} \wedge . K\beta)$.

(5) $R'(\alpha, \boldsymbol{u} \wedge \beta) = 2 H \} V (K\beta . \alpha), \boldsymbol{u} \{ + \beta . (K\alpha \boldsymbol{u}) \wedge$.

(6) $R'(\boldsymbol{u} \wedge \alpha, \boldsymbol{v} \wedge \beta) = \alpha . \} K\beta(\boldsymbol{u} \wedge \boldsymbol{v}) \{ \wedge + H(\boldsymbol{v}, \boldsymbol{u}) . R'(\alpha, \beta) =$
$= - \beta . \} K\alpha(\boldsymbol{u} \wedge \boldsymbol{v}) \{ \wedge + H(\boldsymbol{u}, \boldsymbol{v}) . R'(\alpha, \beta) =$
$= \frac{1}{2} \} \alpha . [K\beta(\boldsymbol{u} \wedge \boldsymbol{v})] \wedge - \beta . [K\alpha(\boldsymbol{u} \wedge \boldsymbol{v})] \wedge +$
$+ 2 D H (\boldsymbol{u}, \boldsymbol{v}) . R'(\alpha, \beta) \{$ (5).

(7) $I_3(\alpha\beta) . R'(\alpha^{-1}, \beta^{-1}) = K\alpha . R'(\alpha, \beta) . K\beta$, ($\alpha$ e β invertibili).

(8) $\begin{cases} I_3\alpha . R'(\alpha, \beta) = C(R\alpha . K\beta) . R\alpha = R\alpha . C(K\beta . R\alpha). \\ I_3\beta . R'(\alpha, \beta) = C(R\beta . K\alpha) . R\beta = R\beta . C(K\alpha . R\beta). \end{cases}$

(9) $I_1 R'(R\alpha, R\beta) = I_1(R\beta . CR\alpha) = I_2\alpha . I_2\beta - I_2(\alpha . \beta)$.

(10) $I_2 R'(\alpha, \beta) = I_1\alpha . I_1(K\alpha . R\beta) + I_1(\beta . RK\alpha . \beta) =$
$= I_1\alpha . I_1(K\alpha . R\beta) + I_1\beta . I_1(K\beta . R\alpha) - I_1(R\beta . CR\alpha) =$
$= I_1\alpha . I_1(K\alpha . R\beta) + I_1\beta . I_1(K\beta . R\alpha) - I_1 R'(R\alpha, R\beta)$.

(11) $I_3 R'(\alpha, \beta) = I_1(K\alpha . R\beta) . I_1(K\beta . R\alpha) - I_3(\alpha . \beta)$.

(12) $RR'(\alpha, \beta) = R^2(\alpha + \beta) + R^2\alpha + R^2\beta -$
$- R' \} R(\alpha + \beta), R\alpha + R\beta \{ + R'(R\alpha, R\beta)$.

(13) $R'(\alpha, \beta) . K\alpha + R\alpha . K\beta = K\alpha . R'(\alpha, \beta) + K\beta . R\alpha =$
$= I_1(R\alpha . K\beta)$.

(14) $I_1 [K\alpha . R'(\alpha, \beta)] = 2 I_1 (R\alpha . K\beta)$.

(15) $\begin{cases} I_3\alpha . RR'(\alpha, \beta) = RC(R\alpha . K\beta) . \alpha = \alpha . RC(K\beta . R\alpha). \\ I_3\beta . RR'(\alpha, \beta) = RC(R\beta . K\alpha) . \beta = \beta . RC(K\alpha . R\beta). \end{cases}$

(16) $R'(R\alpha, R\beta) = \beta . KR'(\alpha, \beta) . \alpha = \alpha . KR'(\alpha, \beta) . \beta =$
$= C(\alpha . RK\beta) . \alpha = C(\beta . RK\alpha) . \beta$.

Dimostrazioni. — Per la definizione dell'operatore C si ha:

$$R'(\alpha, \beta) = I_1 R'(\alpha, \beta) - CR'(\alpha, \beta) =$$

per le [7], [9] di pag. 134 di A_2, si ottiene:

$$= I_1\alpha . I_1\beta - I_1(\alpha\beta) - K\beta . CK\alpha - K\alpha . CK\beta =$$
$$= I_1\alpha . I_1\beta - I_1(\alpha\beta) - K\beta(I_1\alpha - K\alpha) - K\alpha(I_1\beta - K\beta).$$

---

(5) Da questa, per $\alpha = \beta = 1$, si ha la formula (cfr. A. Pensa, loc. cit., nota (3), formula [11]):

$$R'(\boldsymbol{u} \wedge, \boldsymbol{v} \wedge) = H(\boldsymbol{u}, \boldsymbol{v}) + H(\boldsymbol{v}, \boldsymbol{u}) = 2 D H(\boldsymbol{u}, \boldsymbol{v}).$$

Sviluppando, risulta:

$$(a)\qquad R'(\alpha,\beta)=I_1\alpha\,.\,I_1\beta-I_1(\alpha\beta)-(I_1\alpha)\,.\,K\beta+ \\ +K\beta\,.\,K\alpha-(I_1\beta)\,.\,K\alpha+K\alpha\,.\,K\beta.$$

Da questa si ottengono le (1), (1'), (1''). Infatti, ordinando si ha:

$$R'(\alpha,\beta)=(I_1\beta-K\beta)(I_1\alpha-K\alpha)-I_1(\alpha\beta)+K\alpha\,.\,K\beta$$

che è la (1). Sostituendo in questa ad $I_1\beta-K\beta$, $I_1\alpha-K\alpha$, $I_1(\alpha\beta)-K\alpha.K\beta$ le loro espressioni $CK\beta$, $CK\alpha$, $CK(\beta\alpha)$, si ha la (1').

Nella (*a*) si sostituisca ad $I_1(\alpha\beta)$ il suo valore dato dalla [2], n. 25 di A_1: riducendo e ordinando, si otterrà la (1'').

Nella formola (1'') si ponga $\beta=\alpha$. Osservando che si ha $I_2(2\alpha)=4I_2\alpha$, $K(2\alpha^2)=2K\alpha^2$, riducendo ed applicando la [2], n. 20 di A_1, si ottiene la (2).

Applicando successivamente le (13), (14), (3) di pag. 134 di A_2, si ottiene la (3) di questo §, come segue (per α e β invertibili):

$$R\alpha^{-1}.R'(\alpha,\beta).R\beta^{-1}=R'(\alpha^{-1}.\alpha.\beta^{-1},\alpha^{-1}.\beta.\beta^{-1})= \\ =R'(\beta^{-1},\alpha^{-1})=R'(\alpha^{-1},\beta^{-1}).$$

Si ha la formula [6]:

$$2V(\alpha.u\wedge.\beta)=[C\beta.CK\alpha-C(K\alpha.\beta)]\,u.$$

Ponendo qui $K\beta$ al posto di β e applicando la (1'), si ha la (4).

Indicando con x, y due vettori qualunque non paralleli, si ha, per la definizione di $R'(\alpha,\beta)$ [7]:

$$R'(\alpha,u\wedge\beta)(x\wedge y)=(\alpha x)\wedge(u\wedge\beta y)+(u\wedge\beta x)\wedge\alpha y= \\ =(\alpha x\times\beta y-\alpha y\times\beta x).u+\beta(u\times\alpha y.x-u\times\alpha x.y)= \\ =[y\times K\beta.\alpha x-x\times K\beta.\alpha y]u+\beta[y\times K\alpha u.x-x\times K\alpha u.y].$$

---

(6) Cfr. A. Pensa, loc. cit., § 3, formula (5).

(7) Vedi A_2, pag. 134, formula (1). — Le formule (8), (9), (11), (12), (13) di A_2, pag. 134, sono riportate, corrette di errori tipografici, in: A. Pensa, loc. cit., § 1, nota (3). A queste ci riferiamo, citando quelle.

Per la definizione del doppio vettore di una omografia (A_1, n. 8, [2]), si ottiene:

$$= 2\,V\,(K\beta\,.\,\alpha) \times (x \wedge y)\,.\,u + \beta\,(K\alpha u) \wedge (x \wedge y) =$$
$$= \{ 2\,H\,[V\,(K\beta\,.\,\alpha),\, u] + \beta\,.\,(K\alpha u) \wedge \}\,(x \wedge y),$$

e poichè x, y sono arbitrarii, risulta di qui dimostrata la (5).

Siccome $R'(\alpha, \beta) = R'(\beta, \alpha)$, come risulta dalla (1″), così il primo membro della (5) si potrà scrivere $R'(u \wedge \beta, \alpha)$; scambiando poi β con α, risulterà:

$$R'(u \wedge \alpha, \beta) = \alpha\,.\,(K\beta u) \wedge + 2\,H\,[V\,(K\alpha\,.\,\beta),\, u].$$

In questa si ponga $v \wedge \beta$ al posto di β. Otterremo:

$$R'(u \wedge \alpha, v \wedge \beta) = \alpha\,[K\,(v \wedge \beta)\,u] \wedge + H\,\{ 2\,V\,[K\alpha\,.\,v \wedge .\,\beta],\, u \}.$$

Osservando che

$$K\,(v \wedge \beta)\,u = [-\,K\beta\,.\,v \wedge]\,u = -\,K\beta\,(v \wedge u) = K\beta\,(u \wedge v),$$

e sostituendo a $2\,V\,[K\alpha\,.\,v \wedge .\,\beta]$ la sua espressione ricavata dalla (4), si ha:

$$R'(u \wedge \alpha, v \wedge \beta) = \alpha\,[K\beta\,(u \wedge v)] \wedge + H\,\{ R'(K\alpha, K\beta)\,v,\, u \} =$$

per la (8) di pag. 134 di A_2, e la seconda delle [2], n. 24 di A_1, risulta:

$$= \alpha\,[K\beta\,(u \wedge v)] \wedge + H\,(v, u)\,.\,R'(\alpha, \beta).$$

Così è dimostrata la prima parte della (6); la seconda parte si ha di qui collo scambio di u con v, e di α con β.

Facendo la semisomma di queste due espressioni e applicando la relazione $2\,DH\,(u, v) = H\,(u, v) + H\,(v, u)$, data al n. 12 di A_1, si ha l'ultima parte della (6).

Dalla (3) qui dimostrata, per la terza delle [2], n. 25 di A_1, si ha la (7) come segue (supposte α e β invertibili):

$$I_3\,(\alpha\,.\,\beta)\,.\,R'(\alpha^{-1}, \beta^{-1}) = I_3\,\alpha\,.\,R\alpha^{-1}.\,R'(\alpha, \beta)\,.\,I_3\,\beta\,.\,R\beta^{-1} =$$
$$= K\alpha\,.\,R'(\alpha, \beta)\,.\,K\beta.$$

Poichè (8) $R'(\alpha,\beta) = R'(\beta,\alpha)$ e $mR'(\alpha,\beta) = R'(m\alpha,\beta)$, ove m è un numero, si ha, ricordando anche la relazione $I_3\alpha = RK\alpha . \alpha$:

$$I_3\alpha . R'(\alpha,\beta) = R'(\beta . I_3\alpha, \alpha) = R'(\beta . RK\alpha . \alpha, \alpha) =$$

applicando ora la (14) e poi la prima delle (10) di pag. 134 di A_2, si ottiene:

$$= R'(\beta . RK\alpha, 1) . R\alpha = CK(\beta . RK\alpha) . R\alpha = C(R\alpha . K\beta) . R\alpha .$$

Si ha così la prima parte della prima delle (8). Operando con K su questa, e ricordando che $KR'(\alpha,\beta) = R'(K\alpha, K\beta)$, si ha:

$$I_3K\alpha . R'(K\alpha, K\beta) = RK\alpha . C(\beta . RK\alpha).$$

Cambiando, in questa, α e β in $K\alpha$ e $K\beta$, si ottiene la seconda parte della prima delle (8). Allo stesso modo si dimostra la seconda formola (8).

Dalla (7) di pag. 134 di A_2 si ha:

$$(b) \qquad I_1R'(R\alpha, R\beta) = I_1R\alpha . I_1R\beta - I_1(R\alpha . R\beta).$$

Osservando che $I_1(R\alpha . R\beta) = I_1(R\beta . R\alpha)$, e ricordando la definizione dell'operatore C, si ha dalla (b):

$$I_1R'(R\alpha, R\beta) = I_1[R\beta . I_1R\alpha - R\beta . R\alpha] = I_1 \} R\beta(I_1R\alpha - R\alpha) \{ = \\ = I_1 \} R\beta . CR\alpha \{$$

che è la prima parte della (9). Se invece in (b) si sostituisce ad $R\alpha . R\beta$ il suo valore $R(\alpha . \beta)$, e quindi ad $I_1R\alpha$, $I_1R\beta$, $I_1R(\alpha,\beta)$ le loro espressioni $I_2\alpha$, $I_2\beta$, $I_2(\alpha . \beta)$, si ha la seconda parte della (9).

Operando con I_2 sul primo e sul secondo membro della prima delle (8) si ha (A_1, n. 10, [3]; n. 22, [1]; n. 20, [5]):

$$(I_3\alpha)^2 . I_2R'(\alpha,\beta) = I_1 \} RC(R\alpha . K\beta) . RR\alpha \{,$$

(8) Come risulta rispettivamente dalle (1″) e (1).

e poichè $RR\alpha = I_3\alpha.\alpha$, e $RC\gamma = I_2\gamma + K\gamma^2$, ove γ è un'omografia [9], risulta:

$$(I_3\alpha)^2. I_2 R'(\alpha, \beta) = I_3\alpha . I_1 \{ I_2(R\alpha . K\beta).\alpha + K(R\alpha . K\beta).K(R\alpha . K\beta).\alpha \}$$
$$= I_3\alpha . I_1 \{ I_2(R\alpha . K\beta).\alpha + \beta . RK\alpha . \beta . (RK\alpha . \alpha) \},$$

e siccome $RK\alpha . \alpha = I_3\alpha$, come risulta dalla [4], n. 20 di A_1, e poichè:

$$I_2(R\alpha . K\beta) = I_1 R(R\alpha . K\beta) = I_1(RR\alpha . RK\beta) = I_1(I_3\alpha . \alpha . RK\beta) =$$
$$= I_3\alpha . I_1(K\alpha . R\beta),$$

sarà:

$$(I_3\alpha)^2. I_2 R'(\alpha, \beta) = (I_3\alpha)^2. I_1 \{ I_1(K\alpha . R\beta).\alpha + \beta . RK\alpha . \beta \},$$

da cui, sopprimendo il fattore numerico $(I_3\alpha)^2$ nei due membri [10], si ottiene:

$$I_2 R'(\alpha, \beta) = I_1\alpha . I_1(K\alpha . R\beta) + I_1(\beta . RK\alpha . \beta),$$

che è la prima parte della (10). E siccome si ha [11]:

$$I_1(\beta . RK\alpha . \beta) = I_1\beta . I_1(\beta . RK\alpha) - I_1 R'(\beta, \beta RK\alpha),$$

sostituendo nella precedente risulta:

$$(c) \qquad I_2 R'(\alpha, \beta) = I_1\alpha . I_1(K\alpha . R\beta) + I_1\beta . I_1(\beta . RK\alpha) -$$
$$- I_1 R'(\beta, \beta RK\alpha),$$

ma per le (13) e (10) di pag. 134 di A_2, si ha:

$$R'(\beta, \beta . RK\alpha) = R\beta . R'(1, RK\alpha) = R\beta . CK(RK\alpha) = R\beta . CR\alpha,$$

---

[9] Cfr. A. Pensa, loc. cit., § 2, formola (6).

[10] Con ciò si suppone che sia $I_3\alpha$ non nullo. Però la formula vale anche quando $I_3\alpha = 0$, in virtù del teorema 2° di pag. 131 di A_2.

[11] Come risulta sostituendo $RK\alpha$ ad α nella formula (Cfr. A. Pensa, loc. cit., § 3):

$$I_1(\beta . \alpha . \beta) = I_1\beta . I_1(\beta . \alpha) - I_1 R'(\beta, \beta\alpha).$$

e sostituendo in (*c*) si ha la seconda parte della (10):

$$I_2 R'(\alpha, \beta) = I_1 \alpha . I_1 (K\alpha . R\beta) + I_1 \beta . I_1 (\beta . RK\alpha) - I_1 (R\beta . CR\alpha).$$

E se in questa, ad $I_1 (R\beta . CR\alpha)$ si sostituisce la sua espressione $I_1 R'(R\alpha, R\beta)$ data dalla (9), si ha la terza parte della (10).

Operando con I_3 sul primo e sul secondo membro della prima delle (8), si ha, per la [3], n. 10 e la [2], n. 25 di A_1:

$$(I_1 \alpha)^3 . I_3 R'(\alpha, \beta) = I_3 R\alpha . I_3 C (R\alpha . K\beta),$$

ossia, ricordando che $I_3 R\alpha = (I_3 \alpha)^2$, ed applicando la formula ([12]) $I_3 C\gamma = I_1 \gamma . I_2 \gamma - I_3 \gamma$, ove γ è un'omografia, risulta:

$$(I_3 \alpha)^3 . I_3 R'(\alpha, \beta) = (I_3 \alpha)^2 \{ I_1 (R\alpha . K\beta) . I_2 (R\alpha . K\beta) - I_3 (R\alpha . K\beta) \}.$$

E poichè $I_2 (R\alpha . K\beta) = I_1 R (R\alpha . K\beta) = I_1 (RR\alpha . RK\beta) = I_1 (I_3 \alpha . \alpha . RK\beta)$, ed $I_3 (R\alpha . K\beta) = I_3 K\beta . I_3 R\alpha = I_3 \beta . (I_3 \alpha)^2$, sarà:

$$(I_3 \alpha)^3 . I_3 R'(\alpha, \beta) = (I_3 \alpha)^3 \{ I_1 (R\alpha . K\beta) . I_1 (\alpha . RK\beta) - I_3 \beta . I_3 \alpha \}.$$

Osservando che $I_1 (\alpha . RK\beta) = I_1 (K\alpha . R\beta)$, e sopprimendo nei due membri il fattore $(I_3 \alpha)^3$, supposto diverso da zero ([13]), si ha la (11).

Operando con R sui due membri della identità [A_2, pag. 134, (2)]:

$$R'(\alpha, \beta) = R(\alpha + \beta) - R\alpha - R\beta,$$

e servendoci della (8), pag. 132 di A_2 ([14]), avremo:

$$\begin{aligned} RR'(\alpha, \beta) = & RR(\alpha + \beta) + R(R\alpha + R\beta) + \\ & + K \{ CR(\alpha + \beta) . (R\alpha + R\beta) + C(R\alpha + R\beta) . R(\alpha + \beta) \} + \\ & + I_2 \{ R(\alpha + \beta) - (R\alpha + R\beta) \} - I_2 R(\alpha + \beta) - I_2 (R\alpha + R\beta). \end{aligned}$$

([12]) A. Pensa, loc. cit., § 2, formula (3).

([13]) Pel caso in cui fosse $I_3 \alpha = 0$, si veda la nota ([10]).

([14]) Cioè della formula:
$R(\alpha + \beta) = R\alpha + R\beta - K(C\alpha . \beta + C\beta . \alpha) + I_2 (\alpha + \beta) - I_2 \alpha - I_2 \beta.$

E calcolando $R(R\alpha + R\beta)$ colla formula della nota [14], si ha:

$$\begin{aligned} RR'(\alpha,\beta) = RR(\alpha+\beta) + RR\alpha + RR\beta + \\ + [I_2(R\alpha + R\beta) - I_2R\alpha - I_2R\beta - K(CR\alpha . R\beta + CR\beta . R\alpha)] + \\ + [I_2\{R(\alpha+\beta) - (R\alpha + R\beta)\} - I_2R(\alpha+\beta) - I_2(R\alpha + R\beta) + \\ + K\{CR(\alpha+\beta).(R\alpha+R\beta) + C(R\alpha+R\beta).R(\alpha+\beta)\}]. \end{aligned}$$

La prima parentesi quadra del secondo membro racchiude lo sviluppo di $R'(R\alpha, R\beta)$, colla formula della nota [14]; la seconda parentesi quadra racchiude invece lo sviluppo di

$$R'\{R(\alpha+\beta),\ -(R\alpha+R\beta)\},$$

ossia di

$$-R'\{R(\alpha+\beta),\ (R\alpha+R\beta)\}.$$

Sostituendo, si ha la (12).

Moltiplicando a destra i due primi membri della prima delle (8) per $K\alpha$, e ricordando che $R\alpha . K\alpha = I_3\alpha$, si ha:

$$I_3\alpha . R'(\alpha,\beta) K\alpha = C(R\alpha . K\beta) . I_3\alpha.$$

Si sopprima il fattore $I_3\alpha$ nei due membri [15], si otterrà:

$$R'(\alpha,\beta) . K\alpha = C(R\alpha . K\beta) = I_1(R\alpha . K\beta) - R\alpha . K\beta,$$

da cui

$$R'(\alpha,\beta) . K\alpha + R\alpha . K\beta = I_1(R\alpha . K\beta).$$

Partendo invece dalla seconda forma della prima delle (8), si ottiene:

$$K\alpha . R'(\alpha,\beta) + K\beta . R\alpha = I_1(R\alpha . K\beta). \qquad (d)$$

Resta così dimostrata la (13).

Su quest'ultima relazione (*d*) si operi con I_1. Siccome, essendo m un numero, si ha $I_1 m = 3m$, così si otterrà:

$$I_1\{K\alpha . R'(\alpha,\beta)\} + I_1(R\alpha . K\beta) = 3I_1(R\alpha . K\beta).$$

Riducendo, si ha la (14).

---

[15] Con ciò si suppone $I_3\alpha$ non nullo. Pel caso contrario cfr. nota [10].

La prima delle (8) ci dà $I_3\alpha . R'(\alpha, \beta) = C(R\alpha . K\beta) . R\alpha$. Operando con R sui due membri di questa, e ricordando le [3], [5], n. 20 di A_1, ed inoltre la $RR\alpha = I_3\alpha . \alpha$, si ha:

$$(I_3\alpha)^2 . RR'(\alpha, \beta) = RC(R\alpha . K\beta) . I_3\alpha . \alpha.$$

Di qui, dividendo i due membri per $I_3\alpha$ ([16]), si ha la prima parte della prima delle (15).

La prima delle (8) ci dà una seconda espressione per $I_3\alpha . R'(\alpha, \beta)$. Partendo da questa, e operando come nel caso precedente, si dimostra la seconda parte della prima formula (15). La seconda formula (15) si dimostra in modo analogo partendo dalla seconda delle (8).

Per α e β invertibili si ha (A_1, [4'], n. 20):

$$R'(R\alpha, R\beta) = R' \} I_3\alpha . K\alpha^{-1}, I_3\beta . K\beta^{-1} \{ .$$

Per le (4) e (8) di pag. 134 di A_2, si ottiene:

$$(e) \qquad R'(R\alpha, R\beta) = I_3\alpha . I_3\beta . KR'(\alpha^{-1}, \beta^{-1}) = \\ = I_3\alpha . I_3\beta KR'(\alpha^{-1} . \beta . \beta^{-1}, \alpha^{-1} . \alpha . \beta^{-1}).$$

E poichè ([17]) $R'(\alpha\beta, \alpha\gamma) = R\alpha . R'(\beta, \gamma)$, $R'(\alpha\gamma, \beta\gamma) = R'(\alpha, \beta) . R\gamma$, così sarà:

$$R'(R\alpha, R\beta) = I_3\alpha , I_3\beta . K \} R\alpha^{-1} . R'(\beta, \alpha) . R\beta^{-1} \{ = \\ = K \} I_3\alpha . R\alpha^{-1} . R'(\beta, \alpha) . I_3\beta . R\beta^{-1} \{ .$$

Siccome $I_3\alpha . R\alpha^{-1} = K\alpha$, ed $I_3\beta . R\beta^{-1} = K\beta$, così avremo:

$$R'(R\alpha, R\beta) = K \} K\alpha . R'(\beta, \alpha) . K\beta \{ = \beta . KR'(\alpha, \beta) . \alpha ,$$

che è la prima delle espressioni di $R'(R\alpha, R\beta)$ date dalla (16). Per avere la seconda, si ponga $R'(\beta^{-1}, \alpha^{-1})$ al posto di $R'(\alpha^{-1}, \beta^{-1})$ nel secondo membro della (e), e si proceda come sopra.

([16]) Cfr. nota precedente.
([17]) Cfr. A_2, pag. 134, formule (13), (14).

Nella prima delle (8), ad α, β si sostituisca $R\alpha$, $R\beta$ rispettivamente, e si osservi che $I_3 R\alpha = (I_3\alpha)^2$; $R R\alpha = I_3\alpha . \alpha$; $K R\alpha = R K\alpha$. Si otterrà:

$$(I_3\alpha)^2 R'(R\alpha, R\beta) = (I_3\alpha)\, C \,\}\, \alpha . R K\beta \,\{ . I_3\alpha . \alpha .$$

Sopprimendo nei due membri di questa eguaglianza il fattore $(I_3\alpha)^2$, supposto diverso da zero [18], si ottiene la terza delle espressioni di $R'(R\alpha, R\beta)$ date dalla (16). La quarta si ottiene in modo analogo partendo dalla $I_3\alpha . R'(\alpha, \beta) = R\alpha . C(K\beta . R\alpha)$ data dalla prima delle (8). Resta così interamente dimostrata la (16).

§ 2. — Alcune formule differenziali.

Indichino α e β omografie, $\boldsymbol{a}$ un vettore costante, ed $\boldsymbol{u}$, $\boldsymbol{v}$ vettori funzioni del punto P. Si hanno allora le seguenti relazioni:

(1) $d I_3\alpha = I_3\alpha . I_1(\alpha^{-1} . d\alpha) = - I_3\alpha . I_1(\alpha . d\alpha^{-1})$, (per α invert.),

(2) $d \log I_3\alpha = I_1(\alpha^{-1} . d\alpha) = - I_1(\alpha . d\alpha^{-1})$, (per α ivertibile),

(3) $\mathrm{grad} \log I_3\alpha \times \boldsymbol{a} = I_1\left(\alpha^{-1} . \frac{d\alpha}{dP}\boldsymbol{a}\right) = - I_1\left(\alpha . \frac{d\alpha^{-1}}{dP}\boldsymbol{a}\right)$, (per α invertibile).

(4) $d R\alpha = R'(\alpha, d\alpha)$,

(5) $d R'(\alpha, \beta) = R'(\alpha, d\beta) + R'(d\alpha, \beta)$,

(6) $\mathrm{grad}\, R'(\alpha, \beta) = 2 V \,\}\, \alpha . \mathrm{Rot}\, K\beta + \beta\, \mathrm{Rot}\, K\alpha \,\{$,

(7) $\mathrm{grad}\, R'\left(\frac{d\boldsymbol{u}}{dP}, \frac{d\boldsymbol{v}}{dP}\right) = 0$,

(8) $\mathrm{Rot}\, R'(\alpha, \beta) = \alpha . \mathrm{grad}\, \beta \wedge +$
$+ K \,\}\, \mathrm{Rot}(K\beta . K\alpha) - (\mathrm{Rot}\, K\beta) . K\alpha - C\beta . \mathrm{Rot} K\alpha \,\{ +$
$+ \beta . \mathrm{grad}\, \alpha \wedge + K \,\}\, \mathrm{Rot}(K\beta . K\alpha) - (\mathrm{Rot}\, K\alpha) . K\beta -$
$- C\alpha . \mathrm{Rot}\, K\beta \,\{$.

Dimostrazioni. — Dalla (7), n. 7, pag. 136 di A_2 si ha:

$$d I_3\alpha = I_1(d K\alpha . R\alpha),$$

---

[18] Pel caso contrario cfr. nota [19].

e siccome per α invertibile si ha $R\alpha = I_3\alpha . K\alpha^{-1}$, ed inoltre [$A_2$, pag. 136, (4)] è $dK\alpha = Kd\alpha$, così si otterrà:

$$dI_3\alpha = I_3\alpha . I_1(dK\alpha . K\alpha^{-1}) = I_3\alpha . I_1(\alpha^{-1} . d\alpha),$$

cioè la prima parte della (1). Per dimostrare la seconda parte basta osservare che dalla identità $\alpha . \alpha^{-1} = 1$, differenziando si ha $d\alpha . \alpha^{-1} + \alpha . d\alpha^{-1} = 0$. E quindi:

$$I_1(d\alpha . \alpha^{-1}) = - I_1(\alpha . d\alpha^{-1}).$$

Dalla (1) ora dimostrata, dividendo tutti i membri per $I_3\alpha$, che è diverso da zero (essendo α invertibile), si ha la (2).

Per la [1'], n. 39 di A_1, si ha che se a è un vettore costante, ed m è un numero funzione di P, allora

$$\text{grad}\, m \times a = \frac{dm}{dP} a.$$

Ad m sostituiamo $\log I_3\alpha$. Avremo:

$$\text{grad} \log I_3\alpha \times a = \frac{d \log I_3\alpha}{dP} a = I_1\left(\alpha^{-1} \frac{d\alpha}{dP} a\right) = - I_1\left(\alpha . \frac{d\alpha^{-1}}{dP} a\right).$$

Così è dimostrata la (3).

Per definizione si ha (A_1, n. 20, [1]), indicando con x ed y due vettori arbitrarii:

$$R\alpha(x \wedge y) = (\alpha x) \wedge (\alpha y).$$

Di qui, differenziando e ricordando la definizione di R' [A_2, pag. 134, (1)], si ha:

$$dR\alpha(x \wedge y) = (\alpha x) \wedge d\alpha y + (d\alpha x) \wedge \alpha y = R'(\alpha, d\alpha)(x \wedge y).$$

Per l'arbitrarietà di x ed y, risulta, di qui, la (4).

Indicando ancora con x, y due vettori arbitrarii, si ha, per definizione [A_2, pag. 134, (1)]:

$$R'(\alpha, \beta)(x \wedge y) = (\alpha x) \wedge \beta y + (\beta x) \wedge \alpha y.$$

Differenziando i due membri, ed ordinando, e tenendo presente la precedente definizione di R', si ha:

$$d\,\mathrm{R}'(\alpha,\beta)(\boldsymbol{x}\wedge\boldsymbol{y}) = [(\alpha\boldsymbol{x})\wedge d\beta\boldsymbol{y} + (d\beta\boldsymbol{x})\wedge\alpha\boldsymbol{y}] + [(d\alpha\boldsymbol{x})\wedge\beta\boldsymbol{y} + (\beta\boldsymbol{x})\wedge d\alpha\boldsymbol{y}] = \mathrm{R}'(\alpha, d\beta)(\boldsymbol{x}\wedge\boldsymbol{y}) + \mathrm{R}'(d\alpha,\beta)(\boldsymbol{x}\wedge\boldsymbol{y}),$$

e di qui, per l'arbitrarietà di $\boldsymbol{x}$ ed $\boldsymbol{y}$, risulta la (5).

Nella formula $\mathrm{grad}\,\alpha \times \boldsymbol{u} = \mathrm{div}\,(\mathrm{K}\alpha\boldsymbol{u})$, di A_1, n. 38, [3], si ponga $\mathrm{R}'(\alpha,\beta)$ al posto di α, e $\boldsymbol{x}\wedge\boldsymbol{y}$ a posto di $\boldsymbol{u}$, supponendo $\boldsymbol{x}$ ed $\boldsymbol{y}$ costanti. Si otterrà:

$$\mathrm{grad}\,\mathrm{R}'(\alpha,\beta)\times(\boldsymbol{x}\wedge\boldsymbol{y}) = \mathrm{div}\,[\mathrm{R}'(\mathrm{K}\alpha,\mathrm{K}\beta)(\boldsymbol{x}\wedge\boldsymbol{y})] = \mathrm{div}\,[(\mathrm{K}\alpha\boldsymbol{x})\wedge\mathrm{K}\beta\boldsymbol{y} + (\mathrm{K}\beta\boldsymbol{x})\wedge\mathrm{K}\alpha\boldsymbol{y}],$$

La prima delle [3], n. 42 di A_1 dà $\mathrm{div}(\boldsymbol{u}\wedge\boldsymbol{v}) = \boldsymbol{v}\times\mathrm{rot}\,\boldsymbol{u} - \boldsymbol{u}\times\mathrm{rot}\,\boldsymbol{v}$, quindi:

$$\mathrm{grad}\,\mathrm{R}'(\alpha,\beta)\times(\boldsymbol{x}\wedge\boldsymbol{y}) = (\mathrm{K}\beta\boldsymbol{y})\times\mathrm{rot}(\mathrm{K}\alpha\boldsymbol{x}) - (\mathrm{K}\alpha\boldsymbol{x})\times\mathrm{rot}(\mathrm{K}\beta\boldsymbol{y}) + (\mathrm{K}\alpha\boldsymbol{y})\times\mathrm{rot}(\mathrm{K}\beta\boldsymbol{x}) - (\mathrm{K}\beta\boldsymbol{x})\times\mathrm{rot}(\mathrm{K}\alpha\boldsymbol{y}).$$

Pel teorema di commutazione e per la formula $\mathrm{rot}\,(\alpha\boldsymbol{a}) = (\mathrm{Rot}\,\alpha)\,\boldsymbol{a}$, ove $\boldsymbol{a}$ è un vettore costante, si ha:

$$\mathrm{grad}\,\mathrm{R}'(\alpha,\beta)\times(\boldsymbol{x}\wedge\boldsymbol{y}) = \boldsymbol{y}\times\alpha.(\mathrm{Rot}\,\mathrm{K}\beta)\boldsymbol{x} - \boldsymbol{x}\times\alpha.(\mathrm{Rot}\,\mathrm{K}\beta)\boldsymbol{y} + \boldsymbol{y}\times\beta.(\mathrm{Rot}\,\mathrm{K}\alpha)\boldsymbol{x} - \boldsymbol{x}\times\beta.(\mathrm{Rot}\,\mathrm{K}\alpha)\boldsymbol{y} = 2\,\mathrm{V}[\alpha.\mathrm{Rot}\,\mathrm{K}\beta + \beta.\mathrm{Rot}\,\mathrm{K}\alpha]\times(\boldsymbol{x}\wedge\boldsymbol{y}).$$

E poichè $\boldsymbol{x}$ e $\boldsymbol{y}$ sono arbitrarii, risulta di qui dimostrata la (6).

Per la (6) ora dimostrata si ha, indicando con $\boldsymbol{u}$, $\boldsymbol{v}$ vettori funzioni di P:

$$\mathrm{grad}\,\mathrm{R}'\left(\frac{d\boldsymbol{u}}{dP},\frac{d\boldsymbol{v}}{dP}\right) = 2\,\mathrm{V}\left\{\frac{d\boldsymbol{u}}{dP}.\mathrm{Rot}\,\mathrm{K}\frac{d\boldsymbol{v}}{dP} + \frac{d\boldsymbol{v}}{dP}.\mathrm{Rot}\,\mathrm{K}\frac{d\boldsymbol{u}}{dP}\right\} = 0,$$

perchè, per la seconda delle [6], n. 44 di A_1, sono nulli i fattori $\mathrm{Rot}\,\mathrm{K}\frac{d\boldsymbol{u}}{dP}$, $\mathrm{Rot}\,\mathrm{K}\frac{d\boldsymbol{v}}{dP}$. È quindi dimostrata la (7).

Poichè (A_1, n. 38, [4]), essendo $\boldsymbol{a}$ un vettore costante, è $(\mathrm{Rot}\,\alpha)\,\boldsymbol{a} = \mathrm{rot}\,(\alpha\boldsymbol{a})$, avremo, indicando con $\boldsymbol{x}$ ed $\boldsymbol{y}$ vettori anch'essi costanti:

$$\mathrm{Rot}\,R'(\alpha,\beta)\,(\boldsymbol{x}\wedge\boldsymbol{y}) = \mathrm{rot}\,\{(\alpha\boldsymbol{x})\wedge\beta\boldsymbol{y} + (\beta\boldsymbol{x})\wedge\alpha\boldsymbol{y}\} =$$

e applicando la seconda delle [3], n. 42 di A_1:

$$= \left[\mathrm{div}\,(\beta\boldsymbol{y}) - \frac{d(\beta\boldsymbol{y})}{dP}\right].\alpha\boldsymbol{x} - \left[\mathrm{div}\,(\alpha\boldsymbol{x}) - \frac{d(\alpha\boldsymbol{x})}{dP}\right].\beta\boldsymbol{y} +$$
$$+ \left[\mathrm{div}\,(\alpha\boldsymbol{y}) - \frac{d(\alpha\boldsymbol{y})}{dP}\right].\beta\boldsymbol{x} - \left[\mathrm{div}\,(\beta\boldsymbol{x}) - \frac{d(\beta\boldsymbol{x})}{dP}\right].\alpha\boldsymbol{y}.$$

Per le formule $\mathrm{div}\,(K\alpha\boldsymbol{a}) = \mathrm{grad}\,\alpha \times \boldsymbol{a}$, e $\frac{d(\alpha\boldsymbol{a})}{dP}\boldsymbol{x} = \left(\frac{d\alpha}{dP}\boldsymbol{x}\right)\boldsymbol{a}$, di A_1, n. 38 e n. 36, risulterà:

$$\begin{aligned}\mathrm{Rot}\,R'(\alpha,\beta)(\boldsymbol{x}\wedge\boldsymbol{y}) = {} & (\mathrm{grad}\,K\beta \times \boldsymbol{y}.\alpha\boldsymbol{x} - \mathrm{grad}\,K\beta \times \boldsymbol{x}.\alpha\boldsymbol{y}) + \\ & + (\mathrm{grad}\,K\alpha \times \boldsymbol{y}.\beta\boldsymbol{x} - \mathrm{grad}\,K\alpha \times \boldsymbol{x}.\beta\boldsymbol{y}) + \\ & + \left\{\left(\frac{d\alpha}{dP}\beta\boldsymbol{y}\right)\boldsymbol{x} - \left(\frac{d\alpha}{dP}\beta\boldsymbol{x}\right)\boldsymbol{y}\right\} + \\ & + \left\{\left(\frac{d\beta}{dP}\alpha\boldsymbol{y}\right)\boldsymbol{x} - \left(\frac{d\beta}{dP}\alpha\boldsymbol{x}\right)\boldsymbol{y}\right\},\end{aligned}$$

e in virtù della prima delle (4'), pag. 137 di A_2, si ottiene:

$$\begin{aligned}\mathrm{Rot}\,R'(\alpha,\beta)(\boldsymbol{x}\wedge\boldsymbol{y}) = {} & \{\alpha.(\mathrm{grad}\,K\beta)\wedge + \beta.(\mathrm{grad}\,K\alpha)\wedge\}(\boldsymbol{x}\wedge\boldsymbol{y}) - \\ & - K\,\{C\beta.\mathrm{Rot}\,K\alpha - \mathrm{Rot}\,(K\beta.K\alpha) + (\mathrm{Rot}\,K\beta).K\alpha\}(\boldsymbol{x}\wedge\boldsymbol{y}) - \\ & - K\,\{C\alpha.\mathrm{Rot}\,K\beta - \mathrm{Rot}\,(K\alpha.K\beta) + (\mathrm{Rot}\,K\alpha).K\beta\}(\boldsymbol{x}\wedge\boldsymbol{y}).\end{aligned}$$

E poichè i vettori $\boldsymbol{x}$ ed $\boldsymbol{y}$ sono arbitrarii, risulta di qui dimostrata la (8).

Torino, novembre 1917.

A proposito di due Note del Prof. Guglielmo: "Sulla legge di Poisson e sull'esperienza di Clément e Desormes,,.

Nota di GUIDO GRASSI.

Il Prof. Guglielmo, in due Note pubblicate recentemente nel " Nuovo Cimento " [1], riproduce quasi integralmente ciò che egli aveva scritto in tre Note inserite nei " Rendiconti dell'Accademia dei Lincei " [2], e rinnova quindi la discussione su alcune mie osservazioni, pubblicate nei Rendiconti medesimi [3].

Credo opportuno ricordare l'origine di coteste osservazioni.

La 1ª Nota del Prof. Guglielmo aveva lo scopo di esporre un metodo di calcolo molto semplice per dedurre dal noto esperimento di Clément e Desormes il rapporto k fra i calori specifici di un gas a pressione costante e a volume costante, senza ricorrere al primo principio di termodinamica; vi si aggiungeva un metodo di calcolo, pure molto semplice, per dedurre dallo esperimento stesso l'equivalente meccanico della caloria; incidentalmente l'A. osservava che la formola di Poisson $pv^k = \text{cost.}$, che esprime la legge di espansione adiabatica dei gas, va con-

(1) " Nuovo Cimento ", 1916, ottobre, pag. 145; novembre, pag. 195.

(2) " Rend. Accad. Lincei ", Note del Prof. Guglielmo:

1ª *Sull'esperienza di Clément e Desormes*, ecc., 1° semestre 1914, pag. 698.

2ª *Sulle leggi di Poisson e dello stato aeriforme in relazione al primo principio di termodinamica*, 1° semestre 1916, pag. 117.

3ª *Intorno ad alcuni modi di calcolare l'esperienza di Clément e Desormes*, 1° semestre 1916, pag. 213.

(3) " Rend. Accad. Lincei ", Note del Prof. Guido Grassi:

1ª *Osservazioni a proposito della 1ª Nota del Prof. Guglielmo*, 1° semestre 1915, pag. 676.

2ª *Sulla legge di Poisson*, ecc., 1° semestre 1916, pag. 259.

3ª *Osservazioni alla 3ª Nota del Prof. Guglielmo*, 1° semestre 1916, pag. 619.

siderata come una conseguenza del primo principio di termodinamica e cesserebbe d'esser vera se questo non lo fosse.

Nella mia Nota 1ª feci essenzialmente tre osservazioni:

1ª Non è necessario conoscere il 1° principio di termodinamica per trovare la formola di Poisson.

2ª Il ragionamento fatto dal Prof. Guglielmo per calcolare k è inesatto, perchè non vi è tenuto conto dei lavori esterni; la formola però dà un risultato numerico prossimo al vero quando si considera, nell'esperimento supposto, un riscaldamento piccolo.

3ª Anche il ragionamento per dedurre dall'esperimento di C. e D. l'equivalente meccanico non è persuasivo; la formola esatta risulta da semplificazioni arbitrarie. Del resto non occorreva alcuna dimostrazione, essendo evidente che qualunque esperimento atto a determinare il rapporto k, serve pure a calcolare in modo semplicissimo l'equivalente meccanico, quando si conosca uno dei due calori specifici.

Alla mia 1ª osservazione il Prof. Guglielmo rispose colla sua Nota 2ª e alle altre due colla Nota 3ª. Da parte mia replicai colle altre due mie Note. La sostanza del nuovo scritto è, come dissi, quella stessa delle pubblicazioni precedenti, ma parecchie varianti ed aggiunte introdotte dall'A. nelle sue considerazioni, mi inducono a ritornare sull'argomento, richiamando anche in parte ciò che scrissi già nelle Note sopracitate, per mostrare la insussistenza delle obiezioni che il Prof. Guglielmo crede di poter opporre alla mia critica.

E comincio dalla Nota sulla legge di Poisson.

Qui l'A. cita ripetutamente il mio nome; ed io devo anzitutto spendere poche parole per difendermi da due rimproveri, ch'egli mi rivolge senza tener conto affatto di quanto io gli avevo già risposto.

Il primo rimprovero è che io non tengo conto dell'opinione di Van der Waals e Kohnstamm, i quali espressero il dubbio che nel ragionamento col quale Poisson ha ottenuto la sua formola fosse contenuta in qualche modo la legge della conservazione dell'energia. Io avevo già risposto che, avendo, secondo il mio modo di vedere, una prova diretta che la formola di Poisson si può dimostrare senza ricorrere al 1° principio, non avevo motivo di preoccuparmi più del dubbio a cui accenna

il Van der Waals; soggiungo ora che l'essermi occupato di rimovere quel dubbio mi pare che significhi appunto tener conto della osservazione di Van der Waals: che se, tenendone conto, mi son persuaso che il dubbio non va risolto come vorrebbe il Prof. Guglielmo, ciò non implica alcun disprezzo per quell'A., il quale probabilmente sarebbe del mio parere, come lo sono parecchi altri altrettanto e anche più autorevoli.

E passo al secondo rimprovero di non aver presente la dimostrazione di Clausius. Posso assicurare il Prof. Guglielmo che comperai il libro, che egli cita, del Clausius (*Mechanische Wärmetheorie*) e proprio la 2ª edizione, quando uscì nel 1876, e nell'insegnamento della Termodinamica, che feci per molti anni, molto mi servii di quel libro.

Ma si direbbe che il Prof. Guglielmo voglia approfittare dell'occasione per insegnarmi questo punto della termodinamica; poichè dice: " Sebbene quella dimostrazione sia notissima, molto " facile da rammentare e da ritrovare, credo opportuno ripro- " durla „. E dopo questo preambolo scrive delle formole inutili e sbaglia nella loro interpretazione.

Nella Nota 2ª ai Lincei egli aveva riportate le formole che qui sono contrassegnate $(2)^{bis}$ e (3) a pagine 146 e 147, accompagnandole colla osservazione che le (3) sono tre forme del principio d'equivalenza. Io gli feci notare che le prime due sono veramente espressioni del 1° e anche del 2° principio di termodinamica, ma che la terza non ha a che fare nè col 1° nè col 2° principio. Ora il Prof. Guglielmo non solo ripete il medesimo errore, ma lo moltiplica. Infatti, scritta l'equazione fondamentale, che esprime la prima legge di termodinamica, cioè la

$$dq = du + p\,dv \tag{1}$$

spiega che, con opportune sostituzioni, questa può prendere le tre forme seguenti:

$$\left\{\begin{aligned} dq &= c_v\,dT + (c_p - c_v)\frac{\partial T}{\partial v}\,dv \\ dq &= c_p\,dT - (c_p - c_v)\frac{\partial T}{\partial p}\,dp \\ dq &= c_p\frac{\partial T}{\partial v}\,dv + c_v\frac{\partial T}{\partial p}\,dp \end{aligned}\right. \tag{2}$$

e non pensa che, avendo eliminato la energia interna u e l'equivalente meccanico, sottinteso nella (1), ora nessuna di queste tre equazioni esprime più il 1° principio; nè il Clausius ha mai detto ciò.

A questo punto l'A., non si capisce con quale scopo, richiama una delle cosidette equazioni di Thomson [1], dedotte dal 2° principio, e trasforma le prime due equazioni (2) in modo che queste vengono a rappresentare il 1° ed il 2° principio; la terza rimane invariata; si hanno cioè le tre equazioni:

$$(2)^{bis} \quad \begin{cases} dq = c_v dT + T \frac{\partial p}{\partial T} dv \\ dq = c_p dT - T \frac{\partial v}{\partial T} dv \\ dq = c_p \frac{\partial T}{\partial v} dv + c_v \frac{\partial T}{\partial p} dp. \end{cases}$$

Nel caso dei gas queste divengono:

$$(3) \quad \begin{cases} dq = c_v dT + p\,dv = c_v dT + \frac{RT}{v} dv \\ dq = c_p dT - v\,dp = c_p dT - \frac{RT}{p} dp \\ dq = \frac{1}{R} (c_p p\,dv + c_v v\,dp). \end{cases}$$

Ma subito l'A. soggiunge che queste si possono ottenere senza ricorrere alla formola di Thomson; cosicchè non si capisce che cosa significhino e quale scopo abbiano cotali trasformazioni. Avverte quindi che le tre espressioni della legge di Poisson

$$(4) \qquad Tv^{k-1} = \text{cost.} \qquad T^k p^{k-1} = \text{cost.} \qquad pv^k = \text{cost.}$$

si possono considerare come derivate rispettivamente dalle (3), ma che si può passare dall'una all'altra mediante la equazione caratteristica

$$pv = RT = (c_p - c_v)\, T.$$

---

[1] Si avverta che vi è un errore di stampa.

In tutto questo discorso domina sempre lo stesso equivoco; la terza delle (3) non contiene il 1° principio, e perciò questo non sarebbe contenuto nella $pv^k = \text{cost.}$, ma sarebbe contenuto nelle altre due forme; il che sembra una contradizione. Ma contradizione non c'è, perchè quando dalla prima delle (3) si vuol ricavare la prima delle (4), bisogna ricorrere all'equazione di Mayer, quella che il Prof. Guglielmo scrive $R = c_p - c_v$, dove è sottinteso l'equivalente meccanico eguale a 1. Ne risulta che dalla prima delle (3) vien eliminato l'equivalente meccanico e si ha un'equazione che non è più un'espressione del 1° principio.

Si noti poi che per passare dall'una all'altra delle (4) basta la $pv = RT$ senza aggiungervi la $R = c_p - c_v$; come dice il Prof. Guglielmo per far credere che occorra sempre introdurre la 1ª legge.

Che poi le equazioni (2) non contengano il 1° principio risulta evidente dalla possibilità di ricavarle dalle solite relazioni tra i coefficienti nelle espressioni di dq con un artifizio semplice di calcolo, che non vi introduce alcun nuovo concetto fisico. Basta scrivere la dq sotto le tre forme

$$\left\{\begin{aligned} dq &= c_v dT + l\,dv \\ dq &= c_p dT + h\,dp \\ dq &= m\,dp + n\,dv \end{aligned}\right. \tag{5}$$

e col metodo indicato dallo stesso Prof. Guglielmo a pag. 151 (dove riporta il calcolo che egli attribuisce a Bertrand e a Poincaré) si trovano subito le tre equazioni (2).

Che poi differenziando una delle (4), cioè la equazione di Poisson, si ritrovi l'espressione del principio d'equivalenza, l'A. lo afferma; manca soltanto la dimostrazione, che sarei curioso di vedere.

E così devo soggiungere che non è vero ciò che sembra così evidente al Prof. Guglielmo, che nello studio delle trasformazioni adiabatiche tanto vale far uso della formola di Poisson quanto far uso delle equazioni del 1° principio colla condizione $dq = 0$.

Non comprendo come il Prof. Guglielmo, che ha rilevato

il dubbio di Van der Waals e si sforza di trovare in Clausius un sostegno alla sua tesi, mentre effettivamente il Clausius non se ne occupa, non abbia cercato negli autori anche l'opinione contraria alla sua. Avrebbe trovato che sessant'anni prima del Van der Waals, o del suo allievo Kohnstamm, la questione era stata discussa dal Cazin, l'autore notissimo delle esperienze fatte col metodo di Clément e Desormes per determinare il rapporto k.

Ma poi fu nettamente messo in evidenza come va considerata la questione dal Verdet. Nelle sue *Leçons sur la théorie mécanique de la chaleur* (1868) si trova che egli stabilisce le tre espressioni (5) di dq e le relazioni che devono necessariamente sussistere fra i sei coefficienti (c_v, c_p, l, h, m, n) prima di qualunque accenno alla 1ª legge di termodinamica. La formola di Poisson è dimostrata al § 103, dopo fatta l'applicazione delle due leggi fondamentali allo studio dei gas; ma al Verdet non è sfuggito che questo procedimento può lasciare il lettore in dubbio sul carattere del risultato, e subito dopo dedica un paragrafo (§ 105) a sciogliere tale dubbio.

" Questa formola, dice il Verdet, era stata stabilita da " Laplace e Poisson assai prima che apparisse la teoria mec- " canica del calore. Essi l'ottenevano molto semplicemente am- " mettendo che il rapporto dei due calori specifici fosse indi- " pendente dalla temperatura e dalla pressione, ciò che le " esperienze di Gay-Lussac e di Welter tendevano a stabilire. " Infatti, *qualunque idea ci si faccia sulla natura del calore*, si " ha sempre l'equazione

$$c_v dt + l dv = 0$$

" e il valore di l sodisfa sempre all'eguaglianza

$$l = \frac{c_p - c_v}{\alpha v}(1 + \alpha t), \tag{6}$$

" si ha quindi

$$\frac{1}{\alpha}\left(\frac{c_p}{c} - 1\right)\frac{dv}{v} + \frac{dt}{1 + \alpha t} = 0. \tag{7}$$

" Se si ammette che il rapporto $c_p : c_v$ è costante, questa " equazione sarà immediatamente integrabile e condurrà alla " relazione precedente „, che è la formola di Poisson.

E questo è in sostanza il procedimento del Bertrand, che secondo il Prof. Guglielmo dovrebbe invece condurre al principio d'equivalenza, senza supporre l'equivalenza fra calore e lavoro, perchè si è fissato in mente che la terza delle equazioni $(2)^{bis}$ è una espressione del 1° principio e non si cura di quanto io scrissi nella mia Nota 2ª a questo riguardo.

In quella equazione tanto dq quanto i calori specifici si possono esprimere con unità termiche qualsiansi, perchè non vi appare, nè esplicito nè sottinteso, l'equivalente meccanico del calore; l'equazione esprime soltanto che una quantità di calore è uguale alla somma di due altre quantità di calore. Invece le prime due delle $(2)^{bis}$ contengono veramente il 1° principio; ma in esse, per rendere omogenei i termini, va sottinteso che i termini dq, $c_v dT$, $c_p dT$ sono moltiplicati per l'equivalente meccanico, il cui valore numerico è supposto eguale a 1, perchè l'A. ha preferito adottare le unità meccaniche anche per il calore.

Al quale proposito faccio osservare che per la questione attuale, dove si tratta appunto di vedere quali sono le formole da considerare come espressioni del principio d'equivalenza, sarebbe stato molto meglio mettere sempre in evidenza l'equivalente meccanico.

Nella terza delle $(2)^{bis}$ la omogeneità esiste indipendentemente dalla esistenza dell'equivalente meccanico.

Il Prof. Guglielmo poi crede di trovare altre obiezioni, ma in fondo ripete le stesse cose con diverse parole, come del resto sono costretto a fare anch'io per seguire il suo discorso. Egli dice a pagina 152: Nella equazione (8) cioè nella

$$dq = c_v dT + l dv \tag{8}$$

o $l = p$, e si ha l'equazione della prima legge, o l è diverso da p e allora la (8) è falsa, cosicchè io, secondo il prof. Guglielmo, mi proporrei di dedurre una legge vera da una premessa falsa.

Questo sembra un ragionamento, ed all'A. è parso anche degno di esser ripetuto due volte con diverse parole; ma di ragionamento ha soltanto l'apparenza. Che applicando il principio d'equivalenza alla (8) si venga a scoprire che quel coef-

ficiente l si può esprimere in funzione di altri coefficienti fisici, è questo precisamente un vantaggio che ci procura la conoscenza di quella legge. Ora siccome applicando la seconda legge si trova che $l = T\frac{\partial p}{\partial T}$, seguendo il modo di ragionare del Prof. Guglielmo si dovrebbe dire: nella equazione (8) o si ammette $l = T\frac{\partial p}{\partial T}$ e la (8) diventa identica all'equazione che esprime il 2° principio; o l è diverso, e allora la (8) è falsa. Si giungerebbe quindi alla conseguenza che la (8) esprime anche il 2° principio.

Curiosa poi è l'osservazione che l'A. fa a pagina 153; a meno che egli abbia voluto scherzare. Pare che in certi procedimenti di calcolo egli sospetti un tranello; certi termini che vengono travestiti, come egli dice, poi vengono eliminati e scompaiono, lo mettono in imbarazzo; per salvarsi da questi tranelli bisogna tener ben presente la relazione $R = c_p - c_v$, la quale ha una proprietà singolare, che *sussiste anche se si vuol ignorarla.* E così credo che scherzi quando parla di sostituire al segno d'eguaglianza quello di disuguaglianza per concludere che io sbaglio a credere che in certe formole non c'entra il 1° principio di termodinamica.

D'altra parte egli attribuisce al calcolo effetti troppo meravigliosi, virtù che esso non possiede. Dice che per ottenere l'equazione del 1° principio, senza supporre l'equivalenza fra calore e lavoro, basta basarsi sulla esatta definizione *matematica* (perchè *matematica?*) dei calori specifici, sull'equazione caratteristica dei gas, *e sulle relazioni fra differenziali totali e parziali.* Eppure tutti sanno, compreso il Prof. Guglielmo, che per trovare il principio d'equivalenza c'è voluto qualche altra cosa, non soltanto, ma che i differenziali totali e parziali non hanno contribuito molto a quella scoperta.

Delle considerazioni che fa poi l'A. a pagina 154 sulle trasformazioni dei gas, merita di essere rilevata la conclusione, perchè veramente mi pare che chiarisca meglio l'equivoco.

Dice dunque l'A. che qualsiasi relazione la quale contenga il rapporto k in funzione di p, v, T, *senza* dq, può considerarsi come una forma o una conseguenza della 1ª legge per $dq = 0$. Si stenta a capire la cosa in generale e si dubita che sia male

espressa; ma l'A. si spiega con un esempio, che cioè la $pv = RT$ si può scrivere, ponendo $R = c_p - c_v$,

$$q = c_p T = c_v T + pv,$$

donde si ha pure

$$p\,dv + v\,dp = (c_p - c_v)\,dT,$$

relazione identica a quella che si ottiene dalle equazioni della equivalenza. Ma pare che egli non s'accorga che il principio d'equivalenza è compreso unicamente nella $R = c_p - c_v$, la quale contiene come fattore sottinteso l'equivalente meccanico, e nessuno può negare che se si prende un'equazione e vi si introduce una condizione voluta da un determinato principio, si otterrà un'altra equazione, che conterrà ciò che vi si è introdotto; ma così non si dimostra che quel principio vi era contenuto anche prima.

Non si comprende poi lo scopo dell'A. quando all'ultimo riprende la solita relazione $R = c_p - c_v$ e la scrive sotto la forma

$$c_p - c_v = \frac{pv}{T} = p\,\frac{\partial v}{\partial T},$$

poi soggiunge che da questa si ottiene

$$dq = c_p\,dT = c_v\,dT + p\,dv \tag{9}$$

affermando che questa corrisponde alla prima delle equazioni (3). Sembra che abbia dimenticato la regola dei differenziali totali e parziali, e abbia creduto di poter porre in generale

$$p\,\frac{\partial v}{\partial T}\,dT = p\,dv;$$

ciò che è vero solo nel caso che sia la pressione costante; ma allora il dq dell'equazione (9) non è più quello della (3); e se il dq è lo stesso, non può più essere uguale a $c_p\,dT$.

Ma, ripeto, tutto questo discorso non ha scopo e tutte le considerazioni dell'A. non provano nulla di ciò che egli si era proposto di spiegare relativamente alla dimostrazione della formola di Poisson.

In conclusione, fatta pure astrazione da tutte le inesattezze sopra rilevate, il Prof. Guglielmo, a parer mio, confonde due cose che vanno invece ben distinte: la questione se sia necessario ricorrere al principio d'equivalenza per dimostrare la formola di Poisson; e la necessità che, per esser vera, la formola stessa non sia in disaccordo col detto principio. Questa seconda tesi non ha bisogno di esser dimostrata; tutte le leggi fisiche devono andar d'accordo col principio della conservazione della energia, almeno finchè non venga dimostrato che anche questo sia soltanto una legge limite, o comunque inesatto. Perciò non v'ha dubbio che la formola di Poisson non debba dar luogo a conseguenze contradditorie al principio d'equivalenza.

Ma quando il Prof. Guglielmo vuol sostenere che la formola di Poisson non si può dimostrare senza premettere la 1ª legge di termodinamica, e che quest'ultima è espressa dalle equazioni (2), io ritengo fermamente ch'egli abbia torto, e mi sembra di aver mostrato abbastanza chiaramente che le sue obiezioni siano mal fondate.

Passo alla Nota 2ª, quella *Sul modo di calcolare l'esperienza di Clément e Desormes.*

L'A., dopo aver esposto il suo metodo, dedica una gran parte della sua Nota a ribattere alcune obiezioni, che non si sa donde provengano; egli cita in qualche luogo alcune parole del suo contradditore, senza dire chi sia e dove le abbia scritte. Per chiarire questo punto dirò dunque che il Prof. Guglielmo intende riferirsi alle osservazioni che io gli feci colle mie Note ai Lincei, sopracitate, e specialmente nella 1ª e 3ª. Ben inteso che ne riporta soltanto qualcheduna che crede di poter meglio confutare. Ma il curioso è che, dopo avere in questa nuova Nota modificato la spiegazione del suo metodo di calcolo nel senso che io gli avevo indicato, ciononostante persiste a voler combattere la mia critica.

Nella sua Nota 1ª (ai Lincei) egli aveva voluto dimostrare che dall'esperienza di Clément e Desormes si può dedurre il rapporto k senza far uso nè della legge di Poisson, nè della 1ª legge di termodinamica. In quella Nota egli scriveva senz'altro la formola

$$c_p (1 - \partial T) = c, \tag{1}$$

senza accennare menomamente alle quantità di calore equivalenti ai lavori esterni; egli inoltre diceva chiaramente che il gas, dopo essersi riscaldato di 1° a volume costante, si espandeva *adiabaticamente*. Tutto il discorso conduceva a ritenere la formola (1) come esatta; l'approssimazione appariva soltanto in seguito nel calcolo della variazione di temperatura ∂T coi dati ricavati dall'esperienza.

La mia critica si riduceva ad osservare che il ragionamento era incompleto; per completarlo bisognava tener conto dei lavori esterni e per conseguenza ricorrere al 1° principio; ciò che era contrario all'intenzione dell'A. Soggiungevo che la formola (1), quantunque inesatta, poteva all'A. esser sembrata corrispondente al vero, per essersi egli limitato a considerare nell'esperimento supposto il riscaldamento di 1°; allora la piccolissima differenza fra il lavoro di espansione adiabatica e quello di espansione isobarica fa sì che il risultato numerico sia assai prossimo al vero.

Ora il Prof. Guglielmo corregge precisamente la sua dimostrazione seguendo il mio suggerimento; dice che vuol limitarsi a considerare il caso di variazioni piccolissime, tanto piccole da poter ritenere trascurabile la differenza fra i due suddetti lavori. Presenta quindi la sua formola (1) non più come esatta, ma come approssimata.

Senonchè mostra di pretendere che queste varianti si dovevano sottintendere, come evidenti, e fra le altre noto la seguente: nel descrivere l'esperimento dice che il gas, dopo essere stato scaldato a volume costante, si lascia dilatare *molto rapidamente*; mentre prima aveva detto *adiabaticamente*. La variante non può aver altro scopo che di avvertire che la trasformazione può non essere adiabatica, e quindi sarebbe un errore ragionare come se fosse adiabatica. Ma subito dopo è detto che la quantità di calore spesa nelle prime due fasi dell'esperimento è soltanto c_v; dunque necessariamente nella seconda fase la trasformazione deve essere adiabatica; se no ci sarebbero altri scambi di calore e la cosa si complicherebbe.

Qui e anche in altro luogo della sua Nota il Prof. Guglielmo osserva giustamente che nell'esperimento effettivo l'espansione non è mai adiabatica genuina, ma solo approssimata, per ragioni notissime. Ma tutto questo discorso non fa che confer-

mare quanto io dissi fin da principio, perchè io non ho mai messo in dubbio che la formola (1) nelle condizioni ora supposte dia una buona approssimazione.

Il dire poi (pag. 197) che la mia obiezione, contro quella prima dimostrazione, si farebbe svanire del tutto col semplice artifizio di considerare un riscaldamento infinitesimo, non ha senso, trattandosi di stabilire la formola per calcolare un esperimento effettivo, il quale si ridurrebbe a star a guardare un pallone pieno di un gas che non si espande, che non si restringe, non cambia di temperatura, non riceve calore e non ne perde; da un esperimento simile non pare che si possano ricavare elementi per determinare il rapporto k.

L'A. volendo dimostrare con altri argomenti che il suo modo di ragionare è giusto, dice che, sebbene egli per semplificare la dimostrazione creda opportuno di considerare una trasformazione piccolissima, ciò non esclude che si possa ottenere il rapporto k anche considerando trasformazioni non piccole, tenendo conto dell'equivalenza.

A prima giunta non si vede perchè l'A. trovi il bisogno di ricordare in questa occasione una cosa notissima; ma la spiegazione si trova alla fine, dove, appena scritta la formola che esprime il valore di k, egli fa notare che quello è (pag. 203) *lo stesso valore che si ottiene col calcolo di Poisson*. Pare dunque che egli creda di aver trovato quella formola senza servirsi della legge di Poisson; dico *pare*, perchè se non fosse così, non si comprenderebbe la ragione di esporre in questo punto una dimostrazione prolissa e inutile, mentre egli stesso aveva riprodotto nella sua Nota 1ª la semplicissima dimostrazione basata sulla formola di Poisson.

Dunque, ripeto, si deve ritenere che qui l'A. ha creduto di non essersi servito della formola di Poisson. Ora ciò è davvero sorprendente, perchè egli calcola il lavoro esterno nella trasformazione adiabatica servendosi appunto della legge di Poisson; chè altro non è il sostituire al volume specifico v la espressione $p_2^{1/k}\, v_2\, p^{-1/k}$, come egli fa a pagina 202.

Dopo ciò l'A. soggiunge che questo modo di ottenere k è più semplice di quello prima esposto, ma suppone che sia già nota l'equivalenza fra calore e lavoro; e qui c'è un doppio equivoco.

Quando nel primo calcolo si considerano come uguali prossimamente i due lavori esterni (adiabatico e isobarico), l'A. crede che ciò non implichi la conoscenza del principio d'equivalenza. A mio parere questo è un equivoco. Quei lavori dovrebbero entrare nel computo precisamente perchè equivalenti a quantità di calore, e il ragionamento per cui si conclude che si possono ritenere eguali con molta approssimazione (s'intende le quantità di calore corrispondenti ai lavori) per essere legittimo deve presupporre l'equivalenza fra calore e lavoro.

Al contrario quando l'A. dice che il calcolo fatto colla formola di Poisson suppone che sia già nota l'equivalenza fra calore e lavoro, ricade nel solito equivoco relativo a quella formola.

Nell'ultima parte della Nota calcola l'equivalente meccanico E coi dati forniti dall'esperimento di Clément e Desormes, e mostra che il suo metodo conduce alla formola (c) (pag. 210), che è la relazione esatta fra i calori specifici e l'equivalente E.

Ora, sebbene l'A. abbia voluto spiegare qui il suo metodo più ampiamente che nella sua 1ª Nota (quella che io avevo criticata), io trovo sempre che la spiegazione non persuade. Egli calcola il lavoro speso per comprimere il gas come se la trasformazione fosse a pressione costante, e il calore equivalente come se si trattasse del lavoro in una trasformazione adiabatica; trova perciò una espressione di E approssimata. Approfitta poi di un'altra espressione approssimata che dà il rapporto k, e combinando le due trova la formola esatta che dà il valore di E. Ma se non si sapesse prima qual'è la formola esatta, non si avrebbe alcun indizio per riconoscere che le due approssimazioni si debbano compensare esattamente.

L'Accademico Segretario
CARLO FABRIZIO PARONA

CLASSE
DI
SCIENZE MORALI, STORICHE E FILOLOGICHE

Adunanza del 9 Dicembre 1917.

PRESIDENZA DEL SOCIO SENATORE GIAMPIETRO CHIRONI
VICEPRESIDENTE DELL'ACCADEMIA

Sono presenti i Soci S. E. Boselli, Direttore della Classe, Pizzi, Ruffini, Brondi, Sforza, Baudi di Vesme, Schiaparelli, Patetta, Prato, Cian, e Stampini Segretario della Classe.

È scusata l'assenza dei Soci Einaudi, Pacchioni e Valmaggi.

È letto ed approvato l'atto verbale dell'adunanza precedente del 25 novembre u. s.

Il Presidente, dopo aver rivolto, a nome della Classe, un saluto ai Soci S. E. Boselli e Ruffini ritornati ai lavori accademici, dà lettura del seguente telegramma di risposta a quello da lui spedito a S. M. il Re: " S. M. il Re ringrazia vivamente " Lei e quanti Le si associarono nel cortese omaggio riuscito " maggiormente gradito pei patriottici voti che vennero uniti. " Orlando ".

In seguito il Presidente, comunicate alla Classe le lettere di ringraziamento pervenutegli dalle famiglie dei compianti Soci Senatori Carle e Camerano, dà notizia di un altro gravissimo lutto che ha colpito la nostra Accademia per la morte di Pasquale Villari, Socio nazionale non residente. E l'Accademico Segretario Stampini legge il telegramma col quale, a nome della Presidenza, inviava alla Famiglia Villari le condoglianze

dell'Accademia per mezzo del Socio nazionale Prof. Pio RAJNA, incaricandolo altresì di rappresentare l'Accademia stessa ai funerali.

Si passa a designare i Soci che dovranno commemorare, con speciale lettura, rispettivamente i Soci defunti Senatori CARLE e VILLARI. Il Socio PACCHIONI è incaricato di commemorare il Socio CARLE; il Socio VILLARI sarà commemorato dal Socio SFORZA.

Il Socio PRATO presenta alla Classe, in omaggio, per incarico dell'autore, una pubblicazione di Roberto CESSI intitolata *Note per la storia delle Società di commercio nel Medio Evo in Italia* (Estratto dalla " Rivista Italiana di Scienze Giuridiche ", marzo 1917). La Classe ringrazia.

In fine il Socio Segretario STAMPINI presenta, quale omaggio della Ditta G. B. Paravia e Comp.ia, due nuovi volumetti che vengono a far parte del *Corpus Scriptorum Latinorum Paravianum*, cioè il n° 11 " P. Ovidii Nasonis Tristia. Recensuit praefatus est brevi appendice critica instruxit CAROLUS LANDI ", e il n° 15 " [P. Vergili Maronis] Catalepton (Priapea et Epigrammata) Maecenas Priapeum " Quid hoc novi est ". Recensuit praefatus est appendicem criticam et indicem verborum addidit REM. SABBADINI ". La Classe ringrazia, rallegrandosi con la Ditta Paravia.

Il Presidente chiude l'adunanza esprimendo le più vive congratulazioni, alle quali la Classe si associa, al Cav. Pier Paolo ROSSI, assistente alla Segreteria e alla Biblioteca dell'Accademia, per la promozione " per merito di guerra " al grado di Maggior Generale di suo figlio Gastone, che all'apertura della guerra era soltanto Maggiore.

L'Accademico Segretario
ETTORE STAMPINI

CLASSE
DI
SCIENZE FISICHE, MATEMATICHE E NATURALI

Adunanza del 16 Dicembre 1917.

PRESIDENZA DEL SOCIO SENATORE ENRICO D'OVIDIO
DIRETTORE DELLA CLASSE

Sono presenti i Soci NACCARI, SEGRE, PEANO, JADANZA, GUARESCHI, GUIDI, MATTIROLO, GRASSI, SOMIGLIANA e PARONA Segretario.

Scusano l'assenza il Vice Presidente Senatore CHIRONI e i Soci SALVADORI e PANETTI.

Si legge e si approva il verbale della precedente adunanza.

Si comunicano le lettere delle Signore Vedova Carle e Vedova Camerano, che ringraziano delle condoglianze espresse dalla Presidenza.

Il Socio MATTIROLO ricorda all'Accademia, come nel venturo mese di febbraio HUGO DE VRIES, compiendo il suo 70° anno di età, sia obbligato dalla Legge Olandese a ritirarsi dall'insegnamento ufficiale, e come gli scienziati olandesi abbiano deliberato di rendergli onore in tale occasione con manifestazioni di carattere internazionale. Il Socio MATTIROLO, ricordando le insigni benemerenze di questo scienziato eminente in tutti i campi delle scienze naturali, propone che anche l'Accademia nostra prenda parte a tali onoranze con l'invio di un indirizzo che gli rechi l'omaggio del nostro antico sodalizio. Il Prof. GUARESCHI appoggia la proposta MATTIROLO, facendo altresì osservare come i lavori di DE VRIES abbiano giovato anche alle discipline chimiche e servito alle ricerche di VANT'HOFF.

Il Presidente ringrazia dell'opportuna proposta, e si delibera che la Presidenza si accorderà col Socio Mattirolo sul modo migliore per attuarla.

Il Segretario comunica che il Socio Salvadori ha risposto che, pur ringraziando la Classe, non può assolutamente per motivi di salute assumersi l'impegno di commemorare il nostro compianto ed illustre Presidente Senatore Camerano. La Classe prende atto a malincuore della risposta, e, dopo uno scambio di idee fra i Soci, delibera di rinviare ad altra adunanza la scelta del collega in sostituzione del Socio Salvadori.

Presentano per la stampa negli atti:

Il Socio Peano: due Note, l'una del Prof. C. Burali-Forti, *Alcuni sistemi di linee su di una superficie*, l'altra del Dott. Ernesto Boverio, *Sopra la derivazione dei canali.*

Il Socio D'Ovidio: una Nota del Prof. Gustavo Sannia, *Le serie di potenze di una variabile sommate col metodo di Borel generalizzato* (I).

Il Socio Guidi: la sua Nota *Sul calcolo dell'arco elastico senza cerniere.*

Il Socio Grassi: una Nota del Sig. A. G. Rossi, *Un trasformatore dinamico per correnti alternate* (IV).

LETTURE

Alcuni sistemi di linee su di una superficie.

Nota di C. BURALI-FORTI.

Conservo le notazioni della mia memoria *Fondamenti per la geometria differenziale su di una superficie* [" Rend. Palermo ", T. XXXIII (1912)] che citerò con la lettera M.

L'omografia $2\sigma - I_1\sigma$.

1. — Nelle ricerche seguenti si presenterà spesso l'omografia vettoriale $2\sigma - I_1\sigma$ (essendo $\sigma = d\boldsymbol{N}/dP$, cfr. M.) e sarà utile enunciarne subito le proprietà principali.

(1) $K(2\sigma - I_1\sigma) = 2\sigma - I_1\sigma$, (1') $V(2\sigma - I_1\sigma) = 0$,

(2) $I_1(2\sigma - I_1\sigma) = - I_1\sigma$, (2') $C(2\sigma - I_1\sigma) = - 2\sigma$,

(2'') $2\sigma - I_1\sigma = - 2C^{-1}\sigma$,

(2₁) $I_2(2\sigma - I_1\sigma) = 4I_2\sigma - (I_1\sigma)^2 = -(\mathcal{N}_1 - \mathcal{N}_2)^2$,

(2₁') $I_3(2\sigma - I_1\sigma) = I_1\sigma\,.\,(\mathcal{N}_1 - \mathcal{N}_2)^2$,

(3) $(2\sigma - I_1\sigma)^2 = (I_1\sigma)^2 - 4I_2\sigma + 4I_2\sigma\,.\,H(\boldsymbol{N}, \boldsymbol{N}) =$
$= (\mathcal{N}_1 - \mathcal{N}_2)^2 + 4\mathcal{N}_1\mathcal{N}_2\,.\,H(\boldsymbol{N}, \boldsymbol{N})$,

(3') $\{(2\sigma - I_1\sigma)\,x\}^2 = (\mathcal{N}_1 - \mathcal{N}_2)^2.\,x^2$, per x vettore normale ad $\boldsymbol{N}$,

(4) $R(2\sigma - I_1\sigma) = I_1\sigma\,.\,(2\sigma - I_1\sigma) + 4I_2\sigma\,.\,H(\boldsymbol{N}, \boldsymbol{N})$,

(5) $(2\sigma - I_1\sigma)(\boldsymbol{N} \wedge x) = - \boldsymbol{N} \wedge (2\sigma - I_1\sigma)\,x$, per x vettore arbitrario.

essendo $\mathcal{N}_1$, $\mathcal{N}_2$ le *curvature normali* nelle *direzioni principali* del punto generico P della superficie. Supporremo sempre che si abbia $\mathcal{N}_1 \gtrless \mathcal{N}_2$.

Dall'algoritmo sviluppato in A. V. G., vol. I [*Analyse vectorielle générale* di C. BURALI-FORTI e R. MARCOLONGO, Mattei, Pavia] e da M. risultano in modo ovvio le sette formule (1), (2). La (2″) esprime che $2\sigma - I_1\sigma$ vale $-2C^{-1}\sigma$, ma è più comoda la notazione esplicita $2\sigma - I_1\sigma$.

La prima forma della (3) risulta subito effettuando il quadrato e tenendo presente la nota espressione di σ^2 [M., n. 5, (6)]. La seconda forma si ottiene ricordando che [M., n. 27, (2)]

$$\mathcal{N}_1 + \mathcal{N}_2 = I_1\sigma, \quad \mathcal{N}_1\mathcal{N}_2 = I_2\sigma.$$

Per ottenere la (4) basta osservare che per m numero e α omografia si ha facilmente

$$R(m+\alpha) = m^2 + m\,CK\alpha + R\alpha$$

e tener conto [M., n. 5, (5)] della espressione di $R\sigma$.

Per la (5) si ha successivamente [A. V. G., vol. I, p. 36; M., n. 5, (2)]

$$\begin{aligned}(2\sigma - I_1\sigma)(\boldsymbol{N}\wedge x) &= \boldsymbol{N}\wedge C(2\sigma - I_1\sigma)x - \{(2\sigma - I_1\sigma)\boldsymbol{N}\}\wedge x\\ &= -2\boldsymbol{N}\wedge\sigma x + I_1\sigma.\boldsymbol{N}\wedge x = -\boldsymbol{N}\wedge(2\sigma - I_1\sigma)x.\end{aligned}$$

Giova tener presente, come risulta dalla ($2_1'$), che $2\sigma - I_1\sigma$ è omogr. degenere solamente quando la superficie considerata è una *sfera* o un *piano* ($\mathcal{N}_1 = \mathcal{N}_2$ in tutto il campo), oppure è di *area minima* ($I_1\sigma = 0$) o negli ombelichi.

Doppi sistemi di linee, di equazioni differenziali $dP\times\alpha dP = 0$, $dP\wedge\alpha dP = 0$.

2. TEOR. 1°. — *Se α è omografia vettoriale funzione del punto generico P variabile comunque in una superficie, allora la equazione differenziale*

$$(a) \qquad dP\times\alpha dP = 0$$

individua due sistemi reali ∞^1 di linee sulla superficie solamente quando

$$(a') \qquad \boldsymbol{N}\times RD\alpha\boldsymbol{N} \gtrless 0$$

in ogni punto P della superficie.

Esprimendo P in funzione di due variabili numeriche u, v, osservando che $dP \times \alpha dP = 0$ equivale a $dP \times \mathrm{D}\alpha dP = 0$ e che $dP = P'_u du + P'_v . dv$ [M., § IX] si ha

$$dP \times \mathrm{D}\alpha dP = P'_u \times \mathrm{D}\alpha P'_u . du^2 + 2 P'_u \times \mathrm{D}\alpha P'_v . du\, dv + \\ + P'_v \times \mathrm{D}\alpha dP'_v . dv^2 = 0$$

che da per du/dv valori reali solamente quando

$$\begin{vmatrix} P'_u \times \mathrm{D}\alpha P'_v, & P'_u \times \mathrm{D}\alpha P'_u \\ P'_v \times \mathrm{D}\alpha P'_v, & P'_v \times \mathrm{D}\alpha P'_u \end{vmatrix} = (P'_u \wedge P'_v) \times \mathrm{R}\mathrm{D}\alpha (P'_v \wedge P'_u) \gtrless 0;$$

ma $P'_u \wedge P'_v$ è parallelo ad $\boldsymbol{N}$ e quindi la condizione (a') è dimostrata.

TEOR. 2°. — *Se* α *è omogr. vett. funzione di* P *sulla superficie ed è tale che* $\boldsymbol{N} \wedge \mathrm{K}\alpha \boldsymbol{N} = 0$ *in tutto il campo (il che equivale a* $\boldsymbol{N} \times \alpha dP = 0$ *per* dP *arbitrario), allora la equaz. diff.*

$$(b) \qquad dP \wedge \alpha dP = 0$$

individua due sistemi reali ∞^1 *di linee sulla superficie solamente quando*

$$(b') \qquad \boldsymbol{N} \times \mathrm{R} \{ \boldsymbol{N} \wedge (2\alpha - \mathrm{I}_1\alpha) + (\alpha \boldsymbol{N}) \wedge \} \boldsymbol{N} \gtrless 0$$

in tutto il campo di variazione di P.

Essendo dP ed αdP normali ad $\boldsymbol{N}$ (condizione $\boldsymbol{N} \wedge \mathrm{K}\alpha \boldsymbol{N} = 0$), la condizione ($b$) equivale ad $\boldsymbol{N} \times dP \wedge \alpha dP = 0$, cioè a $dP \times (\boldsymbol{N} \wedge \alpha) dP = 0$. Siamo così ricondotti al Teor. 1° cambiando α in $\boldsymbol{N} \wedge \alpha$. Osservando [A. V. G.] che

$$\mathrm{D}(\boldsymbol{N} \wedge \alpha) = \boldsymbol{N} \wedge \alpha - \{ \mathrm{V}(\boldsymbol{N} \wedge \alpha) \} \wedge = \boldsymbol{N} \wedge \alpha - \frac{1}{2} (\mathrm{C}\alpha \boldsymbol{N}) \wedge = \\ = \frac{1}{2} \{ 2 \boldsymbol{N} \wedge \alpha - \mathrm{I}_1\alpha . \boldsymbol{N} + (\alpha \boldsymbol{N}) \wedge \} = \\ = \frac{1}{2} \{ \boldsymbol{N} \wedge (2\alpha - \mathrm{I}_1\alpha) + (\alpha \boldsymbol{N}) \wedge \}$$

dalla condizione (a') risulta subito la (b') (*).

(*) Nella equazione $dP \wedge \sigma dP = 0$ delle *linee di curvatura* si ha $\alpha = \sigma$ che soddisfa alla ipotesi $\boldsymbol{N} \wedge \mathrm{K}\sigma \boldsymbol{N} = 0$, perchè $\sigma \boldsymbol{N} = 0$ e $\mathrm{K}\sigma = \sigma$, e soddisfa pure alla ($b'$). Invero si ha
$\mathrm{R} \{ \boldsymbol{N} \wedge (2\sigma - \mathrm{I}_1\sigma) + (\sigma \boldsymbol{N}) \wedge \} \boldsymbol{N} = \mathrm{H}(\boldsymbol{N}, \boldsymbol{N}) \mathrm{R}(2\sigma - \mathrm{I}_1\sigma) \boldsymbol{N} = -(\kappa_1 - \kappa_2)^2 \boldsymbol{N}$.

3. — Siccome per la *curvatura normale* $\mathcal{N}$ e per la *torsione geodetica* $\mathcal{T}$ nella direzione dP si ha [M., n. 18, (1)]

$$dP \times \sigma dP = \mathcal{N}\,(dP)^2,$$
$$\boldsymbol{N} \times dP \wedge \sigma dP = -\,dP \times (\boldsymbol{N} \wedge \sigma)\,dP = \mathcal{T}\,(dP)^2,$$

risulta subito che:

Le equazioni differenziali dei doppi sistemi ∞^1 *di linee aventi curvatura normale* $\mathcal{N}$ *o torsione geodetica* $\mathcal{T}$*, sono rispettivamente*

$$(6) \qquad dP \times (\sigma - \mathcal{N})\,dP = 0, \qquad dP \times (\mathcal{T} + \boldsymbol{N} \wedge \sigma)\,dP = 0.$$

Per queste le condizioni (a'), (b') del n. 2 assumono, dopo un calcolo ovvio (cfr. formule precedenti e M.), rispettivamente, le forme

$$(6') \qquad (\mathcal{N} - \mathcal{N}_1)(\mathcal{N} - \mathcal{N}_2) \gtreqless 0, \qquad \mathcal{T}^2 \gtreqless (\mathcal{N}_1 - \mathcal{N}_2)^2/4 \text{ (*)},$$

vale a dire, come è ben noto [M., n. 24, (2) per $\boldsymbol{x}$, $\boldsymbol{y}$ direzioni principali], $\mathcal{N}$ *può variare da* $\mathcal{N}_1$ *ad* $\mathcal{N}_2$ e $\mathcal{T}$ *può variare, in valore assoluto, da* 0 *a* $(\mathcal{N}_1 - \mathcal{N}_2)/2$ [Per la relazione $\mathcal{N}^2 + \mathcal{T}^2 = \mathcal{N}\,\mathrm{I}_1\sigma - \mathrm{I}_2\sigma$ tra $\mathcal{N}$ e $\mathcal{T}$ in una stessa direzione, cfr. M., n. 20, (2), (3)].

Per $\mathcal{N} = 0$ e $\mathcal{N} = 2\,\mathrm{I}_2\sigma/\mathrm{I}_1\sigma$ si hanno le *assintotiche* e le *caratteristiche* (tangenti, in P generico, ai due diametri coniugati di egual lunghezza della indicatrice di Dupin), che, per la (6'), esistono, rispettivamente, quando $\mathrm{I}_2\sigma \lesseqgtr 0$, $\mathrm{I}_2\sigma \gtreqless 0$. Per $\mathcal{N} = \mathrm{I}_1\sigma/2$ si hanno le linee che bisecano, in ogni punto P, le linee di curvatura e per la (6') esistono sempre (per la superficie di *area minima*, $\mathrm{I}_1\sigma = 0$, sono le *assintotiche*). Per $\mathcal{T} = 0$ e $\mathcal{T} = (\mathcal{N}_1 - \mathcal{N}_2)/2$ si hanno di nuovo le linee di curvatura e le loro bisettrici, sempre esistenti (**).

(*) Per la prima delle (6) si ha $\mathrm{R}(\sigma - \mathcal{N}) = \mathrm{R}\sigma - \mathcal{N}\,.\,\mathrm{C}\sigma + \mathcal{N}^2$ e quindi $\boldsymbol{N} \times \mathrm{R}(\sigma - \mathcal{N})\,\boldsymbol{N} = \mathcal{N}^2 - \mathrm{I}_1\sigma\,.\,\mathcal{N} + \mathrm{I}_2\sigma = (\mathcal{N} - \mathcal{N}_1)(\mathcal{N} - \mathcal{N}_2)$. Per la seconda

$$\mathrm{RD}(\mathcal{T} + \boldsymbol{N} \wedge \sigma) = \mathrm{R}\left\{\mathcal{T} + \frac{1}{2}\,\boldsymbol{N} \wedge (2\sigma - \mathrm{I}_1\sigma)\right\}$$
$$= \mathcal{T}^2 + \frac{1}{2}\,\mathcal{T}\,.\,(2\sigma - \mathrm{I}_1\sigma)\,.\,\boldsymbol{N} \wedge + \frac{1}{4}\,\mathrm{H}(\boldsymbol{N}, \boldsymbol{N})\,.\,\mathrm{R}(2\sigma - \mathrm{I}_1\sigma);$$
$$\boldsymbol{N} \times \mathrm{RD}(\mathcal{T} + \boldsymbol{N} \wedge \sigma)\,\boldsymbol{N} = \mathcal{T}^2 - (\mathcal{N}_1 - \mathcal{N}_2)^2/4.$$

(**) Si noti che per $\mathcal{N} = \mathrm{I}_1\sigma/2$ e $\mathcal{N} = 2\,\mathrm{I}_2\sigma/\mathrm{I}_1\sigma$ la prima delle (6) diviene $dP \times (2\sigma - \mathrm{I}_1\sigma)\,dP = 0$, $\quad dP \times (\mathrm{I}_1\sigma\,.\,\sigma - 2\,\mathrm{I}_2\sigma)\,dP = dP \times (\sigma^2 - \mathrm{I}_2\sigma)\,dP = 0.$

4. — Se nel punto generico P si indica con δP uno spostamento normale a dP, allora ponendo sulle (a), (b) del n. 2 $\boldsymbol{N} \wedge \delta P$ al posto di dP si ottengono le equazioni differenziali delle *traiettorie ortogonali* dei doppi sistemi (a), (b). Osservando allora che (tenendo conto delle condizioni poste nei Teoremi del n. 2)

$$(\boldsymbol{N} \wedge \delta P) \times \alpha(\boldsymbol{N} \wedge \delta P) = (\boldsymbol{N} \wedge \delta P) \times \{ \boldsymbol{N} \wedge \mathrm{C K} \alpha \delta P + \delta P \wedge \mathrm{K} \alpha \boldsymbol{N} \}$$
$$= \delta P \times \mathrm{C K} \alpha \delta P - \boldsymbol{N} \times \alpha \boldsymbol{N} . (\delta P)^2$$
$$= \delta P \times \{ \mathrm{C} \alpha - \boldsymbol{N} \times \alpha \boldsymbol{N} \} \delta P,$$

$$(\boldsymbol{N} \wedge \delta P) \wedge \alpha(\boldsymbol{N} \wedge \delta P) = \ldots = \boldsymbol{N} \times \delta P \wedge \mathrm{C K} \alpha \delta P . \boldsymbol{N} -$$
$$- \delta P \times \boldsymbol{N} \wedge \mathrm{K} \alpha \boldsymbol{N} . \delta P = - \boldsymbol{N} \times \delta P \wedge \mathrm{K} \alpha \delta P . \boldsymbol{N}$$

risulta subito che:

Sotto le condizioni poste nei teor. del n. 2, le equazioni differenziali dei sistemi TRAIETTORIE ORTOGONALI *dei sistemi* (a), (b) *sono*

$$(a'') \quad \delta P \times (\mathrm{C} \alpha - \boldsymbol{N} \times \alpha \boldsymbol{N}) \delta P = 0, \qquad (b'') \quad \delta P \wedge \mathrm{K} \alpha \delta P = 0 \ (*).$$

È chiaro che i sistemi (a), (a'') coincidono, cioè le linee di uno dei sistemi (a) sono le traiettorie ortogonali dell'altro, solamente quando per $\boldsymbol{x}$ vettore arbitrario normale ad $\boldsymbol{N}$ si ha

$$(\mathrm{C} \alpha \boldsymbol{x} - \boldsymbol{N} \times \alpha \boldsymbol{N} . \boldsymbol{x}) \wedge \alpha \boldsymbol{x} = 0, \text{ cioè, } (\mathrm{I}_1 \alpha - \boldsymbol{N} \times \alpha \boldsymbol{N})(\boldsymbol{x} \wedge \alpha \boldsymbol{x}) = 0,$$

vale a dire:

Escluso il caso che α *sia un numero per i vettori normali ad* $\boldsymbol{N}$, *allora il sistema* (a) *è* TRAIETTORIA ORTOGONALE DI SE STESSO *solamente quando*

$$\mathrm{I}_1 \alpha = \boldsymbol{N} \times \alpha \boldsymbol{N}.$$

(*) Se, ad es., per il sistema (a) si pone $\alpha = \tau + \boldsymbol{N} \wedge \sigma$, sistema delle linee di torsione geodetica τ, si ha

$$\mathrm{I}_1 \alpha = 3\tau, \qquad \mathrm{C} \alpha = 2\tau - \boldsymbol{N} \wedge \sigma, \qquad \boldsymbol{N} \times \alpha \boldsymbol{N} = \tau,$$

e quindi la (a'') diviene

$$\delta P \times (-\tau + \boldsymbol{N} \wedge \sigma) \delta P = 0,$$

cioè dà il doppio sistema delle linee di torsione geodetica $-\tau$, come era facile prevedere (teorema di Bonnet). Per $\alpha = 2\sigma - \mathrm{I}_1 \sigma$ i sistemi (a), (a'') coincidono; come pure per $\alpha = \sigma$ coincidono i sistemi (b), (b'').

Dalla (b'') risulta subito che: *Il sistema* (b) *è traiettoria ortogonale di se stesso solamente quando* α *è una dilatazione* (*).

5. — La questione precedente si può generalizzare. Sia β una omogr. funzione del punto P e tale che $\boldsymbol{N} \wedge \mathrm{K}\beta \boldsymbol{N} = 0$, cioè tale che βdP è normale ad $\boldsymbol{N}$ per dP spostamento arbitrario. In tale ipotesi consideriamo gli spostamenti dP, δP tali che dP sia parallelo a $\beta\delta P$, e i sistemi che si ottengono da (a) e (b) sotto tale condizione. Allora è ovvio che le equazioni differenziali dei sistemi che si ottengono da (a) e (b) nel modo ora indicato sono

$$(a''') \quad \delta P \times \mathrm{K}\beta . \alpha . \beta\delta P = 0, \qquad (b''') \quad (\beta\delta P) \wedge \alpha\beta\delta P = 0.$$

Se inoltre si suppone che β non sia degenere, $\mathrm{I}_3\beta \neq 0$, allora operando nella (b''') con $\mathrm{RRK}\beta$ la (b''') assume la forma [A. G. V., vol. I, p. 38, (4)]

$$(b_1''') \quad \delta P \wedge \mathrm{RK}\beta . \alpha . \beta\delta P = 0.$$

Per $\beta = \boldsymbol{N} \wedge$ dalle (a'''), (b''') risultano ancora le (a''), (b'').

Per θ numero costante e $\beta = \cos\theta + \operatorname{sen}\theta . \boldsymbol{N} \wedge$ le (a'''), (b''') dànno le *traiettorie sotto l'angolo* θ dei sistemi doppi (a), (b). Ma si può supporre θ funzione di P e allora in ogni punto P della superficie si hanno linee che si tagliano sotto un angolo θ dipendente dalla posizione del punto P (**).

(*) Le due condizioni ora considerate sono, ad es., verificate, rispettivamente, per $\alpha = 2\sigma - \mathrm{I}_1\sigma$ e per $\alpha = \sigma$, come deve avvenire.

(**) Giova notare che questi risultati non possono esser dati in modo semplice ed esplicito dall'ordinario metodo analitico, poichè questo non ha le omografie σ, $\boldsymbol{N} \wedge$, ... o, almeno, le contiene sotto forma complessa di invarianti dipendenti dalle due *forme differenziali*, che, naturalmente, non intervengono nel nostro calcolo assoluto.

Direzioni isocline od isogone (*).

6. — Diremo che due direzioni normali ad $\boldsymbol{N}$ sono *isocline* od *isogone* quando esse sono *simmetriche*, o alle *direzioni principali* in P, ovvero alle *bisettrici delle direzioni principali*.

È noto che due direzioni normali ad $\boldsymbol{N}$ sono isocline od isogone solamente quando, in quelle direzioni, sono *eguali* le *curvature normali* ovvero le *torsioni geodetiche* (**).

Siano ora $\boldsymbol{x}$, $\boldsymbol{y}$ vettori *unitari* (il che toglie nulla alla generalità) normali ad $\boldsymbol{N}$. La condizione di eguaglianza delle curvature normali nelle direzioni di $\boldsymbol{x}$ ed $\boldsymbol{y}$ è [M., n. 18, (1)]

$$(\alpha') \qquad \mathcal{N}_x = \mathcal{N}_y : = : \boldsymbol{x} \times \sigma \boldsymbol{x} - \boldsymbol{y} \times \sigma \boldsymbol{y} = 0;$$

ma si ha, osservando che $\boldsymbol{x} \times \sigma \boldsymbol{y} = \boldsymbol{y} \times \sigma \boldsymbol{x}$, perchè σ è dilatazione,

$$\boldsymbol{x} \times \sigma \boldsymbol{x} - \boldsymbol{y} \times \sigma \boldsymbol{y} = \boldsymbol{x} \wedge \boldsymbol{y} \times (\boldsymbol{x} \wedge \sigma \boldsymbol{y}) + \boldsymbol{x} \wedge \boldsymbol{y} \times (\boldsymbol{y} \wedge \sigma \boldsymbol{x});$$

(*) Queste denominazioni abbreviative sono state introdotte da G. Sannia e R. Occhipinti, " Rend. Palermo ", T. XXV, pp. 283-290 e T. XXXVI, pp. 29-34.

Le relazioni tra due spostamenti dP, δP isoclini od isogoni sono, sotto forma assoluta,

$$\boldsymbol{N} \times \delta P \wedge (2\sigma - I_1\sigma)\, dP = 0, \qquad \delta P \times (2\sigma - I_1\sigma)\, dP = 0$$

che, come vedremo, permettono di esprimere δP in funzione di dP e risolvere varie questioni geometriche. Le precedenti relazioni sono date, dai citati autori, sotto la solita forma analitica, mediante E, F, G, D, D', D'', che non permette di separare δu, δv da du, dv, cioè δP da dP; vien risoluto il problema analitico, determinare l'equazione differenziale cui soddisfano le coordinate del punto generico P in funzione di coordinate u, v isocline od isogone.

(**) Se φ è l'angolo che una direzione fa con una direzione principale, allora [M., n. 24]

$$\mathcal{N} = (\mathcal{N}_1 - \mathcal{N}_2) \cos^2 \varphi + \mathcal{N}_2, \qquad \mathcal{T} = (\mathcal{N}_2 - \mathcal{N}_1) \operatorname{sen} \varphi \cos \varphi,$$

e di qui si deduce subito quanto abbiamo affermato.

e poichè $x \wedge y$ è parallelo ad N, come $x \wedge \sigma y$ ed $y \wedge \sigma x$, la condizione (α') diviene

$$(\alpha) \qquad \mathcal{N}_x = \mathcal{N}_y : = : x \wedge \sigma y + y \wedge \sigma x = 0.$$

Notando ora che [A. V. G., vol. I, p. 36]

$$0 = \sigma(x \wedge y) = -x \wedge \sigma y - y \wedge C\sigma x, \text{ cioè, } x \wedge \sigma y = -y \wedge C\sigma x$$

la (α) diviene

$$(7) \qquad \mathcal{N}_x = \mathcal{N}_y : = : y \wedge (2\sigma - I_1\sigma)\, x = 0.$$

Basta osservare che se le direzioni di x e y sono *isocline*, le direzioni di $N \wedge x$ ed y, ovvero di x ed $N \wedge y$, sono *isogone*, per concludere che:

$$(8) \qquad T_x = T_y : = : y \times (2\sigma - I_1\sigma)\, x = 0 \ (*)$$

e si ha quindi il teorema:

Le omografie $2\sigma - I_1\sigma$, $N \wedge (2\sigma - I_1\sigma)$, *e soltanto queste e le loro multiple, applicate ad una direzione (vettore) normale ad* N *producono la direzione* ISOCLINA *od* ISOGONA *rispettivamente.*

Se x, y sono vettori unitari normali ad N, allora dalla (3′) e dalle (7), (8) risulta che: *y è l'isoclino o l'isogono di x, e viceversa, solamente quando*

$$(9) \qquad y = \pm \frac{1}{\mathcal{N}_1 - \mathcal{N}_2} (2\sigma - I_1\sigma)\, x,$$

o anche

$$x = \pm \frac{1}{\mathcal{N}_1 - \mathcal{N}_2} (2\sigma - I_1\sigma)\, y,$$

(*) Come corrispondente della (α) si ha

$$T_x = T_y : = : N \times x \wedge \sigma x - N \times y \wedge \sigma y = 0 : = : x \wedge \sigma x - y \wedge \sigma y = 0$$

cui si può dare la forma (8) osservando che [*M.*, n. 24, (2) riferendosi alle direzioni principali e n. 27]

$$T_x = T_y : = : \mathcal{N}_x + \mathcal{N}_y = I_1\sigma$$

e che

$$x \wedge y \times \{ x \wedge \sigma x - y \wedge \sigma y \} = 2y \times \sigma x - (\mathcal{N}_x + \mathcal{N}_y) x \times y = y \times (2\sigma - \mathcal{N}_x - \mathcal{N}_y)\, x.$$

(10) $$y = \pm \frac{1}{\mathcal{K}_1 - \mathcal{K}_2} N \wedge (2\sigma - I_1\sigma)\, x,$$

o anche

$$y = \pm \frac{1}{\mathcal{K}_1 - \mathcal{K}_2} N \wedge (2\sigma - I_1\sigma)\, y \quad (*).$$

7. — La *direzione coniugata* di x, normale ad N, è [M., n. 29] $N \wedge \sigma x$; quindi la direzione *isoclina* od *isogona* di x sarà pure coniugata alla direzione x solamente quando, rispettivamente,

$$(N \wedge \sigma x) \wedge (2\sigma - I_1\sigma)\, x = 0, \quad (N \wedge \sigma x) \wedge \{ N \wedge (2\sigma - I_1\sigma)\, x \} = 0,$$

vale a dire, sviluppando,

$$(\sigma x) \times (2 \quad - I_1\sigma)\, x = 0, \quad N \times (\sigma x) \wedge (2\sigma - I_1\sigma)\, x = 0,$$

ovvero sviluppando e tenendo presenti [M.] le espressioni di σ^2, $\mathcal{K}_x$, $\mathcal{T}_x$ e supposto, per semplicità, $x^2 = 1$

$$\mathcal{K}_x = 2 I_2\sigma / I_1\sigma, \qquad I_1\sigma \,.\, \mathcal{T}_x = 0;$$

in conseguenza si hanno i teoremi:

La direzione ISOCLINA *di x è pure coniugata di x solamente quando x è direzione* CARATTERISTICA. — *La direzione* ISOGONA *di x è pure* CONIUGATA *di x in questi soli casi: la superficie è di* AREA MINIMA ($I_1\sigma = 0$) *e allora x è direzione* ARBITRARIA; *la superficie non è di area minima* ($I_1\sigma \neq 0$) *e allora x è soltanto* DIREZIONE PRINCIPALE ($\mathcal{T}_x = 0$).

Se invece si vuole che la *coniugata* della direzione x e la *isoclina* o la *isogona* di x siano *ortogonali*, allora si avrà, rispettivamente,

$$N \wedge \sigma x \times (2\sigma - I_1\sigma)\, x = 0, \quad N \wedge \sigma x \times \{ N \wedge (2\sigma - I_1\sigma)\, x \} = 0$$

che sviluppate dànno (cfr. calcolo precedente)

$$I_1\sigma \,.\, \mathcal{T}_x = 0, \qquad \mathcal{K}_x = 2 I_2\sigma / I_1\sigma,$$

come era facile prevedere. Si possono enunciare due teoremi analoghi ai precedenti.

(*) In virtù della (3) si passa dalla 1ª alla 2ª forma della (9), (10) o viceversa, applicando $2\sigma - I_1\sigma$ ai due membri.

8. — Se φ è l'angolo che il vettore (unitario) $\boldsymbol{x}$ normale ad $\boldsymbol{N}$ fa col vettore *isoclino* od *isogono*, per la (3') si ha subito

$$\boldsymbol{x} \times (2\sigma - \mathrm{I}_1\sigma)\boldsymbol{x} = (\mathcal{N}_1 - \mathcal{N}_2)\cos\varphi,$$
$$\boldsymbol{x} \times \boldsymbol{N} \wedge (2\sigma - \mathrm{I}_1\sigma)\boldsymbol{x} = (\mathcal{N}_1 - \mathcal{N}_2)\cos\varphi$$

da cui sviluppando:

$$(11) \qquad 2\mathcal{N}_x = (\mathcal{N}_1 - \mathcal{N}_2)\cos\varphi, \qquad 2\mathcal{T}_x = (\mathcal{N}_1 - \mathcal{N}_2)\cos\varphi.$$

Per $\varphi = \pi/2$ si ha $\mathcal{N}_x = \mathrm{I}_1\sigma/2$, $\mathcal{T}_x = 0$, cioè: *$\boldsymbol{x}$ è parallelo alle bisettrici delle direzioni coniugate (per le isocline) ovvero è parallelo alle direzioni principali (per le isogone) affinchè esso sia normale al suo isoclino od isogono,* come era facile prevedere.

Per φ arbitrario le (11) determinano $\mathcal{N}_x$ e $\mathcal{T}_x$, nei due casi, e quindi [M.] anche le direzioni $\boldsymbol{x}$ che formano con l'isoclina o l'isogona l'angolo φ dato.

Le (11) risolute rispetto a $\cos\varphi$ dànno l'angolo che $\boldsymbol{x}$, dato, fa con la direzione isoclina od isogona. Calcolato $\operatorname{sen}\varphi$ indi $\cos(\varphi/2)$ ovvero $\operatorname{sen}(\varphi/2)$ si ha pure l'angolo, $\varphi/2$, che $\boldsymbol{x}$ fa con le direzioni principali o con le loro bisettrici; non scriviamo tali formule, che si ottengono in modo ovvio (*).

(*) Accenniamo ad una via indiretta per ottenere i risultati del n. 6. Posto

$$\boldsymbol{y} = \cos\varphi \,.\, \boldsymbol{x} + \operatorname{sen}\varphi \,.\, \boldsymbol{N} \wedge \boldsymbol{x}$$

ed osservando che, per essere $\sigma(\boldsymbol{N} \wedge \boldsymbol{x}) = \boldsymbol{N} \wedge \mathrm{C}\sigma\boldsymbol{x}$, si ha

$$\sigma\boldsymbol{y} = \cos\varphi \,.\, \sigma\boldsymbol{x} + \operatorname{sen}\varphi\, \boldsymbol{N} \wedge \mathrm{C}\sigma\boldsymbol{x},$$

e con calcolo ovvio abbiamo

$$\mathcal{N}_y = \boldsymbol{y} \times \sigma\boldsymbol{y} = \mathcal{N}_x \cos^2\varphi + (\mathrm{I}_1\sigma - \mathcal{N}_x)\operatorname{sen}^2\varphi + 2\mathcal{T}_x \operatorname{sen}\varphi\cos\varphi$$
$$\mathcal{T}_y = \boldsymbol{N} \times \boldsymbol{y} \wedge \sigma\boldsymbol{y} = \mathcal{T}_x \cos^2\varphi - \mathcal{T}_x \operatorname{sen}^2\varphi + (\mathrm{I}_1\sigma - 2\mathcal{N}_x)\operatorname{sen}\varphi\cos\varphi;$$

quindi perchè si abbia $\mathcal{N}_x = \mathcal{N}_y$, ovvero $\mathcal{T}_x = \mathcal{T}_y$, deve essere

$$\operatorname{tg}\varphi = 2\mathcal{T}_x/(2\mathcal{N}_x - \mathrm{I}_1\sigma), \qquad \operatorname{tg}\varphi = -(2\mathcal{N}_x - \mathrm{I}_1\sigma)/(2\mathcal{T}_x).$$

Risulta allora [*M.*, n. 20, (4)], operando soltanto per la prima, ad es.,

$$\boldsymbol{y} = \rho \,\}(2\mathcal{N}_x - \mathrm{I}_1\sigma)\boldsymbol{x} + 2\mathcal{T}_x \,.\, \boldsymbol{N} \wedge \boldsymbol{x}\{ = \rho\,[2\}\mathcal{N}_x\boldsymbol{x} + \mathcal{T}_x \,.\, \boldsymbol{N} \wedge \boldsymbol{x}\{ - \mathrm{I}_1\sigma \,.\, \boldsymbol{x}] =$$
$$= \rho\,(2\sigma - \mathrm{I}_1\sigma)\boldsymbol{x}.$$

Ciò conferma intanto che l'omogr. $2\sigma - \mathrm{I}_1\sigma$ dà la direzione isoclina; quadrando e tenendo presente la (3') si ha $\rho^2(\mathcal{N}_1 - \mathcal{N}_2)^2 = 1$ e si ritrova la (9).

Sistemi isoclini od isogoni.

9. — Siano γ, γ_1 due sistemi ∞^1 di linee della superficie. Diremo che γ e γ_1 sono *isoclini* od *isogoni* quando le direzioni delle tangenti nel punto generico P alle due linee, di γ e γ_1, che passano per P sono *isocline* od *isogone.*

Se $f(dP)=0$, essendo $f(dP)$ una funzione OMOGENEA *di dP, è la equazione differenziale di un sistema γ, allora la equazione diff. del sistema isoclino od isogono di γ è*

$$(12)\qquad f((2\sigma - \mathrm{I}_1\sigma)\,\delta P)=0, \quad \textit{ovvero} \quad f(\boldsymbol{N}\wedge(2\sigma-\mathrm{I}_1\sigma)\,\delta P)=0.$$

Ciò risulta immediatamente dalle (9), (10), essendo dP, δP gli spostamenti, in P, lungo γ e γ_1.

Se, come spesso avviene, la equazione $f(dP)=0$ dà due o più sistemi ∞^1 di linee, allora le (12) dànno pure due o più sistemi ∞^1, che sono gli isoclini o gli isogoni dei primitivi sistemi (*).

10. — *Stando le ipotesi del n. 2, i doppi sistemi (a), (b) hanno per sistemi* ISOCLINI *quelli di equazioni differenziali*

$$(13)\qquad \begin{cases} \delta P \times (2\sigma - \mathrm{I}_1\sigma)\,\alpha\,(2\sigma - \mathrm{I}_1\sigma)\,\delta P = 0\,, \\ \delta P \wedge (2\sigma - \mathrm{I}_1\sigma)\,\alpha\,(2\sigma - \mathrm{I}_1\sigma)\,\delta P = 0\,. \end{cases}$$

(*) Se l'equazione del sistema γ è $\varphi + \text{cost.}$, allora l'equazione del sistema γ_1 è $\psi = \text{cost.}$, con ψ numero (come φ) funzione di P, che resta definito dalla equazione differenziale [M.]

$$\frac{\operatorname{Grad}\psi}{\operatorname{mod}\operatorname{Grad}\psi} = \frac{1}{\mathcal{K}_1-\mathcal{K}_2}(2\sigma - \mathrm{I}_1\sigma)\frac{\operatorname{Grad}\varphi}{\operatorname{mod}\operatorname{Grad}\varphi} \text{ (per le \textit{isocline})},$$

$$\frac{\operatorname{Grad}\psi}{\operatorname{mod}\operatorname{Grad}\psi} = \frac{1}{\mathcal{K}_1-\mathcal{K}_2}\boldsymbol{N}\wedge(2\sigma - \mathrm{I}_1\sigma)\frac{\operatorname{Grad}\varphi}{\operatorname{mod}\operatorname{Grad}\varphi} \text{ (per le \textit{isogone})}.$$

Queste equazioni sono riduttibili alla forma generica

$$\operatorname{Grad}\psi \times \boldsymbol{N}\wedge \boldsymbol{u} = 0$$

con $\boldsymbol{u}$ vettore funzione di P e normale ad $\boldsymbol{N}$, equaz. diff. lineare del primo ordine, il cui integrale non è, in massima, esprimibile mediante $\boldsymbol{u}$.

Infatti: $\mathfrak{d}P = h(2\sigma - I_1\sigma)\,dP$, sostituendo nelle (a), (b), applicando alla prima il teorema di commutazione e operando nella seconda con $R(2\sigma - I_1\sigma)$ si ottengono le (13).

Nelle stesse ipotesi ed essendo α *commutabile con* σ, *allora ognuno dei doppi sistemi* (a), (b) *è formato da sistemi isoclini.*

Infatti, essendo $\alpha\sigma = \sigma\alpha$, si ha

$$(2\sigma - I_1\sigma)\,\alpha\,(2\sigma - I_1\sigma)\,\mathfrak{d}P = \alpha\,(2\sigma - I_1\sigma)^2\,\mathfrak{d}P = (\mathcal{N}_1 - \mathcal{N}_2)^2 . \alpha\mathfrak{d}P$$

e le (13) coincidono con le (a), (b).

11. — *Stando le ipotesi del n. 2, i doppi sistemi* (a), (b) *hanno per sistemi* ISOGONI *quelli di equazioni differenziali*

$$(14)\quad \begin{cases} \mathfrak{d}P \times \{(2\sigma - I_1\sigma)(C\alpha - \boldsymbol{N} \times \alpha\boldsymbol{N})(2\sigma - I_1\sigma)\}\,\mathfrak{d}P = 0\,, \\ \mathfrak{d}P \wedge [\{1 + H(\boldsymbol{N}, \boldsymbol{N})\}(2\sigma - I_1\sigma)\,K\alpha\,(2\sigma - I_1\sigma)]\,\mathfrak{d}P = 0\,. \end{cases}$$

Si deve avere

$$(\alpha)\quad dP = h.\boldsymbol{N} \wedge (2\sigma - I_1\sigma)\mathfrak{d}P, \text{ da cui } \boldsymbol{N} \wedge dP = -h(2\sigma - I_1\sigma)\mathfrak{d}P.$$

Scrivendo (a) sotto la forma $dP \times K\alpha dP = 0$ si ha per il sistema isogono

$$\{\boldsymbol{N} \wedge (2\sigma - I_1\sigma)\mathfrak{d}P\} \times K\alpha\{\boldsymbol{N} \wedge (2\sigma - I_1\sigma)\mathfrak{d}P\} = 0\,,$$
$$\{\boldsymbol{N} \wedge (2\sigma - I_1\sigma)\mathfrak{d}P\} \times \{\boldsymbol{N} \wedge C\alpha.(2\sigma - I_1\sigma) + (2\sigma - I_1\sigma)\mathfrak{d}P \wedge \alpha\boldsymbol{N}\} = 0,$$
$$(2\sigma - I_1\sigma)\mathfrak{d}P \times C\alpha(2\sigma - I_1\sigma)\mathfrak{d}P - \boldsymbol{N} \times \alpha\boldsymbol{N}.\{(2\sigma - I_1\sigma)\mathfrak{d}P\}^2 = 0,$$

da cui, con un'altra trasformazione ovvia, si ha la prima delle (14).

Essendo, per ipotesi, $\boldsymbol{N} \wedge K\alpha\boldsymbol{N} = 0$, si può alla (b) dare la forma $(\boldsymbol{N} \wedge dP) \wedge (\boldsymbol{N} \wedge \alpha dP) = 0$; ma $\boldsymbol{N} \wedge \alpha dP = CK\alpha(\boldsymbol{N} \wedge dP) - (\alpha\boldsymbol{N}) \wedge dP$ e quindi la (b) diviene

$$(\boldsymbol{N} \wedge dP) \wedge \{CK\alpha\,(\boldsymbol{N} \wedge dP) - (\alpha\boldsymbol{N}) \wedge dP\} = 0\,;$$

applicando la seconda (α) al primo termine e la prima al secondo si ha

$$\{(2\sigma - I_1\sigma)\mathfrak{d}P\} \wedge \{CK\alpha.(2\sigma - I_1\sigma) + (\alpha\boldsymbol{N}) \wedge . \boldsymbol{N} \wedge .(2\sigma - I_1\sigma)\}\mathfrak{d}P = 0\,,$$
$$\{(2\sigma - I_1\sigma)\mathfrak{d}P\} \wedge \{K\alpha.(2\sigma - I_1\sigma) + H(\boldsymbol{N}, \boldsymbol{N}).K\alpha.(2\sigma - I_1\sigma)\}\mathfrak{d}P = 0;$$

operando con $R(2\sigma - I_1\sigma)$ ed osservando che $2\sigma - I_1\sigma$ è commutabile con $H(\boldsymbol{N}, \boldsymbol{N})$ si ha la seconda (14).

Nelle stesse ipotesi, essendo α *commutabile con* σ *e* $\alpha\boldsymbol{N} = 0$, *allora le* (14) *divengono*

$$(14') \qquad \delta P \times C\alpha\delta P = 0, \qquad \delta P \wedge K\alpha\delta P = 0$$

che dànno i sistemi (*a*), (*b*) *solo per* $I_1\alpha = 0$, $V\alpha = 0$, *rispettivamente.*

Ciò risulta facilmente dalle (14), osservando in particolare che se α è commutabile con σ anche $K\alpha$ è commutabile con σ, perchè operando con K nella condizione $\alpha\sigma = \sigma\alpha$ si ottiene $\sigma . K\alpha = K\alpha . \sigma$.

Osservazione. — Per l'omografia $\alpha = \mathcal{T} + \boldsymbol{N} \wedge \sigma$ (cfr. n. 3) si ha ovviamente

$$I_1\alpha = 3\mathcal{T}, \qquad C\alpha = 2\mathcal{T} - \boldsymbol{N} \wedge \sigma. \qquad \boldsymbol{N} \times \alpha\boldsymbol{N} = \mathcal{T}$$

e per x vettore arbitrario normale ad $\boldsymbol{N}$, pure con calcolo ovvio,

$$(2\sigma - I_1\sigma)\,\alpha\,(2\sigma - I_1\sigma)\,x = -(\mathcal{N}_1 - \mathcal{N}_2)^2(-\mathcal{T} + \boldsymbol{N} \wedge \sigma)\,x,$$
$$(2\sigma - I_1\sigma)(C\alpha - \boldsymbol{N} \times \alpha\boldsymbol{N})(2\sigma - I_1\sigma)\,x = (\mathcal{N}_1 - \mathcal{N}_2)^2(\mathcal{T} + \boldsymbol{N} \wedge \sigma)\,x.$$

Il doppio sistema $dP \times (\mathcal{T} + \boldsymbol{N} \wedge \sigma)\,dP = 0$ formato dalle linee di torsione geodetica $\mathcal{T}$, ha dunque per sistema *isoclino* (cfr. n. 10) il sistema avente $\delta P \times (-\mathcal{T} + \boldsymbol{N} \wedge \sigma)\,\delta P = 0$ per equazione differenziale, come era facile prevedere (teorema di Bonnet), poichè formato dalle linee di torsione geodetica $-\mathcal{T}$.

Invece dalla seconda delle formule precedenti e dalla prima delle (14) del n. 10 risulta che il doppio sistema delle linee di torsione geodetica $\mathcal{T}$ è auto-isogono, come deve ovviamente avvenire. Ne segue, come del resto era evidente *a priori*, che le condizioni di auto-isogonità date nel secondo teorema del n. 11 sono sufficienti, ma *non* necessarie.

Possono essere oggetto di studio interessante le condizioni necessarie e sufficienti cui deve soddisfare α (generica del n. 2) affinchè i sistemi (*a*), (*b*) del n. 2 siano auto-isoclini, auto-isogoni.

La traduzione di tutte le formule di questa Nota in formule dell'algebra-geometrica ordinaria conduce a formule illeggibili, in generale, e quindi non presenta alcun interesse.

Sopra la derivazione dei canali.

Nota del Dott. ERNESTO BOVERIO.

Il Prof. Cisotti, nella Memoria *Sopra la derivazione dei canali,* pubblicata nella " Zeitschrift für Mathematik u. Physik " (anno 1911, p. 137 e segg.), ha trovato una notevole formula che può venire utilmente applicata quando si tratta di aprire nel fianco di un canale (canale principale) un secondo canale (canale derivato). Egli studia il problema in due dimensioni, con che si ha il notevole vantaggio di poter ricorrere all'ausilio della rappresentazione conforme.

Nella trattazione del problema egli ha applicato il metodo sviluppato dal Levi-Civita nella Memoria *Scie e leggi di resistenza* (" Rendiconti del Circolo Mat. di Palermo ", anno 1907, t. 23, pagg. 1-37), perciò ne usa gli stessi parametri, alcuni dei quali non hanno relazione diretta con gli elementi del moto da lui studiato.

Recentemente il prof. Boggio, a proposito di un altro problema trattato dal Cisotti (*), *nel quale intervengono soltanto linee libere,* ha fatto vedere, nel lavoro: *Sul problema delle vene confluenti* (" Atti Accademia Scienze Torino ", vol. L, a. 1914-15, pagg. 1103 e segg.), quale partito si potesse trarre dalla considerazione, alla maniera di Kirckhoff, del campo rappresentativo dei vettori velocità delle particelle liquide in moto, e come ciò semplificasse notevolmente la trattazione del problema, facendo anzi intervenire solo dei parametri strettamente attinenti al problema considerato, e nella natura del problema stesso.

In questo mio lavoro applico il procedimento del Professore Boggio al problema sopra citato, studiato dal Cisotti, re-

(*) Cisotti, *Vene confluenti* (" Annali di Matem. ", a. 1915, pp. 285-341).

lativo alla derivazione semplice dei canali, e *nel quale intervengono solo pareti rigide*, mostrando come la trattazione del problema risulti grandemente semplificata. Così, ad es., mentre i parametri del Levi-Civita, usati dal Cisotti, lo portano alla considerazione di una striscia con un taglio, il quale campo è di complicata rappresentazione conforme su un semipiano, col procedimento da me seguìto trovo che il campo rappresentativo dei vettori velocità è un angolo, che, notoriamente, si sa rappresentare in modo semplicissimo su un semipiano.

Inoltre — come pure ha fatto il prof. Boggio circa alcune formule del Cisotti — io trovo che la formula accennata in principio, stabilita dal Cisotti, è conseguenza necessaria dell'ipotesi che la velocità in un certo punto delle pareti rigide è nulla; in tal modo apparisce chiaro anche il significato fisico di tale formula, mentre nel lavoro del Cisotti essa è desunta come conseguenza di calcoli analitici. Per maggior generalità suppongo che il canale principale abbia a valle della derivazione una larghezza diversa che a monte.

In un lavoro successivo tratterò il caso in cui si abbia un numero qualunque di derivazioni.

1. — Posizione del problema.

Immaginiamo un liquido che scorre in un canale rettilineo (canale principale) a sponde verticali ed a fondo orizzontale. Da una delle sponde, ad es., dalla sinistra, si stacchi un secondo canale pure rettilineo (canale derivato). Il moto del liquido (fluido incompressibile, omogeneo, la cui densità costante assumeremo eguale ad 1) sia irrotazionale ed avvenga nei due canali per piani paralleli, orizzontali, senza differenza sensibile dall'uno all'altro di essi; allora basterà studiare quello che avviene nel piano σ di una sezione piana orizzontale. Se si suppone inoltre che il fenomeno abbia carattere di stazionarietà, tutto sarà pure indipendente dal tempo.

La regione S del moto, nel piano σ, è limitata (vedi fig. 1) dai tre pezzi di pareti rigide $\omega, \omega_1 + \mu_1$, $\omega_2 + \mu_2$, essendo $\omega, \omega_1, \omega_2$ le sezioni (fatte col piano σ) delle sponde del canale principale, e μ_1, μ_2 le sezioni delle sponde del canale derivato.

Le pareti rigide e parallele μ_1 e μ_2 si riattaccano a ω_1 e ω_2 rispettivamente nei punti O e B; OB costituisce l'apertura del canale derivato. La sponda ω si estende indefinitamente nei due sensi; ω_1, ω_2 e μ_1, μ_2 si estendono indefinitamente a partire dai punti O e B, come mostra la fig. 1.

La corrente del canale principale proviene dall'infinito (praticamente da distanza abbastanza grande da OB) tra ω e ω_2, fino a che, giunta all'altezza dell'apertura OB del canale derivato si bipartisce: una parte va a formare la corrente del

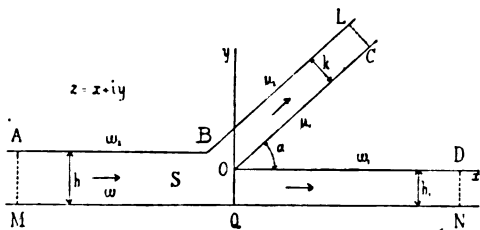



Fig. 1.

canale derivato stesso, e scorre tra μ_1 e μ_2; la rimanente continua a scorrere nell'alveo principale tra ω e ω_1. Il filetto liquido che colpisce in O il profilo rigido $\omega_1 + \mu_1$ rimane momentaneamente arrestato, indi si bipartisce e prosegue scorrendo lungo ω_1 e μ_1. Il filetto liquido che scorre aderente alla parete ω_2, giunto in B cambia bruscamente direzione seguendo la parete rigida μ_2; nel punto B la velocità è infinitamente grande. Tutti gli altri filetti vengono più o meno deviati; nessuno subisce arresti.

Chiamiamo α l'angolo (misurato in radianti) che le sponde del canale derivato, considerate nel verso della corrente, formano con quelle del canale principale, considerate pure nel verso della rispettiva corrente.

Indichiamo poi con h, h_1, k le larghezze, con q, q_1, q_2 le portate, con c, c_1, c_2 le velocità asintotiche rispettivamente nel canale principale a monte e a valle della derivazione, e nel canale derivato.

Tra queste costanti sussistono le evidenti relazioni:

$$(1) \qquad q = ch, \quad q_1 = c_1 h_1, \quad q_2 = c_2 k, \quad q = q_1 + q_2.$$

2. — Equazioni del problema.

Assumiamo nel piano σ del moto una coppia di assi $x\,y$ coll'origine nel punto O della sponda ω_1, l'asse x coincidente con ω_1 e diretto nel senso della corrente, e l'asse y diretto dalla stessa banda, rispetto all'asse x, del canale derivato. Siano u, v le componenti della velocità di un punto generico P; allora, avendo supposto che il moto del liquido sia irrotazionale, esisteranno il potenziale di velocità φ e la funzione di corrente ψ, che sono funzioni uniformi, armoniche, coniugate, legate alle u, v dalle relazioni

$$d\varphi = u\,dx + v\,dy, \qquad d\psi = -v\,dx + u\,dy, \tag{2}$$

che definiscono φ e ψ ciascuna a meno di una costante additiva: possiamo fissare tali costanti in modo che sia $\varphi = 0$ in O, e $\psi = 0$ in Q, essendo Q l'intersezione dell'asse Oy colla parete ω. Ponendo

$$z = x + iy, \quad w = u - iv, \quad f = \varphi + i\psi, \quad (i = \sqrt{-1}), \tag{3}$$

in virtù delle (1), w ed f risultano funzioni della variabile complessa z e le (2) stesse si possono compendiare nell'unica equazione:

$$\frac{df}{dz} = w. \tag{4}$$

Inoltre, per l'ipotesi fatta che la velocità sia nulla nel punto O, avremo

$$w = 0, \qquad \text{per } z = 0, \tag{5}$$

e $V = \mathrm{mod}\, w > 0$, in ogni altro punto dello spazio S.

Vediamo ora le condizioni ai limiti. Sopra ogni linea di flusso la funzione di corrente ψ deve, come è noto, assumere un valore costante, diverso da linea a linea; e la portata della corrente compresa tra due di queste linee è data dalla differenza tra i corrispondenti valori della ψ. Perciò, siccome le pareti rigide che limitano il campo S sono linee di flusso, segue

che la ψ è costante su ciascuno dei tre rami del contorno: $\omega, \omega_1 + \mu_1, \omega_2 + \mu_2$.

Intanto per l'ipotesi fatta che nel punto Q di ω sia $\psi = 0$, risulta

$$\psi = 0 \qquad \text{su } \omega; \tag{6}$$

poi, ricordando le convenzioni relative alle portate, avremo:

$$\begin{cases} \psi = q & \text{su } \omega_2 + \mu_2 \\ \psi = q_1 & \text{su } \omega_1 + \mu_1 . \end{cases} \tag{7}$$

Quanto al potenziale di velocità φ, è facile vedere che esso cresce costantemente e indefinitamente sopra ogni linea di flusso, assumendo tutti i valori crescenti da $-\infty$ a $+\infty$ quando si proceda nel senso del moto. Per quello che si è detto, si può concludere che $f = \varphi + i\psi$ è funzione regolare dei punti z del campo S del moto situati a distanza finita; diviene infinita all'infinito e sul contorno la sua parte immaginaria soddisfa alle (6) e (7). Il problema di moto considerato è quindi ridotto alla determinazione delle funzioni f e w.

3. — Piano rappresentativo delle velocità.

Rappresentiamo nel piano complesso $w = u - iv$ i valori che assume la funzione $w(z)$ al variare di z entro il campo S. Anzitutto osserviamo che, supposti gli assi coordinati u, v del piano w paralleli agli assi x, y del piano z, se P' è il punto del piano w di affissa w, e P'' è il suo simmetrico (fig. 2) rispetto all'asse reale, l'affissa di P'' sarà $w' = u + iv$, quindi il vettore $P'' - O'$ è eguale al vettore velocità $\boldsymbol{v}$ del punto corrispondente P del piano z. Questo ci permette di dire che il campo w è il campo rappresentativo dei vettori velocità dei punti del campo S.

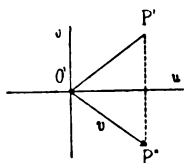



Fig. 2.

Ciò premesso, quando z descrive (vedi fig. 1) la parete ω_1, dal punto O all'infinito nel verso del moto, la velocità cresce da zero al valore c_1, ed è diretta secondo il verso della cor-

rente, che è anche quello assunto come positivo per l'asse x e perciò anche per l'asse u, quindi il corrispondente punto w descrive il tratto $O'D' = c_1$ dell'asse reale del piano w. Se z descrive la parete ω dall'infinito a valle all'infinito a monte, la velocità varierà crescendo dal valore c_1 al valore $c > c_1$, conservando la direzione ed il verso dell'asse $O'u$, quindi il corrispondente punto w descriverà il tratto $D'A' = c - c_1$ dell'asse reale del piano w. Se ora il punto z si muove dal punto all'infinito a monte di ω_2 (che è anche quello della parete ω_1, parallela ad ω_2) nel verso del moto e percorrendo ω_2, la velocità, conservando sempre direzione e verso dell'asse $O'u$, crescerà dal valore c al valore ∞ che essa raggiunge nel punto B; quindi il corrispondente punto w descriverà il tratto $A'B'_\infty$, dell'asse reale del piano w. Facciamo ora descrivere al punto z il tratto μ_2 dal punto B all'infinito a valle; allora la velocità decrescerà da infinito al valore c_2 e la sua direzione formerà un angolo α colla direzione dell'asse Ox, perciò il punto corrispondente w si muoverà su una semiretta r' passante per l'origine del piano w e inclinata di $-\alpha$ sulla direzione positiva dell'asse $O'u$, e ne descriverà il tratto dall'infinito al punto C' situato a distanza c_2 dall'origine. Se infine il punto z descrive il rimanente tratto μ_1 di pareti rigide, dal punto all'infinito a valle all'origine O, la velocità decrescerà da c_2 a zero, essendo sempre inclinata di α sulla direzione positiva dell'asse Ox, perciò il corrispondente punto w descriverà il tratto $C'O'$ della semiretta r'. In conclusione, quando z descrive l'intero contorno del campo S, il corrispondente punto w descrive le semirette che limitano l'angolo α (fig. 3), e le origini delle coordinate nei due piani si corrispondono. Ai punti z del campo S corrispondono poi punti della regione angolare Σ.

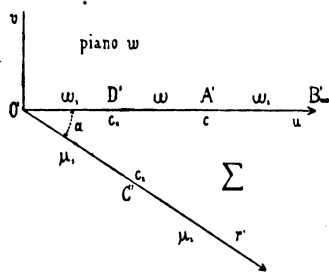



Fig. 3.

La teoria delle funzioni di variabile complessa ci assicura dell'esistenza di una relazione funzionale $w = w(z)$, la quale stabilisce la rappresentazione conforme del campo S sull'angolo Σ. Considerando, reciprocamente, z come funzione dell'argomento w,

il campo in cui si dovrà far variare w è la regione angolare Σ (contorno compreso), ed in tale campo la z è funzione uniforme e regolare, tranne quando w tende ad uno dei punti A', C', D', nel qual caso mod z cresce indefinitamente.

Poichè, come vedemmo, f è funzione regolare di z, immaginando z espresso mediante w, si potrà considerare f come funzione di w, finita e continua in tutto l'angolo Σ, e sopra il suo contorno, salvo che nei punti A', D', C', ove essa diviene infinita. Inoltre la parte immaginaria di questa funzione f dovrà soddisfare, sui vari tratti del contorno di Σ corrispondenti alle pareti rigide del campo S, alle condizioni (6), (7).

4. — **Trasformazione in un semipiano.**

Per poter costrurre la funzione $f(w)$ che soddisfa alle condizioni poste, ci conviene trasformare il campo w in un semipiano. Poniamo perciò

$$W = w^n, \qquad \text{dove } n = \pi/\alpha; \tag{8}$$

allora è facile vedere che se w descrive l'angolo Σ, il punto W descrive il semipiano delle ordinate negative. Infatti, posto $w = Ve^{-i\theta}$, ove θ rappresenta evidentemente l'angolo (contato positivamente nel verso antiorario) che il vettore velocità fa colla direzione positiva dell'asse Ox, ne segue $W = V^n e^{-in\theta}$, perciò se w descrive il semiasse reale positivo, cioè $\theta = 0$, l'argomento di W risulta nullo, quindi il corrispondente punto W descriverà, nel proprio piano, il semiasse reale positivo. Se W descrive la semiretta r', cioè $\theta = \alpha$, l'argomento di W risulta eguale a $-\pi$, quindi W descrive il semiasse reale negativo. Se poi w si muove comunque nell'angolo Σ, allora V varia da zero ad ∞, e θ da zero ad α, quindi mod W varierà pure da zero ad ∞, ed il suo argomento da zero a $-\pi$, quindi all'angolo Σ corrisponderà il semipiano W di ordinate negative (fig. 4). All'origine nel piano w corrisponde l'origine nel semipiano W. A norma della (8), potremo riguardare f come funzione della W, finita e continua in tutto il semipiano W, e sopra la retta che

lo limita, salvo che nei punti A'', D'', C'', corrispondenti ai punti A', D', C' dell'angolo Σ, in cui diviene infinita. Le ascisse dei punti A'', D'', C'' sono rispettivamente per la (8): c^n, c_1^n, $-c_2^n$.

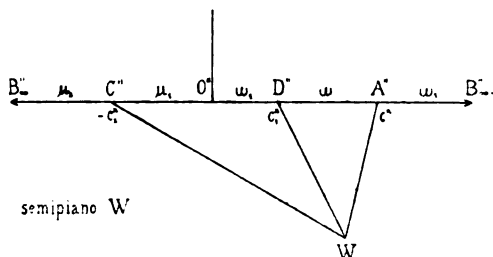



Fig. 4.

Inoltre la parte immaginaria di questa funzione $f(W)$ dovrà soddisfare, sui tratti dell'asse reale del campo W, corrispondenti ai tratti del contorno di S, alle (6) e (7).

5. — Costruzione della funzione $f(W)$.

Veniamo ora alla costruzione di una funzione $f(W)$ che soddisfa alle condizioni poste. Intanto richiamiamo una convenzione sul segno degli angoli. Siano OA, OB due semirette uscenti da un punto O; diremo che l'angolo $\widehat{AOB}$ è positivo o negativo, secondo che per portare la semiretta OA a sovrapporsi alla OB si fa rotare la OA, intorno ad O, nel verso antiorario, ovvero nel verso orario. Ciò premesso, siano M_1, M_2 due punti qualunque dell'asse reale del campo W, ed m_1, m_2 le loro ascisse (fig. 5); sia P' un punto qualunque del semipiano negativo W (o dell'asse reale di esso) di affissa W. Il numero complesso $\frac{m_2 - W}{m_1 - W}$ ha per modulo il quoto r dei moduli, e per argomento la differenza σ degli argomenti dei numeri com-

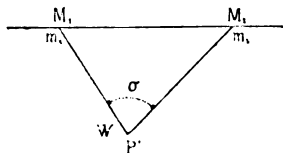



Fig. 5.

plessi $m_2 - W$, ed $m_1 - W$, la quale differenza è eguale all'angolo $M_1 P' M_2$. Avremo cioè:

$$\log \frac{m_2 - W}{m_1 - W} = \log (r e^{i\sigma}) = \log r + i\sigma ,$$

intendendo di considerare per la funzione a primo membro quel ramo di essa, uniforme e regolare nel semipiano W, che si riduce a zero per W reale, positivo ed infinitamente grande. Se P' viene a cadere sull'asse reale del campo W, si ha $\sigma = 0$, oppure $\sigma = -\pi$, secondo che (supposto M_1 a sinistra di M_2) P' è esterno al segmento $M_1 M_2$, o interno a detto segmento. Se ora ricordiamo che le ascisse dei punti A'', D'', C'' sono rispettivamente c^n, c_1^n, $-c_2^n$, e consideriamo la funzione

$$(9) \qquad f(W) = iq + \frac{q}{\pi} \log \frac{c^n - W}{-c_2^n - W} - \frac{q_1}{\pi} \log \frac{c_1^n - W}{-c_2^n - W} ,$$

che, tenendo presente la (8), si può anche scrivere:

$$(9') \qquad f(w) = iq + \frac{q}{\pi} \log \frac{w^n - c^n}{w^n + c_2^n} - \frac{q_1}{\pi} \log \frac{w^n - c_1^n}{w^n + c_2^n} ,$$

vediamo che essa è la funzione cercata, perchè i coefficienti delle parti immaginarie dei due ultimi termini che la compongono, valgono, per quanto ora si è detto, rispettivamente:

$-q$ su ω;	0 su $\omega_2 + \mu_2$;	$-q$ su $\omega_1 + \mu_1$;
0 " " ;	0 " " ;	q_1 " " ;

perciò il coefficiente ψ della parte immaginaria di f vale: 0 su ω; q su $\omega_2 + \mu_2$; q_1 su $\omega_1 + \mu_1$; le (6), (7) risultano così soddisfatte. Come punti M_1 ed M_2 abbiamo preso per il secondo termine del secondo membro della (9) rispettivamente C'' ed A'', e per il terzo termine C'' e D''.

6. — Relazioni tra le costanti del problema.

È facile stabilire un'importante relazione fra le larghezze e le portate del canale principale e del derivato. Osserviamo, per questo, che la (4) si può scrivere anche

$$\frac{df}{dW}\,\frac{dW}{dz}=w, \tag{4'}$$

e che $\frac{dW}{dz}$ non si annulla entro il campo S, perchè la rappresentazione (conforme) tra il campo S del moto ed il semipiano W di ordinate negative non ha punti singolari. Perciò dalla (4') si deduce:

$$\frac{df}{dW}=0 \qquad \text{per } W=0. \tag{10}$$

Ora, dalla (9) si ricava:

$$\frac{df}{dW}=\frac{q}{\pi}\left(\frac{1}{W-c^n}-\frac{1}{W+c_2^n}\right)-\frac{q_1}{\pi}\left(\frac{1}{W-c_1^n}-\frac{1}{W+c_2^n}\right);$$

perciò, per la (9) e per la quarta delle (1), si ha dalla (10):

$$\frac{q_1}{c_1^n}-\frac{q_2}{c_2^n}=\frac{q}{c^n}, \tag{11}$$

relazione notevole e semplice tra le portate e le velocità. Poniamo:

$$k/h=\lambda, \qquad h_1/h=\mu, \qquad q_2/q=\chi$$

e ricordiamo le (1) ed avremo:

$$\frac{c_1}{c}=\frac{q_1}{q}\,\frac{h}{h_1}=\frac{1}{\mu}\left(\frac{q-q_2}{q}\right)=\frac{1}{\mu}(1-\chi),$$

$$\frac{c_1}{c_2}=\frac{q_1}{q_2}\,\frac{k}{h_1}=\frac{\lambda}{\mu}\,\frac{q-q_2}{q_2}=\frac{\lambda}{\mu\chi}(1-\chi),$$

$$\frac{c_2}{c}=\frac{\chi}{\lambda}.$$

Dalla (11) si ricava poi:

$$\chi = \frac{q_2}{q} = -\frac{c_2^n}{c^n} + \frac{q - q_2}{q} \frac{c_2^n}{c_1^n},$$

da cui, tenuto conto delle relazioni precedenti:

$$\chi = -\frac{\chi^n}{\lambda^n} + (1 - \chi) \frac{\mu^n \chi^n}{\lambda^n (1 - \chi)^n};$$

di qui, ricavando λ, e ricordando che $n = \pi/\alpha$, risulta:

$$\lambda = \left\{ \mu^{\frac{\pi}{\alpha}} \left(\frac{\chi}{1 - \chi}\right)^{\frac{\pi}{\alpha} - 1} - \chi^{\frac{\pi}{\alpha} - 1} \right\}^{\frac{\alpha}{\pi}}, \tag{12}$$

formula finale, che lega i rapporti delle larghezze e delle portate del canale principale a monte ed a valle della derivazione, e del canale derivato, e l'angolo di derivazione.

Se, come fa il Cisotti, si suppone che la larghezza del canale principale sia la stessa a monte ed a valle della derivazione, si ha $h = h_1$, cioè $\mu = 1$, e dalla (12) si ha subito la relazione cui giunge il Cisotti nella sua Memoria.

Come ben si vede, la (12) è immediata e necessaria conseguenza dell'ipotesi fisica fatta, che cioè ci fosse nel campo del moto un punto O in cui la velocità fosse nulla.

Torino, dicembre 1917.

Le serie di potenze di una variabile sommate col metodo di Borel generalizzato.

Nota I[a] di GUSTAVO SANNIA (a Cagliari).

INTRODUZIONE

1. — In una recente Nota (1) ho trattato delle *serie di funzioni*, interpretandole, anzicchè con l'ordinario metodo di sommazione, col *metodo di Borel generalizzato* (brevemente: *metodo Bg*) (2). In questa Nota ed in una successiva studierò più particolarmente le *serie di potenze* di una variabile del tipo (3)

$$u_0 + u_1 z + u_2 z^2 + \dots + u_n z^n + \dots \tag{1}$$

2. — Interpretata col metodo ordinario, la (1) ha un significato, cioè una somma, nel *cerchio di convergenza* γ.

Il Borel col suo *metodo di sommazione esponenziale* (4), limitato però nel suo sviluppo con condizioni molto restrittive, ne

(1) *Le serie di funzioni sommate col metodo di Borel generalizzato* (" Atti della R. Accademia dei Lincei ", vol. XXVI, serie 5ª, 2° sem., fasc. 4°).

(2) Ho esposto questo metodo nella Memoria: *Nuovo metodo di sommazione delle serie, estensione del metodo di Borel* (Accolta dal " Circolo Matematico di Palermo " per la inserzione nei *Rendiconti* alla ripresa della loro pubblicazione). La indicherò con una M.

Ne ho dato un sunto nella Nota: *Generalizzazione del metodo di Borel per la sommazione delle serie* (" Atti della R. Accad. dei Lincei ", vol. XXVI, serie 5ª, 1° sem., fasc. 11°).

Questa Nota, che indicherò con una N, è sufficiente per intendere il presente lavoro.

(3) Che non è *il più generale tipo di serie di potenze* (ad esponenti interi, crescenti non negativi), come si può essere tentati di dire (cfr. il n° 11 e l'osservazione del n° 13), ma è il più importante.

(4) E. Borel, *Leçons sur les séries divergentes*, cap. III (Gauthier-Villars, Paris, 1901).

ha esteso il significato in una regione α più ampia di γ, che può dirsi una *stella* (alla Mittag-Leffler) che ha per *centro* il punto $O\,(z=0)$, essendo luogo di segmenti uscenti da O (*raggi* della stella), finiti o non, ed eventualmente anche nulli [1].

Il Praghmen [2], applicando il metodo esponenziale senza limitazioni, ha ottenuto una stella σ_0, molto più ampia di α. Però in σ_0 vanno perdute alcune proprietà importanti di cui la (1) godeva in γ e in α. Così: non in tutti i punti interni a σ_0 sono sommabili col metodo esponenziale le serie derivate di (1) e la serie che si ottiene moltiplicando due date con la nota regola di Cauchy.

Ora noi, applicando il metodo *Bg*, non solo estenderemo il significato della (1) in una stella σ molto più ampia di γ, α e σ_0, ma (quel che più importa) riguadagneremo nel contempo le proprietà perdute nel passaggio da α a σ_0.

3. — Otterremo anzitutto una successione illimitata (in due sensi) di *stelle di sommabilità*

$$\ldots,\ \sigma_{-2},\ \sigma_{-1},\ \sigma_0,\ \sigma_1,\ \sigma_2,\ \ldots, \tag{2}$$

in ciascun punto delle quali (almeno se è interno in senso stretto) la (1) ha una *somma*. Esse son tali che *ciascuna contiene la seguente* (senza escludere la coincidenza), e perciò ammettono due *stelle-limite* σ e τ, la prima che le contiene tutte e la seconda che è in tutte contenuta.

La stella σ (a parte il contorno) *è il luogo dei punti del piano complesso ove la* (1) *ha una somma col metodo* Bg.

Che questa estensione di significato della (1) sia molto ampia, risulta da ciò: che, fra le stelle da noi costruite, la σ_0 è quella stessa del Praghmen e la più piccola τ coincide con quella α del Borel.

---

[1] Il Borel ha esplicitamente considerata la stella α nel caso in cui il raggio di convergenza della serie (1) non è nullo, chiamandola *poligono di sommabilità*.

[2] " Comptes Rendus ", t. 132 (1901), p. 1396.

Vedi anche una Nota di Hardy (in " Trans. of the Cambridge Phil. Society ", vol. XIX, 1904, p. 297) ed il trattato del Bromwich, *An introduction to the theory of infinite series*, n[i] 109-111 (Macmillan and Co, London, 1908).

Ma la stella σ è notevole non solo per la sua grande ampiezza.

Per le applicazioni è importante che *in σ si possono applicare alla* (1) *le regole ordinarie del calcolo algebrico e infinitesimale* (come nel cerchio di convergenze γ e nella stella $\alpha \equiv \tau$). In particolare, si può applicare la suddetta regola di Cauchy e si può derivare o integrare la (1) termine a termine; anzi le stelle σ e τ [1] relative alle serie derivate o integrali coincidono con le corrispondenti di (1) (come il cerchio di convergenza γ).

4. — La serie (1) e le sue successive derivate definiscono dunque altrettante funzioni di z, che indicheremo con $u(z)$, $u'(z)$, $u''(z)$, ..., nel medesimo campo σ (salvo eccezioni al contorno). Vedremo che:

La funzione $u^{(k)}(z)$ *in ogni punto* z *di* σ *ove esiste, escluso* O, *rappresenta la derivata di ordine* k *di* $u(z)$, *presa però soltanto secondo il raggio di* σ *che passa pel punto.*

Ciò assicura *la continuità di* $u(z)$ *secondo il raggio che passa pel punto* z in tutti i punti z interni a σ in senso stretto ed in quei punti del contorno ove $u'(z)$ esiste (escluso però sempre il punto O).

Vedremo poi che la detta continuità sussiste anche in quei punti z del contorno di σ ove $u'(z)$ non esiste, *purchè esista* $u(z)$ [2].

Circa il punto O, fin qui escluso, vedremo che: *nel punto* O *la* $u(z)$ *è continua secondo ogni raggio della stella* σ_1 *che non sia nullo, ammette la derivata prima presa secondo ogni raggio della stella* σ_3 *che non sia nullo, ammette la derivata seconda presa secondo ogni raggio della stella* σ_5 *che non sia nullo, e così via; queste derivate valgono*

$$u'(0) = u_1, \qquad u''(0) = 2!\, u_2, \qquad u'''(0) = 3!\, u_3, \ldots$$

e sono perciò indipendenti dal raggio secondo cui vengon prese [3].

---

[1] Ed in certo senso anche le (2).

[2] Il che costituisce una larghissima estensione di un ben noto teorema di Abel.

[3] Sicchè, se nessun raggio di σ_1 è nullo (cioè se O è interno in senso stretto a σ_1), la $u(z)$ ammette la derivata prima presa secondo qualsiasi

Or dunque, *solo quando nessuna delle stelle* (2) *si riduce al suo centro* O [1] *si può asserire che* u (z) *ammette in* O *le derivate di tutti gli ordini, ciascuna però presa secondo una semiretta (almeno) opportuna uscente da* O. Ed allora la (1) è per la $u(z)$ la *serie di Taylor* (in senso lato) relativa al punto O.

Se ne deduce (come nel caso ordinario) che *una funzione* u (z) *non puo ammettere più di uno sviluppo in serie di potenze di* z *del tipo* (1) *le cui stelle* (2) *non si riducano al centro* O, *e che i coefficienti di questo sviluppo son nulli solo quando la* u (z) *è identicamente nulla.*

Tutto ciò evidentemente rende particolarmente atte alle applicazioni quelle serie (1) che ammettono le stelle (2) di sommabilità mai riducentisi al centro O.

Tali sono in particolare le serie il cui cerchio di convergenza γ non si riduce al centro (serie ordinariamente considerate) e quelle la cui stella $\alpha \equiv \tau$ non si riduce al centro (serie considerate dal Borel), perchè γ è contenuto in α e questa è contenuta in tutte le stelle (2).

Quanto precede fa apparire la possibilità di rappresentare funzioni, non solo analitiche, ma molto più generali, mediante serie del tipo (1) (che pure è il più semplice tipo di sviluppo in serie per una funzione), purchè queste siano interpretate col metodo *Bg*. E ciò pone sempre più in luce la grande potenza di questo metodo di sommazione.

5. — Nella trattazione mi sono giovato degli stessi procedimenti già seguìti dagli Autori citati, opportunamente modificandoli e generalizzandoli, ma vi ho apportato maggior rigore [2].

---

direzione nel punto O ed uguale a u_1; ma da ciò non segue l'esistenza della derivata prima ordinaria nel punto O. Lo stesso dicasi delle altre derivate.

[1] E quindi ammette almeno un raggio non nullo. Notiamo che basterebbe riferirsi alle sole stelle σ_3, σ_5, σ_7, ...; ma queste non si riducono al centro O solo quando lo stesso si verifica per *tutte* le stelle (2), pel fatto che ciascuna stella (2) contiene le seguenti.

[2] Avendo rilevato alcune sviste e qualche dimostrazione non rigorosa. Le farò notare nei punti opportuni, perchè, lasciandole inosservate, inducono ad affermare risultati che oltrepassano, e di molto, quelli qui enunciati (Cfr. la nota al n° 25).

Nel § 1 ho raccolto le necessarie definizioni e quelle proprietà (aritmetiche) della serie (1) che discendono immediatamente dalla teoria generale delle serie numeriche, svolta in M ed N; nei rimanenti ho dimostrato quelle che spettano in modo particolare alla (1), come inerenti al suo carattere funzionale.

Esse si possono dedurre tutte da alcune proprietà relative alla convergenza, semplice o uniforme, di certi integrali improprii, che perciò ho raccolte in quattro lemmi nel § 2. Quelle relative alla convergenza semplice sono sufficienti per la determinazione delle varie stelle di sommabilità della (1) (§§ 3 e 4), quelle relative alla convergenza uniforme intervengono nella determinazione delle stelle analoghe delle serie derivate (§ 5) e nella dimostrazione delle proprietà della funzione $u(z)$ nel campo σ (§ 6).

6. — Il Borel, tanto nello studio delle serie numeriche, quanto nello studio delle serie di potenze, si è invece giovato esclusivamente della convergenza *assoluta*, che ha costantemente imposta ai suoi integrali, limitando così la portata del suo metodo esponenziale. Io avevo già gradualmente tolta questa limitazione dalla teoria delle serie numeriche, in due Note [1] e nella Memoria M, però avevo espresso il dubbio [2] che essa potesse essere indispensabile per lo studio delle serie di funzioni e, in particolare, delle serie di potenze. Ora questo dubbio svanisce del tutto, in seguito alla Nota citata in principio del n° 1 ed al presente lavoro, nei quali non ho mai invocata la convergenza assoluta degli integrali che entrano in gioco, con gran vantaggio della generalità.

---

[1] *Nuova trattazione del metodo di Borel per la sommazione delle serie* (" Atti della R. Acc. delle Scienze di Torino ", vol. 52, 1916-17, p. 67).

Sul metodo di Borel per la sommazione delle serie (" Atti della R. Acc. dei Lincei ", vol. XXVI, serie 5ª, 1° sem., fasc. 3°).

[2] In una nota al n° 5 della prima Nota.

§ 1. — **Sommabilità di vario ordine e proprietà aritmetiche della (1).**

7. — Secondo la teoria generale, per sommare la (1) col metodo *Bg*, si dovrà (M, n[i] 4-9; N, n° 1) anzitutto considerare la *serie associata (di ordine zero)*

$$(4) \qquad u^{(0)}(a, z) = \sum_{n=0}^{\infty} u_n z^n \frac{a^n}{n!}$$

per valori *positivi* di a (zero incluso) ed in generale la *serie associata di ordine* r (r intero)

$$(5) \qquad u^{(r)}(a, z) = \sum_{n=0}^{\infty} u_{n+r} z^{n+r} \frac{a^n}{n!} \text{ (1)},$$

che se ne deduce, termine a termine, derivandola (se $r > 0$) o integrandola (se $r < 0$) rispetto ad a r volte.

Se per un valore (complesso) fissato di z esiste un intero r tale che la (5) sia una trascendente intera rispetto ad a e l'*integrale associato di ordine* r

$$(6) \qquad \int_0^{\infty} e^{-a} u^{(r)}(a, z)\, da \qquad (a \geq 0$$

sia convergente, si dirà che la (1) è *sommabile* (B, r) (ossia *col metodo di Borel di ordine* r) nel punto z, e che ha per *somma*

$$(7) \qquad u(z) = U_{r-1}(z) + \int_0^{\infty} e^{-a} u^{(r)}(a, z)\, da\,,$$

ove

$$(8) \qquad U_{r-1}(z) = 0, \text{ se } r \leq 0,$$
$$U_{r-1}(z) = u_0 + u_1 z + \ldots + u_{r-1} z^{r-1} \text{ se } r > 0 \text{ (2)}.$$

---

(1) Giusta una convenzione fatta in generale, attribuiremo il valore *zero* a quei termini il cui coefficiente ha l'indice $n + r$ negativo (M, n° 4; N, n° 1).

(2) Della somma $u(z)$ si può dare un'altra espressione, del tutto equivalente (*M*, n° 8), della quale però qui non faremo uso:

$$(a) \qquad u(z) = \lim_{a=\infty} e^{-a} \sum_{n=0}^{\infty} U_{n+r-1}(z) \frac{a^n}{n!}.$$

Che se poi la convergenza dell'integrale (6) è uniforme lungo una linea o dentro un'area, diremo che la (1) è sommabile (B, r) *uniformemente* lungo la linea o dentro l'area.

8. — *Quando la* (1) *è sommabile con uno dei metodi*

$$\ldots, (B, -2), (B, -1), (B, 0), (B, 1), (B, 2), \ldots \tag{9}$$

lo è pure con tutti i precedenti e con ugual somma, ma non coi seguenti in generale (M, n[i] 13 e 14; N, n° 2); perciò sono lecite le seguenti ulteriori definizioni:

La (1) è *sommabile Bg* (ossia *col metodo di Borel generalizzato*) in un punto z quando ivi è sommabile con qualcuno dei metodi (9), ed è *sommabile Bt* (cioè *totalmente sommabile*) quando è sommabile con tutti i metodi (9) ([1]).

9. — *Se in un punto* z *la* (1) *è convergente con somma* u(z), *è pure sommabile* (B, r) *per ogni* r (*ossia è sommabile* Bt) *e con ugual somma* (M, n° 10; N, n° 2).

Dunque la (1) è sommabile *Bg* (anzi *Bt*) almeno nel punto $O\,(z=0)$.

Affinchè la (1) sia sommabile *Bg* in qualche punto $z \neq 0$, è necessario che ivi almeno una delle sue serie associate sia una trascendente intera rispetto ad a: *allora tali sono tutte le serie associate ed in ogni punto* z.

Supponiamo infatti che la (5), per un certo r ed un certo $z_0 \neq 0$, sia una trascendente intera rispetto ad a. Allora è tale anche per ogni altro valore di r, perchè cambiare r equivale a derivare o integrare la (5) termine a termine rispetto ad a

---

([1]) L'originario metodo esponenziale del Borel è il metodo $(B, 0)$. Le condizioni restrittive imposte dal Borel (ed alle quali abbiamo più volte alluso nell'*Introduzione*) consistono in ciò: nell'esigere che l'integrale (6) (non solo sia convergente per $r=0$, ma) sia *convergente assolutamente e per ogni* $r \geq 0$.

Quando esse son soddisfatte in un punto z, diremo col Borel che ivi la (1) è *assolutamente sommabile*. Ed allora essa è certamente sommabile (B, r) per ogni $r \geq 0$, e quindi anche (n° 8) per ogni $r < 0$. Dunque: *quando la* (1) *è assolutamente sommabile, è pure sommabile Bt* (e non viceversa, in generale).

un certo numero di volte. Ed è tale anche per ogni altro valore $z \neq 0$, perchè si ha identicamente

$$\sum_{n=0}^{\infty} u_{n+r}\, z^{n+r}\, \frac{a^n}{n!} = \left(\frac{z}{z_0}\right)^r \sum_{n=0}^{\infty} u_{n+r}\, z_0^{n+r}\, \frac{b^n}{n!} \qquad \left(b = a\,\frac{z}{z_0}\right)$$

e la seconda serie è, per ipotesi, una trascendente intera rispetto a b.

10. — Dalla teoria generale delle serie numeriche segue che (M, § 3; N, n° 3): *se per un valor di* z *la serie* (1) *è sommabile* (B, r) *con somma* u (z), *tali sono anche*

(10) $$ku_0 + ku_1 z + ku_2 z^2 + \ldots,$$

(11) $$u_0 + u_1 z + \ldots + u_{n-1} z^{n-1} + (u_n + k)\, z^n + u_{n+1} z^{n+1} + \ldots$$

ed hanno per somma ku (z) *e* u (z) + kz^n *rispettivamente (e viceversa); se inoltre*

(12) $$v_0 + v_1 z + v_2 z^2 + \ldots$$

è sommabile (B, s) *con somma* v (z), *la serie-somma*

(13) $$(u_0 + v_0) + (u_1 + v_1)\, z + (u_2 + v_2)\, z^2 + \ldots$$

è sommabile (B, r) *se* r ≤ s *ed ha per somma* u (z) + v (z), *e la serie-prodotto* (*di* CAUCHY)

(1) $$w_0 + w_1 z + w_2 z^2 + \ldots \qquad (w_n = u_0 v_n + u_1 v_{n-1} + \ldots + u_n v_0)$$

è sommabile (B, t) *ed ha per somma* u (z) v (z), *ove* t = r + s — 1 *se* r *e* s *non sono positivi ed è uguale al non maggiore dei due numeri* r *e* s *se uno almeno è positivo.*

Quindi: *se la* (1) *è sommabile* Bg (*o* Bt), *tali sono anche le* (10) *e* (11) (*e viceversa*); *e se* (1) *e* (2) *sono sommabili* Bg (*o* Bt), *tali sono anche le* (13) *e* (14).

11. — La soppressione di un termine a_n da una serie $a_0 + a_1 + a_2 + \ldots$ sommabile (B, r) con somma a la rende sommabile $(B, r-1)$ con somma $a - a_n$ (M, n° 20; N, n° 3, IV);

dunque è lecito sopprimere dalla (1) tutti quei termini che avessero il coefficiente nullo, *perchè in numero finito*, senza che ciò alteri nè la sommabilità *Bg* (o *Bt*), nè la sua somma.

Ma *non è lecito*, in generale, sopprimere i detti termini quando sono in numero *infinito*: sia perchè non vi è alcun teorema che autorizzi tale soppressione, sia perchè essa trasformerebbe una serie del tipo (1) in un'altra del tipo più generale

$$(14)' \qquad u_0 z^{e_0} + u_1 z^{e_1} + u_2 z^{e_2} + \dots,$$

ove gli esponenti sono interi, non negativi, crescenti con n E la sua maggiore generalità non è soltanto formale [1], ma effettiva, come vedremo (nº 13, osservazione). D'altronde, la soppressione dei termini nulli, anche se in numero finito, può talvolta riuscire inopportuna: così conviene sempre ripristinare i termini soppressi quando si debbono moltiplicare due serie di potenze con la regola di CAUCHY; altrimenti si ottiene non più una serie di potenze, ma una serie *di polinomii* in generale [2].

§ 2. — Lemmi.

12. — I [3]. *Sia* $\varphi(\theta)$ *una funzione positiva e continua in un intervallo finito* (θ_0, θ_1) *ed* $f(b, \theta)$ *una funzione integrabile rispetto a* $b \geq 0$ *per ogni* θ *di* (θ_0, θ_1): *se l'integrale improprio*

$$(15) \qquad \int_0^\infty e^{-\frac{b}{\varphi(\theta)}} f(b, \theta)\, db$$

è convergente uniformemente nell'intervallo (θ_0, θ_1), *l'integrale*

$$(16) \qquad \int_0^\infty e^{-\frac{b}{\varrho}} f(b, \theta)\, db$$

(1) Come accade quando alle serie si dà l'interpretazione ordinaria.

(2) E ciò qualunque sia il metodo di sommazione che si adoperi, incluso l'ordinario.

(3) Geometricamente espresso: *se l'integrale* (16) *è uniformemente convergente lungo un arco finito di curva di equazione polare* $\rho = \varphi(\theta)$, *lo è pure nell'area ricoperta dai raggi vettori dei punti dell'arco* (*escluso il polo* O).

è convergente uniformemente nell'area

$$\theta_0 \leq \theta \leq \theta_1, \qquad 0 < \rho \leq \varphi(\theta). \tag{17}$$

L'integrale

$$J(\alpha, \beta) = \int_\alpha^\beta e^{-\frac{b}{\varrho}} f(b, \theta)\, db \qquad (0 < \alpha < \beta)$$

può scriversi

$$J(\alpha, \beta) = \int_\alpha^\beta e^{b\left[\frac{1}{\varphi(\theta)} - \frac{1}{\varrho}\right]} e^{-\frac{b}{\varphi(\theta)}} f(b, \theta)\, db.$$

Il primo fattore dell'integrando è, in ogni punto $M(\rho, \theta)$ dell'area (17), una funzione di b, che è positiva e decrescente nell'intervallo di integrazione, quindi, applicando il secondo teorema della media, si ha

$$J(\alpha, \beta) = e^{\alpha\left[\frac{1}{\varphi(\theta)} - \frac{1}{\varrho}\right]} \int_\alpha^\gamma e^{-\frac{b}{\varphi(\theta)}} f(b, \theta)\, db \qquad (\alpha < \gamma < \beta).$$

Ora osserviamo che il fattore esterno all'integrale è positivo e non supera 1 in ogni punto M dell'area (17); inoltre, per la supposta convergenza uniforme di (15) in (θ_0, θ_1), dato $\epsilon > 0$, esiste un $\alpha > 0$ (indipendente da θ) tale che per ogni $\gamma > \alpha$ e per ogni θ in (θ_0, θ_1) il modulo dell'integrale sia minore di ϵ. Dunque sarà $|J(\alpha, \beta)| < \epsilon$ per il detto valore di α, per ogni $\beta > \alpha$ e per ogni punto M dell'area (17), e perciò l'integrale (16) sarà uniformemente convergente in quest'area.

II. *Sia* $f(b)$ *una funzione integrabile per* $b \geq 0$ *e* ρ_0 *un numero positivo: se l'integrale*

$$\int_0^\infty e^{-\frac{b}{\varrho_0}} f(b)\, db \tag{18}$$

è convergente, l'integrale

$$\int_0^\infty e^{-\frac{b}{\varrho}} f(b)\, db \tag{19}$$

è convergente uniformemente nell'intervallo $(0 + 0, \rho_0)$ [1].

[1] Il PRAGHMEN (loc. cit.) aveva già dimostrata la convergenza *semplice* di (19).

Si dimostra come il precedente, del quale del resto è un caso limite per $\theta_0 = \theta_1$ e $\rho_0 = \varphi(\theta)$.

III. *Sia* f(b) *una funzione integrabile per* $b \geq 0$ *e* ρ_0 *un numero positivo: se l'integrale* (18) *è convergente, l'integrale*

$$\int_0^\infty e^{-\frac{b}{\varrho}} bf(b)\,db$$

è convergente per $0 < \rho < \rho_0$.

Fissato per ρ un valore tale che sia $0 < \rho < \rho_0$, consideriamo un numero α maggiore di $m = 1 : \left(\frac{1}{\rho} - \frac{1}{\rho_0}\right)$ e formiamo l'integrale

$$J(\beta, \alpha) = \int_\alpha^\beta e^{-\frac{b}{\varrho}} bf(b)\,db = \int_\alpha^\beta be^{-b\left(\frac{1}{\varrho}-\frac{1}{\varrho_0}\right)} e^{-\frac{b}{\varrho_0}} f(b)\,db \qquad (\beta > \alpha).$$

Il prodotto dei primi due fattori dell'integrando costituisce una funzione di b che è decrescente per $b > m$ (poichè, come è facile verificare, la sua derivata è negativa per $b > m$), e poichè inoltre è positiva, è necessariamente limitata per $b > m$: sia M il suo limite superiore.

Applicando il secondo teorema della media, si ha

$$J(\alpha, \beta) = \alpha e^{-\alpha\left(\frac{1}{\varrho}-\frac{1}{\varrho_0}\right)} \int_\alpha^\gamma e^{-\frac{b}{\varrho}} f(b)\,db \qquad (\alpha < \gamma < \beta),$$

quindi

$$|J(\alpha, \beta)| \leq M \left| \int_\alpha^\gamma e^{-\frac{b}{\varrho_0}} f(b)\,db \right|.$$

Ma, per la supposta convergenza di (18), dato $\epsilon > 0$, si può trovare un $\alpha > m$ tale che, per ogni $\gamma > \alpha$, il secondo fattore del secondo membro risulti minore di $\epsilon : M$; quindi sarà $|J(\alpha, \beta)| < \epsilon$, e ciò prova che (20) è convergente per il valore fissato di ρ.

IV. Viceversa: *se l'integrale* (20) *è convergente per* $\rho = \rho_0 > 0$, *l'integrale* (19) *è convergente per* $0 < \rho \leq \rho_0$.

Fissato un valore di ρ tale che sia $0 < \rho \leq \rho_0$, consideriamo l'integrale

$$J(\alpha, \beta) = \int_\alpha^\beta e^{-\frac{b}{\varrho}} f(b)\,db = \int_\alpha^\beta \frac{1}{b} e^{-b\left(\frac{1}{\varrho}-\frac{1}{\varrho_0}\right)} be^{-\frac{b}{\varrho_0}} f(b)\,db$$

ove $0 < \alpha < \beta$. Il prodotto dei primi due fattori dell'integrando costituisce una funzione di b che evidentemente è positiva e decrescente, e perciò limitata, nell'intervallo di integrazione. Detto M il suo limite superiore, la dimostrazione si prosegue come per il lemma precedente, applicando cioè ad $J(\alpha, \beta)$ il teorema della media e poi invocando la supposta convergenza di (20) per $\rho = \rho_0$.

§ 3. — Teorema fondamentale.

13. — *Se la serie* (1) *è sommabile* (B, r) *in un punto* M_0 *del piano complesso, diverso da* O, *lo è su tutto il segmento* OM_0; *ed uniformemente, purchè si escluda un intorno di* O *se* $r \leq 0$.

Dall'ipotesi segue che la (5) è una trascendente intera rispetto ad a per $z = z_0$ (affisso di M_0), quindi (n° 11) tale sarà pure per ogni altro valore di z. La si può scrivere

$$u^{(r)}(a, z) = z^r \sum_{n=0}^{\infty} u_{n+r} \frac{(az)^n}{n!}, \tag{21}$$

da cui risulta che

$$u^{(r)}(a, z) = z^r u^{(r)}(az, 1) \qquad (\text{per } z \neq 0 \text{ se } r < 0) \text{ [1]}, \tag{22}$$

e quindi che l'integrale (6) può scriversi

$$z^r \int_0^{\infty} e^{-a} u^{(r)}(az, 1)\, da. \tag{23}$$

Giusta l'enunciato, dobbiamo dimostrare che, se esso è convergente in M_0, lo è su tutto OM_0; ed uniformemente, purchè si escluda un intorno di O se $r \leq 0$.

Sia θ l'argomento comune ai punti di OM_0, ρ_0 il modulo

---

[1] Poichè già sappiamo che la (1) è sommabile (B, r) per ogni r in $O\,(z = 0)$, possiamo senz'altro escludere questo punto dalle nostre considerazioni.

di M_0 e ρ quello di un punto generico di OM_0; sicchè, escludendo il punto O, è $0 < \rho \leq \rho_0$. Posto

$$z = \rho e^{i\theta}, \qquad \rho a = b, \tag{24}$$

l'integrale (23) diventa

$$\rho^{r-1} e^{ri\theta} \int_0^\infty e^{-\frac{b}{\rho}} u^{(r)}(be^{i\theta}, 1)\, db: \tag{25}$$

e noi dobbiamo dimostrare che, se esso è convergente per $\rho = \rho_0$, lo è in tutto l'intervallo $(0 + 0, \rho_0)$; ed uniformemente, nello stesso intervallo o in (h, ρ_0) (ove h è un numero positivo comunque piccolo), secondo che è $r > 0$ o $r \leq 0$.

Basta dimostrarlo, p. e., per la sua parte reale, che (come il coefficiente di i della sua parte immaginaria) è un integrale del tipo

$$\rho^{r-1} \int_0^\infty e^{-\frac{b}{\rho}} f(b)\, db \text{ (1)}, \tag{26}$$

che differisce solo pel fattore ρ^{r-1} dall'integrale (19) considerato nel lemma II del n° 12. Poichè (26), e quindi (19), è convergente per $\rho = \rho_0$, segue (per il lemma) che (19) sarà convergente uniformemente in $(0 + 0, \rho_0)$.

Da ciò si deduce la convergenza (semplice) di (26) nello stesso intervallo.

E si può dedurne anche quella uniforme, *a patto però che il fattore* ρ^{r-1}, *per cui* (26) *differisce da* (19), *si conservi limitato nell'intervallo* (2): ora ciò si verifica certamente se $r > 0$; ma se $r \leq 0$, si verifica solo nell'intervallo parziale (h, ρ_0), ove $0 < h < \rho_0$.

Corollario. — *Se la serie* (1) *è sommabile* Bg (*o* Bt) *in un punto* M_0 *diverso da* O, *lo è su tutto il segmento* OM_0.

---

(1) $f(b)$ è una trascendente intera. Dipende anche da θ, ma θ è costante su OM_0.

(2) Non tenendo conto di ciò, si verrebbe a concludere che: *se la* (1) *è sommabile* (B, r) *in* M_0, *lo è ed uniformemente su tutto* OM_0 (senza eccezioni). È ciò che ha fatto Hardy (loc. cit., p. 44) e poi Bromwich (loc. cit., n° 111) per il caso $r = 0$ (il solo fin qui considerato).

Poichè, giusta l'ipotesi e le definizioni del n° 8, **la** (1) è sommabile con qualche metodo (con tutti i metodi) (9) in M_0, e quindi su tutto il segmento OM_0.

Osservazione. — La dimostrazione del teorema fondamentale [1] si regge anzitutto sulla formola (22), la quale mostra che la serie associata di ordine r alla (1) dipende da *una sola* variabile (la az), a prescindere dal fattore z^r che è costante nell'integrazione (6). Ora ciò non si verifica per la serie associata di ordine r

$$\sum_{n=0}^{\infty} u_{n+r} z^{e_{n+r}} \frac{a^n}{n!} \tag{27}$$

alla serie (14)', di tipo più generale della (1) [2].

Dunque la teoria che sviluppiamo per le serie del tipo (1) non vale anche per quelle del tipo (14)' [3], che perciò è *effettivamente* più generale del tipo (1). (Cfr. in proposito il n° 11).

---

(1) Come anche altre dimostrazioni (quella, p. e., del n° 19).

(2) Si verifica solo quando gli esponenti formano una progressione aritmetica: $e_n = np + q$. Ma allora la (14)', a prescindere dal fattore z^q, si riduce subito al tipo (1), ponendovi $z^p = \xi$.

(3) Almeno fino a prova contraria.

Sul calcolo dell'arco elastico senza cerniere.

Nota del Socio C. GUIDI.

Nel calcolo dell'arco elastico senza cerniere, secondo la teoria dell'ellisse di elasticità, il baricentro elastico del semiarco e l'antipolo dell'asse verticale y passante pel baricentro elastico di tutto l'arco, rispetto all'ellisse di elasticità del semiarco, hanno una notevole importanza, che vogliamo mettere in evidenza colla presente breve Nota.

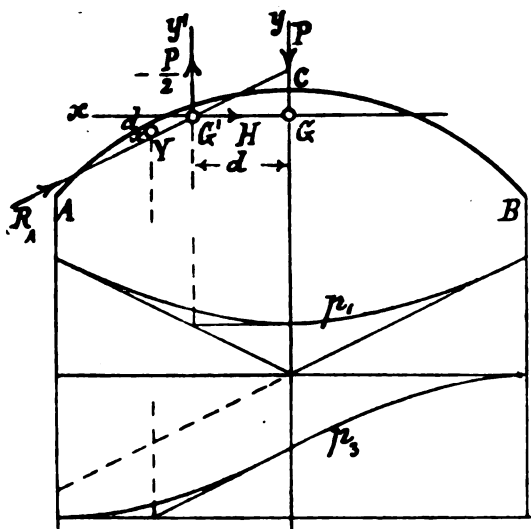



Fig. 1.

Innanzi tutto la costruzione di questi due punti è molto semplice. Se (fig. 1) del primo poligono p_1, dei noti cinque poligoni funicolari che servono al calcolo grafico dell'arco secondo la suddetta teoria, si prolunga il lato in corrispondenza dell'asse y fino ad intersecare il primo, la verticale per il punto

d'intersezione deve contenere il baricentro elastico G' del semiarco; ma tale punto deve cadere anche sull'asse x, quindi resta determinato. Analogamente, se del poligono p_3 si prolunga il lato in corrispondenza dell'asse y fino ad intersecare il primo, la verticale per il punto d'intersezione deve contenere l'antipolo Y dell'asse y rispetto all'ellisse di elasticità del semiarco; basta quindi comporre le forze del poligono p_3 in un'altra direzione per individuare il punto Y.

Orbene, per un carico isolato applicato al vertice, il semiarco AC può riguardarsi come incastrato in C e cimentato in A dalla reazione R_A e poichè l'imposta A non subisce rotazione, così la R_A *deve passare pel baricentro elastico* G' *del semiarco*. Questa proprietà offre una facile verifica per le *linee d'intersezione e d'inviluppo.*

Per la stessa condizione di carico lo spostamento orizzontale di A, e per conseguenza anche di G' invariabilmente connesso con A, dev'essere nullo, e però decomposta la R_A in G' nella $-\frac{P}{2}$ e nella H si deve avere, secondo la teoria dell'ellisse di elasticità,

$$H\mathbf{J}_x - \frac{P}{2}\,\mathbf{J}_{xy'} = 0$$

nella quale $\mathbf{J}_x$ indica il momento d'inerzia del *semiarco* elastico rispetto all'asse x, e $\mathbf{J}_{xy'}$ il suo momento centrifugo rispetto agli assi x, y'; ma $\mathbf{J}_{xy'} = \mathbf{J}_{xy}$, quindi

$$H = \frac{P}{2}\,\frac{\mathbf{J}_{xy}}{\mathbf{J}_x}\,. \tag{1}$$

Questa formola concorda coll'altra ben nota $H = \frac{\Sigma M_0 w y}{\mathbf{J}_x}$. Ora, indicando con d la distanza di G' dall'asse y, con d_x quella di Y dall'asse x e con Σw la somma dei pesi elastici pel *semiarco*, si ha

$$\mathbf{J}_{xy} = \Sigma w \,.\, d \,.\, d_x$$

e coi noti simboli della trattazione grafica dell'arco

$$\mathbf{J}_x = \xi \Sigma w \,.\, \lambda_4 \,.\, n\,,$$

quindi la (1) diviene

$$H = \frac{P}{2} \frac{d \,.\, d_x}{\varepsilon \lambda_4 \,.\, n}, \tag{2}$$

nella quale λ_4 ed n sono da leggersi nella scala delle lunghezze come d e d_x.

La (2) offre una verifica dell'ordinata media del noto poligono p_6.

La conoscenza dei punti G' ed Y offre anche il modo di calcolare facilmente le ordinate della linea d'influenza dell'abbassamento del vertice, linea di cui abbiamo dato la costruzione grafica nelle nostre *Lezioni sulla Teoria dei ponti*.

Infatti per un carico unitario in una posizione qualunque sul semiarco destro siano $-\mathfrak{M}$, $-A$, $-H$ i parametri della spinta che il detto semiarco esercita contro quello sinistro (fig. 2); secondo la teoria dell'ellisse di elasticità, indicando con $\mathfrak{G}'$ il peso elastico del semiarco, per effetto di $-\mathfrak{M}$ il vertice s'innalza di

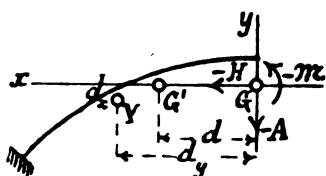



Fig. 2.

$$\delta' = \mathfrak{M} \,.\, \mathfrak{G}' \,.\, d,$$

per effetto di $-A$ il vertice si abbassa di

$$\delta'' = A \,.\, \mathfrak{G}' \,.\, d \,.\, d_y,$$

per effetto di $-H$ il vertice s'innalza di

$$\delta''' = H \,.\, \mathfrak{G}' \,.\, d \,.\, d_x,$$

quindi l'abbassamento del vertice è dato da

$$\delta = \mathfrak{G}' \,.\, d \,(A d_y - H d_x - \mathfrak{M}). \tag{3}$$

Per un arco circolare omogeneo di sezione costante, di cui sia r il raggio dell'asse geometrico, e ρ il raggio d'inerzia della sezione trasversale rispetto all'asse di flessione, le distanze d, d_x e d_y, ed i momenti $\mathbf{J}_x$ e $\mathbf{J}_{xy}$ sono facilmente calcolabili.

Infatti colle indicazioni della fig. 3 e notando che, per essere l'arco omogeneo e di sezione costante, il peso elastico elementare è proporzionale all'elemento ds di arco, e quindi il baricentro elastico del semiarco coincide col centro di gravità del suo asse geometrico, si ha:

Fig. 3.

$$OG' = r \frac{r \operatorname{sen} \frac{\varphi_0}{2}}{r \frac{\varphi_0}{2}} = r \frac{\operatorname{sen} \frac{\varphi_0}{2}}{\frac{\varphi_0}{2}},$$

$$(4) \qquad d = GG' = OG' \operatorname{sen} \frac{\varphi_0}{2} = r \frac{\operatorname{sen}^2 \frac{\varphi_0}{2}}{\frac{\varphi_0}{2}},$$

$$d_y = YY' = \frac{\int_0^{\varphi_0} ds . r \operatorname{sen}\varphi . \left(r + \frac{\rho^2}{r}\right) \operatorname{sen}\varphi}{r\varphi_0 . r \frac{\operatorname{sen}^2 \frac{\varphi_0}{2}}{\frac{\varphi_0}{2}}} = r\left(1 + \frac{\rho^2}{r^2}\right) \frac{\int_0^{\varphi_0} \operatorname{sen}^2 \varphi d\varphi}{2 \operatorname{sen}^2 \frac{\varphi_0}{2}},$$

ossia

$$(5) \qquad d_y = r\left(1 + \frac{\rho^2}{r^2}\right) \frac{\frac{\varphi_0}{2} - \frac{\operatorname{sen} 2\varphi_0}{4}}{2 \operatorname{sen}^2 \frac{\varphi_0}{2}}.$$

Si ha poi

$$G'G'' = OG' \operatorname{sen}\left(90 - \frac{\varphi_0}{2}\right) = r \frac{\operatorname{sen} \frac{\varphi_0}{2} \cos \frac{\varphi_0}{2}}{\frac{\varphi_0}{2}} = r \frac{\operatorname{sen} \varphi_0}{\varphi_0},$$

$$YY'' = \frac{\int_0^{\varphi_0} ds . r \operatorname{sen}\varphi . \left(r + \frac{\rho^2}{r}\right) \cos\varphi}{r\varphi_0 . r \frac{\operatorname{sen}^2 \frac{\varphi_0}{2}}{\frac{\varphi_0}{2}}} = r\left(1 + \frac{\rho^2}{r^2}\right) \frac{\int_0^{\varphi_0} \operatorname{sen}\varphi \cos\varphi \, d\varphi}{2 \operatorname{sen}^2 \frac{\varphi_0}{2}},$$

ossia

$$YY'' = r\left(1 + \frac{\rho^2}{r^2}\right) \frac{\operatorname{sen}^2 \varphi_0}{4 \operatorname{sen}^2 \frac{\varphi_0}{2}},$$

e quindi

$$(6) \qquad d_x = G'G'' - YY'' = r\,\frac{\operatorname{sen}\varphi_0}{\varphi_0}\left[1 - \left(1 + \frac{\rho^2}{r^2}\right)\frac{\varphi_0 \operatorname{sen}\varphi_0}{2(1-\cos\varphi_0)}\right].$$

Inoltre, indicando con J il momento d'inerzia della sezione trasversale dell'arco rispetto all'asse di flessione, e con E il modulo di elasticità del materiale, si ha

$$\mathbf{J}_x = \frac{1}{EJ}\left(\int_0^{\varphi_0} ds \,.\, r\cos\varphi \,.\left(r + \frac{\rho^2}{r}\right)\cos\varphi - r\varphi_0\,\overline{G'G''}^2\right) =$$
$$= \frac{1}{EJ}\left[r^3\left(1 + \frac{\rho^2}{r^2}\right)\int_0^{\varphi_0}\cos^2\varphi\, d\varphi \qquad - r\varphi_0\,\overline{G'G''}^2\right],$$

ossia

$$(7) \qquad \mathbf{J}_x = \frac{1}{EJ}\left[r^3\left(1 + \frac{\rho^2}{r^2}\right)\left(\frac{\operatorname{sen} 2\varphi_0}{4} + \frac{\varphi_0}{2}\right) - r\varphi_0\,\overline{G'G''}^2\right].$$

Si ha poi

$$(8) \qquad \mathbf{J}_{xy} = \frac{r\varphi_0}{EJ}\,\overline{GG'}\,(\overline{G'G''} - \overline{YY''}).$$

Ovvero, notando che

$$\varphi_0 = \frac{s}{2r}; \qquad \frac{\operatorname{sen} 2\varphi_0}{2} = \operatorname{sen}\varphi_0\cos\varphi_0 = l\,\frac{r-f}{2r^2}; \qquad 2\,\frac{\operatorname{sen}^2\varphi_0}{\varphi_0} = \frac{l^2}{rs};$$
$$\frac{\operatorname{sen}^2\frac{\varphi_0}{2}}{\frac{\varphi_0}{2}} = \frac{1-\cos\varphi_0}{\varphi_0} = \frac{2f}{s}; \qquad \operatorname{sen}\varphi_0 = \frac{l}{2r};$$

le (4), (5), (6), (7), (8) possono anche scriversi

$$d \;= \frac{2fr}{s},$$

$$d_x = \frac{rl}{s}\left[1 - \frac{ls}{8fr}\left(1 + \frac{\rho^2}{r^2}\right)\right],$$

$$d_y = \frac{sr}{4f}\left(1 - \frac{l}{s}\,\frac{r-f}{r}\right)\left(1 + \frac{\rho^2}{r^2}\right),$$

$$\mathbf{J}_x = \frac{lr^2}{4EJ}\left[\left(\frac{s}{l}+\frac{r-f}{r}\right)\left(1+\frac{\rho^2}{r^2}\right)-2\frac{l}{s}\right],$$

$$\mathbf{J}_{xy} = \frac{lfr^2}{EJs}\left[1-\frac{ls}{8fr}\left(1+\frac{\rho^2}{r^2}\right)\right].$$

Per un arco a tutto sesto queste formole divengono

$$d = \frac{2r}{\pi},$$

$$d_x = \frac{2r}{\pi}\left[1-\frac{\pi}{4}\left(1+\frac{\rho^2}{r^2}\right)\right],$$

$$d_y = \frac{\pi r}{4}\left(1+\frac{\rho^2}{r^2}\right),$$

$$\mathbf{J}_x = \frac{2r^3}{4EJ}\left[\frac{\pi}{2}\left(1+\frac{\rho^2}{r^2}\right)-\frac{4}{\pi}\right],$$

$$\mathbf{J}_{xy} = \frac{2r^3}{\pi EJ}\left[1-\frac{\pi}{4}\left(1+\frac{\rho^2}{r^2}\right)\right].$$

In tal caso la (1) diviene

$$H = P\frac{1-\frac{\pi}{4}\left(1+\frac{\rho^2}{r^2}\right)}{\frac{\pi^2}{4}\left(1+\frac{\rho^2}{r^2}\right)-2}$$

come si deduce anche dalla teoria ordinaria, e la (3) assume la forma

$$\delta = \frac{r^3}{EJ}\left[A\frac{\pi}{4}\left(1+\frac{\rho^2}{r^2}\right)-H\frac{2}{\pi}\left\{1-\frac{\pi}{4}\left(1+\frac{\rho^2}{r^2}\right)\right\}-\frac{\mathfrak{M}}{r}\right]$$

nella quale $A=\frac{P}{2}$, H ha l'espressione sopra indicata, ed $\mathfrak{M}=P\frac{r}{\pi}$.

Torino, dicembre 1917.

Un trasformatore dinamico per correnti alternate.

Nota IV di A. G. ROSSI.

1. Un caso singolare. — Il T. D. offre alla tensione applicata primaria una impedenza apparente, funzione della velocità del rotore, in generale prima decrescente poi crescente (*). Le sue componenti:

$$(1) \quad \begin{aligned} r_{1\kappa} &= r'_1 + K^2 [g'_2 (g'^2 - b'^2) - b'_2 \, 2b' g'] \\ \lambda_{1\kappa} &= \lambda'_1 - K^2 [b'_2 (g'^2 - b'^2) + g'_2 \, 2b' g'] , \end{aligned}$$

sono funzioni della velocità u, ($K = \kappa \mu u$), crescenti oppure decrescenti (fig. 1), i fattori in K^2 potendo essere $\gtreqless 0$ a seconda

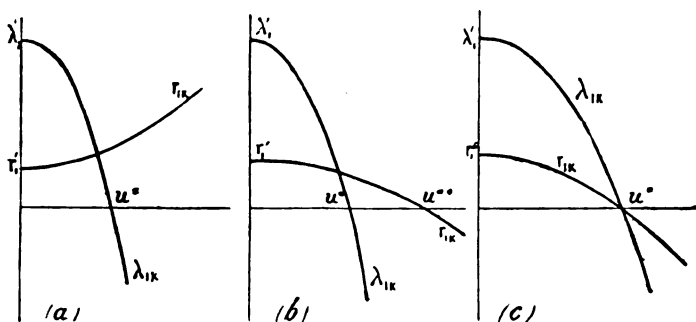



Fig. 1.

degli elementi d'ammettenza g'_2, b'_2 del circuito secondario e g', b' del rotore. Introducendo il rapporto di trasformazione delle tensioni $E_2/V_1 = \mathrm{P} = K y' y'_1$, le (1) possono scriversi:

$$(2) \quad \begin{aligned} r_{1\kappa} &= z'_1 [\cos \alpha'_1 + \mathrm{P}^2 z'_1 y'_2 \cos (\alpha'_2 + 2\alpha')] \\ \lambda_{1\kappa} &= z'_1 [\operatorname{sen} \alpha'_1 - \mathrm{P}^2 z'_1 y'_2 \operatorname{sen} (\alpha'_2 + 2\alpha')] , \end{aligned}$$

(*) " Atti della R. Accad. delle Scienze ". Note I e II, vol. 51, 1915-16; Nota III, vol. 52, 1916-17.

ove $\alpha'_1 = \text{arc tg}\, \lambda'_1/r'_1$, $\alpha'_2 = \text{arc tg}\, \lambda'_2/r'_2$, sono i ritardi statici primario e secondario, ed $\alpha' = \text{arc tg}\, \lambda'/r'$ è il ritardo delle correnti dinamicamente indotte nel rotore rispetto alle correnti induttrici di statore (ritardo dinamico nel rotore). L'impedenza primaria è:

$$(3)\quad \begin{aligned} z_{1K} &= \sqrt{z_1'^2 + K^4 y'^4 y_2'^2 - 2K^2 y'^4 y_2'^2 [\Lambda_{12}^2 2\lambda' r' - R_{12}^2 (r'^2 - \lambda'^2)]} \\ &= z'_1 \sqrt{1 + \mathrm{P}^4 z_1'^2 y_2'^2 + 2\mathrm{P}^2 z'_1 y'_2 \cos(\alpha'_1 + \alpha'_2 + 2\alpha')}. \end{aligned}$$

Ove le condizioni del circuito secondario si mantengano entro i limiti assegnati dalle relazioni

$$\frac{g'^2 - b'^2}{2b'g'} < \frac{b'_2}{g'_2} < -\frac{2b'g'}{g'^2 - b'^2} \qquad \text{ossia:} \qquad \alpha'_2 + 2\alpha' \mathop{\lessgtr}_{\pi}^{\pi/2} (2h \pm 1),$$

tanto la resistenza apparente r_{1K} come la reattanza apparente λ_{1K} sono funzioni continuamente decrescenti della velocità (fig. 1 *b*). In ogni caso, l'impedenza apparente, (3), passa per un minimo, ad una certa velocità. *Può questo minimo essere nullo?*

In generale, z_{1K} si annulla per la velocità immaginaria corrispondente a

$$K^2 = (\lambda' \pm jr')^2 (R_{12}^2 \mp j\Lambda_{12}^2),$$

la quale diviene reale se

$$(4)\quad R_{12}^2 2\lambda' r' + \Lambda_{12}^2 (r'^2 - \lambda'^2) = 0, \text{ ossia se: } \alpha'_1 + \alpha'_2 + 2\alpha' = \pi(2h \pm 1).$$

Allora: lo sfasamento primario, ritardo di I_1 su V_1,

$$\varphi_1 = \text{arc tg}\, \frac{\lambda_1'}{r_1'} - \text{arc tg}\, \frac{R^2_{12}\, 2b'g' + \Lambda^2_{12}(g'^2 - b'^2)}{\frac{z_1'^2\, z_2'^2}{K^2} - (\Lambda^2_{12}\, 2b'g' - R^2_{12}(g'^2 - b'^2))},$$

rimane costante col valore α'_1, invece di diminuire indefinitamente col crescere della velocità; e, tanto la corrente secondaria come la corrente primaria, raggiungono per una stessa velocità ($\kappa\mu\bar{u} = z' \sqrt{z'_1 z'_2}$) un massimo ∞.

In ciò nulla di assurdo, poichè ipoteticamente deve soppperire la sorgente alimentatrice " a tensione costante ". All'atto pratico, nessuna grandezza andrà all'infinito; tuttavia, la cor-

rente secondaria raggiungerà, per condizioni prossime alla (4), un massimo più notevole e la curva di amplificazione salirà dall'origine con maggior rapidità verso questo massimo.

Il caso singolare corrisponde all'evento che le due curve paraboliche (1) sieno *simili* (fig. 1 *c*), chè allora $r_{1\varkappa}$ e $\lambda_{1\varkappa}$ si annullano insieme per una stessa velocità. La (4) non è altro che la condizione di proporzionalità che deve perciò sussistere fra i coefficienti omologhi delle (1).

$$(4') \quad \frac{\lambda_1'}{r_1'} = -\frac{\lambda_2'(r'^2 - \lambda'^2) + r_2' 2\lambda' r'}{r_2'(r'^2 - \lambda'^2) - \lambda_2' 2\lambda' r'}, \text{ ossia: } \operatorname{tg}\alpha_1' = -\operatorname{tg}(\alpha_2' + 2\alpha').$$

La seconda delle (3) in tal caso si riduce a

$$(z_{1\varkappa}) = z_1' (1 - \mathsf{P}^2 z_1' y_2'),$$

che si annulla per la velocità $\bar{u}$ corrispondente a $\mathsf{P}^2 = z_2'/z_1'$.

Interessa considerare il caso particolare: $\lambda_2'/r_2' = \lambda_1'/r_1'$ (ossia: $\lambda_e/r_e = \lambda_1'/r_1'$, circuito secondario esterno con la stessa costante di tempo dell'apparecchio); oppure anche: $\lambda_2' = \lambda_1'$, $r_2' = r_1'$ (secondario in corto circuito o in parallelo con altro ramo in tensione). Allora la (4') diviene

$$(5) \qquad 2(r' r_1' - \lambda' \lambda_1')(r_1' \lambda' + r' \lambda_1') = 0,$$

condizione a soddisfarsi fra gli elementi costruttivi interni del T. D. (r_1, λ_1, μ, r, λ). La relazione angolare corrispondente è

$$(5') \qquad \alpha' + \alpha_1' = (2h \pm 1)\pi/2,$$

ciò che richiede: $r' r_1' - \lambda' \lambda_1' = 0$, ossia ultimamente:

$$\frac{\lambda\lambda_1 - \mu^2 - r r_1}{r\lambda_1 + r_1 \lambda} = \frac{\mu r}{\mu\lambda - z^2}.$$

Salvo le difficoltà pratiche per approssimarvisi, la relazione (5') non presenta alcuna impossibilità, poichè l'angolo α', ritardo dinamico nel rotore, $\alpha' = \operatorname{arc\,tg} \lambda/r + \operatorname{arc\,tg} \mu r/(z^2 - \mu\lambda)$, è funzione crescente di μ, la quale assume i valori

$\alpha = \operatorname{arc\,tg} \lambda/r$,	$\pi/2$,	2α,	$\alpha + \pi/2$,	π,	3α,	...
per: $\mu = 0$,	$= r/\operatorname{sen} 2\alpha$,	$= \lambda$,	$= z^2/\lambda$,	$= \lambda/-\cos 2\alpha$,	$= 2\lambda$,	...

e quindi, se μ sia abbastanza grande, α' può anche cadere fra il secondo e il terzo quadrante e sommato con α'_1 può dare i $3\pi/2$ richiesti dalla (5').

Il ritardo della forza elettromotrice secondaria E_2 sulla tensione primaria V_1 essendo poi $\alpha' + \alpha'_1 + \pi/2$, si vede che: *la (5') conduce le due tensioni ad essere in fase.*

L'impedenza primaria, per $z'_2 = z'_1$, diviene

$$z'_1 \sqrt{1 + \mathsf{P}^4 + 2\mathsf{P}^2 \cos 2(\alpha' + \alpha'_1)},$$

e, con la condizione (5'), si annulla per $\mathsf{P} = 1$ ossia $K = z' z'_1$.

2. Il T. D. in parallelo con un trasformatore statico. — Secondo lo schema della fig. 5, Nota II, supponiamo di congiungere in parallelo con i due statori del T. D. i due avvolgimenti di un trasformatore statico (T. S.) (che, per conservare simmetria, supporremo fra loro uguali), primario con primario, secondario con secondario.

Interessa conoscere il *rapporto di trasformazione delle tensioni* del sistema, ossia delle tensioni ai nodi secondari e primari.

L'importanza di questa inserzione si può prevedere se si ammette che la funzione principale del T. D. nel primario sia quella di avanzare la fase della corrente sulla tensione applicata, creando, col crescere della velocità, prima una componente reattiva poi una componente attiva, disponibili per il circuito primario esterno. Tali componenti possono ora venire assorbite dal primario del T. S. che gli è accoppiato. Se, in particolare, il primario del T. D. fornisse, ad una certa velocità, al primario del T. S. tutta la corrente oziosa di cui esso abbisogna, si avrebbe una specie di effetto di risonanza di corrente nel „ circuito „ dei due primari, quale si potrebbe ottenere con un condensatore determinato in derivazione sul primario del T. S. (*).

Sieno adunque: $\mathcal{I}_{01}$ e $\mathcal{I}_{02}$ le correnti negli avvolgimenti del T. S., d'impedenza originaria $\mathcal{Z}_0 = r_0 - j\lambda_0$, col fattore di induzione μ_0 costante; $\mathcal{I}_1$ e $\mathcal{I}_2$ le correnti negli avvolgimenti

(*) La trattazione del problema venne già accennata brevemente a termine della Nota II citata, e qui trova maggiore svolgimento.

del T. D., d'impedenza originaria $\mathcal{Z}'_1 = r'_1 - j\lambda'_1$; $\mathcal{J}_p$ la corrente totale primaria, o di linea, che porta la tensione $\mathcal{V}$ alla coppia di avvolgimenti primari derivati; $\mathcal{J}_e$ la corrente nel circuito secondario esterno, o di linea, d'impedenza $\mathcal{Z}_e = r_e - j\lambda_e$; $\mathcal{V}_e$ la tensione ai nodi secondari.

L'impedenza apparente di ciascun avvolgimento del T. S., in quanto costituisce un ramo derivato fra due nodi a tensione costante, è:

$$\mathcal{Z}'_0 = r'_0 - j\lambda'_0 = r_0 (1 + \mu_0^2 y_0^2) - j\lambda_0 (1 - \mu_0^2 y_0^2) = 1/\mathcal{Y}'_0;$$

e quindi, l'ammettenza apparente:

$$\mathcal{Y}'_0 = \frac{\mathcal{Y}_0}{1 + \mu_0^2 \mathcal{Y}_0^2} = g'_0 + jb'_0. \tag{6}$$

L'impedenza apparente di ciascun avvolgimento del T. D., a rotore in moto, è, secondo le (1),

$$\mathcal{Z}_{1K} = r_{1K} - j\lambda_{1K} = r'_1 + K^2 G'^3 - j(\lambda'_1 - K^2 B'^3) = 1/\mathcal{Y}_{1K},$$

ove:

$$G'^3 = g'_1 (g'^2 - b'^2) - b'_1 2b'g', \qquad B'^3 = b'_1 (g'^2 - b'^2) + g'_1 2b'g'.$$

Quindi, l'ammettenza apparente:

$$\mathcal{Y}_{1K} = \frac{\mathcal{Y}'_1}{1 + K^2 \mathcal{Y}'^2 \mathcal{Y}'^2_1}. \tag{7}$$

Le espressioni $\mu_0 \mathcal{Y}_0$ e $K \mathcal{Y}' \mathcal{Y}'_1$ rappresentano i rapporti di trasformazione complessi dei due trasformatori, i cui *moduli* sono:

$$\rho_0 = \mu_0 y_0 < 1; \qquad \mathrm{P} = K y' y'_1.$$

Si avranno le *equazioni del sistema*, scrivendo le espressioni delle cadute di tensione nelle impedenze dei quattro avvolgimenti.

Nei primari:

$$\mathcal{J}_1 \mathcal{Z}'_0 = \mathcal{V} - j\mu_0 \mathcal{Y}_0 \mathcal{V}_e, \qquad \mathcal{J}_1 \mathcal{Z}_{1K} = \mathcal{V} - jK\mathcal{Y}' \mathcal{Y}'_1 \mathcal{V}_e; \tag{8}$$

nei secondari:

$$\mathcal{J}_2 \mathcal{Z}'_0 = j\mu_0 \mathcal{Y}_0 \mathcal{V} - \mathcal{V}_e, \qquad \mathcal{J}_2 \mathcal{Z}_{1K} = jK\mathcal{Y}' \mathcal{Y}'_1 \mathcal{V} - \mathcal{V}_e. \tag{9}$$

Se ne possono ricavare le correnti esterne di linea:

$$\mathcal{I}_p = \mathcal{I}_{01} + \mathcal{I}_1, \qquad \mathcal{I}_e = \mathcal{I}_{02} + \mathcal{I}_2, \tag{10}$$

e la tensione secondaria:

$$\mathcal{V}_e = \mathcal{I}_e \mathcal{Z}_e = \mathcal{V} \frac{j\mu_0 \mathcal{Y}_0 \mathcal{Y}_0' + jK \mathcal{Y}' \mathcal{Y}_1' \mathcal{Y}_{1K}}{\mathcal{Y}_e + \mathcal{Y}_0' + \mathcal{Y}_{1K}}. \tag{11}$$

Il *rapporto di trasformazione delle tensioni a vuoto* si calcola con la (11), ponendovi uguale a zero l'ammettenza esterna $\mathcal{Y}_e = g_e + jb_e$.

Il calcolo si eseguisce nel modo più semplice, sostituendo la (7) e le abbreviazioni seguenti:

$$\begin{aligned}
&g_0 g_0' - b_0 b_0' = G_0^2, && g' g_1' - b' b_1' = G_1^2, && g_0' g_1' + b_0' b_1' = \sigma^2,\\
&g_0 b_0' + g_0' b_0 = B_0^2, && g' b_1' + b' g_1' = B_1^2, && g_0' b_1' - b_0' g_1' = \delta^2,\\
&G_0^4 + B_0^4 = y_0^2 y_0'^2. && G_1^4 + B_1^4 = y'^2 y_1'^2. && \sigma^4 + \delta^4 = y_0'^2 y_1'^2.
\end{aligned}$$

Si realizza così l'espressione, rapporto di due ammettenze:

$$\left(\frac{V_e}{V}\right)_0 = \sqrt{\frac{\mathsf{P}^4 \rho_0^2 y_0'^2 - 2\mu_0 K^3 \alpha + \mathsf{P}^2 \beta - 2\mu_0 K \gamma + \rho_0^2 y_0'^2}{\mathsf{P}^4 y_0'^2 + 2\mathsf{P}^2 \eta + (g_0' + g_1')^2 + (b_0' + b_1')^2}}, \tag{12}$$

ove:

$$\begin{aligned}
\alpha &= y'^2 y_1'^4 (b' B_0^2 - g' G_0^2),\\
\beta &= y_1'^2 + 2\,\frac{G_1^4 - B_1^4}{G_1^4 + B_1^4}\,\rho_0^2 y_0'^2,\\
\gamma &= B_0^2 [b'(b_1'^2 - g_1'^2) - g' 2 b_1' g_1'] + G_0^2 [g'(b_1'^2 - g_1'^2) + b' 2 b_1' g_1'],\\
\eta &= \frac{G_1^4 - B_1^4}{G_1^4 + B_1^4}(y_0'^2 + \sigma^2) + \frac{2 B_1^2 G_1^2}{G_1^4 + B_1^4}\,\delta^2.
\end{aligned}$$

Questo rapporto di trasformazione delle tensioni, dovuto al sistema dei due trasformatori in parallelo, per K (o P) crescente da zero, parte dal valore

$$\frac{\rho_0 y_0'}{\sqrt{y_0'^2 + y_1'^2 + 2\sigma^2}} < \rho_0 \tag{12$_0$}$$

con gradiente negativo se $\Upsilon > 0$, diminuisce fino ad un minimo, poi risale verso un massimo maggiore della unità, ed in seguito decresce assintoticamente (fig. 2, curva punteggiata).

Il minimo iniziale della funzione (12) può scomparire, vantaggiosamente per lo scopo richiesto al sistema, allorchè il gradiente all' origine divenga positivo. Per ciò richiedesi: $\Upsilon \gtrless 0$. E senza perdere i suoi caratteri generali, la (12) si semplifica, se abbiasi: $-\alpha = y'^2 y_1'^2 \Upsilon$, chè allora i due termini in K^3 e K si conglobano in uno solo: $-2\mu_0 y' y_1' \mathrm{P}(\mathrm{P}^2 - 1)(\lambda' B_0^2 - r' G_0^2)$.

Fig. 2.

La condizione per questo è semplicemente:

$$(12^*)_1 \qquad \frac{B_0^2}{G_0^2} = \frac{b_1'}{g_1'}, \qquad \text{ovverosia:} \qquad \frac{2\lambda_0 r_0}{r_0^2 - (\lambda_0^2 - \mu_0^2)} = \frac{\lambda_1'}{r_1'},$$

e potrà effettuarsi se il T. S. sia a riluttanza o a dispersione variabile. Notisi che la $(12^*)_1$ può anche scriversi: $b_0/g_0 = \delta^2/\sigma^2$, *e quindi esclude* $\delta^2 \gtrless 0$ (v. più innanzi).

Il caso ottimo si avrà infine se sieno nulli entrambi i coefficienti di K^3 e di K, ciò che conduce alle condizioni:

$$(12^*)_{1.2} \qquad \frac{2\lambda_0 r_0}{r_0^2 - \lambda_0^2 + \mu_0^2} = \frac{\lambda_1'}{r_1'} = \frac{r'}{\lambda'}.$$

La seconda ($G_1^2 = 0$) non è altro che la (5').

Supponendo dunque realizzate queste due condizioni, la (12) si riduce alla forma (rapporto di due ammettenze normali):

$$(13) \qquad \mathrm{P}_v^* = \sqrt{\frac{\rho_0^2 y_0'^2 (1 - \mathrm{P}^2)^2 + y_1'^2 \mathrm{P}^2}{[g_1' + g_0'(1 - \mathrm{P}^2)]^2 + [b_1' + b_0'(1 - \mathrm{P}^2)]^2}},$$

che può anche scriversi:

$$(13)' \qquad \mathrm{P}_v^* = \sqrt{\frac{\rho_0^2 y_0'^2 (\mathrm{P}^2 - 1)^2 + y_1'^2 (\mathrm{P}^2 - 1) + y_1'^2}{y_0'^2 (\mathrm{P}^2 - 1)^2 - 2\sigma^2 (\mathrm{P}^2 - 1) + y_1'^2}}.$$

Questa funzione, con P crescente, parte dal valore $(12)_0$ con gradiente nullo e assume tosto un andamento crescente. Passa per il valore 1 avviandosi rapidamente ad un massimo acuto, dopo di che diminuisce ripassando per l'unità e tendendo assintoticamente al valore $\rho_0 > (12)_0$; (fig. 2).

Le ascisse di $\mathsf{P}_r{}^* = 1$ son date da:

$$\mathsf{P}^2 = 1 + \frac{y_1'^2 + 2\sigma^2}{2 y_0'^2 (1 - \rho_0^2)} (1 \mp 1),$$

e cioè sono:

$$K' = z' z_1', \qquad K'' = z' z_1' \sqrt{\frac{(g_0' + g_1')^2 + (b_0' + b_1')^2 - \rho_0^2 y_0'^2}{y_0'^2 (1 - \rho_0^2)}}.$$

Intermediariamente a questi valori *uno*, la funzione $\mathsf{P}_r{}^*$ raggiunge un massimo. Uguagliando a zero la derivata della (13′), presa rispetto a $\mathsf{P}^2 - 1 = X^2$, si ha l'equazione

$$X^4 y_0'^2 (y_1'^2 + 2\rho_0^2 \sigma^2) + 2 X^2 y_0'^2 y_1'^2 (1 - \rho_0^2) - y_1'^2 (y_1'^2 + 2\sigma^2) = 0,$$

la cui radice maggiore, sempre positiva, sostituita in (13′) dà per l'espressione del massimo:

$$(14) \qquad \mathsf{P}_r{}^*{}_{max} =$$

$$= \frac{y_0' y_1'}{\delta^2 \sqrt{2}} \sqrt{1 + \rho_0^2 + \frac{\sigma^2}{y_0'^2} + \sqrt{\left(1 + \rho_0^2 + \frac{\sigma^2}{y_0'^2}\right)^2 + \frac{\delta^4}{y_0'^2 y_1'^2}\left(\frac{y_1'^2}{y_0'^2} - 4\rho_0^2\right)}}.$$

L'ascissa K''' (fig. 2) di questo massimo è più prossima a K' che a K''. L'esame della derivata seconda della (13′) mostra che i due rami della curva, prima e dopo il massimo, sono estesamente convessi verso l'asse delle ascisse. La $\mathsf{P}_r{}^*$ avrebbe quindi tutti i caratteri di una curva *teorica* di risonanza, salvo il massimo a ∞; questo è trattenuto a un valore finito per la condizione stessa $(12^*)_1$ che esige sia: $\delta^2 > 0$, ($b_1'/g_1' > b_0'/g_0'$: la costante di tempo del T. D. maggiore di quella del T. S.).

Che si tratti tuttavia di un caso *analogo* a quello della risonanza ottenibile con un condensatore, è dimostrato dal fatto che la sopraelevazione della tensione secondaria V_s è accompagnata dalla graduale scomparsa della corrente di magnetizzazione o componente reattiva della corrente totale I_p che porta

la tensione V ai nodi primari; onde si può ritenere che essa venga fornita dal T. D.

Infatti: l'espressione simbolica di tale corrente, (10, 1[a]),

$$(15)\qquad \mathcal{J}_p = \mathcal{V}\frac{\mathcal{Y}_0\mathcal{Y}_0' + \mathcal{Y}_1'\mathcal{Y}_{1\varkappa} + 2\mathcal{Y}_0'\mathcal{Y}_{1\varkappa}(1+\mu_0\mathcal{Y}_0 \,.\, K\mathcal{Y}'\mathcal{Y}_1')}{\mathcal{Y}_0' + \mathcal{Y}_{1\varkappa}}$$

posta sotto la forma canonica

$$\mathcal{J}_p = \mathcal{V}\frac{\Gamma^2 + j\mathrm{B}^2}{G + jB} = \mathcal{V}(g_p + jb_p),$$

fornisce la condizione affinchè essa si riduca alla sola componente attiva $\mathcal{V}g_p$:

$$(16)\qquad b_p = \frac{\mathrm{B}^2 G - \Gamma^2 B}{G^2 + B^2} = 0\,.$$

Con l'uso della (7) e delle abbreviazioni precedenti, se ne ritrae una equazione del 4° completa in $\mathsf{P} = Ky'y_1'$ (*), la quale con l'introduzione delle condizioni $(12^*)_{1,2}$ si riduce alla forma:

$$(17)\qquad \begin{aligned} &\mathsf{P}^4 b_0 y_0'^2 - \mathsf{P}^2(2b_0y_0'^2 + (b_1' + 2b_0')\sigma^2 + (g_1' + 2g_0')\delta^2) + \\ &+ 2\mu_0\mathsf{P}^3(\delta^2 B_0^2 - \sigma^2 G_0^2) - 2\mu_0\mathsf{P}(\delta^2 B_0^2 - (\sigma^2 + y_1'^2)G_0^2) + \\ &+ b_0 y_0'^2 + (b_1' + 2b_0')(\sigma^2 + y_1'^2) + (g_1' + 2g_0')\delta^2 = 0\,. \end{aligned}$$

Ora è sufficiente per noi il riconoscere che b_p cambia di segno in un certo campo di variazione della velocità (o di P) e che questo campo è quello medesimo ove culmina l'elevazione della tensione secondaria.

L'espressione di b_p è il rapporto fra il polinomio (17) e $(G^2 + B^2)$ che è il denominatore stesso della (13).

Sostituendovi i due valori di P che corrispondono a $\mathsf{P}_r{}^* = 1$, si verifica che per la prima ascissa ($\mathsf{P}' = 1$) si ha $b_p > 0$; e per la seconda ascissa, $b_p < 0$. Vuol dire che nel campo intermedio esisterà un valore di P reale e positivo che soddisfa la (17), ossia una certa velocità per la quale il " circuito " dei due avvolgimenti primari è percorso dalla stessa corrente reattiva, sopperita dal T. D.

(*) L'equazione del 10° annunciata a termine della Nota II citata, per questo stesso problema, proveniva da un fattore inutile del 6°, erroneamente introdottosi durante gli sviluppi.

Per $P' = 1$ si trova:

$$(b_p)' = b'_1 + 2b'_0 + 2\mu_0 y_0^2 y_0'^2 (r_0^2 - (\lambda_0^2 - \mu_0^2)),$$

grandezza positiva. La corrente I_p è ancora in ritardo di fase sulla tensione V. E per:

$$P''^2 = 1 + \frac{y_1'^2 + 2\sigma^2}{y_0'^2 (1 - \rho_0^2)} = \frac{(g_1' + g_0')^2 + (b_1' + b_0')^2 - \rho_0^2 y_0'^2}{y_0'^2 (1 - \rho_0^2)},$$

si trova:

$$(b_p)'' = \frac{b_0 - A[b_1' + 2b_0' + 2\mu_0 G_0^2 P''] - \Delta[g_1' + 2g_0' - 2\mu_0 B_0^2 P'']}{[1 - \Sigma]^2 + \Delta^2},$$

ove:

$$A = \frac{1 - \rho_0^2}{(y_1'^2 + 2\sigma^2)^2} \left[\sigma^4 \left(1 + \rho_0^2 + \frac{y_1'^2}{\sigma^2}\right) - \delta^4 (1 - \rho_0^2)\right] > 0,$$

$$\Delta = \frac{\delta^2 (1 - \rho_0^2)}{y_1'^2 + 2\sigma^2} = \frac{(g_0' b_1' - g_1' b_0')(1 - \rho_0^2)}{g_1'(g_1' + 2g_0') + b_1'(b_1' + 2b_0')} > 0,$$

$$\Sigma = \frac{\sigma^2 (1 - \rho_0^2)}{y_1'^2 + 2\sigma^2}. \qquad (\Sigma^2 + \Delta^2 = \Sigma - A; \quad A > \Delta).$$

La grandezza $(b_p)''$ è dunque francamente negativa. La compensazione della componente reattiva dei due primari è ora in eccesso e la corrente I_p è in avanzo di fase sulla tensione V. Fra P' e P'' giace quindi la radice reale positiva della (17) che interessa il nostro problema; essa *non* ha precisamente il valore che corrisponde al massimo della tensione secondaria, ma la supera alquanto (fig. 2).

Rimane adunque dimostrato che, in determinate condizioni, un T. D. in parallelo con un T. S. è capace di elevare il suo fattore di potenza, innalzando la tensione (e quindi la corrente) secondaria. Ed è evidente che debbano necessariamente richiedersi certe relazioni condizionali costruttive fra i due apparecchi da farsi funzionare in parallelo nel modo anzidetto, sia fra grandezze assolute, sia di rapporti, se si vuole che *gli effetti si sommino con una legge semplice.*

L'Accademico Segretario
CARLO FABRIZIO PARONA

CLASSE
DI
SCIENZE MORALI, STORICHE E FILOLOGICHE

Adunanza del 28 Dicembre 1917.

PRESIDENZA DEL SOCIO ANZIANO GAETANO DE SANCTIS

Sono presenti i Soci Sforza, Einaudi, Baudi di Vesme, Schiaparelli, Patetta, Vidari, Prato, Cian, Valmaggi, e Stampini Segretario della Classe. Assiste all'adunanza il Socio corrispondente Alessandro Luzio.

È scusata l'assenza del Vicepresidente Chironi, di S. E. Boselli, Direttore della Classe, e dei Soci Ruffini e Brondi.

Si legge e si approva l'atto verbale dell'adunanza del 9 corr.

Il Presidente fa dar lettura delle lettere ministeriali dei giorni 8 e 12 corr., in cui è comunicata la risoluzione " di sopprimere temporaneamente " la parte non ufficiale del Bollettino del Ministero della Pubblica Istruzione, e perciò la pubblicazione degli Atti verbali dell'Accademia.

L'Accademico Segretario Stampini presenta, in primo luogo, la monografia del Socio Sforza, *Muǵâhid (Il Re Mugetto de' cronisti italiani) e la sua scorreria contro la città di Luni. Nuovi studi* (Torino, Bona, 1917), rallegrandosi vivamente con l'autore. Il Presidente De Sanctis e il Socio Cian aggiungono altre parole di lode e congratulazione, cui si associa la Classe intera.

È poscia presentata dall'Accademico Segretario l'ampia monografia del Prof. E. Lugaro, estratta dalla " Rivista di Patologia nervosa e mentale „ (maggio 1916 - giugno 1917), *La Psichiatria tedesca nella storia e nell'attualità*. Oltre allo Stampini encomiano questa pubblicazione, rilevandone l'importanza dal punto di vista degli studi filosofici, i Soci Vidari e Cian. La Classe ringrazia.

Il Socio Stampini presenta, in fine, anche a nome del Comm. Ing. Edoardo Baravalle, un recente opuscolo *Per onorare Paolo Boselli*, edito in mirabile veste tipografica dalla Officina dell'Istituto Italiano d'arti grafiche di Bergamo, nel quale si contengono due iscrizioni di esso Stampini, una in lingua italiana e l'altra in lingua latina, a proposito del busto di bronzo di S. E. Boselli, donato al R. Politecnico di Torino da ammiratori ed amici del nostro illustre Collega. La Classe ringrazia.

Il Socio De Sanctis presenta per l'inserzione negli *Atti* la prima parte di una *Nota* del Socio corrispondente Alessandro Luzio, *I carteggi dell'Archivio Gonzaga riflettenti l'Inghilterra*.

Il Socio Valmaggi presenta pure per l'inserzione negli *Atti* una sua *Nota* dal titolo *Per l'epistolario del Parini*; presenta inoltre una *Nota* della Dottoressa Emma Jacopini, che sarà del pari pubblicata negli *Atti* ed è intitolata *Sulla dottrina grammaticale dell'ablativo assoluto*.

LETTURE

I carteggi dell'Archivio Gonzaga riflettenti l'Inghilterra.

Nota I del Socio corrispondente ALESSANDRO LUZIO.

Nell'imprendere la serie veneziana per la grande collezione del *Calendar of State Papers*, il Rawdon Brown, informato da Armand Baschet degli importanti carteggi gonzagheschi, che avrebbe potuto mettere a profitto, non credette necessario o non ebbe agio di recarsi personalmente a Mantova: e affidò la trascrizione de' documenti della rubrica E. XII. 1-4 (Affari d'Inghilterra e Scozia) alla Direzione dell'Archivio i. r. governativo.

Delle copie inviategli mostrò, a dir vero, subito, estrema diffidenza; nè mancarono rabbuffi officiali all'amanuense e a chi avrebbe dovuto controllare l'opera sua (1).

Ma in definitiva, dopo qualche revisione e riscontro supplementari, le copie furono accettate e adoperate: e bisogna francamente riconoscerlo, il contributo mantovano mal s'addice a una così insigne pubblicazione, di cui anche di recente fu giustamente esaltato il valore storico eccezionale (2).

A parte la pregiudiziale che la traduzione inglese àltera un po' sempre il carattere dell'originale, e il regesto non dà che sbiadita la fisonomia del documento genuino, il guaio peggiore provenne dalle trascrizioni non solo difettose, ma formicolanti di comici errori.

---

(1) In una lett. 14 luglio 1864 dell'I. R. Direzione dell'Archivio de' Frari è detto che il Rawdon Brown pagando le copie fece osservare " che " comunque certificate conformi all'originale dalla firma stessa del pre- " posto d'ufficio *non è poi tanto vero* che tali propriamente esse siano ".

(2) Cfr. Emilio Re, *Archivi inglesi* negli *Archivi italiani*, II, 17-30.

Strane trasformazioni si riscontrano ne' nomi: Tolomeo (Spagnuoli) segretario marchionale diventa un qualunque Bartolomeo; un *Servulus* si tramuta in J.[s] Nullus; Reg. Car.[lis] Polus in Secretarius Carolus Polus (1), per tacere delle confusioni tra Canneto e Canedole, Gazoldo e Gazzuolo, o delle date sbagliate (marzo per zugno).

Tutta la bellissima lettera dello Schifanoglia, descrivente la incoronazione solenne della Regina Elisabetta nel 1559 (2), è guastata da equivoci grossolani o da lacune che nell'originale non esistono affatto, mentre il traduttore afferma che i *blanks* dipendono dall'autografo. Tutt'altro: si legge benissimo; il copista per cavarsi d'impaccio asserì il falso; e l'editore inglese, che talvolta credette di sostituire la parola mancante, non è stato quasi mai fortunato nelle sue congetture. P. e. nell'esametro d'una iscrizione (degli archi trionfali) si legge chiaro:

Hi quos iungit idem, *solvit* quos annulus idem;

a quel *solvit* ommesso dal copista vien proposto di supplire con un " probably *vinclum* „ che non ha senso! Il pentametro

Justus adulantes donivorosque terit

fu mezzo lasciato in bianco come un *rebus*!

Essendo state eseguite le copie in un periodo, in cui il carteggio estero non era ancor munito degli indici del compianto Davari, mancò necessariamente al Rawdon Brown il meglio de' documenti inglesi di Mantova: e quelli stessi della serie E. XII gli pervennero incompleti. Celebre è la relazione del Litolfi (3) sull'Inghilterra del suo tempo (1557): tale da star a paragone con le migliori degli ambasciatori veneti. Ebbene il testo datone dal *Calendar* è frammentario: *Italian imperfect*, avverte il traduttore. Sarebbe invece stato facile rintracciar il seguito,

---

(1) *Calendar of State Papers and Manuscripts relating to english affairs... edited by* Rawdon Brown, London, 1864 (Serie *Venetian*, II, 162, 393, 412; VI, 1644).

(2) *Venetian*, VII, 11 sgg.

(3) *Venetian*, VI, 1668-73.

che era andato a finire fra altre lettere del Litolfi, in un carteggio di Fiandra, dell'istesso anno.

Quella relazione stupenda, inedita in fondo, merita perciò d'esser riprodotta come uno de' documenti più tipici della diplomazia mantovana, anzi italiana nel Cinquecento (1).

All'istesso modo varrebbe la pena di ripubblicare in miglior lezione tutti i dispacci dello Schifanoglia, che era molto apprezzato dagli ambasciatori veneziani, i quali ne leggevano volentieri, anzi ne sollecitavano, gli ingenui racconti (2). E in realtà son drammatiche le sue descrizioni di supplizi per causa di religione o d'alto tradimento, allora frequentissimi sotto un regime di terrore (3).

Se anche nel *Calendar* fossero stati pubblicati tutti e bene i carteggi della rubrica E. XII, essi non rappresenterebbero che

---

(1) *Documenti.*

(2) Lett. 23 genn. 1559 dello Schifanoia: " Il S.[r] Amb. di Venetia venuto novamente mi fece scrivere al secretario passato che qualche volta le volesse ragguagliare le cose di questo regno. V. S. sarà contenta darle la inclusa et scusare l'imperfettion mia, acciò l'amorevolezza del detto secretario alle volte non l'havesse persuaso molto più di quel ch'io vaglio, facendole fede ch'io non posso mancare a tutti i S.[ri] Vinetiani, havendo da loro ricevuto moltissimi favori... Et per capara se degnarà farle commune questa cianciata, che invero non ho potuto apena rescrivere per mandare a tempo con questo corrieri ".

(3) Lettera dello Schifanoglia 19 maggio 1566:

" Non mancano ancora di brusciare questi heretici del sacramento, havendone spediti venerdì doi: un vecchio di più di 70 anni che andava colle ferle et che volontariamente s'è ito ad accusarsi et pertinace è morto nel fuoco; et un cieco giovine ma molto perverso et hostinato nel suo malanimo.

" Sabbato poi brusciorno quatro donne, doe vechie et doe giovine che furno moglii delli già brusciati che scrissi a V. S. alli dì passati: quali vanno tanto allegramente alla morte, senza ligarli et senza altro sforzo che pare vadino a nozze "...

" Hoggi hanno fatto morire il capitano Stolton, della medesima maniera che furno il Fragmerton et Widal, cioè strascinati a coda di cavallo fin al luoco, et poi apiccati per un puoco, puoi tagliato il laccio squartati così vivi et monstrandoli il cuore. Brusciati l'interiora, fatti in quatro quarti sono messi in una caldara d'acqua bugliente et tagliate le teste poste sulle torri e sul ponte di Londra... ". Cfr. in E. XI. 3 un lungo dispaccio dello Schifanoglia del 1560, con inserto un proclama della Regina d'Inghilterra.

la menoma parte e non la più rilevante de' documenti mantovani sull'Inghilterra. Lo stesso Rawdon Brown avrebbe dovuto arguirlo da varie circostanze: p. e. dalla comunicazione che gli fu fatta col mezzo del Toderini, di molte lettere, tratte da varie corrispondenze interne ed estere, di Giovanni Acuto ed altri condottieri della sua risma. " The letters (egli scrive) by " english soldiers, which have *as yet* been discovered in these " Archives amount to 34... „ (1).

Come mai, dopo ciò, non far continuare le ricerche? Basta oggi una scorsa frettolosa alle corrispondenze sincrone per constatare che il materiale biografico su quel valentuomo di Sir John potrebbe raddoppiarsi con altre sue lettere non conosciute dal Toderini: e addirittura quadruplicarsi, ove si aggiungessero tutte le notizie che concernono le gesta del famigerato condottiero.

Pe' signori di Mantova lo spauracchio dell'Acuto e delle sue soldatesche era divenuto in certi momenti una vera ossessione: si seguiva con trepidazione ogni lor mossa anche quando eran lontane, perchè non si era mai sicuri che prima o poi non capitassero di nuovo a perpetrare saccheggi ed estorsioni. Quindi informazioni sull'Acuto e compagnia bella erano attinte per ogni dove: Brescia, Verona, Reggio, Ferrara, Parma, Guastalla, Correggio, Mirandola, Bologna, Firenze, Milano, Venezia... (2). Nelle *Minute,* nelle *Originali* de' Gonzaga il nome di Sir John ricorre sovente, con gli epiteti men lusinghieri. Nella corrispondenza miscellanea da Mantova del secolo XIV (busta 2388) trovate lettere di Adamo Sala " familiaris D.ni Jo. " Achut demorans in Gazolo „, " factor et negociorum gestor „. Era Gazzuolo *cremonese* (in una *Minuta* del 5 settembre 1384 lo si distingue bene dal mantovano) allora una proprietà per-

---

(1) *Venetian,* vol. I, prefazione, p. LXXVIII.

(2) P. e., sotto Brescia 1373, busta 1599, si trova una lettera dell'Acuto, che descrive la battaglia di Montechiari e la fuga del conte di Virtù [" Comes Virtutum et D.nus Anichinus de Bongardo savius consilium ca- " pientes fugam arripuerunt „]. Da Firenze, 30 maggio 1382, comunica i nuovi patti conclusi con quella Repubblica e con Siena. Importante una lettera 30 luglio 1375 da Reggio, di un Pietrobono Cambi, sull'Acuto; importantissime quelle del 1376 da Faenza, di Alberto Galluzzi.

sonale dell'Acuto: e non è poco divertente l'udire che quel *flagellum Dei* per tutti i paesi in cui passava co' suoi scherani osasse lagnarsi che " in suo Gazolo „ gli si danneggiassero i boschi e le peschiere e minacciasse punizioni esemplari!

Tenendo conto che tra' documenti inediti vi son lettere anche di *Johannes de Cingulo* segretario dell'Acuto e di parecchi suoi connestabili, non parrà esagerato concludere come il bel libro del Temple-Leader e Marcotti (1) sul britannico avventuriere potrebbe esser, non dico, rifatto da capo a fondo, ma per lo meno considerevolmente completato col materiale gonzaghesco, sfuggito al Rawdon Brown e a' suoi colleghi del *Calendar*.

I quali nella serie *Venetian* (2) hanno dato spesso copie di dispacci mantovani, estratti da' *Diari* del Sanudo. Era ovvio supporre che gli originali più corretti e completi (3) si trovassero a Mantova e facessero parte di corrispondenze, giovevoli sempre a consultare, perchè non tutte accessibili al diarista veneziano.

Come mai i compilatori del *Calendar* non si proposero questo elementare quesito? La loro diligenza sarebbe stata premiata con una ricchissima messe, che aspetta ancora di esser raccolta in tutti i carteggi dell'epoca della Riforma, segnatamente in quei di Fiandra, Francia, Corte Cesarea, Spagna, Venezia e nella corrispondenza particolare del cardinal Ercole.

---

(1) *Giovanni Acuto, Sir John Hawkwood, storia d'un condottiere*, per G. Temple-Leader e G. Marcotti, Firenze, 1889: gli autori si valsero delle lettere tradotte nel *Calendar* e pubblicate dall'Osio nei *D. diplomatici*, ma non istituirono nuove ricerche nell'Arch. Gonzaga.

(2) Vol. IV, 238, 264, 277, 280-81, 510-12.

(3) P. e., vol. IV, 272 vien data una lettera da Colonia 17 dic. 1530, che nell'originale ha quest'aggiunta *in cifra* sulle cause dell'arresto del Wolsey:

" La verità de la causa de la retentione del card. di Angliterra è che " li suoi emuli dubitando chel non ritornasse in favore hanno cercato con " tutti li modi *la sua ruina* col favore di quella inamorata del Re, la quale " ha hauto in dono dal p.to Re per docento milia scudi de le robbe del " p.to Car.le la sua totale ruina. La coperta è che sono state intercette " littere chel scriveva in Franza et per il vero le littere non sono se non " di supplicare il Re di Franza che impetri la gratia del Re di Angliterra " per lui „.

Stretto da grande famigliarità col card. Polo, e beneviso a Giacomo V re di Scozia (1), Ercole seguiva con febbrile attenzione gli avvenimenti di cui l'Inghilterra era teatro per effetto della rivoluzione protestante. Ecclesiastico, dava in ciò naturalmente l'esempio alla madre, Isabella, e al fratello Duca Federico, che sul divorzio di Arrigo VIII da Caterina d'Aragona e sulle amanti destinate a succederle leggevano avidamente i bellissimi dispacci parigini di Lodovico da Bagno (gennaio-febbraio 1529) o quelli del Bobba, descrivente pur da Parigi la rappresentazione ordinata dal Re d'Inghilterra per sommergere almeno in effigie (4 giugno 1539) in fondo al mare il Papa con tutto il Sacro Collegio. Un'importantissima nota della Cancelleria Mantovana (17 novembre 1530) andata a finire ne' carteggi di Sebastiano Fanzino ambasciatore in Corte Cesarea ci apprende che Arrigo VIII aveva cercato di scritturare de' giuristi mantovani per un parere collettivo, favorevole alla sua tesi del ripudio: e che il Duca Federico avutone sentore colmò di severi rabbuffi i firmatari, ordinando *ipso facto* che ritirassero la loro adesione ad analogo " consiglio fatto in Padoa ", distruggendo gli appostivi suggelli.

Non può dunque sorprendere se percorrendo la corrispondenza particolare del card. Ercole e specialmente le filze 1925-1930 spesseggino le lettere, dirette o di seconda mano, da Londra. Sono non di rado documenti di capitale interesse: in quanto ci informano di sedute del Parlamento, di feste straordinarie (come l'entrata del card. Polo a Londra); o dànno le cause riposte di decisioni ancor oggi discusse, p. e. la revoca dello stesso card. Polo da Legato d'Inghilterra; o contengono la versione officiale, che premeva di accreditare, sulla perdita di Calais, per sbugiardare le millanterie francesi, e attribuire la loro vittoria a defezione del presidio!... (2).

---

(1) Cfr. nella busta 1905 una lettera del 23 aprile 1536 con bellissimo suggello. " Jacobus dei gratia Scotorum rex R.mo Patri Cardinali a Mantua " consanguineo car.mo ", si professa gratissimo " de tua in nos fide et be- " nevolentia ", procedente " ex sanguinis necessitudine qui nobis est com- " munis ".

(2) Provengono forse dal carteggio d'Ercole due docc. " delli successi " d'Inghilterra ", posti in E. XIV. 4 con la data del 1554. Cfr. inoltre nella

Il carteggio di Venezia eccelle anche maggiormente per ampiezza di informazioni inglesi. Esse erano attinte: o da dispacci che la Pignoria riceveva e comunicava per quello scambio reciproco di notizie, di cui l'uso era invalso tra gli Stati e le Cancellerie d'Italia; o direttamente dalla fonte più autorevole, l'ambasciatore britannico a Venezia.

I rapporti dell'ambasciata inglese erano già de' più confidenziali con l'orator mantovano Malatesta (1): ma il suo successore, Benedetto Agnello, gentiluomo d'antico lignaggio, che per più di 25 anni rappresentò i Gonzaga presso la Serenissima, seppe guadagnarsi incondizionata fiducia dal collega britannico. Ne' suoi dispacci abbondano peregrine notizie, documenti riservati, favoritigli o dalla Signoria o dall'ambasciatore d'Inghilterra. Gioverà darne un piccolo elenco per saggio:

1531, 9-23 gennaio: notizie sulla morte del Wolsey; copia della lettera di Enrico VIII al Papa " circa la cosa del divortio... " littera molto elegante et sententiosa ";

1531, 12 gennaio: Cedola (in traduzione spagnola) che il

---

busta 1925: tre lettere da Londra del vescovo di Nola; ed una adespota sull'arrivo del card. Polo, nel 1554. — Busta 1926: " articoli de la Ser.ma " Regina a li Vescovi et officiali de lo spirituale dati nel mese di marzo " 1554 "; " per lettere di Londra, di XIII, XV, XVI, XVII aprile 1554 ". — Busta 1927: tre lettere di Filippo II da Londra; una di Federico Gazino sulle decisioni del Parlamento; un'altra, decifrata, di Ferrante Gonzaga, 9 aprile 1555, che parlò " molto allungo sopra le cose del Papato " con la Regina Maria, discutendo i migliori papabili ad uno ad uno. — Busta 1929: copia della lettera della Regina Maria a Paolo III sulla revoca del Polo, e di altra del P. Guglielmo Peytio, che designato a successore rinunzia (20, 24 luglio 1557); lett. da " Vasmestre " del Litolfi. — Busta 1930: lettera 19 genn. 1558 di Re Filippo II sulla perdita di Calais. — Nel 1544 Ferrante Gonzaga era già stato una prima volta a Londra: parlò con Enrico VIII, n'ebbe doni e carezze, ma deplorava l'impossibilità di " farlo " tornar a la buona strada ".

(1) Cfr. dispacci da Venezia del 1524; il 29 febbraio manda il " sum" mario d'una lettera del Re Anglico al Papa ": e riferisce spesso colloqui con l'oratore inglese Paceo. Il 4 marzo 1526 scrive:

" Mons. Legato et l'ambasciatore de Inghilterra me hanno sforzato a " darli copia delli avisi de Spagna de m. Suardino, de quelli che se ponno " dir publicamente et io li ho compiaciuti, persuadendomi far apiacer " alla E. V. ".

Re d'Inghilterra " ha fatto attaccare per tutti li lochi publici " del suo regno sopra la cosa del divortio „.

1533, 23 gennaio: fidanzamento segreto di Maria Tudor col re di Scozia.

1547, 19 gennaio, 5 marzo, 14 aprile: sulla malattia, la morte e i funerali di Re Enrico VIII; " copia di una lettera " all'ambasciatore d'Inghilterra „, o alla Signoria. La statua del defunto " formata di stucco per mano d'uno italiano detto il " Modona „ era " vestita et ornata alla reale, con la corona " medesima in testa con la quale fu coronata 28 anni sono et " giaceva sopra la cassa dove era rinchiuso il cadavere „.

1547, 8 agosto: manda " alcuni avisi di Alemagna havuti " da l'ambassator d'Angliterra „. — 2 ottobre: " Bando d'An- " glesi fatto in Scotia: Edoardo Duca di Somerset „, ecc.

Il *Calendar*, serie *Venetian*, vol. V, dà molti documenti su Lodovico dell'Armi, condottiero stipendiato dal Re d'Inghilterra, e giustiziato per omicidio dalla Serenissima: su' dispacci dell'Agnello si potrebbe ricostruire parimenti il costui processo, i vani sforzi fatti dal fratello per salvarlo, ecc. Il Dall'Armi era intimo della corte di Mantova e del card. Ercole, a cui si permetteva indirizzare lettere sboccate, invereconde!

Anche nel 1548 continuano le informazioni attinte dall'ambasciata inglese: lett. 4-11 agosto sulle cose di Scozia. Frequentissimi gli avvisi britannici nel 1554:

17 febbraio, due inserti: " per lettere di Londra delli " 29 di gennaio al sig. ambassatore d'Inghilterra a Vinegia „; " per lettere di 3 di febraio dall'ambassatore d'Inghilterra alla " Corte Cesarea „;

23 febbraio, un inserto " per lettere dell'ambassatore d'In- " ghilterra delli 13 febbraio dalla Corte Cesarea „, e la lista de' ribelli imprigionati;

27 febbraio, inserto con una relazione spagnuola su' tumulti di Londra;

28 febbraio, comunicazioni confidenziali dell'ambasciatore inglese che teme una " tragedia per Sua M^ta^ „.

7 marzo, inserto con " lettere dell'ill.^mo^ Consiglio della " Ser.^ma^ Regina d'Inghilterra „ annunciante la vittoria su' ribelli;

14 marzo, altre confidenze dell'ambasciatore britannico sulla

congiura fatta " per amazzare il Principe di Spagna „; ed " estratto di quanto l'ambasciatore di questi signori residente " presso quella S.ma Regina ha scritto da Londra „;

14 aprile, altre lettere dell'ambasciatore veneziano in Inghilterra, sull'arresto di " M.ma Elisabeth „ e il timore che le facessero " tagliar la testa „;

16 maggio, copia " della lettera scritta dalla Ser.ma Regina " d'Inghilterra al Papa „ sulle sedi vescovili vacanti.

1555, 3 gennaio: colloquio con l'ambasciatore d'Inghilterra e lunga lettera acclusa su' " progressi del card. Polo „ reduce in patria...

La stessa intimità continuò con molti de' successori dell'Agnello (1): Nelli, Tridapale, Cesare Gonzaga (quest'ultimo, del resto, destinato a seguire la sfortunata impresa d'Algeri, nel 1541. si mostrava già allora amicissimo del rappresentante inglese, di cui spesso, in lettere da Genova, riferiva le confidenziali comunicazioni). Anche nel primo trentennio del Seicento rilevanti notizie d'Inghilterra fanno capolino qua e là nei dispacci mantovani da Venezia.

La fonte migliore però diventa allora la corrispondenza da Parigi: gli ambasciatori mantovani alla corte di Maria de' Medici, erano ammessi " nel circolo „ della Regina, cognata di Vincenzo I: ed informatissimi perciò degli intrighi parigini del Buckingam, degli avvenimenti di Londra (congiura delle polveri, ecc.).

La divisione de' carteggi gonzagheschi per provenienze reca naturalmente con sè che bisogni migrar dall'uno all'altro, a seconda delle epoche e delle situazioni politiche. Si vuole, p. e.,

---

(1) Disp. Nelli, 23 giugno 1556, l'ambasciatore inglese, invitatolo a desinare, gli parla d'una congiura scoperta; — disp. 1° dicembre del 1558 del Tridapale, che dipinge Maria Tudor gelosa di Elisabetta su cui Re Filippo cominciava a volger cupidi gli sguardi. Il Tridapale descrive a lungo (7 marzo 1559) gli esordi del Regno d'Elisabetta, in base a " lettere d'Inghilterra „; il 7 giugno 1561 accenna alle tenerezze di lei per Milord Robert. — Disp. 12 luglio 1567 di Cesare Gonzaga su Maria Stuarda e il " Conte Baduel „ (cfr. la mia *Galleria dei Gonzaga*, p. 65). — Arrigo Wotton manda a Vincenzo I, Venezia 22 aprile 1606, de' ritratti eseguiti da Odoardo Fialetti.

aver notizie sull'incontro famoso del 1520 tra Enrico VIII e Francesco I? Se ne avranno di copiosissime ne' carteggi francesi: perchè alle feste celebrate nel campo dei drappi d'oro assisteva l'orator Suardino, uno de' più acuti diplomatici mantovani; e delle sue lettere superanti il centinaio se ne conosce appena una mezza dozzina, col tramite malfido de' *Diari* del Sanudo o degli *State Papers* (1).

Si vuole aver ragguaglio sulla invincibile armata? Convien cercarli in Ispagna (E. XIV. 3) e nel Bollettino storico miscellaneo (E. LXI. 8), dove furon cacciati " avvisi „ d'ogni parte del globo.

La corrispondenza di maggior valore per la storia inglese è, forse, quella di Fiandra (E. XI. 3), in quanto là troviamo per il regno di Maria Tudor grossi inserti di notizie londinesi nei dispacci del residente Cavagliate (p. e. dicembre 1554, 17 febbraio 1555): e pacchi addirittura di lettere del Litolfi, l'autore della mirabile relazione dianzi citata.

Molti de' suoi dispacci son datati da Londra, e per non si sa quale distrazione lasciati nella rubrica fiamminga. Vi è in tutti da spigolare qualche ghiotta notizia su' personaggi cospicui che l'orator mantovano osservava da vicino col suo occhio profondamente scrutatore. Ne citerò due del 19 agosto, 14 settembre 1555 in cui segnala l'eventualità, molesta a' Gonzaga, che Emanuele Filiberto di Savoia sia nominato governatore d'Inghilterra e sposi la futura regina Elisabetta: e si compiace viceversa della possibilità che il Duca sia " ammazzato in Alemagna „ da nemici appostati per fargli la festa. In un dispaccio cifrato del 28 febbraio 1557 descrive il Litolfi un'ubbriacatura di Filippo II; in due, del 5-28 maggio 1557, fa il ritratto *d'après nature* della Regina, e manda ragguagli sulla rivolta tramata da Tommaso Stafford, nipote del card. Polo, che per la sua audace fellonia lasciò sul palco la testa. Il *Calendar* (2) ne dà un fuggevole cenno dell'ambasciatore veneziano: il Li-

(1) Sanudo, *Diari*, vol. XXIX, col. 235, dove qualche dispaccio del Suardino è riprodotto, ma con tagli ed errori; *State Papers*, *Venetian*, III, 21 sgg., dove tutti i dispacci (cinque su 115!) sono più che altro sunteggiati.

(2) *Venetian*, VI, 1026; cfr. *Documenti*.

tolfi narra tutto per lungo e per largo, riferendo nel testo latino anche de' discorsetti, colti dalle labbra della Sovrana.

I dispacci del giugno 1557 son pieni egualmente di grande interesse, per le informazioni che recano sulla guerra imminente tra Francia e Spagna-Inghilterra e per le confidenze attinte dall'ambasciatore del Cristianissimo: da cui il Litolfi apprese diffusamente i colloqui scambiati dal collega francese con la Regina e il card. Polo (1).

S'intende bene che, per le consuete " sorprese „ de' carteggi esteri, molte notizie che si penserebbe di dover trovare in Fiandra sono invece da rintracciare in Corte Cesarea: dove pure gli agenti mantovani tenevan fisso l'occhio sull'Inghilterra per riferire le versioni più autorevoli sugli eventi strani e paurosi, onde furon sconvolti il regno e il tempo di Enrico VIII, Maria Tudor, la grande Elisabetta. L'agente Musy ci darà, di sua certa scienza, vivacissima descrizione d'un vero alterco tra Carlo V e un ambasciatore inglese (2).

Fra altre sedi dell'Archivio che possono contenere documenti sull'Inghilterra basti accennare la B. XXXIII. 10, donde furon tratte quelle famose descrizioni del Chierigati sull'Irlanda e il pozzo di San Patrizio, tradotte e citate da scrittori inglesi non so quante volte (3).

---

(1) Del Polo si ha una lettera da Bruxelles, 5 sett. 1554, in cui celebra " la conformità degli animi „ tra Margherita Paleologa e la Regina Maria: lett. sfuggita, come tant'altri docc. mantovani, a MARTIN HAYLE, *Life of Reginald Pole*, London, 1910.

(2) Disp. 24 marzo 1551: fu una contestazione d'indole religiosa; l'ambasciatore inglese disse " presuntuosamente „ che la sua era la vera religione; e Carlo V, alterato, gridò: " levatemi dinanzi, temerario, mi vorreste attirare alla vostra heresia? „. — Nella stessa Corte Cesarea, in data 17 ottobre 1549, un Pacifico Ardito da Bruxelles (!) dà notizie di turbolenze inglesi.

(3) P. e., dalla CARTWRIGHT, *Isabella d'Este*, vol. II, 173 sgg. Fra le altre rubriche insospettate per un ricercatore di documenti inglesi citerò le *Originali* del 1469-70, dove s'incontrano lettere di Rodolfo Gonzaga, che mandato ad educarsi militarmente alla corte del Duca di Borgogna dava ragguaglio ai genitori anche di quanto apprendeva sulle turbolenze d'Inghilterra. In Parma 1555, 22 aprile, trovasi una lettera degli ambasciatori spediti a Roma dalla Regina Maria.

Ma con queste indicazioni è ben lontano dall'essere esaurito il tema delle relazioni storiche tra Mantova e Inghilterra: dacchè sino a qui furono esaminati più che altro i rapporti indiretti e resta a parlar de' diretti.

Prescindendo da ciò che riguarda l'infausta vendita della Galleria Gonzaga, su cui non è più il caso di ritornare dopo il mio grosso volume, v'è un bel manipolo di documenti non tutti utilizzati sulle officiosità e la corrispondenza politico-diplomatica de' Gonzaga co' Re d'Inghilterra.

Si risale a' primissimi tempi della Signoria mantovana: a lettere cortesi dirette dal Re d'Inghilterra (1) a Filippino Gonzaga per ringraziarlo delle sue accoglienze amabili al " Delfino „; abbiamo poi nel 1437 le concessioni fatte da Enrico VI a' Marchesi di Mantova di poter fregiare non solo se stessi, ma 50 gentiluomini a scelta, della divisa del sovrano britannico. Sono tre documenti (2) che da improvvido ordinamento furon divisi in

---

(1) In F. II. 8 tra le s. d. del 1300 v'ha una lett. di Ugo di Ginevra, signor di Varey, " in castro meo de Loetis XXVIII octobris „, che da parte del Re d'Inghilterra ringrazia per l'affezione che Filippino Gonzaga e Mastino della Scala " dum nuper fui Veronae cum D.no meo Dalphino „ manifestarono. " Et cum D. meus Rex per litteras suas vobis scribat, ipsas " vobis transmitto „.

(2) Vale la pena di produrre integralmente la seconda (la prima del 19 ottobre 1437, munita d'un magnifico suggello, fu già data nella *Galleria dei Gonzaga*, p. 63):

" Henricus Dei gracia Rex Anglie et Francie et dominus Hibernie " Inclite nobilitatis Principi Marchioni de Mantua amico nostro carissimo " salutem et sincere dileccionis continuum incrementum. Inclite nobilitatis " Princeps amice noster carissime. Dilectissimi Consiliarii nostri Johannis " Domini Le Scroopp nuper a partibus exteris vestra per dominia versus " regnum nostrum Anglie tendentis relacione suscepta quibus et quantis " apud vestram ac vassallorum et subditorum vestrorum humanitatis, ho" noris et benivolentie favoribus susceptus est, gracias ex corde sincerimo " vobis ex inde referimus, vestratibus nostras in partes fortassis adven" turis vices reciprocas corde benivolo impensuri. Verum, Inclite Princeps " amice noster precarissime, in eo vestre sincerime dileccionis zelo, quo " nostram liberatam collariam in tantum honorare studetis ut eam inter " vestrorum aliquos sicut ab eodem consiliario nostro didiscimus optatis " distribui, nostrum gratanter vestris votis adhibentes assensum ut inter " amicos, milites et alios generis nobilitate preclaros dicte liberate nostre " quinquagenas secundum cuiusque ipsorum gradum singulariter distribuere

tre rubriche, pur appartenendo allo stesso " oggetto ": buste 578, 384, 387!

Nel 1488 la Regina Elisabetta raccomanda un cavaliere inglese, profugo in Italia, e incita l'amico e " consanguineo " Signore di Mantova a compiangerla per le sventure in cui la avevan piombata, ultima superstite della casa di York, le tragedie della più sanguinosa guerra civile (1).

Col march. Francesco e Isabella d'Este la fama delle razze mantovane di cavalli da un lato, delle mode eleganti dall'altro, si propaga in Inghilterra: e lo scambio di doni — corsieri,

---

" possitis, Vobis per nostras patentes litteras quas exinde transmittimus " liberam tribuimus facultatem, precantes ut personam vestram honora- " bilem incolumitate votiva conservet Omnipotens tempora per longeva.

" Dat. sub privato sigillo nostro apud Palacium nostrum Westmona- " sterii ultimo die octobris anno regni nostri quinto decimo ".

La terza lettera è dell'arcivescovo di Colonia trasmissore della " divisa " britannica al march. Gian Francesco Gonzaga:

" Magnifice et potens D.ne amice carissime.

" Misit nobis novissime Serenissimus D. noster Henricus Anglie et " Francie Rex in quadam ladula conclusam livredam seu divisam regiam " vestre amicicie ulterius destinandam prout per latorem presentium man- " davimus M. V. deferri, eaque animo libenti effecimus, maiora quoque fac- " turos pro vestra amicicia, vestrisque amicis et subditis temporibus et " rerum vicissitudini oportunis, nos ex toto corde hilarique mente offe- " remus cupientes M. V. successibus gaudere votivis. Dat. Poppilstorp nostro " sub sigillo, feria secunda post dominicam misericordias D. [la seconda " domenica dopo Pasqua].

" T. Archiepiscopus Coloniensis
" Westfalie et Angarie Dux ".

(1) Il raccomandato è Roberto Cliston " miles iniqua fortuna vexatus, " dignus auxilio " (forse il Roberto inglese, di cui parla al Papa Lorenzo de' Medici nell'agosto 1488 in un documento degli *State Papers*, I, 172); andava a combattere contro i Turchi. Quanto a se stessa, la Regina mestamente dichiara:

" Calamitatem, miseriarumque nostrarum cumulum vobis aut ignotum " esse non dubitamus, cum tantus sit ut vel ad extremos orbis terrarum " populos jam divulgatum esse senciamus ".

La " consanguineità " coi Gonzaga derivava dalle costoro parentele germaniche, così numerose, pe' frequenti matrimoni *hinc inde*.

foggie, ritratti — dà luogo a corrispondenze gustose (1), spesso mal raffazzonate nelle traduzioni del *Calendar*.

Durante la guerra di Cambrai, il Re di Scozia, bramoso dell'ufficio di paciere, rivolge insistenti preghiere al marchese Francesco perchè lo secondi nelle sue trattative (2).

In Federico Gonzaga, capitano della Chiesa, vede Enrico VIII nel 1527 un possibile alleato contro Carlo V: e delle *avances* tentate dal card. Wolsey diedi già conto nel *Sacco di Roma* (3).

---

(1) Notevole, ad es., una lettera del cavallerizzo Zoan Ratto, Londra, 6 luglio 1514:

" La M.[ta] del Re... menomi a caza et gli era la Regina et la sorela... " Mi metea la M.[ta] Sua proprio alle poste dove doveva passare la salva- " ticina et me fece dare una balestra aciò che io mi potesse dare pia- " cere.. Mi ha menato a veder balare Sua M.[ta] cum sua sorela la princi- " pessa, quale è una bella bella fiola et è de etate de 15 anni et danzorno " insieme S. M.[ta] et la principessa et dopoi S. M. sonò de molti instru- " menti de mane sua p. et è homo virtuosissimo, ballò poi altri Duchi et " Cavaleri... ".

Del corsiere inviatogli Enrico VIII era felicissimo.

Il Re " veniva apresso a dicto cavalo tocandoli lo mostazo et gli fa- " seva careze ".

Il dono " bastarebe a uno Re non che a uno M.[se] di Mantua ".

Per la razza famosa dei cavalli de' Gonzaga il saggio di poche pagine del Cavriani (nella *Rassegna contemporanea* del 1909) potrebbe facilmente allargarsi a un superbo volume, per cui il materiale era stato già donato dal Davari al compianto conte sen. A. D'Arco (elenco degli *Studiosi* nel 1887). A' molti documenti citati dal Cavriani su spedizioni di cavalli s'aggiunga un'interessantissima lettera da Viterbo, 1° luglio 1528, di Gregorio Casale, ambasciatore di Enrico VIII, da cui era incaricato di " trovarli un paro " de barbari gran corridori... Mi commette che io debbia far capo a V. S. " perchè ha inteso che lei li ha in tutta excellentia... È vero che in In- " ghilterra si costuma molto tenere cavalli corridori di Scotia et giocano " di gran scommesse con essi. Ma detti cavalli sono di lena et corrono " cinque et sei miglia. Hora S. M.[tà] sarà intrata in questo desiderio di " voler cavalli della sorte che sono li barbari di V. E. li quali in fatti mi " paiono molto più veloci di quelli di Scotia " (cfr. in Monferrato, 6 luglio 1526, lett. d'un cavalcatore del Re d'Inghilterra). Per la dittatura esercitata da Isabella d'Este sulla moda contemporanea e per la probabile origine dell'espressione inglese *Mantua-makers* cfr. l'*Archivio storico lombardo*, vol. XV (1901), pag. 170.

(2) Cfr. cit. *Archivio*, vol. XVII (1912), p. 289.

(3) Cfr. cit. *Archivio*, vol. X (1908), p. 102.

Debbo soggiungere che abbiamo altresì la procura, munita di un bellissimo suggello intatto del Wolsey (1) per concludere l'accessione del marchese di Mantova alla lega contro l'imperatore. Il 7 dicembre " in camera cubiculari ill. et ex. D. Marchionis „ sottoscrivono i patti convenuti il card. De Grassis, l'oratore francese, il britannico (Gregorio Casale), lo sforzesco, alle cui firme Federico Gonzaga scarabocchia accanto la sua " gallinacea „. Ma immediatamente dopo dallo stesso notaio Odoardo Stivini, che ha rogato l'atto " internazionale „, fa redigere una protesta " quod ipse semper vult et intendit esse " fidelis vassallus Caesareae Maiestatis, nec aliquid unquam " volens faciet, per quod fidelitati debitae contraveniat; et " quidquid dicet aut faciet se adjungendo Ligae... id omne fa" ciet justo timore „.

Qual meraviglia? Eran le tortuosità politiche abituali dell'epoca: il piccolo Signore di Mantova credevasi in diritto di imitare l'esempio offerto da Enrico VIII, che dopo i convegni del 1520 col Re di Francia aveva firmato a Calais col suo rivale Carlo V degli accordi segreti, riconosciuti " perfidious „, dalla *Cambridge Modern History* (vol. II, p. 417).

Di Gregorio Casale e d'altri ambasciatori inglesi in Italia, son numerose le lettere nell'Arch. Gonzaga.

Le commendatizie per gentiluomini inglesi che visitavano Mantova, come un centro di coltura e d'arte, abbondano del pari (2): ma nulla può forse meglio deporre per l'ammirazione

(1) Nella busta 45: dove abbiam pure la prova curiosa degli espedienti machiavellici, a cui i principi italiani del Cinquecento ricorrevano, costretti a destreggiarsi tra potenti rivali.

(2) Per una commendatizia del 1519 cfr. la mia prefazione all'opera, del resto mediocre, di divulgazione di Christopher Hare, *Courts and Camps of the Italian Renaissance*, Londra, 1908. Il vescovo Gigli presenta al Marchese di Mantova un giovane inglese che vuol educarsi alla sua corte. Tra le lettere imperiali ve n'ha una del 13 maggio 1580 di Rodolfo II in raccomandazione di Tomas Arundelius. Per la contessa Arundel cfr. *Galleria*, p. 67. Superfluo ricordare il Crittonio e la sua tragica fine, illustrata dall'Intra (*Una pagina della giovinezza del Principe Vincenzo Gonzaga*, nell'*Archivio stor. ital.* del 1886), da Douglas Crichton (*The admirable Crichton*, Londra, 1909) e da me (*Galleria*, p. 66). Della grande fortuna del *Cortegiano* del Castiglione in Inghilterra non occorre parimenti far motto: è una pagina letteraria ormai pienamente assodata dagli storici nostri ed inglesi.

suscitata in Inghilterra dalla sontuosità de' Gonzaga, quanto il fatto che il Wolsey vagheggiasse d'aver per zecchiere di S. M. britannica un artista raccomandato da così splendidi mecenati (1).

Concludo: se non per uno de' monumentali volumi del *Calendar,* i carteggi mantovani offrono materiale per uno de' contributi più attraenti e più vivi, che si possano apportare alla storia inglese in uno de' suoi più foschi e truculenti periodi.

Senza in nulla voler detrarre alla pubblicazione gigantesca degli *State Papers*, parmi d'aver presentato esuberanti prove della necessità d'un supplemento ne' rispetti dell'Archivio Gonzaga. Lo studioso italiano che ami riparare la non lieve lacuna ha, da questi miei cenni, spianata a sufficienza la via.

---

(1) Disp. 15 maggio 1527 del Malatesta da Venezia: acclude una lettera 23 aprile da Londra, del vescovo Gambara, che dice come il Wolsey ammirato delle stupende monete gonzaghesche desidera " un bon et singular " mag.ro per far li stampi de tutte le monete " del suo Re!

Per l'epistolario del Parini.

Nota del Socio nazionale residente LUIGI VALMAGGI.

Tra le non molte lettere del Parini a noi note ve n'ha una di singolare importanza per la storia del *Giorno*: è quella diretta al libraio Colombani di Venezia, in data 10 settembre 1766, con proposte e condizioni circa una nuova edizione, " qualora l'opera fosse compiuta ". La lettera si legge in forma correttissima a pag. 153 e sg. delle Prose pariniane cosí diligentemente curate da Egidio Bellorini per gli Scrittori d'Italia del Laterza, volume secondo (Bari, 1915). Il Bellorini la dà per pubblicata la prima volta dal Cantú (*L'abate Parini e la Lombardia*, Milano, Gnocchi, 1854, p. 238, n. 18), e non ha torto, dacché questa è affermazione concorde dei predecessori, a cominciare dallo stesso Cantú. Ma non dovevo io dimenticare, e ancora di fresco (*Rivista d'Italia,* maggio 1916, p. 631; *Giornale storico della letteratura italiana*, vol. LXVIII, p. 212, n. 1), non dovevo, dico, non ricordare d'avere tra le mie schede l'appunto di altra stampa, venuta fuori piú di vent'anni innanzi a quella del Cantú. Il testo infatti vide la luce nelle *Lettere inedite d'illustri italiani pubblicate in occasione delle felici nozze Michiel-Zuccheri* a Venezia, presso l'Antonelli, nel 1833, per opera di P. Bigaglia, e con miglior lezione che quella del secondo editore, la quale il Bellorini, riscontrato daccapo l'originale (codice Marciano X, 19), accertò non essere sempre fedelissima. Ecco in prova le varianti, avvertendo che i numeri sono quelli delle pagine e delle righe nell'edizione Bellorini:

153, 2	BELLOR. e BIGAGLIA	*m'aveva scritto*	CANTÚ	*m'avea scritto*
„ 4	„ „	*del cognome*	„	*il cognome*
„ 6	„ „	*io ne ho quasi*	„	*io ho quasi*
„ „	„ „	*il pensiere*	„	*il pensiero*
„ 11 sg.	„ „	*participazione*	„	*partecipazione*
„ 20	„ „	*compiuta*	„	*compita*
154, 2	„ „	*uno zero*	„	*un zero.*

In compenso, e a tacere della punteggiatura, il Bigaglia errò di suo 153, 1 *io esibii* (per *esibii*) e 22 *Primavera* (per *primavera*).

Inezie. Ma " adde parvum parvo, magnus acervus erit „. Valga frattanto la raccolta del Bigaglia come testimonianza per la fortuna del poeta, che non fu ognora quale si potrebbe supporre. Pochi anni prima madame De Staël, che pur si mostra spesso bene informata delle cose nostre, non s'era peritata di buttare a mare il *Giorno* " tout entier, le matin et l'après-midi „, considerando, o sentenziando, che " ces poésies mosaïques ne valent pas une ébauche de génie „ (1). E trovò chi le tenne bordone.

---

(1) V. ILDA MOROSINI, *Lettres inédites de M.me de Staël à Vincenzo Monti (1805-1816)*, " Giorn. stor. della letter. ital. „, XLVI (1905), 7.

Sulla dottrina grammaticale dell'ablativo assoluto.

Nota della Dottoressa EMMA JACOPINI.

Il ch. prof. Ramorino nella sua recente *Sintassi della lingua latina* per il ginnasio superiore (Napoli, Perrella, 1917) presenta una nuova trattazione dell'ablativo assoluto, per la quale la non facile materia gli è parso " emerga più chiara che mai ", come egli stesso avverte, " aiutata anche da riassunti ed esercizi speciali " (Prefazione, p. V). Non sarà inopportuno, data l'autorità dello scrittore, esaminare la nuova trattazione con qualche larghezza e con la dovuta cura.

È veramente quella dell'ablativo assoluto una teoria non abbastanza chiaramente enunciata in quasi tutte le grammatiche latine, anche nelle più note e di uso corrente: si trova di solito nell'esposizione di tale dottrina o, molto spesso, un'ambiguità che lascia incerti i ragazzi, o, molte volte ancora, una regola che non risponde perfettamente a verità e può indurre in errore, una regola che non tiene conto di alcune distinzioni le quali devono invece essere poste in rilievo se non si vuole che nascano dubbi e incertezze nel tradurre dall'italiano in latino, che trascura a volte quello che sarebbe importante osservare e dimostrare.

Ciò fece notare già parecchi anni or sono il prof. Luigi Valmaggi in una sua Nota *Per l'ablativo assoluto* (1), rilevando come di conseguenza facilmente gli scolari errino su questo punto della Sintassi latina.

Ora, ha veramente ottenuto il prof. Ramorino quella chiarezza che s'è proposta e alla quale presume di essere giunto?

(1) Verona, Tedeschi, 1891 (estr. dalla " Biblioteca delle Scuole italiane ", vol. IV, n° 2).

Esaminiamo la dottrina, così come egli l'espone, dedicandole parecchie pagine (1) dell'opera sua.

Anzitutto noi cerchiamo invano nella trattazione che il Ramorino fa dell'ablativo assoluto una regola precisa che ci dica in che cosa consista questo ablativo e quando si possa o no usarlo. Egli infatti comincia col dimostrare come, mentre col participio presente e futuro è possibile fare la costruzione assoluta con verbi e transitivi e intransitivi e attivi e deponenti, col participio passato invece soltanto adoperando verbi deponenti intransitivi e transitivi per lo più in forma passiva la costruzione è possibile. Osserva la differenza che c'è in italiano tra participi perfetti aventi senso attivo e participi aventi senso passivo e porta due esempi che entrambi si possono tradurre con l'ablativo assoluto: sennonchè la distinzione non era veramente necessaria, dal momento che in latino non la si fa. Solo quando " il latino possa usare un verbo tran- " sitivo suscettivo di voce passiva ", prosegue, è possibile la costruzione assoluta (p. 299). Giustissima regola; ma si domanda in quali casi precisamente questo costrutto dell'ablativo assoluto si possa fare. Sempre ogni volta che ci si presenta il participio passato passivo di un verbo transitivo? E quando invece si deve fare la costruzione appositiva, cioè il participio congiunto, come dice il Ramorino? Noi vorremmo qualche norma determinata e precisa, che non riusciamo a trovare nella nuova trattazione. La quale insegna molto bene quando un participio passato italiano si possa tradurre con un participio passato latino e quando invece sia necessario ricorrere a una proposizione dipendente, esplicita, ma non è dimostrato, o m'inganno, quando si possa usare l'ablativo assoluto e quando no. Poste delle proposizioni di questo genere: *a) I nemici presa la città la misero a sacco*; *b) Manlio, ucciso il Gallo, gli tolse la collana*; *c) Alessandro, toltosi l'anello dal dito, lo consegnò a Perdicca*, il ragazzo che viene seguendo la trattazione del Ramorino non saprà di sicuro che bisogna tradurre: *a) Captam urbem hostis diripuit*; *b) Manlius caesum Gallum torque spoliavit*; *c) Alexander detractum digito anulum Perdiccae*

---

(1) Da pag. 297 a pag. 309.

tradidit e che non si può dire qui nè *capta urbe,* nè *caeso Gallo,* nè *detracto anulo.*

Subito dopo, trattando dei verbi riflessivi e reciproci, l'autore porta due esempi: *a) Ammazzatisi a vicenda giacquero entrambi nel loro sangue,* trad. *Cum inter se occidissent iacuerunt ambo*; *b) Ammazzatisi i due fratelli la guerra finì,* che si può tradurre *Cum inter se duo fratres occidissent bellum confectum est* oppure *Occisis inter se fratribus bellum confectum est.* Perchè nel secondo soltanto si può fare l'ablativo assoluto, mentre nel primo bisogna risolvere il participio in una proposizione esplicita? Manca la regola alla cui stregua lo scolaro dovrebbe decidere, e neppure si può, come s'è veduto, ricavarla dagli esempi addotti nel libro. Ma la trattazione non è ancora terminata e continua nel capitolo successivo sulle proposizioni gerundive (1). Precede innanzi tutto la norma per tradurre il gerundio che può essere assoluto o appositivo: “ Il gerundio, come il participio „ (qui, in questo breve inciso, è la regola che s'è osservato mancare nel capitolo precedente sui participi) “ può essere “ congiunto se ha lo stesso soggetto della proposizione princi- “ pale o con qualche parte di essa si connette, ovvero asso- “ luto, se ha soggetto diverso da quello della principale „. Soggiungendo “ o con qualche parte di essa si connette „, l'Autore si avvicina a una maggiore determinatezza; ma il punto essenziale così accennato è poi trascurato dove si parla di proposito dell'ablativo assoluto, non occupandosi l'Autore che della diversità del soggetto della proposizione reggente e della proposizione secondaria. La regola che fa dipendere l'uso dell'ablativo assoluto dalla diversità o meno dei soggetti, sostanzialmente errata, si legge in molte altre grammatiche, oserei dire nella maggior parte delle grammatiche: basti qui ricordare, tra gli autori più diffusi nelle scuole, lo Schultz e lo Zenoni. E che la regola sia errata è dimostrato chiaramente da esempi del tipo *Pompeius captis Hierosolymis ex illo fano nihil attigit,* addotto dal Ramorino stesso a p. 302, dove, come in infiniti altri congeneri, il soggetto della proposizione participiale non è punto diverso dal soggetto della principale (*Pompeo, avendo preso... rispettò*).

---

(1) Pag. 300: Le proposizioni gerundive italiane e loro rispondenze latine.

Trattandosi poi, invece che di participi, di gerundi sia semplici che composti (il caso del gerundio composto rientra in fondo nella costruzione participiale), alla regola del Ramorino si possono muovere le stesse obiezioni. Infatti si dice: *M. Curio ad focum sedenti Samnites magnum auri pondus attulerunt* (" Sedendo M. Curio al focolare „ o " Mentre M. Curio si stava " assiso al focolare i Sanniti gli recarono una quantità d'oro „) e non si fa affatto la costruzione assoluta, benchè, come si vede, il soggetto della proposizione principale sia diverso da quello della secondaria, ragione che, data la regola, dovrebbe essere sufficiente per fare il costrutto dell'ablativo assoluto. Così per fare un altro esempio: *Romam redeunti Tarquinio portae clausae fuerunt* (" Tornando Tarquinio gli furono chiuse " le porte „ o " Quando Tarquinio tornava a Roma... „). Il soggetto implicito in *redeunti* che equivale a *cum redibat* è Tarquinio, il soggetto della proposizione principale è *portae,* e la costruzione è appositiva, la quale, sempre secondo la regola, si potrebbe usare invece solo nel caso che i soggetti non cambino. Lo stesso è a ripetere dei costrutti col gerundio che qui per brevità omettiamo.

Non staremo a confrontare questa nuova trattazione del Ramorino con quella di altre grammatiche scolastiche, più o meno recenti; ma non sappiamo trattenerci dal ricordare la dottrina di due autori, che ci pare meritevole di attenzione. La prima è del Cocchia, la cui regola suona così: " Se il par- " ticipio si riferisce a un nome il quale entri a far parte anche " della proposizione principale vuoi come oggetto, vuoi come " complemento diretto, si mette di regola nello stesso suo caso " e non si adopera l'ablativo assoluto tranne che per accennare " la successione degli avvenimenti o per rendere la frase più " perspicua „ (1). L'altra è del Rasi, e dice: " Se il participio " col suo sostantivo sta a sè ed è i n d i p e n d e n t e affatto dal " soggetto o da altro termine della proposizione, cioè non vi " entra nè come apposizione del soggetto, nè di altro compi- " mento diretto o indiretto, il participio insieme col suo sostan-

---

(1) *Grammatica elementare della lingua latina ad uso delle scuole secondarie classiche,* Napoli, Pierro, 1902, pag. 263, 4.

" tivo va in ablativo, che dicesi appunto ablativo asso-
" luto " (1). L'una e l'altra regola (quella del Rasi tiene d'occhio troppo, forse, la forma latina) si avvicinano a quella che il Valmaggi aveva dato già in modo preciso e colla necessaria stringatezza nella Nota citata: " 1° Se il participio in cui
" si volge il verbo della proposizione secondaria, o l'oggetto di
" questo verbo, può essere aggiunto come apposizione al sog-
" getto o a un complemento della proposizione reggente, si usa
" la costruzione appositiva. — 2° Se nè il participio in cui si
" volge il verbo della proposizione secondaria, nè l'oggetto di
" questo verbo possono essere aggiunti in apposizione al sog-
" getto o a un complemento della proposizione reggente, allora
" si usa la costruzione *assoluta* ".

Regola la quale comprende tutti i vari casi che possono presentarsi e che il Valmaggi ha esposta immutata nella sua *Grammatica latina* (2ª ediz., Milano, Hoepli, 1897, p. 245).

(1) *Grammatica latina*, vol. II, Milano, Vallardi, 1911, pag. 180.

L'Accademico Segretario
Ettore Stampini

PREMIO DI FONDAZIONE GAUTIERI

La Reale Accademia delle Scienze di Torino conferirà nell'anno 1918 un premio di fondazione Gautieri a quell'opera di Filosofia, inclusa la Storia della Filosofia, che sarà giudicata migliore fra le pubblicate negli anni 1915-1917. Il premio di L. 1900 sarà assegnato ad autore italiano (esclusi i Soci nazionali residenti e non residenti dell'Accademia) e per opere scritte in lingua italiana.

Gli autori possono inviare all'Accademia le pubblicazioni sulle quali desiderano richiamarne l'attenzione, avvertendo che non saranno restituite le opere per tal fine ad essa pervenute.

Torino, dicembre, 1917.

L'Accademico Segretario
della Classe di Scienze morali, storiche e filologiche
ETTORE STAMPINI

CLASSE

DI

SCIENZE FISICHE, MATEMATICHE E NATURALI

Adunanza del 30 Dicembre 1917.

PRESIDENZA DEL SOCIO ANZIANO GIUSEPPE PEANO

Sono presenti i Soci Guareschi, Guidi, Mattirolo, Grassi, Fusari, Panetti e Parona Segretario.

Scusano l'assenza il Direttore di Classe Senatore D'Ovidio e il Socio Segre.

Si legge e si approva l'atto verbale della precedente adunanza.

Il Segretario, a nome del Socio D'Ovidio, presenta, per la stampa negli *Atti*, la Nota II del Prof. G. Sannia, *Le serie di potenze di una variabile sommate col metodo di Borel generalizzato.*

LETTURE

Le serie di potenze di una variabile sommate col metodo di Borel generalizzato.

Nota II^a di GUSTAVO SANNIA (a Cagliari).

§ 4. — Stelle di sommabilità della (1).

14. — Fissiamo una semiretta p di origine O ed un numero intero r.

Su p vi è sempre almeno un punto ove la (1) è sommabile (B, r) ed è il punto O (n° 9). Se non è il solo, può darsi che la (1) sia sommabile (B, r) in tutti i punti di p.

Esclusi questi due casi estremi, dividiamo i punti di p in due classi, ponendo nell'una tutti quelli ove la (1) è sommabile (B, r) e nell'altra tutti i rimanenti. Per il teorema fondamentale, le due classi ammetteranno un punto P_r di separazione, tale che la (1) sarà sommabile (B, r) in tutti i punti del segmento $s = OP_r$ (tranne forse in P_r) e non lo sarà negli altri punti di p.

Inglobando anche i primi due casi, possiamo dunque asserire che: *il luogo dei punti di* p *ove la* (1) *è sommabile* (B, r) *è un segmento* $s_r = OP_r$ *di origine* O (*escluso forse l'estremo* P_r), che può esser finito o non e può anche ridursi al solo punto O.

15. — Variando l'intero r da $-\infty$ a $+\infty$, si ha sopra p una successione, illimitata in due sensi, di segmenti

$$\ldots,\ s_{-2},\ s_{-1},\ s_0,\ s_1,\ s_2,\ \ldots, \tag{28}$$

in ciascuno dei quali la (1) è sommabile col metodo (9) corrispondente.

I segmenti (28) *son tali che ciascuno contiene il seguente* [1]; *perciò ammettono due segmenti-limite* s *e* t: *il primo che li contiene tutti ed il secondo che è in tutti contenuto.*

Il segmento s = OG (*escluso forse l'estremo* G) *è il luogo dei punti di* p *ove la* (1) *è sommabile* Bg, ossia con qualche metodo (9) [2].

Il segmento t = OT (*escluso forse l'estremo* T) *è il luogo dei punti di* p *ove la* (1) *è sommabile* Bt, ossia con tutti i metodi (9) [3].

Notiamo infine che i segmenti s e t possono coincidere o ridursi al solo punto O (solo il secondo o ambedue) o esaurire la semiretta p (solo il primo o ambedue) [4].

16. — Ora fissiamo r e facciamo variare la semiretta p intorno ad O. Allora il segmento $s_r = OP_r$ genera la *stella* σ_r *di sommabilità* (B, r) della (1), della quale: O è il centro, s_r è

---

[1] Per il teorema enunciato al n° 8. Naturalmente non è escluso che: due o più consecutivi (o anche tutti) coincidano, o che uno (e quindi ciascuno dei seguenti) si riduca al punto O, o che tutti si riducano al punto O, o che uno (e quindi ciascuno dei precedenti) esaurisca la semiretta p, o che tutti esauriscano la semiretta p.

[2] In certo senso si può dire che: *la* (1) *non è sommabile* Bg *nel punto* G, *in generale.* Perchè: *affinchè lo sia è necessario che tutti i segmenti* (28) *coincidano (fra loro e con* s*) a partire da uno di essi in poi verso sinistra.*

Infatti se (1) in G è sommabile Bg, vuol dire che ivi è sommabile con qualcuno dei metodi (9), e quindi (n° 8) con tutti i precedenti; dunque G apparterrà ai corrispondenti segmenti (28), dei quali d'altra parte non può essere che l'estremo diverso da O (tale essendo pel segmento s che li contiene).

[3] In certo senso si può dire che: *la* (1) *è sommabile* Bt *nel punto* T, *in generale.* Perchè: *affinchè non lo sia è necessario che tutti i segmenti* (28) *coincidano (fra loro e con* t*) a partire da uno di essi in poi verso destra.*

Infatti se (1) in T non è sommabile Bt, vuol dire che ivi non è sommabile almeno con uno dei metodi (9), e quindi (n° 8) neppure con tutti i seguenti, perciò T non sarà certamente interno in senso stretto ai corrispondenti segmenti (28); e poichè d'altra parte non può esserne esterno (altrimenti lo sarebbe anche a t che è in essi contenuto), deve necessariamente coincidere con l'estremo diverso da O.

[4] Il Borel (loc. cit., p. 108) ha dimostrato che: *se la* (1) *è assolutamente sommabile* (cfr. la nota al n° 8) *in un punto* M_0, *lo è su tutto* OM_0.

Da ciò, ragionando come al n° 14, si deduce che *il luogo dei punti di* p

un *raggio*, ed il luogo degli estremi P_r dei raggi ne è il *contorno* [1].

La (1) *è sommabile* (B, r) *nei punti interni a* σ_r *in senso stretto e forse in punti del contorno* (mai nei punti esterni).

Come i segmenti (28), così *le infinite stelle di sommabilità*

$$(29) \qquad \ldots,\ \sigma_{-2},\ \sigma_{-1},\ \sigma_0,\ \sigma_1,\ \sigma_2,\ \ldots$$

son tali che ciascuna è contenuta nella precedente.

Perciò ammettono due stelle-limite σ *e* τ: *la prima che le contiene tutte e la seconda che è in tutte contenuta.*

σ e τ hanno per centro O, per raggi i segmenti s e t, ecc.

La stella σ *(a parte il contorno) è il luogo dei punti del piano ove la* (1) *è sommabile* Bg; *la stella* τ *(a parte il contorno) è il luogo dei punti ove la* (1) *è sommabile* Bt.

Le diremo perciò *stelle di sommabilità* Bg *e* Bt.

---

ove la (1) *è assolutamente sommabile è un segmento* OA *(escluso forse l'estremo* A*) finito o non.*

Hardy (loc. cit., p. 44) ha poi dimostrato che: *se in un punto* M_0 *la* (1) *è sommabile* (B, 0) *insieme con le infinite altre serie*

$$u_k z^k + u_{k+1} z^{k+1} + \ldots \qquad (k = 1, 2, 3, \ldots)$$

è assolutamente sommabile su tutto OM_0, *tranne forse in* M_0.

Ora, poichè la proprietà assegnata da Hardy in M_0 *caratterizza le serie sommabili* Bt (come ho dimostrato nella seconda nota citata al n° 6), si può anche dire che: *se la* (1) *è sommabile* Bt *in un punto* M_0, *è assolutamente sommabile su* OM_0, *tranne forse in* M_0.

Da ciò si deduce che: *i segmenti* OA *e* t = OT *coincidono; però, mentre in* O *e nei punti interni in senso stretto la* (1) *è nel contempo sommabile* Bt *e assolutamente sommabile, nel punto* A ≡ T *può essere sommabile* Bt *senza essere assolutamente sommabile.*

Infatti in O o nei punti interni in senso stretto ad OT la (1) è assolutamente sommabile, perchè per ogni tal punto M se ne può assumere un secondo M_0 compreso fra M e T: in M_0 la (1) è sommabile Bt, quindi è assolutamente sommabile su tutto OM_0 (escluso M_0) ed in particolare in M. Nei punti esterni ad OT la (1) non è sommabile Bt, quindi non è neppure assolutamente sommabile. Infine in T, se la (1) è assolutamente sommabile, è pure sommabile Bt, ma forse non viceversa (cfr. la nota al n° 8).

[1] Il punto O può anche appartenere al contorno, perchè σ_r può avere qualche raggio nullo.

La stella σ è dunque la regione più ampia del piano complesso ove la (1) ha una somma col metodo *Bg*. Ed è importante che, come risulta dal n° 10: *le serie di potenze si possono sottoporre nei punti delle loro stelle di sommabilità* Bg [1] *a tutte quelle operazioni aritmetiche alle quali si potevano sottoporre nei loro cerchi di convergenza, e con i medesimi risultati* [2].

17. — Per il seguito sarebbe di somma importanza conoscere le linee e le aree del piano ove la sommabilità della (1) è *uniforme* (n° 7).

Di linee siffatte conosciamo soltanto le semirette uscenti da O, *e di aree non ne conosciamo alcuna* [3].

Precisamente si ha, dal teorema del n° 13, che:

La (1) *è sommabile* (B, r) *uniformemente su ogni raggio* $s_r = OP_r$ *della stella* σ_r, *escluso un intorno di* O *se* $r \leq 0$ *ed un intorno di* P_r *se ivi la* (1) *non è sommabile* (B, r).

Perchè nell'enunciato di quel teorema si può supporre che

---

[1] Tranne forse in punti del contorno.

[2] Due o più stelle consecutive (29) possono coincidere, una (e quindi ciascuna delle seguenti e τ, o soltanto τ) può ridursi al solo centro *O*, una (e quindi ciascuna delle precedenti e σ, o soltanto σ) può ricoprire tutto il piano, ecc.

Poichè il metodo (*B*, 0) non è che l'originario metodo esponenziale del Borel (n° 8 in nota), la stella σ_0 coincide con quella già considerata dal Phragmén (n° 2).

Inoltre: *la stella* τ *coincide con quella* a *considerata dal* Borel, con questo però che, mentre nei punti interni in senso stretto la (1) è nel contempo sommabile *Bt* ed assolutamente sommabile, nei punti del contorno può essere sommabile *Bt* senza essere assolutamente sommabile (e non viceversa). Ciò segue dalla nota al n° 15.

[3] Invece il Borel afferma, senza dimostrarlo (loc. cit., p. 157, in nota), che l'integrale (6) per $r = 0$ è convergente uniformemente, cioè che la (1) è sommabile (*B*, 0) uniformemente, in ogni regione interna alla stella $a \equiv \tau$. Lo stesso asserisce il Bromwich (loc. cit., n° 111) e dice che *ciò segue dal teorema enunciato nella penultima nota al n° 13* (ove si ponga $r = 0$).

Ed allora si potrebbe anche dedurne che *la* (1) *è sommabile* (B, r) *uniformemente in ogni regione interna alla stella* σ_r.

Ma tutto ciò non è lecito, poichè dalla convergenza uniforme di un integrale *lungo linee ricoprenti un'area* non segue punto (in generale) la convergenza uniforme *nell'area* (bensì viceversa).

il punto M_0 sia il punto P_r o un punto vicinissimo a P_r, secondo che in P_r la (1) è sommabile (B, r) oppur no.

Di qui segue che: *per ogni punto della stella* σ *(diverso dal centro* O*) e nel quale la* (1) *sia sommabile* Bg [1], *si può fissare un intorno (lineare) sul raggio di* σ *che vi passa, nel quale la* (1) *sia sommabile uniformemente con qualche metodo* (B, r).

Perchè in un tal punto la (1) sarà sommabile (B, r) per qualche r, quindi il punto apparterrà ad un raggio di qualche stella σ_r (senza cadere in O).

Poi: *i soli intorni lineari del punto* O *nei quali la* (1) *è sommabile uniformemente con qualche metodo* (B, r) *sono i raggi non nulli della stella* σ_1.

Poichè sopra un raggio $s_1 = OP_1$ non nullo di σ_1 la (1) è sommabile $(B, 1)$, e questa sommabilità è sempre uniforme (anche intorno ad O), per il teorema del n° 13. Se poi il raggio s_1 di σ_1 giacente sopra una semiretta p uscente da O è nullo, tali saranno pure i raggi corrispondenti (non maggiori) s_2, s_3, ... delle stelle σ_2, σ_3, ...; sicchè la (1) su p potrà essere sommabile intorno ad O solo con metodi (B, r) di ordine $r \leq 0$, e questa sommabilità non è uniforme intorno ad O.

Osserviamo infine che il fatto che noi non conosciamo, *per una serie* (1) *generica*, aree in cui la sommabilità sia uniforme, non esclude che per serie particolari si possa trovarne, ma occorrerà una verifica caso per caso. Il seguente teorema riduce spesso la verifica al contorno dell'area.

Se la serie (1) *è sommabile* (B, r) *uniformemente lungo un arco finito di linea che non contenga il punto* O, *lo è pure nell'area ricoperta dai raggi vettori che vanno dal punto* O *ai punti dell'arco, escluso un intorno di* O *se* r $\leq$ 0.

Dette ρ e θ le coordinate polari di un punto z, l'integrale (6) si può (come al n° 13) trasformare nell'integrale (25). Giusta l'ipotesi, questo integrale è convergente uniformemente quando il punto $z(\rho, \theta)$ si muove sopra un arco la cui equazione polare sia

$$\rho = \varphi(\theta), \qquad \theta_0 \leq \theta \leq \theta_1,$$

[1] Condizione che può escludere solo punti del contorno di σ.

e noi dobbiamo dimostrare che esso è uniformemente convergente anche nell'area definita da

(30) $\quad 0 < \rho \leq \varphi(\theta), \qquad \theta_0 \leq \theta \leq \theta_1 \quad \text{se} \quad r > 0$ [1].

(31) $\quad h \leq \rho \leq \varphi(\theta), \qquad \theta_0 \leq \theta \leq \theta_1 \quad \text{se} \quad r \leq 0,$

ove h è un numero positivo comunque piccolo.

Basta dimostrarlo per la sua parte reale e per il coefficiente di i della sua parte immaginaria, che sono integrali del tipo

$$\rho^{r-1} \int_0^\infty e^{-\frac{b}{\varrho}} f(b, \theta)\, db .$$

Ora, per il lemma I del n° 12. questo integrale è appunto uniformemente convergente nell'area (30), e quindi anche nell'area parziale (31), se si sopprime il fattore esterno ρ^{r-1}; ma poichè questo fattore si conserva limitato nell'area (30) o (31), secondo che è $r > 0$ o $r \leq 0$, ripristinandolo l'integrale non perde la sua proprietà di convergenza uniforme.

§ 5. — Stelle di sommabilità delle serie derivate della (1).

18. — Come d'ordinario, chiameremo *serie (prima) derivata* della (1) la serie

(1)' $$u_1 + 2u_2 z + 3u_3 z^2 + \ldots$$

che è dello stesso tipo

(32) $$v_0 + v_1 z + v_2 z^2 + \ldots$$

---

[1] Quest'area non comprende il punto O, che abbiamo escluso sol perchè la trasformazione eseguita dell'integrale (6) in (25) non vale in tal punto, nel quale del resto (25) non ha senso. Ma ha senso ed è convergente l'integrale (6), sicchè infine il punto O deve aggregarsi al campo (30) di convergenza uniforme dell'integrale (6) (quando $r > 0$).

ove

$$v_n = (n+1)\,u_{n+1} \quad (^1). \tag{33}$$

La sua serie associata di ordine r è (n° 7)

$$v^{(r)}(a,z) = \sum_{n=0}^{\infty} v_{n+r}\, z^{n+r} \frac{a^n}{n!} = \sum_{n=0}^{\infty} (n+r+1)\, u_{n+r+1}\, z^{n+r} \frac{a^n}{n!}, \tag{34}$$

cioè si ottiene derivando, termine a termine rispetto a z, la serie associata di ordine $r+1$ alla (1), sicchè (almeno formalmente)

$$v^{(r)}(a,z) = \frac{d}{dz}\, u^{(r+1)}(a,z). \tag{35}$$

Ne segue che: *quando le serie associate alla* (1) *sono trascendenti intere rispetto ad* a *per ogni* z, *tali sono anche quelle associate alla* (1) *(e viceversa), e tra le loro somme passa (effettivamente) la relazione* (35); *si ha inoltre la relazione*

$$z v^{(r)}(a,z) = r u^{(r+1)}(a,z) + a u^{(r+2)}(a,z) \quad (^2). \tag{36}$$

19. — Ciò premesso, dimostriamo che:

La stella σ'_r *di sommabilità* (B, r) *della* (1)′ *coincide con la stella* σ_{r+2} *di sommabilità* (B, r + 2) *della* (1), *sicchè nei punti interni in senso stretto la* (1)′ *è sommabile* (B, r) *e la* (1) *è sommabile* (B, r + 2); *circa i punti del contorno si può asserire che ove la* (1)′ *è sommabile* (B, r), *la* (1) *è sommabile* (B, r + 2) *(ma non viceversa).*

Supponendo che σ'_r non si riduca al centro *O, indichi* M′ *un suo punto generico diverso da* O *nel quale la* (1)′ *sia somma-*

(1) Non così la serie

$$(b) \qquad 0 + u_1 + 2u_2 z + 3u_3 z^2 + \ldots$$

che si deduce da (1) derivandola termine a termine, e che ha due termini indipendenti da z. Si noti però che (1)′ e (b) sono sommabili Bg nei medesimi punti, solo che dove la (b) è sommabile (B, r) la (1)′ è sommabile (B, $r-1$) e con ugual somma (cfr. il n° 11).

(2) Facile a verificare formalmente.

bile (B, r) (sicchè M' rappresenti un punto qualunque interno a σ'_r in senso stretto e forse anche del contorno). Dimostreremo che in esso la (1) è sommabile $(B, r+2)$; da cui seguirà che σ_r è contenuta in σ_{r+2} [1].

L'esistenza dei punti M' assicura (n° 9) che le serie associate alla (1)' sono trascendenti intere rispetto ad a per ogni z, quindi (n° 18) tali saranno anche quelle associate alla (1) e varranno le (35) e (36).

Inoltre in M' è convergente l'integrale associato di ordine r alla (1)' (n° 7)

$$\int_0^\infty e^{-a} v^{(r)}(a, z)\, da = \int_0^\infty e^{-a} \frac{d}{dz} u^{(r+1)}(a, z)\,; \tag{37}$$

anzi (n° 17) esso è convergente uniformemente in un intorno (lineare) di M' preso sul raggio s'_r di σ_r che passa per M', quindi è convergente anche

$$\int_0^\infty e^{-a} u^{(r+1)}(a, z)\, da \tag{38}$$

e la (37) può scriversi

$$\int_0^\infty e^{-a} v^{(r)}(a, z)\, da = \frac{d}{dz} \int_0^\infty e^{-a} u^{(r+1)}(a, z)\, da \quad \text{[2]}. \tag{39}$$

Dalla convergenza in M' degli integrali (37) e (38) segue, per la (36), quella dell'integrale

$$\int_0^\infty e^{-a}\, a\, u^{(r+2)}(a, z)\, da, \tag{40}$$

e da questa, come ora proveremo, segue quella di

$$\int_0^\infty e^{-a} u^{(r+2)}(a, z)\, da\,, \tag{41}$$

onde potremo affermare che la (1) è sommabile $(B, r+2)$ in M'.

---

[1] Che se poi σ'_r si riduce al centro O, è senz'altro contenuta in σ_{r+2}.

[2] Qui naturalmente la derivata s'intende presa lungo il raggio s'_r soltanto.

Per dimostrare che se è convergente (40) lo è pure (41), osserviamo che, mediante la (22) (ove si cambi r in $r+2$) e la (24). questi due integrali si trasformano in

$$(42) \qquad \int_0^\infty e^{-\frac{b}{\varrho}}\, b\, u^{(r+2)}(be^{i\theta}, 1)\, db, \qquad \int_0^\infty e^{-\frac{b}{\varrho}}\, u^{(r+2)}(be^{i\theta}, 1)\, db$$

(a prescindere da un fattore); ora le loro parti reali (ed i coefficienti delle loro parti immaginarie) sono integrali rispettivamente del tipo

$$(42)' \qquad \int_0^\infty e^{-\frac{b}{\varrho}}\, b f(b)\, db \quad \text{e} \quad \int_0^\infty e^{-\frac{b}{\varrho}} f(b)\, db,$$

onde (per il lemma IV, n° 12) dalla convergenza del primo segue quella del secondo.

Ora partiamo, viceversa, da σ_{r+2} e, supponendo che non si riduca al centro O, *rappresentiamo con* M *un suo punto generico, interno in senso stretto, diverso da* O: dimostreremo che in M la (1)′ è sommabile (B, r) (da cui seguirà che σ_{r+2} è contenuta in σ'_r).

L'esistenza dei punti M assicura (n° 9) che le serie associate alla (1) sono trascendenti intere rispetto ad a per ogni z, quindi (n° 18) tali saranno quelle associate alla (1)′ e varranno le (35) e (36).

Inoltre in M la (1), non solo è sommabile $(B, r+2)$ (per l'ipotesi fatta su M), ma è anche sommabile $(B, r+1)$ (per il n° 8); quindi in M è convergente, non solo l'integrale (38), ma anche l'integrale (41).

Dico che dalla convergenza di (41) segue quella di (40).

Abbiamo visto poc'anzi che questi due integrali sono trasformabili negli integrali (42); sicchè dobbiamo dimostrare che dalla convergenza del secondo degli integrali (42) segue quella del primo. La dimostrazione si trasporta sulle loro parti reali (e sui coefficienti delle loro parti immaginarie) che sono integrali del tipo (42)′.

Poichè, per ipotesi, il punto $M(\rho, \theta)$ considerato non giace sul contorno di σ_{r+2}, possiamo assumerne un altro $M_0(\rho_0, \theta)$ di modulo maggiore e dello stesso argomento, e neppure giacente

sul contorno: ora, poichè in M_0 il secondo integrale è convergente, il primo lo sarà su tutto OM_0 esclusi gli estremi (per il lemma IV del n° 12), e quindi in particolare nel punto M considerato.

Poichè infine in M sono convergenti (38) e (40), segue dalla (36) che ivi è pure convergente l'integrale primo membro della (37), e perciò che la (1)′ è sommabile (B, r).

20. — Segue dal teorema precedente che la successione delle stelle di sommabilità della serie (1)′ coincide con quella della (1), e perciò ammette le medesime stelle-limite σ e τ. Inoltre in un punto del contorno di σ (di τ) se la (1)′ è sommabile Bg (Bt), tale è anche la (1); ma può darsi che la (1) sia sommabile Bg (Bt) senza che tale sia la (1)′.

Che se poi applichiamo i risultati ottenuti alla serie (1)′ ed alla sua prima derivata, che è seconda per la (1), e così via, perveniamo al seguente teorema generale:

La stella σ'_r *di sommabilità* (B, r) *della serie derivata di ordine* k

$$(1)^{(k)} \qquad k!\,u_k + (k+1)\,k \ldots 2\,u_{k+1}\,z + (k+2)\,(k+1 \ldots 3\,u_{k+2}\,z^2 + \ldots$$

di una serie di potenze (1) *coincide con la stella* σ_{r+2k} *di sommabilità* (B, r + 2k) *della* (1), *sicchè nei punti interni in senso stretto la* $(1)^{(k)}$ *è sommabile* (B, r) *e la* (1) *è sommabile* (B, r + 2k); *circa i punti del contorno si può asserire soltanto che, se la* $(1)^{(k)}$ *è sommabile* (B, r), *la* (1) *è sommabile* (B, r + 2k).

Le stelle di sommabilità Bg *e* Bt *della* $(1)^{(k)}$ *coincidono con le corrispondenti* σ *e* τ *di* (1), *sicchè nei punti interni in senso stretto sono entrambe sommabili* Bg *e* Bt *rispettivamente; circa i punti del contorno si può asserire che ove la* $(1)^{(k)}$ *è sommabile* Bg *e* Bt, *tale è anche la* (1).

È evidente l'analogia di questi risultati con quelli relativi all'ordinario cerchio di convergenza.

§ 6. — Proprietà della funzione $u(z)$ somma della (1).

21. — La serie (1) definisce una funzione, la sua somma $u(z)$, nella stella σ. Volendo ricercare le proprietà di questa funzione, incominciamo col limitare la variabilità di z sopra una semiretta p uscente da O.

Su p le infinite stelle σ, (29) e τ staccano altrettanti segmenti (raggi)

$$(43) \qquad s = OG, ..., s_{-1} = OP_{-1}, \ s_0 = OP_0, \ s_1 = OP_1, ..., t = OT,$$

ciascuno dei quali contiene tutti i seguenti [1]; sicchè $s = OG$ è il campo ove (escluso forse G) è definita la *sub-funzione* $u(z)$ che vogliamo considerare.

22. — *La sub-funzione* u (z) *è continua: in tutti i punti interni in senso stretto al segmento* s = OG, *nell'origine* O *se* $s_1 > 0$ *e nell'estremo* G *se ivi esiste.*

Sia M un punto generico di s, escluso G se ivi $u(z)$ non esiste, cioè se ivi (1) non è sommabile Bg.

In M la (1) è sommabile Bg, quindi è sommabile (B, r) per qualche valore di r, e la sua somma $u(z)$, data dalla (7), consta del polinomio $U_{r-1}(z)$ e dell'integrale (6), ed è perciò continua solo quando lo è questo integrale.

Poichè l'integrando è funzione continua su s, l'integrale sarà certamente funzione continua in M se è convergente uniformemente in un intorno di M, cioè se la sommabilità della (1) è uniforme in un intorno di M. Ora, per quanto abbiamo visto al n° 17, ciò si verifica sempre se $M \not\equiv 0$; che se poi $M \equiv 0$, si verifica solo quando il raggio s_1 della stella σ_1 non è nullo.

23. — Consideriamo la serie (1)', prima derivata di (1), le cui stelle di sommabilità sono (n° 20)

$$(44) \qquad \sigma' = \sigma, ..., \sigma'_{-1} = \sigma_1, \quad \sigma'_0 = \sigma_2, \quad \sigma'_1 = \sigma_3, ..., \tau' = \tau,$$

[1] E tutti contengono il raggio del cerchio di convergenza γ.

e staccano quindi sulla semiretta p i segmenti (raggi)

$$(45)\qquad s' = s, \ldots, s'_{-1} = s_1, \quad s'_0 = s_2, \quad s'_1 = s_1, \ldots, t' = t.$$

In un punto generico M di $s' = s = OG$ (escluso forse G) la $(1)' \equiv (32)$ sarà sommabile Bg, ossia sarà sommabile (B, r) per qualche valore di r, quindi la sua somma sarà espressa da (n° 7)

$$(46)\qquad u'(z) = V_{r-1}(z) + \int_0^\infty e^{-a} v^{(r)}(a, z)\, da,$$

ove

$$V_{r-1}(z) = 0 \text{ se } r \leq 0$$

e

$$V_{r-1}(z) = v_0 + v_1 z + \ldots + v_{r-1} z^{r-1} \text{ se } r > 0,$$

ossia, per la (33),

$$V_{r-1}(z) = 0 \text{ se } r \leq 0$$

e

$$V_{r-1}(z) = u_1 + 2u_2 z + \ldots + r u_r z^{r-1} \text{ se } r > 0,$$

o infine, per le (8),

$$(47)\qquad V_{r-1}(z) = \frac{d}{dz} U_r(z);$$

poi, per la (35), si ha

$$(48)\qquad \int_0^\infty e^{-a} v^{(r)}(a, z)\, da = \int_0^\infty e^{-a} \frac{d}{dz} u^{(r+1)}(a, z)\, da,$$

quindi infine

$$(49)\qquad u'(z) = \frac{d}{dz} U_r(z) + \int_0^\infty e^{-a} \frac{d}{dz} u^{(r+1)}(a, z)\, da.$$

D'altra parte, nel punto M la (1) sarà sommabile $(B, r+2)$

(n° 20) e quindi anche $(B, r+1)$ (per il n° 8), perciò la sua somma è espressa da

$$u(z) = U_r(z) + \int_0^\infty e^{-a} u^{(r+1)}(a, z)\, da. \tag{50}$$

Confrontando le (49) e (50), risulta che sarà

$$u'(z) = \frac{du(z)}{dz} \tag{51}$$

solo in quei punti M nei quali si ha

$$\int_0^\infty e^{-a} \frac{d}{dz} u^{(r+1)}(a, z)\, da = \frac{d}{dz} \int_0^\infty e^{-a} u^{(r+1)}(a, z)\, da, \tag{52}$$

e questa uguaglianza sussiste se il punto M che si considera ammette un intorno nel quale l'integrale primo membro sia uniformemente convergente, ossia, per la (48), nel quale la sommabilità (B, r) della $(1)' \equiv (32)$ sia uniforme (n° 7).

Ora noi abbiamo visto (n° 17) che ciò si verifica sempre se $M \not\equiv 0$; che se poi $M \equiv 0$, si verifica se il raggio $s'_1 = s_3$ della stella $\sigma'_1 = \sigma_3$ di $(1)'$ non si riduce al punto O.

Raccogliendo: *la sub-funzione* u (z) *ammette la prima derivata in tutti i punti interni in senso stretto al segmento* $s = OG$, *nell'origine* O *se il segmento* s_3 *ove la* (1) *è sommabile* (B, 3) *non si riduce al punto* O, *nell'estremo* G *se ivi è sommabile* Bg *la serie* $(1)'$, *prima derivata della* (1); *in ciascun caso essa è uguale alla somma* u' (z) *di questa serie nel punto.*

Questo risultato si può poi applicare alla serie $(1)'$ ed alla sua prima derivata $(1)''$, tenendo presente che il segmento ove $(1)'$ è sommabile $(B, 3)$ è $s'_3 = s_5$; e così via. Si perviene in tal modo al teorema generale:

La sub-funzione u (z) *ammette la derivata di un dato ordine* k: *nei punti interni in senso stretto al segmento* $s = OG$, *nell'origine* O *se il segmento* s_{2k+1} *ove la* (1) *è sommabile* $(B, 2k+1)$ *non si riduce al punto* O, *nell'estremo* G *se ivi è sommabile* Bg *la serie* $(1)^{(k)}$ *derivata di ordine* k *di* (1). *In ciascun caso detta derivata è uguale alla somma* $u^{(k)}(z)$ *di questa serie nel punto.*

24. — Poichè se uno dei segmenti s_r si riduce al punto O lo stesso accade di tutti quelli il cui indice è maggiore (perchè in esso contenuti), si ha che:

Solo quando nessuno dei segmenti s_r (29) *si riduce al punto* O (¹) *si può asserire che la sub-funzione* u (z) *ammette nel punto* O *tutte le successive derivate e che queste valgono*

$$u'(0) = u_1, \qquad u''(0) = 2!\,u_2, \qquad u'''(0) = 3!\,u_3, \ldots;$$

sicchè allora la (1) *è per la* u (z) *lo sviluppo in serie di Taylor nel punto* O.

25. — Ciò che si può dire circa la funzione $u(z)$, considerata nel suo campo totale di esistenza σ, si deduce subito dalle proprietà della sub-funzione fin qui considerata, osservando che le derivate di questa, di cui abbiamo dimostrata l'esistenza, sono per la funzione $u(z)$ derivate *prese lungo un raggio di* σ. I risultati di questa deduzione abbiamo già esposti nel n° 4 dell'*Introduzione* (²).

Tempio, 15 ottobre 1917.

(¹) Il che si verifica in particolare se il segmento t non si riduce al punto O o, più particolarmente ancora, se il raggio di convergenza di (1) non è nullo.

(²) I risultati di questo § (come del resto di tutta la Memoria) sono indipendenti da ogni ipotesi sul cerchio di convergenza γ e sulla stella $\alpha \equiv \tau$ di Borel, e perciò valgono anche quando γ e τ non esistono (cioè si riducono al centro O); anzi da essi si deducono in particolare le proprietà della (1) in τ.

Queste proprietà seguono pure, quasi tutte, da un teorema del Borel (loc. cit., p. 108), la cui dimostrazione però non è rigorosa in un punto essenziale, perchè vi si applica la relazione (52) ($r = -1$), giustificandola solo col fatto che gli integrali che in essa compaiono sono convergenti. Se questa giustificazione fosse stata sufficiente, noi avremmo potuto studiare nel § 5, non la sub-funzione, ma la funzione stessa $u(z)$ in σ e saremmo giunti a concludere che ivi essa è analitica.

Affinchè la (52) sia applicabile è condizione sufficiente che il primo membro sia un integrale *uniformemente* convergente in un intorno del punto z che si considera. E appunto perchè *i soli* (n° 17) campi di con-

vergenza uniforme che conosciamo sono rettilinei e giacenti sulle semirette uscenti da O, siamo stati costretti nel § 5 a studiare, non la $u(z)$, ma le sub-funzioni che nascono limitando la variabilità di z su queste semirette.

Ancora: in virtù del teorema fondamentale del n° 13, non sempre la sommabilità della (1) è uniforme in un intorno rettilineo di O, ed è perciò che questo punto ci si è presentato in modo del tutto eccezionale nei risultati del § 5 (e nei conseguenti risultati del n° 4 dell'*Introduzione*). Che se invece del detto teorema valesse quello enunciato nella terza nota al n° 13, ogni eccezione sparirebbe.

Tutto ciò prova l'opportunità dei rilievi fatti in nota ai n[i] 13 e 17.

L'Accademico Segretario
CARLO FABRIZIO PARONA

CLASSE

DI

SCIENZE MORALI, STORICHE E FILOLOGICHE

Adunanza del 6 Gennaio 1918.

PRESIDENZA DEL SOCIO SENATORE GIAMPIETRO CHIRONI
VICEPRESIDENTE DELL'ACCADEMIA

Sono presenti i Soci S. E. Boselli, Direttore della Classe, Pizzi, Brondi, Sforza, Einaudi, Baudi di Vesme, Patetta, Vidari, Cian, Valmaggi, e Stampini Segretario della Classe. Assiste all'adunanza il Socio corrispondente Alessandro Luzio.

È scusata l'assenza dei Soci De Sanctis, Ruffini e Prato.

Si legge e si approva l'atto verbale dell'adunanza precedente del 23 dicembre u. s.

L'Accademico Segretario Stampini presenta il discorso del Socio Giovanni Vidari, *Giuseppe Mazzini e l'ora presente* (Torino, Lattes, 1918), rilevandone il ben meritato successo. La Classe ringrazia e si congratula con l'autore. Inoltre il Segretario presenta l'opuscolo inviato all'Accademia, *Precursori della Croce Rossa* di Fiorentino Dalla Giacoma (Torino, Libreria del Sacro Cuore). La Classe ringrazia il donatore.

Il Socio Brondi con parole di vivissima lode, cui si associa il Presidente Chironi, presenta il recente libro del Dott. Guido Zanobini, *La pubblicazione delle leggi nel diritto italiano* (Torino,

Unione tip.-edit. torinese, 1917). La Classe ringrazia e si congratula con l'autore.

In fine l'Accademico Segretario presenta, a nome del Socio De Sanctis assente, la seconda parte della *Nota* del Socio corrispondente Luzio, *I carteggi dell'Archivio Gonzaga riflettenti l'Inghilterra*, per la sua pubblicazione negli *Atti*.

LETTURE

I carteggi dell'Archivio Gonzaga riflettenti l'Inghilterra.

Nota II del Socio corrispondente ALESSANDRO LUZIO.

DOCUMENTI

La relazione Litolfi.

" Mando a V. E. con questa mia una scrittura per accessoria di quella, " che le mandai l'altro hieri intorno alle rivolutioni et novità occorse " in Inghilterra sotto i due ultimi Re Henrico et Eduardo, et molto " più sotto la Reina presente: et haverà V. E. insieme l'altra parte " della scrittura che io non puotì mandare allhora, la qual tratta del " sito d'Inghilterra et natura de paesani più brievemente et più parti- " colarmente che ho potuto (Londra, 20 giugno 1557) „.

Da questa lettera del conte Annibale Litolfi al Duca Guglielmo apprendiamo che egli, nel suo soggiorno a Londra, dall'aprile al luglio del 1557, dettò tre relazioni: due politiche, su' rivolgimenti provocati dallo scisma di Enrico VIII; ed una sugli usi e costumi del regno britannico.

Delle tre relazioni ce ne sono rimaste solo due: manca la prima delle politiche, indubbiamente la più rilevante, poichè l'altra serbataci non ne era che un semplice complemento; e in quella perduta il Litolfi giudicava avvenimenti, svoltisi sotto i suoi occhi, mentre nella " scrittura accessoria „ risale ad antecedenti lontani, narrando cose generalmente risapute (1).

(1) In questa seconda relazione politica, d'un foglio appena, non manca tuttavia qualche tratto rimarchevole. P. e., l'atteggiamento del card. Wolsey

La terza relazione, importantissima per la storia del costume, è citata assai di frequente tuttora da scrittori inglesi e americani (1); ma in italiano non fu mai pubblicata: donde l'opportunità di metter in luce il testo, tanto più che i traduttori del *Calendar*, oltre aver soppresso i dati geografici iniziali, non ebbero a loro disposizione, l'ultimo foglio, allora smarrito.

Scritte a breve distanza l'una dall'altra, le tre parti formavano nel pensiero del Litolfi un tutto omogeneo, sul tipo delle celebri relazioni veneziane, alle quali si riallacciano, non soltanto pe' tratti caratteristici generali della diplomazia italiana del Cinquecento, ma anche per stretta connessione di rapporti personali tra l'orator mantovano e i rappresentanti della Serenissima.

I dispacci del Litolfi mostrano ch'egli era in grande familiarità, così a Londra come a Bruxelles, con i colleghi veneziani (2): non di rado riferisce comunicazioni gelose, avute in grande segreto da essi, che lo stimavano come un loro “ pari ”, per acume d'indagatore, e per l'autorità che gli derivava dall'esser intimo di Ferrante Gonzaga (3).

Nel breve soggiorno londinese del 1557 non sarebbe stato facile al Litolfi orientarsi subito in quel mondo tanto diverso — egli che per giunta non sapeva l'inglese e teneva le sue conversazioni diplomatiche

---

nella questione del divorzio di Enrico VIII con Caterina d'Aragona è spiegato così: “ esso card. usava molto d'un certo astrologo, a cui dava molta “ fede, et essendogli detto un dì da colui che una donna havea da essere la “ rovina sua, subito si pensò che non potesse esser altra donna che la Reina, “ et discorrendo fra se stesso molte cose si risolse alfine di machinar contra “ lei ”. Da osservazione diretta del Litolfi deve scaturire il fatto bizzarro ch'ei narra, non esservi in Inghilterra, dopo la spogliazione delle chiese cattoliche, se non poche case “ che non habbiano cossini da seggie et co“ perte da tavole et cortine da letti, fatte de paramenti d'altari et de vesti “ de sacerdoti ”.

(1) Cfr. Einstein, *The Italian Renaissance in England*, New York, 1902, dove la relazione Litolfi è minutamente esaminata.

(2) Cfr. una sua commendatizia da Bruxelles, 5 marzo 1557, per Federico Badoero, al quale si professava assai obbligato per aver “ proce“ duto sempre con meco alla libera in tutte le cose ”.

(3) Questi l'aveva avuto per molti anni al suo fianco a Milano: vedine gli interessanti carteggi dal 1548 al 1555 in E. XLIX, 3.

in italiano o latino (1) —, se non l'avessero assistito d'informazioni e di suggerimenti i cortesi confratelli veneti.

---

(1) Trovandosi nel 1554 ai bagni di Lucca, dedicò a quelle acque risanatrici il Litolfi un'elegante saffica, che mostra quale squisita coltura classica possedessero i diplomatici d'allora, senza che ciò pregiudicasse alla loro *Realpolitik* (cfr. E. XXIX. 3). De' suoi colloqui in latino con la Regina Maria c'informano questi due suoi dispacci del 5 maggio 1557:

" *(Al Duca)*... Hieri me ne andai a pallazzo et essendo introdutto da " S. M. dopo basciatole la mano, la quale mi presentò in quella che mi chinai " per basciarle la veste, le diedi la lettera di V. E. et quella di M.ma Duchessa " ecc.ma. Ella aperta prima la lettera di M.ma Duchessa et letta la sottoscrit- " tione dimandò in inglese a Milord Pagetto s'io intendeva inglese o fran- " cese o spagnolo, et io che già era stato prevenuto da lui che S. M. haveva " la lingua latina tanto famigliare quanto l'inglese, le risposi due parole in " latino, dal che ella subito mi soggionse anch'essa in latino con una faccia " ridente se essa M.ma era madre di V. E. et postasi ad ascoltarmi io le " parlai di questa maniera: che l'E. V. secondo la molta osservanza et " devotione che haveano sempre portata insieme co' suoi Sig.ri precessori " a questa S. Corona d'Inghilterra m'haveano imposto... di venirle a farli " riverenza... Se S. M. conosceva che V. E. particolarmente potesse da co- " teste bande farle alcun servitio le comandasse liberamente perchè con " tanta buona voluntà la servirebbe sempre, quanto qualsiasi altro suo ser- " vitore affettionatissimo. Queste parole havendole io dette in latino, S. M. " l'intese molto bene, perchè ascoltava anche attentissimamente. La ri- " sposta che S. M. mi diede fu con le parole precise che seguono: gratis- " simum mihi est quod memoria me teneant Duces illi Mantuae, ipsisque " gracias ago et habeo; ego offero illis amicitiam nostram solitam et plus- " quam solitam. Idemque spondeo pro rege domino meo. Hoc tu meo no- " mine referes... ".

Lo stesso giorno il Litolfi così descriveva, in una lettera personale a un cortigiano di Mantova, le sembianze e la *toilette* della Regina:

" S.r Castellano. Perchè non è talhor discaro il conto anche delle mi- " nutie, dirò a V. S. che la Reina qui d'Inghilterra è donna più tosto di " bassa che di mediocre statura et di faccia allegra et manco brutta assai " di quello che si dipinge, anzi la gratia la fa parer bella et tanto più es- " sendo di carne bianchissima Gli occhi ha glauci o gazuoli, come diciamo " noi, et ha una mano bellissima. L'età sua è di 43 anni, che così fur con- " tati dal numero de poveri, a quali S. M.tà lavò i piedi il giovedì santo, " perchè suol lavarli a tante persone quanti sono gli anni suoi. L'habito " in che era quando io gli parlai era questo: haveva una veste di brocato " d'argento con una coda lunga dietro terra tre buone braccia delle nostre, " et del medesimo drappo erano le maniche: sopra questa veste n'haveva " un'altra di veluto nero con bordonzini senza altre maniche che quelle " di brocato d'argento, et era senza coda et a tutto tondo, che andava

Sotto la penna del Litolfi ricorrono molti accenni che ritroviamo nelle relazioni sincrone del Barbaro, del Soranzo, del Michieli (1). Scrivendo però per il Duca Guglielmo, i cui contatti con l'Inghilterra non potevano essere che accidentali e di pura officiosità aulica, il Litolfi era tratto a svolgere, naturalmente, con maggiore ampiezza degli ambasciatori veneziani (2), la parte " curiosa " delle sue osservazioni su paesi e costumi stranieri; ed è ciò appunto che conferisce un valore originale, indipendente, nella *Culturgeschichte*, alla sua relazione.

L'isola d'Inghilterra in quel verso di Virgilio " et penitus toto di" visos orbe britannos " è descritta per isola, che sia per modo di dire fuori del mondo, et anticamente fu detta Albion, Britannia, et Anglia. Può esser di circuito 1700 miglia, cioè tutta l'isola, la quale è divisa in due parti. la maggiore che è verso meriggio è habitata da inglesi, la minore, che è verso settentrione, da scozzesi.

Fra queste due parti verso Levante è il fiume Tueda, verso ponente il fiume Solveo et fra questi due fiumi è un monte chiamato Chiviota.

Il circuito della parte habitata da inglesi è di 900 miglia intorno, cominciando dal fiume Tueda et circondando fin al fiume Solveo.

" uguale a terra, così che la coda di brocato d'argento veniva ad esser " scoperta tutta, et era achiapata in certi tagli con pontali d'oro lunghi. " Al collo si veniva a strignere il colaro della camiscia con crespe alte, " simili a quelle della camiscia et era tutto lavorato con perle di sopra. " In capo havea un chiapirone di veluto nero fodrato di raso bianco alla " francese con un cerchio d'oro alla fronte ornato d'alcuna gioia, et havea " una cinta pur d'oro con un bellissimo diamante al mezzo. In piedi non " porta pianelle ma scarpe sole di veluto, come usano tutte l'inglesi et " anche le fiamenghe...

" Io ho comincio a fare una descrittione del sito et costumi di questa " isola d'Inghilterra... la manderò forse col primo altro spaccio, et non di" spiacerà forse a S. E....

" Da Londra a 5 di maggio 1557.

" S.or Annibale Litolfi ".

(1) Cfr. Alberi, *Relazioni degli A. V.*, serie I, vol. II-III: relazioni di Daniele Barbaro del 1551, di Giacomo Soranzo del 1564, di Micheli Giovanni del 1557.

(2) Il solo Soranzo ha una bella pagina (vol. III, p. 52) su' costumi: ma generalmente le relazioni venete sono assorbite dall'illustrazione della potenza inglese, forze di terra e di mare, entrate e spese, floridezza commerciale, organamento statale, ecc.

La lunghezza è di 270 miglia cominciando da Antona verso mezzodì fin al fiume Tueda da tramontana.

La larghezza è di 250 miglia nella parte più larga, cominciando da Pembruch verso ponente fin a Colcestre verso levante.

I confini dell'isola sono dalla parte di levante il mare germanico per miglia 200, dalla parte di ponente l'isola d'Irlanda, da tramontana il mar deucalidonio et da austro il mar di Normandia et di Bretagna.

Or nella parte che a Francia è dirimpetto, il capo che più a ponente è posto Tolomeo chiama Ocrium promontorium; da' nostri è detto Musefula. Il capo che è verso levante dagli antichi è detto Nucantium promontorium, da moderni Dobla o vero Dovra et dall'uno all'altro ci son miglia 300 intorno, et quasi nel mezo di questa parte si è la città d'Antona.

Il regno è diviso in tre regioni: la prima è l'Inghilterra, la seconda Cornovaglia o vero Cornubia, come dicono gli inglesi, e la terza Nortuaglia.

I fiumi principali sono tre: il primo passa per l'Inghilterra presso Londra, detto Tamisa, in latino Tamesis, et va in mare tra levante et mezogiorno. Quivi vicino è il passo da Inghilterra in Francia et da Dobla a Cales, detto Ithius in latino et è di 36 miglia in circa. Il qual passaggio è difficile et pericolosissimo per l'ordinario, perchè verso la Picardia si allarga et parimente verso la Fiandra, et fra Cales et Dobla si strigne, oltra che ci regnano venti crudeli, et il mare è pieno de monti d'arena che chiamano banche, per il che molte volte le navi danno a traverso.

Il secondo fiume si chiama Sabrina, il quale va per Nortuaglia et entra in mare verso ponente.

Il terzo fiume per nome Umbro va in mare verso levante.

La parte montuosa del regno si è Nortuaglia, il resto è pianura, et colline. Ci sono nel regno selve, ma non molte nè famose.

Porti principali sono Dobla, Antona, Sabrina et Umber.

L'aere è salutifero et per segno di ciò si vive lungamente, con tutto che si viva disordinatamente come dirò dabbasso.

Laghi non ci sono ma fonti, che scendono da monti et alcuni nascono anche per le pianure, et dentro dell'isola propria sono alcune isolette di V, VI et VII miglia di circuito.

Le città principali di Nortovaglia sono 10, cioè Bangano, S[t] Assate, Cestria, Salapia, Vigornia, Erfodia, Landaffa, Caehrmardin, Pembrich et S. David.

Le città di Cornovaglia sono 6: Glocestria, Bristo, Battonia, Sarisburia, Dorcestria et Essonia.

Le città d'Inghilterra sono 32, cioè Londra lungo il fiume Tamisa verso settentrione, Cantuaria o vero Contuberi, Roffia, Cicestria, An-

tona, et Vintonia verso mezo dì, et verso tramontana sono Ossonia, Rochingania, Hertfordia, Dedfordia, Cantabria, Colcestre, Hutingona, Holi, Lonin, Nortantona, Nordovio, Varvico, Coventria, Staffordia, Lacestria, Lin che è porto di mare, Nortimgamia, Derbia, Lincornia, Ule, Yorch, Lancastria, Richmondia, Dunelmo, Novocastro et Carleolo.

Ventitrè vescovati di queste città sono sotto l'arcivescovato di Contuberi, la qual terra è metropoli d'Inghilterra: nondimeno la residenza dei Re suol essere a Londra, della quale dirò alcune cose degne da sapersi, non ci essendo cosa che importi da doversi dire di nessuna altra terra del regno.

(1) Londra adunque è la maggior città che sia in tutta Inghilterra edificata lungo il fiume Tamisa, il qual fiume in questa parte ha forma d'arco et per conseguente la terra viene ad essere arcata. Da un capo ci è un castello detto la torre et dall'altro capo è un borgo detto Vasmestre ove abitano i Re. Quivi è un palagio grandissimo et comodissimo di stanze, ma senza molta architettura, sì come sono in generale tutte le fabriche di questo paese. Dal detto capo della Torre ci è un ponte che traversa il fiume et va in un borgo detto Sodoart tanto grande che pare terra appartata, et il ponte è tanto largo che ci capiscono botteghe dall'una et l'altra banda con una strada nel mezo in alcuni luoghi coperta di sopra et in alcuni no. Si servono della commodità del fiume in andar lungo la terra di Londra con certe barchette lunghe et strette che chiamano botti. Dentro del detto fiume l'Oceano fa il suo riflusso a 10 miglia di sopra Londra che viene ad essere per spatio di un 100 miglia cominciando dal mare. Allo entrare della Torre ci è un luogo serrato, ove tengono per grandezza leoni et tigri et gatti salvatichi. Et gran numero di artiglieria ci è in detta Torre et parte anche di fuori sopra la ripa del fiume. 250 pezzi io ne ho numerati di grossa, la qual è di bronzo et da 600 di ferro, alcuni de quali sono di ferro fonduto et della stessa maniera che è quella di bronzo.

Nella Chiesa di San Pietro in Vasmestre c'è una capella molto adorna d'oro et de marmi detta la capella del Re, et al basso dei gradi che viene ad essere dopo la capella grande della Chiesa ci sono cenotaphi o vogliamo dire sepolture vote dei Re et Reine passate, con le inscrittioni dei nomi di ciascuno et i motti delle imprese, che portavano, ma i corpi loro sono in una Chiesa d'un luogo detto Oinsor, lungi vinti miglia da Londra, ove si suol tenere l'ordine della garattiera.

Poco discosto da essa Chiesa di San Pietro ci è una sala lunga cento passi et larga 27, nella quale s'incoronano i Re, et nella mede-

(1) Qui comincia la traduzione del *Calendar*, che ommette vari brani, da me segnati con asterisco.

sima sala si amministra la giustitia così criminale come civile, et è da sapere che non tutto l'anno si fa ragione, ma 15 et 20 dì per ciascuna stagione dell'anno... et perciò si chiamano i quattro termini, nelli quali compare chiunque vuol giustitia dinanzi al suo tribunale, secondo la materia di che si tratta, et fuor di questi termini non si fa giustitia a nissuno, eccetto il criminal detto Chiecher, che fa anche straordinariamente ragione. L'habito delli giudici si è un manto lungo fin al piè di panno nero fodrato di varro con maniche larghe et una beretta di panno alla Ducale.

Traffichi de mercatanti sono in Londra come in Anversa, li quali hanno corrispondenze in diverse parti del mondo.

Ci sono anche persone che vengono al studio in Londra, ma tutti del paese et non alcuno forastiere, i quali studiano non leggi comuni nè altra sorte di lettre latine, ma certe constitutioni del paese, le quali servono ad essi per leggi communi.

Un altro studio di lettre è in Inghilterra in una terra discosta da Londra 60 miglia detta Ossonia, ma quello è studio di legge commune.

Oltre a ciò ci è una casa nel borgo detto Sodoart sulla ripa del fiume, nella quale si tengono cani di razza grossa ad allevare, et per essercitarli hanno nella medesima casa orsi, lupi et tori, onde riescono per simili cazze de buonissimi cani.

Questo è quanto si può dir particolarmente di Londra, poco discosto dalla quale sono pallazzi belli da piacere, come Granuccio, Ricciamonte, Quinton, Autoncourt.

Le case in questo paese, quanto alle facciate et fenestre, sono come in Fiandra et Alemagna, ma quanto alle stanze non ci è un ordine al mondo, imperò che non si guarda se non alla commodità. La materia del fabricare è molto grossa, imperochè non havendo terra buona da far mattoni si servono de lignami contesti insieme con certi brievi spatii, i quali empiono di quella sorte di malta che usiamo noi in villa di terra et paglia, per il che i muri vengono ad essere deformi da vedere et d'indi procede che tutti usano tappezzerie et quelli che non hanno tappezzerie ci mettono tele dipinte a verdura. Da poco tempo in quà si comincia pure a fabricare de matoni massimamente per i Milordi, ma con gran spesa et usano molto di imbiancare le case per la copia del gesso, del quale qui ci sono le montagne.

Usano gli huomini nell'incontrarsi di toccarsi la mano alla tedesca et le donne di baciarsi alla francese. Però se un huomo incontrerà anche una donna che gli sia parente o amica, la bascierà così nel mezzo della strada come in casa.

Gli huomini per ordinario vanno in giuppone con una veste di panno fin a terra fodrata di pelle. Quegli che portano cappa et saglio solevano già vestire all'italiana et hora cominciano vestir alla spagnuola.

Un nobile che non habbia titolo o giurisditione, come diciamo noi, si chiamerà Mester in luogo di Messere, et quello che ha titolo si chiama Milord, et per l'ordinario lasciando il nome proprio si nominano dal cognome o dall'ufficio che hanno: come p. e. Milord Paggetto si dirà dal cognome o dall'ufficio Milord Privixel, che è del sigillo secreto che ha della Reina. Diranno anche Milord il Cardinale invece di Mons. Cardinale.

Questi tali gentilhuomini menano servitori seco più et manco secondo i gradi et intrate, et tutti in saglio senza cappa o gabbano, et è usanza che uno di questi servitori porti per l'ordinario dietro al Padrone una valigia in spalla o una borsa di panno, nella quale è il gabbano, il capello, un libro et altre cose del Padrone, et gli altri servitori tutti portano un brochero con una spada et molti con due spade, l'una fuori della cintura et l'altra nella cintura. Le quali spade hora sono dell'ordinarie, ma altre volte le portavano da una mano et meza et anche da due mani; et quel Padrone che non anderà con cappa ma con veste lunga si farà portare il suo brocchiere et spada da uno de servitori.

Le Miladi non usano carrette nè cocchi, ma vanno a cavallo con staffieri inanzi et damigelle di dietro a piedi o n'haveranno una et due a cavallo, le quali damigelle sogliono esser di nobil sangue et anche parenti talhora, perchè è costume in Inghilterra che le primogenite et i primogeniti siano padroni del tutto et gli altri fratelli non solamente non hanno parte nella robba, ma servono anche per servitori i fratelli maggiori.

L'habito delle donne nobili è quasi alla francese, l'altre l'hanno diverso, massimamente nell'acconciatura della testa, la qual coprono fin sotto l'orecchie d'un pannolino et di sopra portano una cuffia o beretta di lana bianca in forma rotonda o triangulare o vero ci portano un capello largo di veluto peloso.

Tutte queste donne in generale sono belle di carne et aria, et hanno gran libertà nel praticare, però che non si guarda a cosa che si facciano nè dentro nè fuori di casa: il che causa che sono poco continenti, et sariano forse anche manco se non le ritenesse il rigor et severità che s'usa contro di quelle che sono colte in fallo, benchè hormai ci habbiano trovata la malitia contra l'inganno, imperochè sotto colore di andar a mangiare con questo et quello fanno ciò che piace loro, essendo introdotta per tutta Inghilterra questa libertà et usanza che una donna massimamente delle maritate anderà sola o con una sua compagna a mangiare non solamente con uno del paese ma con uno forastiero et se avverrà chel marito la trovi con quel tale non solo non l'haverà a male ma gli toccherà la mano et lo ringratierà dello invito fatto a sua moglie. Non dico però che non si usi anche di questa domestichezza senza malitia, ma se alcuna per sorte è colta in fallo,

chiameranno per la prima i vicini, i quali sono obbligati ad esser testimoni et insieme uno officiale della giustitia, il quale parimente è obligato ad andare se ben fosse meza notte, et faranno pigliare amendue, ma per lo più la donna solamente, et presa che è le daranno la pena secondo la qualità della persona o del peccato, perchè o la metteranno in una gabbia di legno per un dì et per una notte, o la porranno sopra un carro et la condurranno per la terra o la metteranno sopra una seggia di legno forata nel mezo et attaccata al capo d'una trave posto sopra l'acqua et movendo il trave da alto a basso la faranno bagnare nelle parti pudende o vero la metteranno prigione in una casa deputata a questo, ove con un poco di pane et acqua farà sua vita per un tempo filando lana o lavorando di qualche altra cosa. In questa casa medesima sogliono mettere prigioni huomini per più sorti de tristitie, i quali per punitione gireranno tutto dì un mulino, che è quella sorta di pena che davano gli antichi a' servi loro.

Luoghi pubblici di dishonestà non ci sono.

Si può dire questo di bene in generale delle donne; che sono di bello ingegno, il che mostrano nella prontezza delle risposte, et molte si trovano, massimamente delle nobili, che sono dottissime in greco et in latino.

Inglesi non stimano honor in questo particolar delle donne, come non lo stimano neanche in molte altre cose, perchè nè per mentite nè per altre parole d'ingiuria si moveranno a far questione, ma più tosto per qualche capriccio et tiratesi due o tre coltellate alla tedesca, quando bene anche si feriscano faranno pace incontinente et anderanno a bere di compagnia. Se uno haverà inimicitia con un altro, incontrandolo non restarà di salutarlo, et anche di toccarli la mano, ma gli nuocerà poi se gli verrà fatto.

Sono nemici naturalmente a tutti i stranieri, ma più a francesi et a spagnoli, nè credo che ciò venga per conto di vicinanza, perchè non odiano fiamenghi et pur sono vicini. Ad italiani sono amicissimi et nel vero ci assomigliano anche assai d'aria et della persona, eccetto che sono generalmente più grandi di noi et si tengono anche più belli di noi, et insomma di qual altra natione si sia, onde qualhor veggono un forastiere che sia bello huomo dicono che egli par un inglese.

Anticamente era tenuta Inghilterra per tanto inhospita che volendo Horatio mostrare che fosse huomo d'assai quello cui bastasse l'animo di habitar fra Inglesi disse: visam britannos hospitibus feros.

Mangiano molti 5 et 6 volte il giorno et più carne che nissuna altra cosa, dal che in Londra si veggono più beccari che non sono in 2 delle prime terre di Lombardia, onde essendo dimandato ad uno ciò che gli pareva di Londra rispose: ella mi pare la prima terra del mondo a ragion di beccaria. Un altro disse: che inglesi mangiano et i fiamenghi

bevono. Con tutto questo mangiar troppo vivono lungamente, il che si può attribuire alla benignità dell'aere, il qual veramente è tanto moderato et buono che non potria essere migliore.

Orsi non ci sono nè lupi, nè leoni, nè simil fere selvaggie in questa isola, et a quel che dicono non ci sono manco serpi velenosi.

Hanno gran copia d'armenti et greggie massimamente di pecore, le quali si tosano una sol volta l'anno, ma le lane sono tanto fine che quelle di Spagna non stanno a paragone, per il che i panni inglesi sono finissimi et perfettissimi.

Grandissima copia ci è sopra il tutto di conigli selvatichi, et si servono di questa sorta di pelle per fodrar vesti.

Razze ci sono di cavalli quasi tutti portanti di natura, ma non molto buoni di fatica per esser deboli de piedi. Erano più belle et migliori che hora non sono le razze, prima chel Re Eduardo rovinasse i monasteri, perchè gli Abbati et vescovi ne havevano altra cura, che non hanno questi Milordi.

De stagni non se n'ha in luogo alcuno che siano più fini che in Inghilterra, la quale abbonda parimente di tutte l'altre cose, cioè de grani, herbe et frutti, eccetto che di vino et olio. Altre volte ci erano delle viti ma dicono che l'uve malamente maturavano. Di Francia hanno quanto vino vogliono et a buonissimo pretio et quanto alla birra non ci è la miglior della inglese. Insomma il paese tutto è bello et buono et tanto migliore quanto peggiori sono i paesani, onde non s'ingannò colui che disse che l'Inghilterra era un paradiso habitato da diavoli.

Generalmente sono poco industriosi et delle commodità sono molto amici, il che si vede in molte cose et in questa particolarmente che non ci è villano nè villana che non vada a cavallo, anzi per infelice è tenuto colui che è veduto andare dietro il carro a piedi, onde il villano stando a cavallo se ne va cacciando i buoi o cavalli del carro. Di qui viene che Inghilterra si chiama anche il regno delle commodità.

Dicono che sono di natura ostinatissima et che ducuntur non trahuntur, ma sono bene almeno volubili et inconsideratissimi nelle loro attioni. Nel primo moto sono animosissimi et tanto più arditi quanto l'impresa è più difficile *, ma nel proseguirla mancano di giudicio et si avviliscono, il che si vede da tante congiure che senza numero si sono fatte, perchè non n'è riuscita mai alcuna. Tosto che sono accusati confessano il peccato, per essempio di che trovandosi il Duca di Somerseth alla tavola del Re Henrico, contro del quale s'havea qualche sospetto ch'egli non trattasse, alla prima parola chel Re disse se gli buttò a piedi et confessò havergli machinato contra, supplicando S. M. che gli perdonasse *.

Della morte non fanno stima, come ben dice il Petrarca in quel verso: a cui morir non duole, parlando dell'Inghilterra. * Però là dove

si dice de tedeschi che non timent mortem sed genus mortis, all'incontro si può dir de inglesi che non timent mortem nec genus mortis *. Molte volte s'è veduto che huomini et donne sono andate al fuoco et alle forche ridendo et quasi burlandosi, et quelle case delle quali siano stati appiccati et squartati molti sogliono gloriarsene. Non ha molto che dimandando un forastiere ad un capitano inglese se di casa sua n'era mai stato appiccato o squartato alcuno, et rispondendo di no, che egli si sapesse, un altro inglese s'accostò all'orecchio del forastiere et si gli disse: non ve ne maravigliate, perchè costui non è gentilhuomo.

* In proposito di questo io vo' dire d'una usanza che è in Inghilterra: cosa che non sarà forse creduta et è pur vera; che quando uno si trova amalato et chel male s'agravi, anchor che non sia *in extremis* mandano alla Chiesa più vicina et fanno sonare una campana con certi botti rari, li quali sono per segno allo amalato che egli va peggiorando et talhora anderà sonando tre dì et tre notte continove finchè l'infermo muore o si rivale. Ma ci è di più una crudeltà, la quale usano per una gran pietà: che se occorre che uno amalato vada penando d'un male che sia reputato mortale, non ponno patire che la natura faccia il suo officio, ma lo aiutano con qualche atto violento a morire, onde s'è trovato che havranno posto delle piume o uno pannolino in bocca allo amalato per cavarlo di stento, dicendo loro esser una impietà che si lasci stentare uno amico o parente, et se bene non si fa questo con tutti si fa però con molti.

* Alla guerra vanno volentieri et quando sanno d'havervi d'andare, cercano di metter insieme più danari che ponno del proprio loro havere, a tal che ben spesso le famiglie loro ne patiscono, usando di dire che se mettono la vita per il Re è anche honesto di metterci la robba, onde a questo modo si potrebbe dire che inglesi vanno alla guerra per perdere et gli altri per guadagnare: ma può esser più tosto che portano danari per ripararsi dai disagi et per esser come è detto di sopra molto amici delle commodità.

* Quanto al combattere lo fanno arditamente et senza pensarvi, ma quanto al comandare et al guidar una scaramuccia o giornata pare che siano pochi quelli che lo sappiano fare, et si conclude che se havessero buoni capi farebbono altra riuscita su la guerra che non fanno, ma non vogliono stare sotto capi forastieri *.

Circa l'ordine della militia l'hanno in alcune cose, massimamente nello alloggiare. imperochè quando sono in campagna non così tosto è deputato loro il luogo che si mettono a tanti per quartiero a designare il vallo, il quale circondano de carri talmente contesti insieme che serve per una forte muraglia contro ogni grande insulto et massimamente contra correrie de cavalli. Dicesi appresso che con difficoltà si ponno

tenere nei presidii dentro delle terre, là dove stanno molto volentieri in campagna (1).

Le arme da diffesa nel fante da piede sono una corazza di ferro o vero di tela grossa imbastita di stoppa o lana o bambagia (2), la quale resiste molto più che non fa quella di ferro ad ogni gran colpo: et quelle da offesa sono per l'ordinario o vero un'arma simile all'alabarda ma d'hasta però più curta, o vero un arco del quale si servono in scaramuccia contro gli arcobugi, col quale dicesi che fanno una passata grande, et tanto è l'artificio che hanno in questo arco che per cento passi et più lo tireranno di mira; nè è da meravigliarsene, perchè questo è l'essercitio ordinario d'inglesi, nel quale si esercitano da fanciulli, onde si ridurranno in un luogo spatioso et posto un segno lontano una occhiata sapranno usar tal arte in tirar la frezza per l'aria che se non daranno nel segno ci daranno poco lontano, et sopra ciò sogliono fare delle scommesse di danari et d'altre cose.

Gli arcobugi usano di rado.

Se sono cavailiggieri armano quasi all'italiana et combattono volentieri et bene col stocco, et quanto alla lanza è più sottile et quasi all'ungaresca, et de cavalli si proveggono o d'Irlanda o di Fiandra, perchè d'Inghilterra pochi se n'hano, che siano buoni da guerra. Sogliono anche questi cavailiggieri armarsi il petto, le braccia et le coscie della detta sorte di tela imbastita di lana o stoppa o bambagia.

Gli huomini d'arme armano quasi alla borgognona et sogliono dilettarsi d'haver cavalli bardati de certi corii doppi incerati che resistono ad ogni gran colpo, ma il proprio d'inglesi è più di combattere a piedi, et lo fanno senza perdere terreno o voltar spalle, ma non hanno ordine nel combattere, come è detto di sopra.

Gran numero de genti da guerra si cava d'Inghilterra a tal che dicono che ad un bisogno metteriano 40 m. huomini in campagna, dopo l'haver forniti i presidii.

Resta da dire che sì come hanno dei costumi de diverse nationi nel vivere et nel procedere, così la lingua loro participa quasi di tutte l'altre lingue, perchè l'inglese dirà candel et stomache, et l'italiano candela et stomaco. Il spagnolo noble et favorable et il medesimo dirà anche l'inglese. Così il spagnolo dice las botas et l'inglese botes per i stivalli. Il francese usa onion per la cipolla, vinagre per l'aceto, governour per

---

(1) Cfr. la relazione Soranzo, p. 53, che aggiunge come gli inglesi in guerra " mostrano gran cuore e molta prontezza nelli pericoli, ma bisogna " che siano accomodati di gran copia di viveri, onde si vede che non pos- " sono molto durare nelle fatiche ".

(2) Qui cessa la versione del *Calendar*.

il governatore et il medesimo dice anche l'inglese. Il tedesco dice trinch per il bere et l'inglese drinch. Il fiamengo usa vasser per l'acqua et flas per la carne, et l'inglese dice vatter et fles. Il latino dice paupertas et scabies et l'inglese povertie et scab, et nel far chiamar uno usano questa parola cal, là dove il greco dice calò, idest voco.

Questo è quanto ho inteso di vero insomma delle cose d'Inghilterra, così da inglesi che hanno la lingua italiana, come da forastieri che sono stati in questa isola lungamente, et hanno servito anchora ai propri Re.

Potrei scrivere dell'ordine della garattierà et del Parlamento della casa alta et bassa, cioè de nobili et popolari, il qual si suol tenere a certi tempi, ma mi riservo ad un'altra volta (1).

Della Scotia anchor che sia parte dell' Inghilterra non ragionerò anche per hora, ma dirò questo poco: che è sotto clima freddissimo per esser totalmente settentrionale et produce huomini belli et bellicosi, ma poveri et superbi. Ad inglesi sono capitali nemici per quella regola generale che non ci è vicino che si voglia bene.

Sotto l'Inghilterra vi è un'altra isola detta Hibernia o vero Irlanda, situata verso l'Occidente, la quale altre volte si governava da sè, hora la Reina ci tiene uno di questi Milordi principali per governatore. Questi sono huomini molto selvaggi et diversi da tutti gli altri huomini di legge, costumi et natura, pur da che cominciano a praticare più di quello che solevano fare hanno imparato un poco di politia, ma si può dire che sia ben poco, perchè difficilmente si sanno accomodare all'altrui vivere o vestire, anzi cercano che altri s'accomodano al loro. Laonde s'è veduto molte volte che andando uno inglese in quella isola per negotiare alcuna cosa, non l'haveranno voluto ascoltare, se prima non si vestiva all'irlandese. Il qual habito nelli più nobili si è di tela assai grossa tinta in zaffrano, del qual zaffrano usano anche di tingere le camiscie, ma generalmente gli altri vanno nudi con una pelle a traverso di pecora o d'altro animale. Costoro sono ferocissimi et durano molto alla fatica et quando vanno alla guerra non usano sorte alcuna d'arme da diffesa et per offesa si servono dell'arco o d'una scimitarra larga con la quale feriscono gravemente. A cavallo combattono anche disarmati et senza staffe, et la lancia loro è simile all'inglese. Dicono che sono animosissimi al combattere et che non conoscono paura. Fra l'altre cose sono velocissimi nel correre et di molta lena a tal che si sono trovati di quelli che pigliando con la mano una seta della coda di un cavallo

(1) Pur troppo non sembra che l'abbia mai fatto: e per questa parte dobbiamo ricorrere alle relazioni venete (p. e., quella del Soranzo, p. 67 sgg.).

saranno talmente andati di pari al cavallo nel correre che havranno ritenuta quella seta senza romperla sino al fine della carrera.

Sono razze buone de cavalli in Irlanda et portanti come in Inghilterra ma migliori, et si conoscono gli uni dagli altri in questo: che le achinee d'Inghilterra sogliono essere castrate et hanno le chiome, et gli ubbini irlandesi sono intieri et senza chioma.

L'entrate de Irlandesi consistono più in armenti et greggie che in nissuna altra cosa. Laonde s'uno mariterà sua figliola le darà di dote tanti capi di vacche o di pecore, ma de di lì a due giorni rubberà al genero ciò che gli haverà dato, anzi s'usa fra parenti et amici di rubbarsi l'un l'altro ciò che ponno et massimamente bestiami, di donde vengono spesso alle mani et s'amazzano, et se fanno questo co' suoi tanto più lo fanno co' forastieri. Perciò si può dire che in Irlanda

> Vivitur ex rapto, non hospes ab hospite tutus,
> Nec gener a socero.

L'Accademico Segretario
ETTORE STAMPINI

CLASSE

DI

SCIENZE FISICHE, MATEMATICHE E NATURALI

Adunanza del 13 Gennaio 1918.

PRESIDENZA DEL SOCIO ANZIANO CORRADO SEGRE

Sono presenti i Soci Peano, Jadanza, Guareschi, Guidi, Mattirolo, Grassi, Somigliana, Panetti e Parona Segretario.

Scusano l'assenza il Direttore della Classe Senatore D'Ovidio e il Socio Naccari.

Si legge e si approva l'atto verbale della precedente adunanza.

Si comunica che l'Istituzione Morelli in Bergamo ha trasmesso copia dei lavori scientifici presentati al concorso per il premio 1917, l'esame dei quali spetta per turno alla nostra Accademia e, per l'argomento dei lavori stessi, alla nostra Classe. Nella prossima adunanza dell'Accademia, a Classi unite, si procederà alla nomina della Commissione.

Presentano per la stampa negli *Atti*:

Il Socio Peano: la Nota della Dott. Ermenegilda Mori Breda, *Estrazione graduale della radice quadrata*.

Il Socio Somigliana: la Nota del Prof. Francesco Vercelli, *Sul valore meccanico e fisico delle differenze e delle tendenze barometriche.*

Il Socio Grassi: la Nota del Dott. Paolo Straneo, *Relazioni generali fra teorie fisiche e costanti universali.*

LETTURE

Estrazione graduale della radice quadrata.

Nota della Dott. GILDA MORI BREDA.

Per spiegare chiaramente l'estrazione graduale della radice quadrata, premetto l'elevamento graduale al quadrato, giacchè la prima operazione è l'inversa della seconda.

Sia a una quantità (o numero reale positivo) minore di 1; lo si sviluppi in frazione decimale:

$$a = 0 \cdot a_1 a_2 \ldots = a_1 X^{-1} + a_2 X^{-2} + \ldots$$

ove X rappresenta il numero 10, base della numerazione, e X^{-1}, X^{-2} ... si possono leggere: " decimi, centesimi, ecc. ". Adotto il punto decimale $0 \cdot a_1 a_2 \ldots$, conformemente all'uso inglese; poichè, quel punto decimale, non ha in matematica nessun altro significato, invece la virgola ha più significati, fra cui quello di coppia; così 1 , 2 può significare $1 + 2/10$ e la coppia di nunumeri 1 e 2.

Abbiasi un'altra quantità b minore di 1:

$$b = 0 \cdot b_1 b_2 \ldots = b_1 X^{-1} + b_2 X^{-2} + \ldots$$

Per moltiplicare due frazioni decimali infinite (o serie) a e b moltiplico i termini di grado 1 in X^{-1}, ed ottengo il termine di 2° grado:

$$(a_1 X^{-1}) \times (b_1 X^{-1}) = a_1 b_1 X^{-2};$$

aggiungo i termini di 3° grado:

$$+ (a_1 b_2 + a_2 b_1) X^{-3}.$$

Poi i termini di 4° grado:

$$+ (a_1 b_3 + a_2 b_2 + a_3 b_1) X^{-4}$$

e così via: aggiungo i termini di grado n:

$$+ (a_1 b_{n-1} + a_2 b_{n-2} + \dots + a_{n-1} b_1) X^{-n}.$$

E qui mi arresto.

Questa somma si indica con $a \times_n b$, e si legge " prodotto di grado n di a per b " [1].

Il prodotto ordinario $a \times b$, oltre ai termini scritti, contiene degli altri termini; quindi si ha:

$$a \times b \geqq a \times_n b,$$

cioè " il prodotto ordinario è maggiore del prodotto graduale ": si ha l'eguale, solo quando i termini di $a \times b$, non contenuti in $a \times_n b$, sono tutti nulli, cioè quando a e b hanno un numero finito di cifre decimali, ed n è maggiore od eguale alla somma di questi numeri di cifre.

Per avere un limite nella differenza:

$$a \times b - a \times_n b = (a_n b_1 + a_{n-1} b_2 + a_{n-2} b_3) X^{-n-1} +$$
$$+ (a_{n+1} b_1 + a_n b_2 + \dots + a_3 b_n + a_1 b_{n+1}) X^{-n-2} + \dots$$

osservo che il secondo membro è minore del valore che esso assume quando al posto delle cifre $a_1 a_2 \dots b_1 b_2 \dots$ metto la cifra nove; poichè esse non possono essere tutte 9, avremo:

$$a \times b - a \times_n b < n 81 X^{-n-1} + (n+1) 81 X^{-n-2} + (n+2) 81 X^{-n-3} + \dots$$
$$< 81 X^{-n-1} [n + (n+1) X^{-1} + (n+2) X^{-2} + (n+3) X^{-3} + \dots]$$
$$< 81 X^{-n-1} [n (1 + X^{-1} + X^{-2} + X^{-3} + \dots) +$$
$$+ X^{-1} + 2 X^{-2} + 3 X^{-3} + \dots].$$

---

[1] Il lettore riconoscerà nella regola precedente la moltiplicazione di due serie quale si trova nei trattati di calcolo: vedi per es. d'Arcais, a. 1899, pag. 265. Si noti che $a \times_n b$ dipende solo dalle cifre $a_1 a_2, \dots a_{n-1}, b_1 b_2 \dots b_{n-1}$.

Ricordando, che la somma dei termini di una progressione geometrica infinita, che ha per ragione $x < 1$, è $1/(1 - x)$, si ha:

$$1 + X^{-1} + X^{-2} + X^{-3} + \ldots = 1/(1 - 1/10) = 10/9$$

ed elevando al quadrato:

$$1 + 2X^{-1} + 3X^{-2} + \ldots = 100/81$$

onde

$$a \times b - a \times_n b < 81\, X^{-n-1} [10n/9 + 10/81]$$

e semplificando:

$$a \times b = a \times_n b < X^{-n} (9n + 1)$$

che è la formula che andavo cercando.

Quindi: " la differenza fra il prodotto ordinario $a \times b$ e il prodotto di grado n di a e di b è minore di $9n + 1$ unità decimali di ordine n " [1].

Nel caso che i due fattori sieno eguali si ha lo sviluppo graduale del quadrato:

$$a \times_n a = (a_1^2)\, X^{-2} + (2a_1 a_2)\, X^{-3} + (2a_1 a_3 + a_2^2)\, X^{-4} + \ldots \\ + (2a_1 a_{n-1} + 2a_2 a_{n-2} + \ldots)\, X^{-n}.$$

Per abbreviare, avendosi una successione di cifre, con $\} a_1 a_2 \ldots a_{n-1} \{$ intendo il doppio della somma delle cifre equidistanti dagli estremi, più il quadrato della cifra media se esiste. Allora:

$$a \times_n a = \} a_1 \{\, X^{-2} + \} a_1 a_2 \{\, X^{-3} + \} a_1 a_2 a_3 \{\, X^{-4} + \ldots \\ + \} a_1 a_2 \ldots a_{n-1} \{\, X^{-n}.$$

Darò un esempio del quadrato graduale: calcolo $(10/13)^2$.

[1] Questa limitazione della differenza $a \times b - a \times_n b$ è nota; parmi nuova la dimostrazione che qui si dà.

$V_{10}(10/13) = 0{\cdot}7692307692$ è il valore con 10 cifre decimali di $10/13$.

	0·7	6	9	2	3	0	7	6	9	2	
$\}7\{ =$	0·4	9									
$\}76\{ =$		8	4								
$\}769\{ =$		1	6	2							
$\}7692\{ =$			1	3	6						
$\}76923\{ =$				1	4	7					
$\}769230\{ =$						7	2				
$\}7692307\{ =$						1	5	6			
$\}76923076\{ =$							1	8	0		
$\}769230769\{ =$								3	3	3	
$\}7692307692\{ =$									2	7	2
$(10/13)\times_{11}(10/13) =$	0·5	9	1	7	1	5	9	7	6	0	2

Il numero trovato è $(10/13)\times_{11}(10/13) < (10/13)^2$; aggiungo $9\times 11 + 1$ cioè 100 unità dell'ultimo ordine. Avremo:

$$(10/13)^2 > 0{\cdot}59171597602$$
$$\phantom{(10/13)^2 > 0{\cdot}591715976}100$$
$$(10/13)^2 < 0{\cdot}59171597702.$$

Concludo:

$$V_8(10/13)^2 = 0{\cdot}59171597$$

e la cifra seguente è 6 o 7. Si può verificare in questo caso semplice colla divisione: $100/169 = 0{\cdot}59171597633$.

Se il numero di cui vogliamo calcolare il quadrato è maggiore di 1, cioè della forma $v + x$, ove v è un intero non nullo e $x = {\cdot}\,x_1\,x_2 \ldots x_n \ldots$ è una frazione propria, si avrà:

$$(v + x)^2 = v^2 + 2vx + x^2.$$

Sviluppo $2vx$ e $x \times x$ colla regola precedente. Ordinando ho:

$$(v + x)^2 = v^2 + (2vx_1)\,X^{-1} +$$
$$+ (2vx_2 + \}x_1\{)\,X^{-2} + (2vx + \}x_1 x_2\{)\,X^{-3} + \ldots$$

Arrestandoci ai termini di grado n si avrà:

$$(v+x)^2 \geq v^2 + 2v\mathrm{V}_n x + x \times_n x,$$

oppure:

$$(v+x)^2 - (v^2 + 2v\mathrm{V}_n x + x\times_n x) = 2v(x - \mathrm{V}_n x) + (x^2 - x\times_n x).$$

Se x ha precisamente n cifre decimali allora $\mathrm{V}_n x = x$ e

$$(v+x)^2 - (v^2 + 2v\mathrm{V}_n x + x\times_n x) = x^2 - x\times_n x < (9n+1)\,\mathrm{X}^{-n}.$$

Qualunque si sia x (con infinite cifre) si ha: $x - \mathrm{V}_n x < \mathrm{X}^{-n}$, e la penultima eguaglianza diventa:

$$(v+x)^2 - (v^2 + 2v\mathrm{V}_n x + x\times_n x) < (2v + 9n + 1)\,\mathrm{X}^{-n},$$

cioè: la differenza fra il quadrato ordinario e il quadrato graduale è minore dell'unità decimale d'ordine n pel doppio della parte intera aumentato di $9n+1$.

Se v ha una sola cifra decimale, postala $= x_0$ si avrà:

$$(x_0 \cdot x_1 x_2 \ldots)^2 = \} x_0 \{ + \} x_0 x_1 \{ \mathrm{X}^{-1} + \} x_0 x_1 x_2 \{ \mathrm{X}^{-2} + \ldots$$

Esempio. — Calcolo e^2:

	2·	7	1	8	2	8	1	8	4	5
$\}2\{ =$	4									
$\}27\{ =$	2	8								
$\}271\{ =$		5	3							
$\}2718\{ =$			4	6						
$\}27182\{ =$			1	2	1					
$\}271828\{ =$					7	6				
$\}2718281\{ =$					1	8	4			
$\}27182818\{ =$							9	4		
$\}271828184\{ =$							2	6	2	
$\}2718281845\{ =$								1	4	0
	7·	3	8	9	0	5	6	1	6	0.

Il valore trovato è $= e \times_9 e$; aggiungo $(2v + 9n + 1) X^{-n}$, cioè 86 unità dell'ultimo ordine, ed ho:

$$\begin{array}{r} e^2 > 7{\cdot}3\;8\;9\;0\;5\;6\;1\;6\;0 \\ 8\;6 \\ \hline e^2 < 7{\cdot}3\;8\;9\;0\;5\;6\;2\;4\;6. \end{array}$$

Concludo:

$$V_6\, e^2 = 7{\cdot}3\;8\;9\;0\;5\;6.$$

Faccio ora un esempio in cui v contiene più cifre: esso è poco comodo per l'elevazione a quadrato, ma è importante nella estrazione della radice. Vogliasi il quadrato di $v+x=564{\cdot}189583$, numero che incontreremo in seguito. Ivi $v=564$ e $x=0{\cdot}189583$; il doppio della parte intera $2v = 1128$.

$$\begin{array}{rl}
 & 5\;6\;4{\cdot}1\;8\;9\;5\;8\;3 \\ \hline
v^2 = & 3\;1\;8\;0\;9\;6 \\
(2v\times 1)\,X^{-1} = & 1\;1\;2\;8 \\
\}1\{ = & 1 \\
(2v\times 8)\,X^{-2} = & 9\;0\;2\;4 \\
\}18\{ = & 1\;6 \\
(2v\times 9)\,X^{-3} = & 1\;0\;1\;5\;2 \\
\}189\{ = & 8\;2 \\
(2v\times 5)\,X^{-4} = & 5\;6\;4\;0 \\
\}1895\{ = & 1\;5\;4 \\
(2v\times 8)\,X^{-5} = & 9\;0\;2\;4 \\
\}18958\{ = & 1\;7\;7 \\
(2v\times 3)\,X^{-6} = & 3\;3\;8\;4 \\ \hline
(564{\cdot}189583)^2 > & 3\;1\;8\;3\;0\;9{\cdot}8\;8\;5\;5\;4\;1.
\end{array}$$

Avendo il numero dato 6 cifre decimali, aggiungerò al valore trovato $(9n + 1) X^{-6}$, cioè 55 unità dell'ultimo ordine ed ottengo:

$$(564{\cdot}189583)^2 < 318309{\cdot}885596.$$

Concludo:

$$V_4\,(564{\cdot}189583)^2 = 318309{\cdot}8855.$$

Se invece volessi calcolare il quadrato di un numero, le cui prime cifre sono quelle scritte e le successive incognite, cioè il quadrato di 564·189583.., allora:

$$(564\cdot 189583..)^2 > 318309\cdot 885541$$

e aggiungendo $(2v+9n+1)\,X^{-6}$, cioè 1183 unità di ordine X^{-6}, avrò:

$$(564\cdot 189583..)^2 < 318309\cdot 886724.$$

Concludo:

$$V_2\,(564\cdot 185583..)^2 = 318309\cdot 88.$$

Estrazione graduale di radice quadrata.

Vuolsi calcolare $\sqrt{(1/\pi)}$ conoscendo $1/\pi = 0\cdot 31830988618379067$. Comincio a calcolare le primė tre cifre di $\sqrt{(1/\pi)}$, cioè la parte intera di $\sqrt{(X^6/\pi)}$, cioè di $\sqrt{318309}$, che, detta v, sarà $= 564$. Questa radice si trova servendosi delle diffusissime tavole di quadrati.

Il doppio di 564 è 1128 e mi formo la tabella coi primi nove multipli di $2v = 1128$.

Sottraggo da 318309 il quadrato di 564 e accanto al resto ottenuto 213 scrivo 8, cioè la prima cifra decimale del radicando. Si divide il numero così formato pel doppio della parte intera, cioè per 1128. Il quoziente 1 è eguale o maggiore della prima cifra decimale della radice.

Si sottrae da 2138 il prodotto 1128×1, accanto al resto 1010 scrivo 8, cioè la seconda cifra decimale del radicando. Calcolo $\}1\{ = 1$, e sottraggo da 10108. Si divide il resto 10107 per 1128 e il quoziente è 8.

Si sottrae da 10107 il prodotto 8×1128 e accanto al resto 1083 si scrive la 3ª cifra decimale del radicando, ecc.

Ottengo così, molto rapidamente, e facendo intervenire il solo numero di cifre decimali necessario:

```
      √ 3 1 8 3 0 9·8 8 6 1 8 3 7 9 0 6 7 | 5 6 4·1 8 9 5 8 3 5 4 7 7 5
564² = 3 1 8 0 9 6
             2 1 3 8
   1         1 1 2 8
             1 0 1 0 8
  } 1 {              1                     2v = 564 × 2 =   1 1 2 8 | 1
             1 0 1 0 7                                      2 2 5 6 | 2
   8           9 0 2 4                                      3 3 8 4 | 3
               1 0 8 3 6                                    4 5 1 2 | 4
  } 18 {             1 6                                    5 6 4 0 | 5
               1 0 8 2 0                                    6 7 6 8 | 6
   9           1 0 1 5 2                                    7 8 9 6 | 7
                   6 6 8 1                                  9 0 2 4 | 8
  } 189 {              8 2                                1 0 1 5 2 | 9
                   6 5 9 9
   5               5 6 4 0
                     9 5 9 8
  } 1895 {             1 5 4
                     9 4 4 4
   8                 9 0 2 4
                       4 2 0 3
  } 18958 {              1 7 7
                       4 0 2 6
   3                   3 3 8 4
                         6 4 2 7
  } 189583 {               2 2 4
                         6 2 0 3
   5                     5 6 4 0
                           5 6 3 9
  } 1895835 {                2 2 7
                           5 4 1 2
   4                       4 5 1 2
                             9 0 0 0
  } 18958354 {                 2 2 2
                             8 7 7 8
   7                         7 8 9 6
                               8 8 2 6
  } 189583547 {                  2 6 2
                               8 5 6 4
   7                           7 8 9 6
                                 6 6 8 7
  } 1895835477 {                   2 9 6
                                 6 3 9 1
   5                             5 6 4 0
                                   7 5 1
```

Generalizzando, indico con a una quantità maggiore di uno, dalla quale si vuol estrarre la radice quadrata; v la parte intera della radice, ed x la parte decimale, sarà:

$$\sqrt{a} = v + x,$$

onde:

$$a = v^2 + (2vx_1)X^{-1} + (2vx_2 + \}x_1\{)X^{-2} + (2vx_3 + \}x_1x_2\{)X^{-3} + \ldots$$

Determinato il numero v, tale che $a \geqq v^2$, calcolo le cifre $x_1 x_2 \ldots$ dalle condizioni:

$$a \geqq v^2 + (2vx_1)X^{-1},\quad a \geqq v^2 + (2vx_1)X^{-1} + (2vx_2 + \}x_1\{)X^{-2},\ \text{ecc.}$$

In generale pongo $\sqrt[]{}_n a$ che leggo " radice quadrata, di grado n di a „ il massimo numero $v + x$, con n cifre decimali, tale che:

$$a \geqq v^2 + 2vx + x \times_n x.$$

Si avrà $\sqrt{}_0 a = v$, cioè $\sqrt{}_0 a$ è il massimo numero tale che $a \geqq v^2$.

$\sqrt{}_1 a = v + x_1 X^{-1}$ dove la cifra x_1 è la massima soddisfacente la condizione:

$$a \geqq v^2 + 2vx_1 X^{-1}.$$

La cifra x_1 viene ricavata col medesimo procedimento che nell'estrazione elementare, ed è come in quel metodo o la vera cifra della radice o una cifra troppo forte.

In generale si ricaverà x_n, come massima cifra, soddisfacente la condizione:

$$a \geqq v^2 + 2v(x_1X^{-1} + x_2X^{-2} + \ldots + x_{n-1}X^{-n+1}) + 2vx_nX^{-n} + x \times_n x,$$

la quale è lineare in x_n.

Si può anche scrivere:

$$2vx_nX^{-n} \leqq [a - v^2 - 2vV_{n-1}x - x \times_{n-1} x] - \}x_1x_2 - x_{n-1}\{X^{-n},$$

e poichè $a - v^2 - 2vV_{n-1}x - x \times_{n-1} x \geqq 0$, se la differenza del secondo membro risultasse negativa, si diminuisce x_{n-1} di una unità dell'ultimo ordine.

Esamino ora la relazione fra $\sqrt{a}$ e $\sqrt[n]{a} = v + x$, cioè fra la radice quadrata con n cifre decimali di a e la radice quadrata di grado n di a.

Poichè, per definizione di $\sqrt[n]{a}$, si ha:

$$a \geqq v^2 + 2vx + x \times_n x$$

e

$$a < v^2 + 2v(x + X^{-n}) + (x + X^{-n}) \times_n (x + X^{-n}),$$

e se al prodotto graduale sostituisco il prodotto ordinario ho, a più forte ragione:

$$a < v^2 + 2v(x + X^{-n}) + (x + X^{-n})^2,$$

ossia:

$$a < (v + x + X^{-n})^2,$$

onde: $\sqrt{a} < v + x + X^{-n} = \sqrt[n]{a} + X^{-n}$, $V_n \sqrt{a} \leqq \sqrt[n]{a}$, cioè: „ il valore con n cifre decimali della radice di a è eguale o minore della radice di grado n di a „.

Essendo poi $x \times_n x > x^2 - (9n + 1) X^{-n}$ sarà $a > (v + x)^2 - (9n + 1) X^{-n}$, e diminuendo x di un'unità dell'ultimo ordine $a > (v + x - X^{-n})^2 + [2(v + x - X^{-n}) - (9n + 1)] X^{-n}$ ed *a fortiori* $a > (v + x - X^{-n})^2 + [2v - (9n + 1)] X^{-n}$.

Se ora si suppone $2v > (9n + 1)$, sarà:

$$a > (v + x - X^{-n})^2,$$

onde $\sqrt{a} > v + x - X^{-n}$ e $V_n \sqrt{a} \geqq \sqrt[n]{a} - X^{-n}$.

Se $v \geqq 100$, affinchè:

$$9n + 1 \leqq 2v$$

dovrà essere $n \leqq 22$ e allora:

$$\sqrt[n]{a} - \sqrt{a} < X^{-n}.$$

Se si suppone dunque $v \geqq 100$, e si calcola la radice graduale di a con un numero di cifre non superiore a 22, si avrà: o il valore esatto con cifre n decimali di $\sqrt{a}$, o questo, aumentato di un'unità dell'ultimo ordine decimale.

Si ha così un numero di 25 cifre che differisce da $\sqrt{a}$ meno di un'unità dell'ultimo ordine decimale, in più o in meno.

Nel nostro caso particolare, $v = 564$, e x ha 11 cifre; poichè il resto è 751 posso scrivere:

$$V_{11}(X^6/\pi) = v^2 + 2vx + x \times_{11} x + 751 X^{-11},$$

e poichè:

$$x \times_{11} x > x^2 - 100 X^{-11}$$

sarà:

$$X^6/\pi > v^2 + 2vx + x^2 + 651 X^{-11}, \quad X^6/\pi > (v + x)^2 + 651 X^{-11},$$

e *a fortiori*:

$$X^6/\pi > (v + x)^2, \qquad \sqrt{(X^6/\pi)} > v + x,$$

dalla quale si conclude che $V_{11}\sqrt{(X^6/\pi)} = 564{\cdot}18958354775$ e $V_{14}\sqrt{(1/\pi)} = 0{\cdot}56418958354775$.

Il valore precedente di $\sqrt{(1/\pi)}$ si può confrontare con quello che dànno i professori Burali e Pensa nella loro Aritmetica e Geometria; essi dànno V_{10} di $\sqrt{(1/\pi)}$, ma le cifre di posto nove e dieci non sono 2 e 3, come essi dicono, bensì 3 e 5.

Ho sempre applicato la regola che $x^2 - x \times_n x < (9n + 1)X^{-n}$; si poteva applicare l'altra regola: che questa differenza è minore della somma delle cifre di x, moltiplicata per l'unità decimale d'ordine n, dove x ha n sole cifre decimali. Però usando questa regola si arriva, nei nostri esempi, agli stessi risultati.

L'estrazione graduale della radice quadrata si può dedurre dalla regola per la risoluzione delle equazioni numeriche, quale si trova nei manoscritti lasciati da Fourier, e pubblicati dopo la sua morte da Navier nel 1831. Però questi manoscritti non preparati dall'autore per la stampa, sono, specialmente nelle ultime parti, poco chiari: quindi di questo metodo si trova solo un cenno in:

Lüroth, *Numerisches Rechnen*, Leipzig, 1900, pag. 152, ove l'autore dà un esempio: " obleich dies nicht günstig ist ", cioè: quantunque esso non sia favorevole; invero nel suo esempio $v = 10$ e non si ha approssimazione sufficiente.

Un'affermazione consimile trovasi pure in:

XAVIER, *Approximations numériques*, Paris, 1909, pag. 69, ove l'autore dice: " cette méthode que nous ne donnons ici qu'à titre de curiosité théorique ", giacchè avendo nel suo esempio considerato $v < 10$, l'approssimazione è insufficiente.

Il prof. PEANO nelle note *Approssimazioni numeriche* (Torino, *Atti*, 1917) invertendo l'operazione di elevazione graduale a quadrato, diede come esempio l'estrazione graduale della radice quadrata da π, dopo averne calcolate direttamente due o tre cifre.

In questa mia Nota ho fatta l'esposizione diretta di tutta la teoria per l'estrazione di radice graduale ed ho trovate le precauzioni che bisogna avere affinchè il calcolo riesca praticamente; cioè che se la parte intera della radice è > 100 allora si può applicare l'estrazione di radice graduale fino a 22 cifre decimali.

Risulta così, che questo metodo, applicato convenientemente, è più comodo e più rapido, sia del metodo elementare usato nelle nostre scuole, sia degli altri metodi meno noti per l'estrazione di radice quadrata.

Sul valore meccanico e fisico delle differenze e delle tendenze barometriche.

Nota del Prof. FRANCESCO VERCELLI.

Il moto della colonna barometrica presenta caratteri complessi e sfuggiti, sinora, ad ogni ricerca. Mancando una base di orientamento, gli studi barometrici vennero rivolti alla determinazione di quantità scelte arbitrariamente e non sempre dotate di un significato fisico ben definito.

I procedimenti andarono via via affinandosi e dal semplice calcolo delle medie annue, mensili, dedadiche, ecc. si passò alla considerazione degli intervalli con cui si presentano i massimi ed i minimi, allo studio delle variazioni e delle differenze, e alla rappresentazione dei valori sincroni di queste grandezze per le diverse regioni del globo.

In questi ultimi anni gli studi dei valori differenziali della pressione costituirono base feconda di pubblicazioni e di ricerche (1).

Questi lavori, pure costituendo un progresso notevole, sono maggiormente rivolti ad accumulare cifre e dati, che a discutere sul valore che essi possono avere; per cui, di fronte a certe colossali raccolte di cifre, che destano ammirazione, si cerca invano quale grandezza meccanica e fisica esse debbano precisamente rappresentare.

Per tali ragioni ed in vista anche delle pubblicazioni delle differenze barometriche nelle 24 ore e delle tendenze barome-

(1) Bibliografia in J. Hann, *Lehrbuch der Meteorologie*, 1915.

triche (1), fatte quotidianamente sui Bollettini meteorici, non sarà privo di interesse indagare il valore di queste grandezze, considerate sotto l'aspetto meccanico e fisico.

***

Notiamo anzitutto come le ricerche barometriche, ora accennate, richiamino alla mente quelle analoghe, relative ai fenomeni termici dell'atmosfera e del suolo.

Eppure i caratteri dei diagrammi termici sono così profondamente diversi da quelli barometrici, da destare il sospetto se proprio sia stato conveniente trattarli alla stessa stregua e con metodi del tutto affini.

Nei fenomeni termici prevale in modo essenziale una doppia periodicità diurna ed annua; in quelli barometrici, pur avendo in ciascuna località un moto oscillatorio attorno ad una certa posizione media, non è stata riconosciuta finora periodicità alcuna, se non nelle piccole oscillazioni diurne e semidiurne, di importanza affatto secondaria rispetto alle altre oscillazioni predominanti.

Consegue che, mentre alle medie e alle differenze termiche è possibile attribuire un significato ben determinato, ciò non è per i valori medi o differenziali della pressione.

Confrontando fra loro letture barometriche fatte a distanza di mesi, giorni, ore, e costruendo, coi numeri così ottenuti, ampie ed accurate tabelle, si avranno bensì valori uniformi, ma indeterminati quanto a rappresentazione di grandezze.

Sotto l'aspetto meccanico la scelta dell'intervallo di tempo

---

(1) " Su proposta del sig. A. Schmid (Stuttgart) relativa alla *tendenza* " *barometrica, cioè alla variazione del barometro nelle ore vicine*, la Commis- " sione per la telegrafia del tempo accettò, nella seduta a Londra nel 1909, " questa proposta, mentre il Comitato Meteorologico Internazionale prese " la seguente deliberazione: Nei telegrammi internazionali del tempo la " tendenza barometrica deve essere seguìta al mattino secondo le registra- " zioni dei barometrografi...

" La tendenza barometrica deve essere riferita alle tre ore precedenti ". CIRO CHISTONI, *Il Codice meteorologico internazionale dei professori Hellmann e Hildebrandsson*. " Boll. Soc. met. it. ", 1913, pp. 30 e 50.

a cui riferire differenze, variazioni e medie è di fondamentale importanza.

Se il moto della colonna barometrica avvenisse costantemente in un dato verso, scelto un arbitrario intervallo di tempo Δt, e indicato con Δh il corrispondente spostamento barometrico, la velocità, in ogni istante, avrebbe lo stesso segno della velocità media $\Delta h/\Delta t$.

Questo rapporto rappresenterebbe adeguatamente il moto medio, per quel dato intervallo.

Ma il moto è oscillatorio; la considerazione della velocità media perde quindi ogni importanza. Bisognerebbe considerare solo i valori istantanei, o almeno scegliere caso per caso e in tale maniera l'intervallo Δt da caratterizzare separatamente il moto di salita e quello di discesa, come è norma costante nello studio dei moti oscillatori.

Evitando queste limitazioni, le opposte fasi del moto non riescono distinte e i dati numerici, che si raggiungono, non valgono affatto a caratterizzare il moto della colonna barometrica.

Si osservi inoltre che la considerazione del rapporto $\Delta h/\Delta t$ è fatta in Meteorologia coll'intento anche di avere un indice della tendenza barometrica a spostamenti futuri.

Nei Bollettini meteorici è attribuito appunto il titolo di *tendenza barometrica* ai valori numerici di $\Delta h/\Delta t$ (incremento barometrico nell'intervallo unitario di tre ore).

Le osservazioni ora fatte ed un semplice sguardo ai diagrammi, bastano invece a dimostrare che tale rapporto non si presta a rappresentare, in modo generale, nè la tendenza attuale, nè quella futura del moto della colonna barometrica, e inducono quindi a discutere se non sia forse il caso di rinunziare a quei dati numerici o per lo meno a riferirli sotto altro titolo.

Nel diagramma annesso (fig. 1) l'incremento barometrico, riferito alle tre ore precedenti, alle ore 8 è $+0,66$ (differenza di altezza tra i punti C e B); ciò è in accordo col moto attuale del barometro, ma in opposizione con quello predominante nella giornata e che si inizia due ore dopo.

Alle ore 10, in cui avviene una inversione nel moto, tale incremento è $+0,40$ (differenza tra i punti D e F), in accordo col moto immediatamente precedente, ma in opposizione con quello attuale e quello futuro.

Lo stesso dicasi per il punto A (ore 4) e per ogni altro punto in cui vi sia un massimo od un minimo.

Dopo le 10, e fin poco oltre le 11, la tendenza è sempre positiva, mentre il barometro si trova in precipitosa discesa; essa è quindi in opposizione colle condizioni precedenti, con quelle attuali e con quelle future!

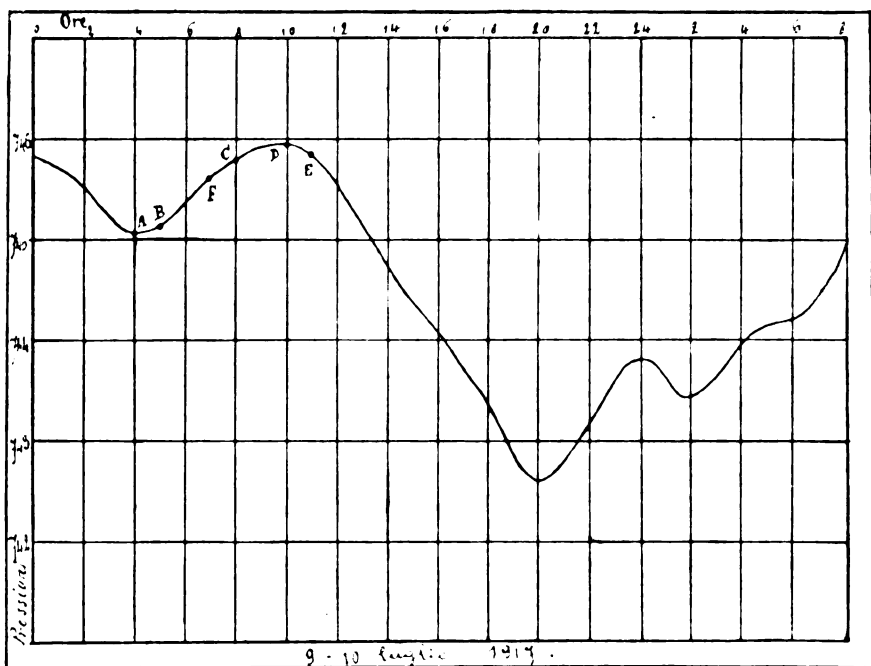



Fig. 1.

Ognuno può agevolmente moltiplicare gli esempi e constatare la varietà di risultati che si possono compilare, mutando ad arbitrio l'intervallo di tempo e l'ora dell'osservazione.

Ma è bene notare ancora che l'intervallo di tre ore, adottato per calcolare alle ore 8 la tendenza barometrica, è particolarmente infelice per quelle regioni, in cui la doppia oscillazione diurna è ben pronunziata.

Nei nostri paesi, in tale intervallo siamo nella fase ascendente della prima onda: ne segue che i valori della tendenza barometrica possono risultare positivi, anche quando predomina

un moto barometrico discendente e, più che a dare un indice di questo moto prevalente, ricordano semplicemente la fase ora accennata dell'onda semidiurna.

Un esempio istruttivo e paradossale darà maggior rilievo alle osservazioni precedenti.

Nel Bollettino meteorico del R. Ufficio Centrale di Meteorologia e Geodinamica risulta che il 20 maggio 1917 la tendenza barometrica, alle ore 8, era *positiva* in quasi tutti gli Osservatorii italiani: pochi avevano segnalato tendenza nulla e tre soli negativa. Ebbene, nelle 24 ore successive, come risulta dal Bollettino del 21, la pressione andò *diminuendo fortemente ovunque*, sino a raggiungere 6 mm. di abbassamento.

Nello stesso Bollettino del 21 si trova segnalata, alle ore 8, una generale tendenza barometrica negativa, tranne in alcune località meridionali. Orbene, dal Bollettino del 22 si rileva che nelle 24 ore successive il barometro era salito fortemente ovunque, fuorchè proprio in quelle stesse regioni meridionali (Lecce, Mileto, Messina, ecc.), ove, per quanto si fosse avuta tendenza positiva, il barometro aveva continuato ad abbassarsi notevolmente!

***

Se con questi valori delle differenze e delle tendenze barometriche, di significato così incerto e fin contradditorio, si calcolano poi valori medi e finanche le medie delle medie, che cosa si otterrà?

(Io rivolgo la domanda ai pazienti collezionisti di tali indefinibili cifre).

***

Accenni critici, analoghi a questi, non mancano nelle migliori opere meteorologiche (1).

---

(1) " The interval to be selected as the one during which the change " shall be estimated, naturally gives rise to the consideration as to what " an isallobaric chart really means ". W. N. Shaw, *Forecasting Weather*, London, 1913, pag. 341. — " The indiscriminate monthly and annual aver-

Però in questioni ardue e delicate, quali sono l'elaborazione numerica e l'interpretazione dinamica dei dati di osservazione, se può parere facile la critica dei metodi usualmente seguìti, riesce poi difficile sostituire procedimenti che possano raccogliere unanime assenso.

Le medie sopprimono le oscillazioni e le variazioni, che sono il carattere precipuo dei fenomeni; le differenze, calcolate a intervalli arbitrariamente scelti, non hanno significato fisico ben definito; i valori usati a indicare la tendenza barometrica sono del tutto inadeguati; le variazioni interdiurne, settimanali e mensili, se valgono a definire i valori estremi e regionali delle ondulazioni barometriche, nulla dicono sui caratteri intrinseci delle ondulazioni stesse. Questi fatti sono ben chiari; pure, le ricerche dei valori medi, delle differenze, ecc., continuano ad essere la base su cui poggiano gli studi barometrici.

Ciò è dovuto forse alla persuasione che tali procedimenti non siano attualmente sostituibili da altri meglio appropriati.

Io non ritengo che questa prevenzione sia giustificata. Non v'è ragione, ad esempio, perchè nello studio dei dati strumentali non si abbiano da seguire altri intendimenti e altri metodi, che già ebbero favorevole sanzione in altro campo della fisica terrestre. Alludo in modo speciale ai procedimenti noti col nome di " analisi armonica ", o più propriamente " analisi periodale ".

Questo metodo nelle ricerche barometriche presenta speciali difficoltà, nè rende l'interpretazione dei diagrammi priva sempre di ogni incertezza. Ma i risultati conseguiti in recenti lavori (1) dimostrerebbero che questi inconvenienti, pure costituendo certamente un lato debole, non tolgono la possibilità di uno studio preciso sulla costituzione intrinseca delle curve barometriche.

La legge di periodicità di talune ondulazioni, messa in evidenza sino dalle prime applicazioni di tali metodi e sempre

---

" ages. useful in climatology, are quite inappropriate and misleading from " a dynamical point of view ". E. Hermann, " Bull. of the american mat. Society ", June, 1896.

(1) *Analisi armonica dei barogrammi, ecc.* " Rend. Lincei ", 1915, p. 1020. *Oscillazioni periodiche e previsione della pressione barometrica,* " Memorie R. Istit. Lombardo ", 1916. p. 309.

Fig. 3. Diagramma barometrico e onde componenti.
[M. Medea, q. 126 m]

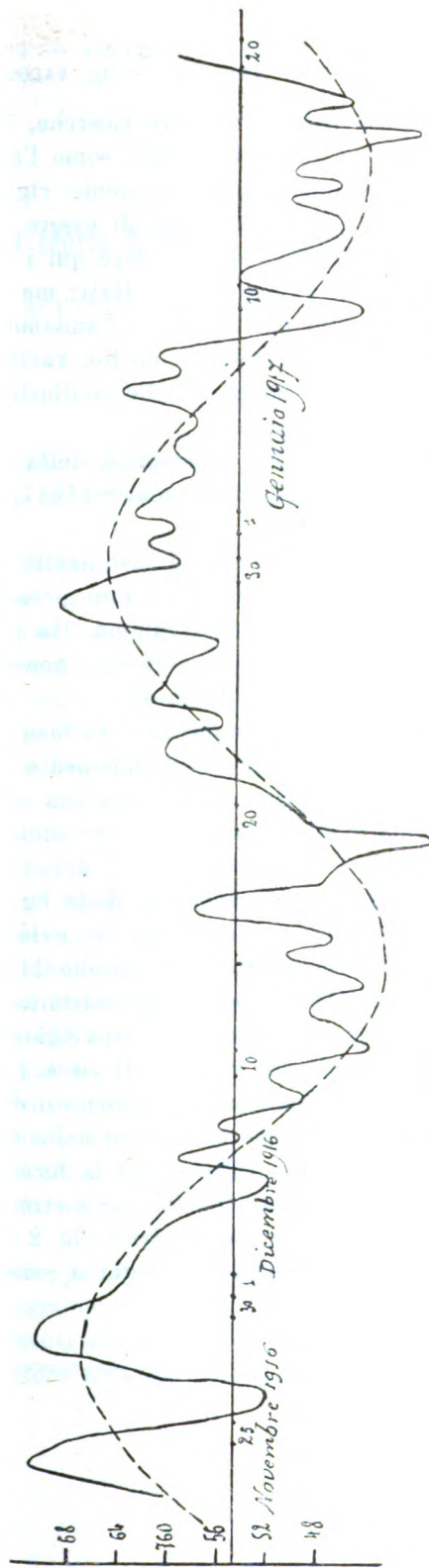



Fig. 2. Diagramma barometrico e oscillazione principale.
[Cervignano]

confermata dalle successive ricerche, è un dato di fatto molto notevole e atto a dimostrare come l'analisi periodale possa divenire in meteorologia strumento rigoroso e valido non meno di quanto abbia dimostrato di essere nella idrografia.

Non è il caso di ricordare qui i principî del metodo, nè di discutere sul valore dei risultati; ma può essere utile confrontare il diverso modo con cui l'andamento della pressione viene caratterizzato, calcolando medie, variazioni e differenze, o precisando invece i caratteri delle oscillazioni barometriche. Valgano i due esempi seguenti:

La fig. 2 dà il diagramma della pressione osservata, dal 1° dicembre 1916 al 20 gennaio 1917, in una località del basso Isonzo.

Studiato con i metodi dell'analisi periodale, esso si rivela costituito da tipiche ondulazioni periodiche. La principale fra esse è tracciata sul diagramma. Ha periodo di 32 giorni circa; da sola rappresenta l'andamento generale della curva, per un intervallo di quasi due mesi.

Assegnando l'ampiezza e la fase di quest'onda, in un dato istante, restano definiti l'andamento principale e la tendenza del barometro. Quando occorra una conoscenza più minuta del moto barometrico basta tenere conto anche delle oscillazioni più brevi.

La curva barometrica della fig. 3 è tracciata con scala molto più ampia, per rendere più evidenti le minori ondulazioni. Essa venne osservata nel periodo 11-28 giugno 1917 in altra località del basso Isonzo. È costituita prevalentemente da una regolare onda con periodo di circa 8 giorni. Nel tratto 18-24 giugno notasi un'onda con periodo di circa 4 giorni. Sono pure assai distinte le ondulazioni semidiurne e diurne. Indicando i caratteri (periodo, ampiezza e fase) delle onde esistenti in un dato momento, resta caratterizzata la forma della curva e definita la tendenza predominante del barometro a spostamenti futuri.

I diagrammi barometrici (fig. 2 e 3) sono particolarmente semplici; ma risultati analoghi si conseguono anche nei casi più complessi.

Relazioni generali fra teorie fisiche e costanti universali.

Nota di PAOLO STRANEO.

Alcuni studi sull'estensione alla fisica dei principi dell'Omogeneità delle equazioni e della Similitudine usati nella dinamica, che sono attualmente in corso di pubblicazione nei Rendiconti della R. Accademia dei Lincei, mi hanno condotto a ricercare se e quali relazioni in generale esistano fra una teoria fisica e l'insieme delle costanti che essa deve considerare.

I risultati ai quali sono giunto presentano, a parer mio, qualche interesse, che va oltre la speciale questione che mi aveva condotto a quella ricerca. Perciò ho pensato di esporli indipendentemente da essa nella breve Nota che mi onoro di presentare a cotesta Accademia.

1. Argomento e schema di questa ricerca. — Le costanti universali della fisica per un lungo periodo di tempo furono considerate come elementi non essenziali delle teorie, e talora anche poco logicamente eliminate dalle formule mediante l'artificio di assumere speciali sistemi di unità, nei quali il loro valore numerico venisse a risultare eguale ad uno.

I ripetuti richiami sui molti equivoci che provocava tale procedimento, segnatamente nel campo dell'elettricità, valsero bensì ad eliminarlo, almeno dai migliori trattati, e a far introdurre nelle formule i segni delle costanti universali, ma non furono sufficienti ad indurre a considerarle come elementi essenziali delle teorie.

Solamente nello sviluppo delle nuovissime teorie dei gas, dell'elettricità, dell'irraggiamento termico e delle loro svariatissime applicazioni, le costanti universali assunsero una parte così preponderante, che dovettero necessariamente essere considerate

con qualche maggior ampiezza. Esse furono quindi studiate, e spesso anche considerate come delle vere e proprie entità fisiche, ma solamente di mano in mano che se ne presentava l'occasione, giungendo così, al più, a porre in evidenza qualche relazione fra alcune di loro. Ma il problema ben più importante dello studio dei *rapporti dell'insieme di tutte le costanti di una data teoria colla teoria stessa* non fu neppure mai tentato.

L'utilità di tale studio apparirà manifesta dal complesso di questa ricerca.

Per ora limitiamoci a rilevare che il difetto di esso fu causa di vari equivoci, fra i quali, gravissimo, quello di aver lasciato credere in generale lecito trasportare arbitrariamente e interpretare in una nuova teoria costanti universali definite e studiate secondo un'altra teoria completamente differente.

Tale arbitrio, specialmente nelle recentissime teorie fisiche della costituzione della materia, condusse spesso a conclusioni errate, e talora anche paradossali, non meno dell'altro, pure molto diffuso, dell'impiego simultaneo delle due differenti concezioni della fisica, la classica e la relativistica, che il Poincaré ha ripetutamente rilevato e dimostrato pericoloso coll'arguta osservazione " *che non vi è proposizione tanto assurda che non si riesca facilmente a dimostrare per poco che si facciano entrare nella dimostrazione due premesse contradditorie* ".

Vedremo in seguito come la coesistenza in una teoria di costanti provenienti da teorie diverse sia in generale incompatibile col carattere essenziale di quella teoria stessa e talora persino colla nostra nozione fondamentale di teoria fisica, la quale esige che ciascuna teoria possa ammettere, rispettando il principio fondamentale dell'Omogeneità, certe determinate leggi per lei caratteristiche, e non possa ammetterne certe altre.

Per chiarire questi concetti con un esempio, consideriamo la teoria dell'irraggiamento termico nelle sue linee principali ora generalmente ammesse, quali derivano dall'applicazione dei principi della termodinamica alla nozione di irraggiamento secondo la teoria Maxwelliana della luce.

Essa, come è noto, comprende un certo numero di leggi confermate soddisfacentemente dall'esperienza, le quali consistono in relazioni generali e assolutamente caratteristiche fra le diverse entità fisiche di quella teoria.

In coteste leggi compaiono numerose costanti universali che possono tutte essere espresse per mezzo di tre di esse, da considerarsi come fondamentali, e che possono venire scelte con una certa arbitrarietà e in particolare essere le tre costanti c, velocità della luce nel vuoto, k, costante dell'entropia ed h, costante di Planck, aventi rispettivamente le dimensioni $[l\,t^{-1}]$, $[l^2 t^{-2} m\, T^{-1}]$ e $[l^2 t^{-1} m]$ nel sistema di dimensioni lunghezza, tempo, massa e temperatura.

Orbene, ciascuna di coteste leggi si presenta colla proprietà assai caratteristica di essere la sola relazione possibile fra le entità fisiche che in esse intervengono e le costanti universali c, k ed h, la quale soddisfaccia pure al principio generale dell'Omogeneità. La nota legge di Stefan-Boltzmann

$$u = [k^4 c^{-3} h^{-3}]\, T^4 = a\, T^4, \tag{1}$$

che esprime una relazione generale fra la densità dell'energia u irradiata da un corpo nero e la sua temperatura assoluta T, quando sia raggiunto lo stato di regime, è per es. la sola relazione omogenea possibile fra le entità fisiche u e T e le costanti universali c, k ed h. Perciò si dice ordinariamente che la (1) è caratteristica della teoria dell'irraggiamento, intesa nel modo sopra detto.

Ma ben diversamente si presenterebbero le cose ove si ammettesse la possibilità di introdurre nella teoria dell'irraggiamento altre costanti universali provenienti da altre teorie e di dimensioni non esprimibili per mezzo di quelle delle c, k ed h, per es. la costante g della teoria della gravitazione, dalle dimensioni $[l^3 t^{-2} m^{-1}]$.

Allora le leggi della teoria dell'irraggiamento non si presenterebbero più colla proprietà così caratteristica or ora rilevata, perchè qualsiasi relazione data arbitrariamente fra diverse entità fisiche potrebbe logicamente essere una legge di quella teoria; in particolare, qualunque relazione data arbitrariamente fra la u e la T, per es. la $u = bT^3$, potrebbe essere una legge altrettanto logica quanto la (1), bastando per ciò assumere $b \doteq [l^{-1} t^{-2} m\, T^{-3}] = [c^{-\frac{1}{2}} k^3 h^{-\frac{5}{2}} g^{-\frac{1}{2}}]$.

Queste semplici considerazioni conducono logicamente a porre la questione fondamentale della ricerca delle relazioni

generali fra le singole teorie fisiche e le rispettive costanti universali.

A tale ricerca porta appunto un primo contributo la presente Nota, dimostrando in generale: 1°) che le dimensioni delle costanti universali di una data teoria non possono essere date arbitrariamente, ma sono tutte sottoposte a un vincolo più o meno ristretto; 2°) che tale vincolo è caratteristico per quella teoria, tanto che in generale, dalla semplice ammissione di esso, è possibile dedurre i tratti fondamentali della teoria stessa.

Perciò premetteremo alcune considerazioni preliminari (paragrafi 2 e 3) per passare poi alla parte sostanziale della trattazione (paragrafi 4 e 6) e dare infine qualche esempio illustrativo (paragrafi dal 7 al 10).

2. Espressione delle dimensioni di una generica costante universale. — Assumendo a base delle considerazioni che seguiranno la consueta teoria delle dimensioni nella sua forma più generale, rappresenteremo le dimensioni fisiche di una generica entità Q in funzione di un certo numero di entità fisiche $Q_1, Q_2, \dots Q_m$ di dimensioni fra di loro indipendenti ed assunte come fondamentali, con un'espressione della forma

$$[Q] = [Q_1^{q_1} Q_2^{q_2} \dots Q_m^{q_m}],$$

nella quale le $q_1, q_2 \dots q_m$ rappresentano numeri razionali e le parentesi servono ad indicare che si considerano esclusivamente le dimensioni, e non speciali valori numerici delle entità fisiche in esse comprese.

Siccome la scelta delle $Q_1, Q_2 \dots Q_m$ può essere in generale fatta godendo di una grande arbitrarietà ed inoltre è spesso utile di passare da un sistema ad un altro, conserveremo questa notazione generale, la quale, in fondo, non è sensibilmente più complicata di quella che si avrebbe facendo fin d'ora una determinata scelta del sistema di dimensioni.

In molte occasioni, e specialmente nelle applicazioni del principio dell'omogeneità delle equazioni, si presenta spontaneamente il problema di cercare di esprimere le dimensioni di una

generica entità fisica Q in funzione di altre n entità fisiche date nella forma:

$$[Q] = [\Pi\,(Q_1^{q_{1j}}\,Q_2^{q_{2j}} \ldots Q_m^{q_{mj}})^{\alpha_j}] \qquad j = 1, 2, \ldots n, \tag{2}$$

determinando opportunamente le α_j.

Analogamente rappresenteremo le dimensioni delle costanti dimensionali della fisica C, siano esse individuali o universali, coll'espressione

$$[C] = [Q_1^{c_1}\,Q_2^{c_2} \ldots Q_m^{c_m}]$$

e ci proporremo il problema di esprimere le dimensioni di una qualsiasi di esse in funzione delle dimensioni di altre n costanti date nella forma

$$[C] = [\Pi\,(Q_1^{c_{1i}}\,Q_2^{c_{2i}} \ldots Q_m^{c_{mi}})^{\alpha_i}] \qquad i = 1, 2, \ldots n, \tag{2bis}$$

problema di cui vedremo in seguito l'interesse fisico.

3. Discussione matematica. — Per la determinazione delle incognite α_i sviluppiamo il prodotto a destra ed identifichiamo rispettivamente i coefficienti delle $Q_1\,Q_2 \ldots Q_m$. Otterremo così il sistema di m equazioni lineari fra n incognite

$$\left\{ \begin{array}{l} c_1 = c_{11}\,\alpha_1 + c_{12}\,\alpha_2 + \ldots + c_{1n}\,\alpha_n \\ c_2 = c_{21}\,\alpha_1 + c_{22}\,\alpha_2 + \ldots + c_{2n}\,\alpha_n \\ \cdot\;\cdot\;\cdot\;\cdot\;\cdot\;\cdot\;\cdot\;\cdot\;\cdot\;\cdot\;\cdot\;\cdot\;\cdot \\ c_m = c_{m1}\,\alpha_1 + c_{m2}\,\alpha_2 + \ldots + c_{mn}\,\alpha_n . \end{array} \right. \tag{3}$$

Il sistema (3) è algebricamente noto. Consideriamone le matrici

$$\left\| \begin{array}{cccc} c_{11} & c_{12} & \ldots & c_{1n} \\ c_{21} & c_{22} & \ldots & c_{2n} \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ c_{m1} & c_{m2} & \ldots & c_{mn} \end{array} \right\| \quad (4) \qquad \text{e} \qquad \left\| \begin{array}{ccccc} c_{11} & c_{12} & \ldots & c_{1n} & c_1 \\ c_{21} & c_{22} & \ldots & c_{2n} & c_2 \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ c_{m1} & c_{m2} & \ldots & c_{mn} & c_m \end{array} \right\| \quad (5)$$

delle quali indicheremo con l e l_1 le caratteristiche e discutiamo separatamente i due possibili casi

$$l = l_1 \qquad \text{e} \qquad l \neq l_1 .$$

1° Caso. $l = l_1$. È noto come sia questa la condizione necessaria e sufficiente perchè il sistema (3) ammetta soluzioni finite, e come in particolare si abbia una soluzione unica, se è inoltre $l = n$, e un'infinità di soluzioni di ordine $n - l$, se è $l < n$.

Il nostro problema della rappresentazione delle dimensioni di una costante generica per mezzo di quella di n altre costanti date è quindi sempre possibile quando, ponendo le matrici (4) e (5), risulteranno eguali le loro caratteristiche. Tale rappresentazione sarà possibile in un sol modo quando sarà pure $l = n$ e in infiniti modi quando sarà $l < n$.

2° Caso. $l \neq l_1$. Verificandosi questa condizione, è noto che le equazioni del sistema (3) sono fra di loro incompatibili e che quindi il sistema stesso non ammette soluzioni finite.

Così pure avverrà per il nostro problema e non sarà quindi possibile, mediante le dimensioni delle n costanti date, di rappresentare le dimensioni di una costante qualsiasi C dalle dimensioni $[Q_1^{c_1} Q_2^{c_2} \dots Q_m^{c_m}]$, arbitrariamente assegnata.

Ma proponiamoci in questo caso di ricercare quali condizioni convenga imporre alle dimensioni della costante generica C, perchè tale rappresentazione divenga possibile.

Basterà per ciò evidentemente di scegliere le $c_1, c_2, \dots c_m$ in modo che la caratteristica l_1 della seconda matrice (5) risulti sempre eguale a quella l della matrice del sistema (4). Ma allora il sistema (3), composto di m equazioni lineari fra di loro compatibili, ad n incognite e con matrice di caratteristica l, non potrà essere in generale linearmente indipendente, ma dovrà notoriamente ammettere fra le $c_1, c_2, \dots c_m$ $m - l$ relazioni della forma

$$(6) \qquad \beta_{i1} c_1 + \beta_{i2} c_2 + \dots + \beta_{im} c_m = 0 \qquad i = 1, 2, \dots (m - l)$$

coi coefficienti β non tutti nulli.

Le condizioni cercate consisteranno quindi in generale in $m - l$ equazioni lineari fra le $c_1, c_2, \dots c_m$ della forma (6).

Per determinare i coefficienti $\beta_{i1}, \beta_{i2}, \dots \beta_{im}$ moltiplichiamo le m equazioni (3) rispettivamente per $\beta_{i1}, \beta_{i2}, \dots \beta_{im}$ e sommiamo membro a membro. Per le (6) la somma a sinistra dovrà essere identicamente eguale a zero, e quindi pure quella a destra. Uguagliamo perciò a zero i coefficienti delle $\alpha_1, \alpha_2, \dots \alpha_n$ in

essa; verremo così a porre fra le m incognite $\beta_{i1}, \beta_{i2}, \beta_{im}$ il sistema di n equazioni lineari omogenee

$$(7) \quad \begin{cases} \beta_{i1} c_{11} + \beta_{i2} c_{21} + \ldots + \beta_{im} c_{m1} = 0 \\ \beta_{i1} c_{12} + \beta_{i2} c_{22} + \ldots + \beta_{im} c_{m2} = 0 \\ \cdot \quad \cdot \quad \cdot \quad \cdot \quad \cdot \quad \cdot \quad \cdot \quad \cdot \quad \cdot \quad \cdot \quad \cdot \\ \beta_{i1} c_{1n} + \beta_{i2} c_{2n} + \ldots + \beta_{im} c_{mn} = 0. \end{cases}$$

La matrice di questo sistema differisce da quella del sistema (3) solamente per lo scambio delle verticali colle orizzontali, perciò sarà di egual caratteristica l. Ora essendo il numero l per sua natura inferiore ad m, numero delle incognite, il sistema (7), per le note proprietà dei sistemi di equazioni lineari omogenee, dovrà ammettere sempre come soluzione $m - l$ sistemi indipendenti di soluzioni particolari che determineranno completamente tutti i coefficienti β delle equazioni (6).

Possiamo quindi concludere che, nel caso in cui le dimensioni $[Q_1^{c_{1i}} Q_2^{c_{2i}} \ldots Q_m^{c_{mi}}]$ $i = 1, 2, \ldots n$ di n costanti fondamentali non possano servire a esprimere le dimensioni $[Q_1^{c_1} Q_2^{c_2} \ldots Q_m^{c_m}]$ di una costante generica qualsiasi, esse potranno però sempre servire a esprimere le dimensioni di costanti sottoposte a determinati vincoli rappresentabili in generale mediante equazioni lineari omogenee fra gli esponenti $c_1, c_2, \ldots c_m$.

4. Discussione fisica del caso $l = l_1$. — Vediamo ora che cosa possiamo concludere dal punto di vista fisico relativamente alle date n costanti dalle dimensioni $[Q_1^{c_{1i}} Q_2^{c_{2i}} \ldots Q_m^{c_{mi}}]$ $i = 1, 2, \ldots n$ quando si verifichi questo primo caso $l = l_1$.

Potrebbero tali costanti essere le costanti universali fondamentali di una data interpretazione fisica formata di una o più teorie in accordo fra di loro?

Per rispondere a questa domanda, consideriamo il problema della ricerca di tutte le relazioni logicamente possibili in una data teoria, e quindi di tutte le sue eventuali leggi, fra certe entità fisiche dalle dimensioni $[Q_1^{q_{1j}} Q_2^{q_{2j}} \ldots Q_m^{q_{mj}}]$ $j = 0, 1, 2, \ldots n$.

Se sappiamo *a priori* che nella teoria considerata non possono intervenire costanti universali, il problema si riconduce in generale, per la nota teoria dell'Omogeneità delle equa-

zioni della fisica, alla risoluzione di equazioni dimensionali del tipo

$$[Q_1^{q_{10}} Q_2^{q_{20}} \dots Q_m^{q_{m0}}] = [\prod_{j=1}^{j=n} (Q_1^{q_{1j}} Q_2^{q_{2j}} \dots Q_m^{q_{mj}})^{\alpha_j}],$$

nelle quali le α_j rappresentano le incognite. Tale equazione non è che un caso particolare della (2^{bis}) che abbiamo discussa. Sapremo quindi sempre, quando è possibile, risolvere il nostro problema.

Ma se è invece prevedibile l'intervento di costanti universali, se ne dovrà tener conto considerando specialmente le dimensioni dell'eventuale loro risultante C e quindi riconducendo il nostro problema alla risoluzione di equazioni dimensionali della forma:

$$(8) \qquad [Q_1^{q_{10}} Q_2^{q_{20}} \dots Q_m^{q_{m0}}] = [C] [\prod_{j=1}^{j=n} (Q_1^{q_{1j}} Q_2^{q_{2j}} \dots Q_m^{q_{mj}})^{\alpha_j}].$$

Ora se le costanti universali fondamentali di quella teoria fossero le n costanti dalle dimensioni $[Q_1^{c_{1i}} Q_2^{c_{2i}} \dots Q_m^{c_{mi}}]$ $i = 1, 2, \dots n$, per le quali è verificata la condizione $l = l_1$ e quindi la C potesse assumere qualsiasi dimensione $[Q_1^{c_1} Q_2^{c_2} \dots Q_m^{c_m}]$, il nostro problema sarebbe completamente indeterminato, potendo ammettere come soluzione qualunque sistema di valori delle α_j dato arbitrariamente.

In quella teoria, colle premesse precedenti, fra le diverse entità sarebbe quindi possibile qualsiasi legge fisica data arbitrariamente; ammissione questa che urta in modo assoluto ogni nostra concezione di teoria fisica.

Non possiamo quindi ammettere che le n costanti considerate siano le costanti universali fondamentali di una data interpretazione fisica.

5. Digressione su alcuni nuovi sistemi di unità e in particolare sulle unità naturali del Planck. — A questo punto mi permetto una breve digressione sulle numerose proposte, fatte recentemente da molti autori, di nuovi sistemi di unità essenzialmente tendenti ad esprimere le unità fondamentali in funzione di varie costanti universali, perchè la maggior

parte di esse potrebbe, a prima vista, apparire in contrasto colle conclusioni del paragrafo precedente.

Riprendiamo le equazioni (3) nel caso speciale in cui sia $l = l_1 = m = n$. Il sistema si riduce allora a n equazioni a n incognite, con determinante del sistema differente da zero. Esso ammette quindi un solo sistema di soluzioni che, come è noto, è il seguente:

$$(9)\qquad \begin{cases} \alpha_1 = c_{11}\, c_1 + c_{21}\, c_2 + \ldots + c_{n1}\, c_n \\ \alpha_2 = c_{12}\, c_1 + c_{22}\, c_2 + \ldots + c_{n2}\, c_n \\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\ \alpha_n = c_{1n}\, c_1 + c_{2n}\, c_2 + \ldots + c_{nn}\, c_n . \end{cases}$$

In questo caso sarà quindi sempre possibile di esprimere univocamente le dimensioni d'una generica costante $[Q_1^{c_1}\, Q_2^{c_2} \ldots$ $\ldots Q_n^{c_n}]$ mediante quelle di n costanti dalle dimensioni $[Q_1^{c_{1i}}$ $Q_2^{c_{2i}} \ldots Q_n^{c_{ni}}]$ $i = 1, 2, \ldots n$.

Proponiamoci in particolare di esprimere le dimensioni di una delle Q, per es. $[Q_1]$ per mezzo delle dette n costanti. Si troveranno immediatamente le α corrispondenti ponendo nelle (9) $c_1 = 1, c_2 = c_3 = \ldots = c_n = 0$.

Ripetendo l'operazione per le $[Q_2]$, $[Q_3]$, ... $[Q_n]$ si otterranno le espressioni:

$$(10)\qquad \begin{cases} [Q_1] = [\prod_{i=1}^{i=n} (Q_1^{c_{1i}}\, Q_2^{c_{2i}} \ldots Q_n^{c_{ni}})^{c_{1i}}] \\ [Q_2] = [\prod_{i=1}^{i=n} (Q_1^{c_{1i}}\, Q_2^{c_{2i}} \ldots Q_n^{c_{ni}})^{c_{2i}}] \\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\ [Q_n] = [\prod_{i=1}^{i=n} (Q_1^{c_{1i}}\, Q_2^{c_{2i}} \ldots Q_n^{c_{ni}})^{c_{ni}}]. \end{cases}$$

Queste equazioni mostrano la possibilità di esprimere le n entità fisiche fondamentali $Q_1, Q_2 \ldots Q_n$ in funzione di n costanti universali dalle dimensioni $[Q_1^{c_{1i}}\, Q_2^{c_{2i}} \ldots Q_n^{c_{ni}}]$ $i = 1, 2, \ldots n$ quando sia soddisfatta la condizione $l = l_1 = n$.

Ora, si è ripetutamente proposto di utilizzare questa proprietà per stabilire per la misura di tutte le entità fisiche sistemi di unità indipendenti da speciali contingenze e solamente

in relazione con costanti universali, assumendo, per es., come unità per la misura delle $Q_1, Q_2 \dots Q_n$ omologhe quantità, tali che in quel nuovo sistema le n costanti universali scelte come fondamentali vengano ad avere il valore *uno*.

Ma, per quanto si è detto al n° 4, risulta l'impossibilità di ricavare da una sola teoria le costanti universali fondamentali necessarie per la definizione di questi nuovi sistemi di unità ed è necessario di ricorrere a costanti di teorie indipendenti per poter giungere alle equazioni (10). E ciò si è verificato in ogni applicazione.

Il Planck, per es., propose un *sistema di unità naturali* fondato sulle seguenti espressioni reciproche delle entità fondamentali del sistema l, t, m e T e delle tre costanti universali fondamentali della teoria dell'irraggiamento c, k ed h, alle quali dovette però aggiungere la costante g della teoria della gravitazione:

$$\begin{array}{ll} [c] = [l\, t^{-1}] & [l] = [c^{-\frac{3}{2}}\, h^{\frac{1}{2}}\, g^{\frac{1}{2}}] \\ [k] = [l^2\, t^{-2}\, m\, T^{-1}] & [t] = [c^{-\frac{5}{2}}\, h^{\frac{1}{2}}\, g^{\frac{1}{2}}] \\ [h] = [l^2\, t^{-1}\, m] & [m] = [c^{\frac{1}{2}}\, h^{\frac{1}{2}}\, g^{-\frac{1}{2}}] \\ [g] = [l^3\, t^{-2}\, m^{-1}] & [T] = [c^{\frac{5}{2}}\, k^{-1}\, h^{\frac{1}{2}}\, g^{\frac{1}{2}}]. \end{array}$$

6. Discussione fisica del caso $l \neq l_1$. — Vediamo ora se nel caso $l \neq l_1$, quando cioè le n costanti date non sono atte ad esprimere le dimensioni di una qualsiasi costante universale, ma solamente quelle di costanti sottoposte ad un certo vincolo, l'ipotesi che esse siano le costanti universali fondamentali di una determinata interpretazione fisica urti ancora contro la difficoltà logica del caso precedente.

Ragionando in modo analogo a quello usato al n° 4, il problema della ricerca di tutte le eventuali leggi fra entità fisiche dalle dimensioni $[Q_1^{q_{1j}}\, Q_2^{q_{2j}} \dots Q_m^{q_{mj}}]$ $j = 0, 1, 2, \dots n$, verrà sempre ricondotto alla risoluzione della stessa equazione (8), ma coll'aggiunta delle equazioni che esprimono il vincolo cui sono soggette le dimensioni dell'eventuale costante C.

Si avrà quindi in generale da soddisfare al sistema:

$$(11) \quad \begin{cases} [Q_1^{q_{10}} Q_2^{q_{20}} \dots Q_m^{q_{m0}}] = [Q_1^{c_1} Q_2^{c_2} \dots Q_m^{c_m}] \left[\prod_{j=1}^{j=n} (Q_1^{q_{1j}} Q_2^{q_{2j}} \dots Q_m^{q_{mj}})^{\alpha_j}\right] \\ \beta_{i1}\, c_1 + \beta_{i2}\, c_2 + \dots + \beta_{im}\, c_m = 0 \qquad i = 1, 2, \dots (m - l). \end{cases}$$

Tale sistema ammette evidentemente la possibilità di una o più determinazioni delle α_j, a ciascuna delle quali corrisponderà naturalmente una soluzione del nostro problema.

Colla considerazione quindi del vincolo che lega le possibili costanti universali di una teoria viene quindi non solo eliminata l'indeterminazione che apportava la considerazione del possibile intervento, senza limitazioni, di eventuali costanti universali, ma viene introdotto in ogni teoria fisica un elemento per essa caratteristico, che la ravvicina molto al tipo della dinamica, ove le leggi sono sempre rappresentate da relazioni direttamente logiche fra le diverse entità e non rese logiche mediante l'assegnazione di convenienti dimensioni ad una qualche costante.

Le conclusioni enunciate in fine del paragrafo 1 sono quindi le logiche conseguenze di quanto precede.

Osserviamo infine che, data la loro forma, le equazioni esprimenti il vincolo delle costanti possono sempre essere trasformate nelle seguenti:

$$\gamma_{i1} c_1 + \gamma_{i2} c_2 + \dots + \gamma_{il} c_l = c_{l+i} \qquad i = 1, 2, \dots (m-l),$$

e che quindi il sistema (11) potrà sempre essere sostituito dalla sola equazione dimensionale:

$$[Q_1^{q_{10}} Q_2^{q_{20}} \dots Q_m^{q_{m0}}] = [Q_1^{c_1} Q_2^{c_2} \dots Q_l^{c_l} \prod_{i=1}^{i=m-l} Q_{l+i}^{\gamma_{i1} c_1 + \gamma_{i2} c_2 + \dots + \gamma_{il} c_l}]$$

$$[\prod_{j=1}^{j=n} (Q_1^{q_{1j}} Q_2^{q_{2j}} \dots Q_m^{q_{mj}})^{\alpha_j}], \tag{12}$$

della quale vedremo immediatamente le applicazioni in vari campi della fisica.

7. Applicazioni alla teoria elettromagnetica dell'irraggiamento termico. — Come primo esempio di applicazione delle considerazioni precedenti, consideriamo la teoria dell'irraggiamento termico, intesa nel senso già accennato al n° 1, vale a dire quale può essere sviluppata applicando i principî della termodinamica alla nozione dell'irraggiamento secondo la teoria elettrodinamica di Maxwell. Come è noto, seguendo quest'ordine di idee, mentre per l'irraggiamento totale si giunge a stabilire

tutta la serie delle leggi fondamentali, per gli irraggiamenti delle singole frequenze si giunge solamente alla legge di Wien, la quale, pur esprimendo una loro proprietà generale, non può certamente essere considerata come una completa legge dell'irraggiamento.

Vedremo che le considerazioni precedenti ci permetteranno di giungere senz'altro agli stessi risultati dei metodi classici.

Assumiamo come sistema di dimensioni quello fondato sulle entità fondamentali lunghezza l, tempo t, massa m e temperatura assoluta T.

Applichiamo il fatto, tacitamente ammesso in tutte le trattazioni sull'irraggiamento e completamente verificato, che le costanti universali che si presentano in quella teoria possano tutte esprimersi mediante *tre* di esse, per es. per mezzo della velocità della luce c dalle dimensioni $[l\,t^{-1}]$, della costante dell'entropia k dalle dimensioni $[l^2\,t^{-2}\,m\,T^{-1}]$ e della costante di Planck h dalle dimensioni $[l^2\,t^{-1}\,m]$.

Il sistema corrispondente al sistema (3) sarà allora

$$(13)\qquad \begin{aligned} \lambda &= \alpha_1 + 2\alpha_2 + 2\alpha_3 \\ \tau &= -\alpha_1 - 2\alpha_2 - \alpha_3 \\ \mu &= \alpha_2 + \alpha_3 \\ \vartheta &= -\alpha_2 \end{aligned}$$

Le caratteristiche delle due matrici corrispondenti alle (4) e (5)

$$(14)\ \begin{Vmatrix} 1 & 2 & 2 \\ -1 & -2 & -1 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & -1 & 0 \end{Vmatrix} \quad \text{e} \quad \begin{Vmatrix} 1 & 2 & 2 & \lambda \\ -1 & -2 & -1 & \tau \\ 0 & 1 & 1 & \mu \\ 0 & -1 & 0 & \vartheta \end{Vmatrix},\ (15)$$

per valori arbitrari delle λ, τ, μ e ϑ, saranno in generale differenti, ossia la prima sarà **3** e la seconda **4**. Non sarà quindi in generale possibile di esprimere le dimensioni di una generica costante $[l^\lambda\,t^\tau\,m^\mu\,T^\vartheta]$ per mezzo delle costanti fondamentali c, k ed h; ma procedendo come indicato al n° 6, vedremo che ciò diverrà possibile, se si ammetterà che tali costanti generiche

debbano essere sempre sottoposte al vincolo espresso dall'equazione

$$(16) \qquad \lambda + \tau - \mu = \vartheta .$$

Ciò equivale, evidentemente, a dire che le eventuali costanti di quella teoria in generale dovranno soddisfare all'equazione dimensionale

$$(17) \qquad [C] = [l^{\lambda}\, t^{\tau}\, m^{\mu}\, T^{\lambda+\tau-\mu}].$$

Orbene, il vincolo espresso dalle equazioni (16) o (17) è caratteristico per la teoria dell'irraggiamento, intesa nel senso sopra detto, tanto che, dalla semplice ammissione di esso, potremo dedurne tutte le leggi principali.

a) Proponiamoci, per esempio, di determinare le possibili relazioni fra la densità specifica dell'irraggiamento nero nel vuoto u e la temperatura assoluta T. La u ha le dimensioni di una densità di energia, ossia $[l^{-1}\, t^{-2}\, m]$; la relazione cercata, se sarà possibile, dovrà necessariamente comprendere una costante dimensionale, non essendo possibile nessuna relazione omogenea fra le sole entità u e T; dovrà quindi avere la forma generale

$$u = f(T, C).$$

Tenendo conto delle dimensioni della u e del vincolo, cui è sottoposta ogni costante di questa teoria, potremo scrivere l'equazione corrispondente alla (12), ossia

$$[l^{-1}\, t^{-2}\, m] = [l^{\lambda}\, t^{\tau}\, m^{\mu}\, T^{\lambda+\tau-\mu}]\, [T]^{\alpha}.$$

Identificando gli esponenti delle l, t, m e T nei due membri giungeremo alla soluzione unica:

$$\alpha = 4, \quad \lambda = -1, \quad \tau = -2, \quad \mu = 1, \quad \vartheta = -4.$$

La formula cercata esiste quindi ed è precisamente

$$(17') \qquad u = [l^{-1}\, t^{-2}\, m\, T^{-4}]\, T^{4} = \text{cost}\; T^{4},$$

la quale esprime la nota legge di Stefan-Boltzmann.

b) Proponiamoci ancora di determinare le possibili relazioni fra la pressione p dell'irraggiamento nero contenuto in una cavità ed il volume V di essa.

Tenendo conto delle dimensioni delle p e V e procedendo come per la ricerca precedente, porremo l'equazione

$$[l^{-1}\, t^{-2}\, m] = [l^{\lambda}\, t^{\tau}\, m^{\mu}\, T^{\lambda+\tau-\mu}]\, [l^{3}]^{\alpha},$$

che sarà univocamente soddisfatta da

$$\alpha = \frac{4}{3}, \qquad \lambda = 3, \qquad \tau = -2, \qquad \mu = 1, \qquad \vartheta = 0.$$

La relazione cercata esiste e sarà quindi:

$$p = [l^{3}\, t^{-2}\, m]\, V^{-\frac{4}{3}} = \text{Cost}\; V^{-\frac{4}{3}}, \tag{17''}$$

che è appunto la nota legge collegante la pressione e il volume dell'irraggiamento nero per compressioni o espansioni adiabatiche.

c) Proponiamoci infine di trovare una relazione fra la densità dell'irraggiamento di un dato periodo u_ν, il periodo stesso ν e la temperatura T.

Tenendo conto che la densità specifica dell'irraggiamento di un dato periodo ha le dimensioni $[l^{-1}\, t^{-1}\, m]$ e procedendo come abbiamo fatto finora, giungeremo all'equazione:

$$[l^{-1}\, t^{-1}\, m] = [l^{\lambda}\, t^{\tau}\, m^{\mu}\, T^{\lambda+\tau-\mu}]\, [t^{-1}]^{\alpha_1}\, [T]^{\alpha_2}$$

la quale evidentemente non ammette una soluzione unica, come ben dovevamo prevedere, ma può però fornire una relazione fra le diverse entità fisiche considerate. Poniamola sotto la forma

$$[1] = [l^{-1}\, t^{-1}\, m]^{-1}\, [l^{\lambda}\, t^{\tau}\, m^{\mu}\, T^{\lambda+\tau-\mu}]\, [t^{-1}]^{\alpha_1}\, [T]^{\alpha_2}, \tag{18}$$

la quale mostra che il prodotto indeterminato a destra deve essere di dimensioni fisiche nulle, ossia essere un semplice numero.

Come è noto dalla teoria delle dimensioni, l'insieme di tali prodotti indeterminati può venir rappresentato nella sua forma

più generale come una funzione arbitraria dei vari prodotti indipendenti di dimensioni nulle, che possono formarsi colle potenze delle diverse entità fisiche considerate.

Cerchiamo quindi i prodotti indipendenti, di dimensioni nulle, formati da una qualche costante di dimensioni soddisfacenti al vincolo (17) e dalle entità fisiche ν, u_ν e T. Essi saranno

$$u_\nu^{-1}\,\nu^3\,C_1 \qquad \text{e} \qquad T\,\nu^{-1}\,C_2$$

essendo

$$[C_1] = [l^{-1}\,t^2\,m] \qquad \text{e} \qquad [C_2] = [t^{-1}\,T^{-1}].$$

L'equazione (18) potrà allora scriversi, indicando con F una funzione arbitraria

$$[1] = [F([u_\nu^{-1}\,\nu^3\,C_1],\ [T\,\nu^{-1}\,C_2])],$$

che risolta per rapporto a $[u_\nu^{-1}\,\nu^3\,C_1]$ darà

$$[1] = [u_\nu^{-1}\,\nu^3\,C_1]\,[\varphi([T\,\nu^{-1}\,C_2])],$$

e quindi

$$u_\nu = C_1\,\nu^3\,\varphi\left(C_2\,\frac{T}{\nu}\right), \tag{17'''}$$

che è appunto la nota legge di Wien. Essa, come fu già accennato, rappresenta la estrema determinazione nella teoria dell'irraggiamento, alla quale si è potuto giungere basandosi solamente sui principî generali della termodinamica e dell'elettrodinamica.

8. Applicazioni alla teoria di Maxwell. — Come secondo esempio consideriamo la teoria dell'elettricità secondo le linee generali poste da Maxwell e applichiamo qui pure il fatto noto, anzi quasi sempre esplicitamente rilevato nei trattati, ma poi non utilizzato, che tutte le costanti universali di quella teoria possono esprimersi per mezzo di due di esse, per es. della costante dielettrica ϵ e della permeabilità magnetica μ nel vuoto, oppure di una di queste e della velocità della luce c.

Assumiamo come sistema di dimensioni quello fondato sulle entità fondamentali l, t, m ed e, indicando con e la quantità di elettricità, notando però fin d'ora che per la natura stessa,

delle questioni trattate, i risultati cui giungeremo sono perfettamente indipendenti da questa scelta. Parimenti assumiamo come costanti fondamentali la ϵ e la c, che nel sistema di dimensioni scelto avranno rispettivamente le dimensioni $[l^{-3} t^2 m^{-1} e^2]$ e $[l t^{-1}]$.

Ora, mediante le dimensioni di queste costanti sarà possibile di esprimere solamente quelle di costanti generiche $[l^\lambda t^\tau m^\mu e^\eta]$ sottoposte al vincolo espresso dalle equazioni:

$$(19) \qquad -2\lambda - 2\tau = \eta \qquad \text{e} \qquad \lambda + \tau = \mu,$$

vale a dire di quelle di costanti soddisfacenti alla condizione dimensionale

$$(20) \qquad [C] = [l^\lambda t^\tau m^{\lambda+\tau} e^{-2\lambda-2\tau}].$$

Anche il vincolo espresso dalle equazioni (19) o (20) è caratteristico per la teoria di Maxwell e da esso possiamo ricavarne le leggi principali.

a) Proponiamoci, per es., di trovare le relazioni che possono sussistere fra la forza F, la quantità di elettricità e, la distanza l, ed un'eventuale costante del tipo delle (20), vale a dire di determinare le possibili relazioni della forma

$$F = f(e, l, C).$$

Poniamo l'equazione dimensionale analoga alla (12), tenendo conto che l'entità fisica *forza* ha le dimensioni $[l t^{-2} m]$

$$[l t^{-2} m] = [l^\lambda t^\tau m^{\lambda+\tau} e^{-2\lambda-2\tau}] [e]^{\alpha_1} [l]^{\alpha_2}.$$

Procedendo come al solito troveremo la sua unica soluzione

$$\alpha_1 = 2, \quad \alpha_2 = -2, \quad \lambda = 3, \quad \tau = -2, \quad \mu = 1, \quad \eta = -2,$$

alla quale corrisponderà la relazione

$$F = [l^3 t^{-2} m e^{-2}] e^2 l^{-2} = [\epsilon]^{-1} e^2 l^{-2},$$

che, coll'approssimazione di un fattore numerico, non è altro che la nota legge di Coulomb.

b) Proponiamoci di trovare le relazioni possibili fra la densità dell'energia u e la forza elettrica E in un punto dello spazio vuoto, vale a dire le possibili relazioni della forma

$$u = f(E, C),$$

indicando con C la solita costante sottoposta al vincolo (20).

Essendo le dimensioni della E nel nostro sistema $[l\,t^{-2}\,m\,e^{-1}]$, potremo porre l'equazione:

$$[l^{-1}\,t^{-2}\,m] = [l^{\lambda}\,t^{\tau}\,m^{\lambda+\tau}\,e^{-2\lambda-2\tau}]\,[l\,t^{-2}\,m\,e^{-1}]^{\alpha},$$

che ammettendo l'unica soluzione

$$\alpha = 2, \quad \lambda = -3, \quad \tau = 2, \quad \mu = -1, \quad \eta = 2$$

condurrà alla relazione

$$u = [l^{-3}\,t^{2}\,m^{-1}\,e^{2}]\,E^{2} = [\epsilon]\,E^{2},$$

ossia, sempre coll'approssimazione di un fattore numerico, alla caratteristica legge che, con opportuna scelta di unità (delle quali abbiamo espressamente evitato di fare una scelta, perchè tutte queste considerazioni di indole generale valgono per qualsiasi sistema di unità), si usa scrivere

$$u = \frac{\epsilon E^{2}}{8\pi}.$$

Procedendo in modo perfettamente analogo potremmo giungere alla formula corrispondente per la forza magnetica H

$$u = \left[\frac{c^{2}}{\epsilon}\right] H^{2} = [\mu]\,H^{2},$$

anch'essa caratteristica della teoria di Maxwell e ordinariamente espressa colla formula:

$$u = \frac{\mu H^{2}}{8\pi}.$$

9. — Come è noto, la moderna teoria degli elettroni è ordinariamente inquadrata nelle linee generali della teoria di Maxwell, vale a dire che le ipotesi e trattazioni particolari di quella teoria conducono, almeno per i corpi in riposo, a leggi in perfetto accordo colla teoria di Maxwell. Le sue costanti universali anche sono le stesse, perciò questi metodi generali devono condurre ad esatte conclusioni anche quando vengano applicati alla teoria elettronica.

Trattiamo due semplici esempi.

a) Vediamo, per es., se è possibile una relazione fra la massa, la quantità di elettricità e il raggio di un elettrone supposto sferico, come complicati sviluppi teorici conducono ad ammettere. Si tratterà di trovare le relazioni possibili della forma

$$[m] = f(l, e, C).$$

Procedendo come al solito porremo l'equazione dimensionale

$$[m] = [l^{\lambda}\, t^{\tau}\, m^{\lambda+\tau}\, e^{-2\lambda-2\tau}]\, [l]^{a_1}\, [e]^{a_2},$$

alla quale corrisponderà la sola determinazione di f data dalla equazione

$$m = [l\, m^{-1}\, e^{-2}]\, e^2\, l^{-1} = \text{Cost}\, \frac{e^2}{l},$$

che concorda perfettamente colla nota espressione della massa di un elettrone sferico di raggio r

$$m_0 = \text{Cost}\, \frac{e^2}{r}$$

quando esso si muova con velocità sensibilmente inferiori a quella della luce, alle quali è quindi ancora applicabile la nostra meccanica classica.

b) Vediamo ancora di prevedere una relazione fra l'accelerazione a di un elettrone, la sua carica e e l'energia W da esso irradiata nell'unità di tempo, nella forma

$$\frac{dW}{dt} = f(a, C).$$

L'equazione dimensionale sarebbe

$$[l^2\, t^{-3}\, m] = [l^\lambda\, t^\tau\, m^{\lambda+\tau}\, e^{-2\lambda-2\tau}]\,[l\, t^{-2}]^{a_1}\,[e]^{a_2}.$$

La relazione corrispondente alla sua unica soluzione sarà

$$\frac{dW}{dt} = [t\, m\, e^{-2}]\, a^2\, e^2 = \mathrm{Cost}\; a^2\, e^2,$$

la quale è appunto una nota relazione della teoria elettronica.

10. Applicazioni alla teoria dell'irraggiamento secondo la teoria dell'emissione. — Le considerazioni precedentemente svolte si applicano a qualsiasi teoria logica, indipendentemente dal fatto che sia essa o non sia verificata dalla nostra esperienza, quindi anche alla teoria dell'irraggiamento fondata, oltre che sulla termodinamica, sulla teoria dell'emissione.

La considerazione delle linee fondamentali di tale teoria può essere talvolta interessante, non solo per istituire un parallelo colla teoria ora ammessa, ma anche perchè parecchi dei fenomeni che accompagnano l'emissione, la propagazione e la riflessione di radiazioni elettriche sono in perfetta concordanza coll'antica teoria dell'emissione della luce.

Come sue costanti fondamentali possiamo in primo luogo assumere le c e k, le quali evidentemente conservano in questa gli stessi significati e le stesse dimensioni che nella teoria precedente.

Per ottenere poi le dimensioni di una terza costante fondamentale possiamo ricorrere a ragionamenti analoghi a quelli d'ordinario impiegati per giungere *termodinamicamente* (e quindi indipendentemente dalla particolare *teoria dei quanta*) alla definizione della h. Vedremmo così che una costante dalle dimensioni $[l^2 m]$ può servire, unitamente alle c e k, per esprimere tutte le costanti di quella teoria, come d'altra parte è facile verificare.

Ciò ammesso, sviluppando semplici calcoli algebrici perfettamente analoghi ai precedenti, giungeremo all'equazione

$$\lambda + \tau - 2\mu - 2\vartheta = 0 \tag{21}$$

per esprimere il vincolo fra gli esponenti delle dimensioni delle diverse possibili costanti, e quindi all'equazione dimensionale

$$(22) \qquad [C] = \left[l^{\lambda} t^{\tau} m^{\mu} T^{\frac{1}{2}\lambda + \frac{1}{2}\tau - \mu} \right]$$

per esprimere le dimensioni generiche di una qualsiasi di tali costanti; due equazioni che è assai interessante di confrontare colle omologhe (16) e (17) della teoria elettromagnetica.

Coll'aiuto delle equazioni (21) o (22) e con ragionamenti analoghi a quelli dei tre paragrafi precedenti potremo, senza alcuna difficoltà, dedurre le leggi fondamentali di questa teoria.

Senza accennare particolarmente ai calcoli rileviamo solamente che la relazione omologa alla (17′) è

$$u = \mathrm{Cost}\ T^{\frac{5}{2}}$$

e l'omologa della (17″) è

$$p = \mathrm{Cost}\ V^{-\frac{3}{5}};$$

due relazioni identiche a notissime leggi della teoria cinetica dei gas e che mostrano la stretta affinità fra quella teoria e la teoria dell'emissione.

Parimenti la relazione omologa alla (17‴) è

$$u_{\nu} = C_1 \nu^4 \varphi \left(C_2 \frac{T}{\nu^2} \right);$$

una relazione che è assai istruttivo di comparare alla (17‴) (legge dello spostamento di Wien) e che interessa tanto la teoria dei gas, quanto le teorie corpuscolari delle radiazioni elettriche, e sulla quale mi riservo di ritornare in seguito.

L'Accademico Segretario
CARLO FABRIZIO PARONA

CLASSE
DI
SCIENZE MORALI, STORICHE E FILOLOGICHE

Adunanza del 20 Gennaio 1918.

PRESIDENZA DEL SOCIO SENATORE GIAMPIETRO CHIRONI
VICEPRESIDENTE DELL'ACCADEMIA

Sono presenti i Soci S. E. Boselli, Direttore della Classe, Pizzi, De Sanctis, Sforza, Baudi di Vesme, Schiaparelli, Patetta, Vidari, Prato, Cian, Valmaggi, e Stampini Segretario della Classe.

È scusata l'assenza dei Soci Ruffini, Brondi ed Einaudi.

Si legge e si approva l'atto verbale dell'adunanza precedente del 6 gennaio corrente.

Il Direttore della Classe S. E. Boselli presenta alla Classe il recentissimo volume, estratto dalla " Miscellanea di Storia Veneta „ della R. Deputazione Veneta di Storia Patria (Serie III, vol. XIII), che il Socio Giovanni Sforza ha composto col titolo *Silvio Pellico a Venezia (1820-1822)*. Esaminato con rapida sintesi il contenuto dei cinque capitoli, onde consta il volume, S. E. Boselli dimostra come, nonostante il titolo dato all'ampia monografia, lo studio dello Sforza, pur avendo come punto centrale di riferimento la dimora di Silvio Pellico in Venezia, in realtà investe tutta quanta la vita del Pellico, prima e dopo quella dimora, e con meravigliosa copia di documenti editi ed inediti, con l'impiego sapiente di tutte le pubblicazioni che riguardano in qualche modo i soggetti trattati, ogni fatto sottoponendo a critica fine ed arguta, nulla sottraendo alla più

severa documentazione, e mettendo in luce non pochi fatti o non conosciuti o mal noti o mal valutati, costituisce una illustrazione non solo di tutta la vita e della operosità letteraria del Pellico, ma altresì un importantissimo e preziosissimo contributo alla storia letteraria e politica della età che fu sua, della quale lo Sforza ha luminosamente dimostrato di conoscere tutti i segreti. — Aggiungono alcune parole di alto encomio della pubblicazione dello Sforza il Presidente Chironi e il Socio Cian, e la Classe vivamente si rallegra col Socio Sforza presente, il quale porge a tutti vive azioni di grazie, segnatamente a S. E. Boselli che anche gli agevolò le sue ricerche di documenti in Venezia con parecchie commendatizie.

L'Accademico Segretario Stampini presenta, " con gli augurii di Piero, Luigi e Gino Barbèra per l'anno 1918, ricorrendo in esso (12 gennaio) il Centenario della nascita in Torino del Fondatore della Ditta ", gli *Annali bibliografici e catalogo ragionato delle edizioni di Barbèra, Bianchi e Comp. e di G. Barbèra (1854-1880). Addenda e Corrigenda* (Firenze, G. Barbèra editore, Gennaio MCMXVIII). La Classe ringrazia la Ditta editrice per il gentile pensiero.

L'Accademico Segretario presenta inoltre, con alcune parole di lode, il recente volumetto (N. 12) del *Corpus scriptorum latinorum Paravianum*, che ha per titolo *L. Annaei Senecae Thyestes-Phaedra. Recensuit, praefatus est, appendicem criticam addidit* Humbertus Moricca.

In fine il Socio Valmaggi presenta una prima *Nota*, che la Classe ammette alla pubblicazione negli *Atti*, del Prof. Nicola Terzaghi *Sull'origine della tragedia greca.*

LETTURE

Sull'origine della Tragedia Greca

Nota I del Prof. NICOLA TERZAGHI

I.

Un libro recentissimo (1) mi offre occasione di tornare a discutere un problema di capitale interesse e d'importanza universale, qual'è quello dell'origine della tragedia greca. Già alcuni anni or sono lo presi brevemente in esame, proponendone una soluzione (2); ma, per le necessità stesse del volume in cui ne parlai, non mi fu possibile di valutare criticamente ed esattamente tutti i dati e le testimonianze che servono a formarci un giusto criterio. Perciò torno ora sull'argomento, col desiderio di mettere almeno su basi chiare e precise la discussione, la quale, invece, fino ad ora è stata, secondo me, spostata da quelli che sono i suoi veri termini.

Fortunatamente, il libro del Ridgeway elimina la necessità di vagliare i risultati e le conclusioni degli studi più recenti, in quanto assolve per lo più da sè questo còmpito, mettendoli chiaramente in luce, sia pure con la prevenzione di una propria teoria. Ma poichè non importano le teorie, sibbene i fatti, possiamo fare astrazione da quelle per venire a questi, notando che forse, anzi certamente, molte discussioni avrebbero potuto risparmiarsi, sol che essi fossero stati considerati rettamente,

---

(1) RIDGEWAY, *The Dramas and dram. dances of non Eur. Races*, Cambridge 1915; questo libro fa seguito all'altro del medesimo autore, *The origin of Tragedy*, Cambridge 1910.

(2) Nell'introd. a Sofocle, *I cerc. di tracce*, Firenze 1913.

in modo da non far dire agli antichi quel che vogliamo noi moderni. In tal guisa si sarebbe evitata, tanto per citare un autore che ha valore fondamentale, la lunga, eterna discussione su di un luogo aristotelico, di cui si può, invece, dimostrare l'esattezza.

Giacchè non significa nè porre esattamente, nè risolvere soddisfacentemente la questione dell'origine della tragedia greca, il fatto di ricercare le sue più lontane e rudimentali radici ed il suo primo sorgere. Questi sono, senza dubbio, elementi non trascurabili, che però non spiegano, nè possono spiegare la tragedia quale essa è. In altre parole, noi abbiamo l'obbligo di renderci conto della tragedia di Eschilo, nella sua formazione e nel suo organismo, e non di quella, poniamo, di Epigene, o, se preferiamo, di Tespide: abbiamo l'obbligo di vedere in che modo sia nato ed abbia avuto sviluppo il complesso semplice e complicato ad un tempo della tragedia attica, e non di preoccuparci solamente del ditirambo di Arione o dell'evoluzione della poesia ditirambica. Soprattutto dobbiamo tener ben distinte forma e sostanza della tragedia, se vogliamo comprendere in qual modo e per quali vie esse si sieno fuse e contemperate, sì da formare un unico corpo.

Posto così il problema, non si può misconoscere che la tragedia consta di tre elementi fondamentali ed indispensabili, a cui si possono agevolmente ridurre i sei fissati da Aristotele (*Poet.* 6. 1450ª 9), e cioè il μῦθος, l'azione, la forma; di ciascuno dei quali occorre conoscere le vicende, per spiegarne poi il raggruppamento onde il dramma tragico nacque. Solo da un esame siffatto possiamo attendere una soluzione che soddisfi in ogni sua parte.

Più facile e meno complicato è rintracciare l'origine prima dell'elemento che ho designato col nome di azione. Questa non è se non una 'imitazione', le cui caratteristiche essenziali furono già poste in luce da Aristotele (1). Naturalmente, per quanto riguarda l'azione od imitazione di atti e gesti umani, si risale, per la letteratura, direttamente ad Omero (2); per la vita,

---

(1) *Poet.* 4. 1448ᵇ 5 ss.

(2) Così già fino nell'antichità si riconosceva in Omero la fonte non solo della tragedia, ma anche della commedia e del dramma satiresco,

a tutti i più semplici e primitivi spettacoli, dei quali si può dire che nessun popolo sia stato e sia privo, per rudimentale che sia la sua civiltà.

In fondo, se togliamo ad Omero alcuni pochi versi, e distribuiamo le parti dialogiche fra più persone, abbiamo qualche cosa di molto simile al dialogo drammatico, fatta eccezione — si capisce — per la qualità del verso e per la necessaria varietà dell'intreccio. Del resto, ciò appunto è quel che capì e realizzò, sul cadere del IV sec. a. C., Demetrio Falereo in Atene (1), allorquando instituì quegli *Ὁμηρισταί*, i quali ebbero varia fortuna e varie vicende nel mondo antico, fino almeno al III secolo d. C. (2).

Molto più vasta e più ricca è, tuttavia, la materia che, circa vere e proprie azioni, rudimenti di ciò che siam soliti intendere col termine ' dramma ', si può ricavare dagli stessi poemi omerici e da alcuni monumenti figurati, risalenti all'epoca più antica della vita da cui sorse l'ellenismo. Per cominciare da questi, i più certi e probativi di tutti, basta ricordarne due categorie. La prima è costituita da quei monumenti che, come la donna volteggiante sul toro nell'affresco murale di Tirinto (3), o come il saltatore di avorio di Cnosso (4), ci rappresentano individui singoli, i quali davano — nella vita come nella raffigurazione artistica — prova della loro abilità. Basta che ci sia uno capace di far qualsiasi cosa da esibirsi in pubblico, per avere il primo nucleo donde si può sempre sviluppare un'azione vera e propria.

Più importanti ancora sono i cosiddetti teatri di Cnosso (5) e di Festo (6), luoghi di riunione forniti di gradinate per gli

---

cf. Strab. I p. 16, Euanth. *de com.* I 5 (Kaibel *FCG* I 62 s.), Tzetz. *de diff. poet.* 95-97 (Kaibel 37). Non altrimenti Quintiliano vedeva in Omero il padre ed il fonte di ogni specie di eloquenza, *Inst.* X 1. 46 ss.

(1) Ath. XIV 620[b].

(2) Calderini, *Ὁμηρισταί*, " Rend. Ist. Lomb. di Sc. e Lett. ", XLIV 1911, 713 ss. — Aristotele fa consistere una delle differenze fondamentali fra tragedia ed epopea proprio nell'azione e nella narrazione, *poet.* 6, 1449[b] 26.

(3) Per comodità e più facile riscontro cito dal diffuso *Omero* del Drerup nella trad. it. — Questo monumento è a p. 84 fig. 48.

(4) Drerup, p. 162 fig. 119.

(5) Drerup, p. 229 fig. 181.

(6) Drerup, p. 238 fig. 187.

spettatori, essendo chiaro come negli spiazzi racchiusi rispettivamente nel rettangolo o nel triangolo dei sedili (1) dovessero in qualche modo presentarsi ed agire degli individui, che oggi non possiamo determinare qual cosa facessero. Ma così questi monumenti, come quelli citati or ora, valgono a prospettare alla nostra mente per lo meno la visione di una persona che 'agisce' mentre altre la stanno a guardare.

Un passo più avanti ci portano i poemi omerici. Nell'*Odissea* è descritta la piazza in cui i Feaci (2), sedendosi sopra una fila circolare di sedili di pietra, prendevan parte all'adunanza ed osservavano i giuochi eseguiti dai loro giovani compaesani. Qualche cosa di analogo troviamo nella seconda zona dello scudo di Achille (3). Per nostra fortuna, queste piazze rotonde, destinate a sacrifici, cerimonie, spettacoli, non sono isolate nella parola dei versi epici, chè viene spontaneo alla mente il ricordo del piazzale dei sepolcri a Micene, destinato a rinforzare, con la sua autorità documentaria, la verità delle notizie omeriche, poco importando se questa verità abbia a considerarsi in atto od in potenza.

È evidente come la prima origine di ogni forma drammatica (*δρᾶμα* significando sempre l''azione') greca, e non soltanto greca, si trovi racchiusa proprio in quanto ho detto fin qui. Però, se noi ci fermiamo a questo punto, siamo ben lontani dalla tragedia attica: possiamo renderci conto di molti fenomeni, anche notevoli; ma perfino le *Supplici* di Eschilo — nomino il dramma più antico a noi giunto — rimangono un enigma. In altri termini, noi abbiamo qui uno spettacolo, nel senso più stretto della parola, non affatto una tragedia.

Occorre quindi cercare altri elementi, coi quali ci sia possibile e facile spiegarci quel fiore di suprema bellezza che fu la tragedia greca; e sono elementi diversi da quelli enumerati fin qui, per mezzo dei quali non si arriverebbe a nulla di quanto vogliamo sapere.

---

(1) Come e perchè da questa forma a linee rette si sia passati ai teatri a base circolare ed a sedili disposti a cerchio od a semicerchio, ho cercato di mostrare in *Fabula* I 287 ss.

(2) ζ 266, ϑ 6 s., 109 ss.

(3) Σ 497 ss.

II.

L'uomo è portato dalla natura stessa a considerare il problema della propria esistenza, a ricercare il perchè delle cose, ed a porre delle forze esteriori ed invisibili per i fenomeni i quali non possono spiegarsi col gioco delle forze naturali, visibili e tangibili. Per lui nascita vita morte rappresentano altrettante incognite, di cui cerca affannosamente di rendersi ragione, ed egli, non potendo trovare una spiegazione razionale, a cui la sua mente e la sua coscienza non sono ancora adatte, vive nella credenza che al di fuori di lui, della sua casa, della sua città, del suo piccolo mondo, esistano delle potenze soprannaturali, al di là di quanto gli è concesso vedere ed osservare. Con questo nucleo di opinioni religiose si collega il dogma della sopravvivenza dell'anima al corpo. La morte, mentre rende impuro, almeno per un certo periodo, il cadavere e chi ha contatto con esso, a causa delle potenze demoniache e malefiche in esso entrate a produrre la cessazione della vita; la morte, però, ha il vantaggio di dare al defunto un certo carattere di santità e di nobiltà. Sicchè per l'anima sua si prega, domandandole benignità e grazia e favore, mentre le azioni compite dal morto durante la vita, proiettate nel ricordo, si ingrandiscono, assumendo agli occhi dei sopravviventi un valore ed un'importanza che prima non avevano. Del morto nessuno può esser più geloso; ma l'anima di lui, se non onorata a dovere, può vendicarsi dei vivi, servendosi del potere acquistato coll'entrare in contatto con le forze invisibili, con il dissolversi nell'universo, e perciò con l'essere divenuta partecipe della vita e del potere di tutto che regge l'universo medesimo, con forza soprannaturale e soprasensibile. Così si cerca da un lato di placare e di rendersi benevola l'anima del morto per mezzo di sacrifizi e doni, dall'altro di celebrarla e di farle onore, per mezzo delle lodi impartite alle azioni di lui. Omero ci offre due esempi chiari e patenti dell'una cosa e e dell'altra: gli *ἆθλα ἐπὶ Πατρόκλωι* appartengono al primo genere di celebrazione del defunto, che, con l'entrata nel regno delle ombre, sale, secondo le epoche storiche, alla eroizzazione

od all'apoteosi; il lamento di Achille sul cadavere di Patroclo (1), e quello di Andromaca, Ecuba ed Elena sul cadavere di Ettore (2), si riferiscono al secondo.

Uno speciale interesse ha l'ultima lamentazione ricordata. Il cadavere di Ettore è ricondotto in Troia, nel palazzo reale, e deposto sul letto funebre; presso di lui si collocano i cantori, che debbono iniziare, evidentemente nel ritmo voluto dalla consuetudine, il *θρῆνος*, mentre subito dopo le donne celebrano a gran voce, in mezzo al pianto ed ai singulti, le virtù dell'estinto. Si può credere facilmente che questo passo dell'*Iliade* non abbia nessun determinato color locale, ma che qualche cosa di simile o di identico avvenisse dappertutto in Grecia in occasioni analoghe, precisamente come avviene ancor oggi un po' in ogni paese. Disgraziatamente ci mancano testimonianze letterarie sicure per molte celebrazioni del medesimo genere, cosicchè tanto più notevole, e per noi importante, è una di esse, su cui non abbiam luogo di dubitare affatto, e per cui siamo trasportati nella Grecia propria, anzi in una delle città sue più civili, e, si può dire, alla soglia dell'età storica.

Erodoto, discorrendo delle novità politiche e religiose introdotte a Sicione dal tiranno Clistene (3), parla anche dell'onore reso dai Sicionii ad Adrasto, e degli sforzi di Clistene per eliminarlo, onde sradicare una causa ed un fomite di sfoghi e di risentimenti patriottici nei cittadini. Non potendo, per ordine dell'oracolo delfico, allontanare da Sicione le ossa di Adrasto, il tiranno pensò di contrapporgli un culto che, secondo lui, avrebbe dovuto neutralizzar l'effetto di quello reso all'eroe locale, riferendosi ad un suo acerrimo nemico, a Melanippo. Quindi Erodoto aggiunge: *οἱ δὲ Σικυώνιοι ἐώθεσαν μεγαλωστὶ κάρτα τιμᾶν τὸν Ἄδρηστον... τά τε δὴ ἄλλα οἱ Σικυώνιοι ἐτίμων τὸν Ἄδρηστον καὶ δὴ πρὸς τὰ πάθεα αὐτοῦ τραγικοῖσι χοροῖσιν ἐγέραιρον, τὸν μὲν Διόνυσον οὐ τιμῶντες, τὸν δὲ Ἄδρηστον. Κλεισθένης δὲ χοροὺς μὲν τῶι Διονύσωι ἀπέδωκε, τὴν δὲ ἄλλην θυσίην Μελανίππωι.*

---

(1) Σ 316 ss.

(2) Ω 722 ss.

(3) V 67. Per altre testimonianze di cerimonie analoghe cf. PFISTER, *Der Reliquienkult im Alt.* (*RGVV* V) 497 s.

Questa testimonianza, sebbene risenta di una certa confusione nata dall'aver mescolato concetti e cose contemporanee allo storico con altre più antiche, ha un valore eccezionale. La confusione è avvenuta soprattutto per l'uso delle parole *τραγικοῖσι χοροῖσιν*, con le quali Erodoto si richiama alle gare posteriori ed ai cori ciclici, mentre non si possono rettamente applicare alla celebrazione dei *πάθεα* di Adrasto. Così pure, quando lo storico ci dice che i Sicionii non onoravano Dioniso, in fondo non vuol fare altro che notare la differenza col tempo suo e con le rappresentazioni drammatiche di Atene, durante le feste Dionisiache. Tuttavia, per quanto si tratti di cose diverse, non riescono a guastare l'impressione generale di quel passo, in cui si stabilisce: 1°) che a Sicione era uso di celebrare le avventure e la 'passione' di Adrasto; 2°) che ciò avveniva per mezzo di cori composti in onor dell'eroe; 3°) che Clistene volle sostituire alla 'passione' di Adrasto quella di Dioniso, unendovi il culto di Melanippo. Anche quest'ultimo punto ha la sua importanza, perchè, di qualunque genere fosse la celebrazione dell'eroe, oltre il ricordo parlato delle sue gesta, dimostra che essa si componeva di più parti, e non solo dei canti o di dolore o di esaltazione, o di una cosa e dell'altra nel medesimo tempo. Non sappiamo in che cosa consistesse la *θυσίη* trasferita da Adrasto a Melanippo per volere di Clistene, ma ciò non toglie nulla al valore intrinseco delle parole di Erodoto.

Un'altra testimonianza di prim'ordine ci viene offerta da Suida, se leggiamo le sue parole così come ci sono state trasmesse dai manoscritti, senza volerle modificare in base a preconcetti. Egli scrive, s. v. *οὐδὲν πρὸς τὸν Διόνυσον*: *Ἐπιγένους τοῦ Σικυωνίου τραγῳδίαν εἰς τὸν Διόνυσον ποιήσαντος, ἐπεφώνησάν τινες τοῦτο, ὅθεν ἡ παροιμία.* Quasi tutti i critici, mossi da quel pregiudizio che potremmo chiamare dionisiaco, secondo cui per forza la tragedia deve esser legata con Dioniso fin dalla sua prima origine — pregiudizio contro il quale giustamente è insorto ed insorge il Ridgeway — hanno trovato oscure le parole di Suida, e son corsi a ripararle — od a rovinarle — con una di quelle pseudo-correzioni che han prodotto danni gravissimi in tutta la storia letteraria greca, inserendo un *οὐ* fra *Διόνυσον* e *ποιήσαντος*, in modo che il testo dicesse precisamente il contrario di quel che significa. Più giusto è

invece congiungere la testimonianza di Suida, il quale certamente risale a fonti antiche, con quella di Erodoto, e concludere che allorquando Clistene volle sostituire la celebrazione di Adrasto con i cori dionisiaci, un poeta di Sicione scrisse un carme in onore del dio, suscitando però la disapprovazione del popolo, il quale insorse gridando *οὐδὲν πρὸς τὸν Διόνυσον*.

Data questa interpretazione, il grido in parola suona come una protesta. Invece esso viene, sì, generalmente interpretato in tal senso, ma giusto alla rovescia di quel che ho fatto io, in seguito all'aggiunta nel testo della negazione, a cui accennavo or ora. Ma possiamo domandarci: se in realtà Epigene avesse composto un carme in onore non di Dioniso, il popolo di Sicione avrebbe mai potuto protestare gridando: ' non c'è nulla di Dioniso ', e far comprendere così la sua disapprovazione per il poeta? Ciò avrebbe potuto avvenire solamente se per l'innanzi il popolo fosse stato accostumato alla celebrazione di Dioniso, mentre dobbiamo ricordare l'attività innovatrice e quasi rivoluzionaria di Clistene, il quale volle soffocare un culto preesistente, sostituendogli per l'appunto quello di Dioniso stesso. È probabile che, a tale scopo, sia ricorso all'opera di un poeta, che si adattò a seguire le sue idee, sottoponendosi alle proteste del pubblico venute di conseguenza. Perciò il testo di Suida è perfettamente in ordine, a lume di raziocinio, e non ha bisogno di alcuna correzione. La frase *οὐδὲν πρὸς τὸν Διόνυσον* significava, almeno in origine, ' non vogliamo saperne di Dioniso ', ciò che del resto si rileva anche dal suo valore più letterale ' nulla riguardo a Dioniso '.

Stabilita così l'attendibilità storica delle notizie combinate di Erodoto e di Suida, rimane la personalità di Epigene, la quale, certo, non è così chiara come quella di Clistene. Ma, in genere, la critica più recente esagera nello scetticismo riguardo agli uomini ed ai fatti antichi, mentre invece o gli argomenti logici o le nuove induzioni e le nuove scoperte dimostrano ogni giorno più come noi non abbiamo troppo il diritto di dubitare della tradizione. Così è per Epigene (1). Intanto, il suo nome non ha

(1) L'ultimo che ha negato valore storico ad Epigene è stato il Dieterich, P.-W. s. v. n. 12 col. 64.

nulla d'inventato o di favoloso; è una formazione regolare, come Diogene, Protogene, Teogene, nè si può, dunque, trarre alcun argomento da esso per impugnare la storicità del personaggio che lo portava. In secondo luogo, Suida parla di Epigene non solo nel luogo citato, ma anche altrove, menzionandolo come antichissimo poeta tragico di Sicione (1), anzi come il primo poeta tragico addirittura. Se conoscessimo con sicurezza le fonti di Suida, potremmo dire se i due luoghi di cui parliamo abbiano o no la stessa origine, cosa che sarebbe molto importante, perchè una diversità di fonti sarebbe una prova quasi sicura della bontà della tradizione. Allo stato attuale delle cose dobbiamo limitarci a constatare la mancanza assoluta di ragioni per dubitare di carmi scritti in onore di Dioniso a Sicione, o in opposizione od in sostituzione delle cerimonie in onore di un eroe locale come Adrasto. Nè siamo autorizzati a scartare il nome del poeta che ciò avrebbe fatto, tanto più che quanto ne dice Suida s. v. *Θέσπις* combina con una notizia dataci da Temistio (2), il quale si valeva di buone fonti e ci offre spesso materia di sicure cognizioni. Temistio attribuisce ai Sicionii l'invenzione della tragedia, e questo dato, che non avrebbe gran valore in sè e per sè, ne ha invece uno notevole, qualora si unisca con quelli di Erodoto e di Suida.

Il tentativo di Clistene è del principio del VI sec. a. C., quando, cioè, la tragedia attica era di là da venire, ciò che pone un altro problema, del quale dobbiamo cercare una soluzione. Fin qui io sono stato molto cauto nel designare l'opera di Epigene o l'altra anonima riferita ad Adrasto, servendomi generalmente della parola indeterminata 'carme'. Gli antichi, invece, sono molto espliciti, e parlano senza dubbiezze di 'tragedia'. È usato legittimamente questo termine, o come dobbiamo intenderlo? Per rispondere a questa domanda dobbiamo sopra ogni cosa pensare che le cerimonie di Sicione, verosimilmente, si riducevano solo a questo: un personaggio, forse un sacerdote od un cantore di professione, raccontava le gesta ed i dolori di Adrasto, celebrandone la gloria ed esaltandone la virtù, in

---

(1) s. v. *Θέσπις*.
(2) *Or.* 27 p. 406 Dind.

mezzo al popolo raccolto per fare certi sacrifici (1). Questo non differisce gran che da quanto abbiamo veduto sopra riguardo ad Achille plorante innanzi al cadavere di Patroclo, ed alle donne troiane in vista di Ettore defunto. Sicchè possiamo farci un'idea abbastanza esatta di questa parte della cerimonia, pure ignorando se le parole, ossia il 'libretto' in base al quale veniva fatta la celebrazione, erano sempre le stesse, tradizionalmente passate da una celebrazione all'altra, ovvero se venivano modificate di volta in volta. Ma questo punto è di poco rilievo, nè investe la sostanza della nostra ricerca, sicchè il confessare la nostra ignoranza non porta alcun danno.

Più importante, invece, è notare come Omero, nei luoghi citati, ad indicare l'attività di colui che esalta con le sue parole i meriti, la vita, i dolori — proprio, insomma, la 'passione' — del defunto, adoperi il verbo *ἐξάρχειν* accompagnato dal genitivo *γόοιο* (2). Nè l'importanza di ciò nasce dal valore grammaticale del verbo, ma dal fatto che esso corrisponde a quel che sembra fosse il *verbum technicum* rispetto alla persona cui toccava l'ufficio di celebrare il defunto, ed a quella cui spettava la parte narrativa nei carmi lirici, e soprattutto nei ditirambi, sui quali torneremo fra poco. Solo per questa via si può capire come Erodoto parli di *τραγικοὶ χοροί* e come Suida e Temistio, alla lor volta, parlino di tragedie: non che nelle cerimonie di Sicione si svolgessero delle vere e proprie tragedie, ma tra quelle celebrazioni e la tragedia attica gli antichi vedevano una tale affinità da potersi permettere di designarle con lo stesso nome. Ciò deve esser tenuto presente se non vogliamo guastare il nostro giudizio, giacchè, ove la tragedia attica si fosse svolta esclusivamente dai 'misteri' o dalla 'passione' di Dioniso, nessuno, e tanto meno Erodoto, che viveva alla distanza di un secolo solo da Clistene, avrebbe dato il nome di 'tragedia' ai

(1) Erodoto parla di *θυσίη*, cf. sopra p. 272 s. È assai probabile che tali celebrazioni, dovendosi adattare di volta in volta alle circostanze ed ai personaggi celebrati, venissero espresse dal sacerdote o dal cantore con forme improvvisate, ciò che spiega l'origine *αὐτοσχεδιαστική* assegnata alla tragedia da Aristotele, *poet.* 4. 1449ᵃ 9.

(2) Σ 316, Ω 747, 761. Soltanto in Ω 723 si ha *ἦρχε γόοιο* per ragioni metriche.

cori cantati a Sicione. In altre parole, il termine 'tragedia' è stato adattato alle antiche celebrazioni di eroi, appunto perchè queste e le 'passioni' degli eroi medesimi costituivano il nucleo dei drammi tragici, i quali erano in sè, cioè per la loro sostanza e per il *μῦθος* che ne costituisce il fondamento, liberi e sciolti dalla religione e dal mito di Dioniso. Tanto è vero, che solo pochissime tragedie hanno per soggetto questo dio, e le *Baccanti* o la *Licurgea*, oltre che esempi sporadici, sono piuttosto le 'passioni' di Penteo e di Licurgo, anzichè quelle di Dioniso.

III.

In quanto ho detto nel paragrafo precedente sono, in complesso e salvo dettagli che non infirmano la teoria generale, d'accordo col Ridgeway, il quale ha avuto il merito veramente insigne di mettere in evidenza il valore delle celebrazioni dei defunti per capire l'origine della tragedia greca, specialmente per mezzo di una enorme quantità di dati antropologici e del paragone implicito fra la tragedia greca e le rappresentazioni drammatiche di quasi ogni popolo della terra. Non che io creda, e lo aveva già rilevato il Wilamowitz (1), che davvero si possano trovare anche oggi, p. es. in Tessaglia, dei resti di rappresentazioni, cui, tanto per intenderci, potremmo chiamare pretragiche. Ma l'aver dimostrato la connessione fra i drammi medievali o moderni con la celebrazione di illustri defunti, i quali avevano molto sofferto durante la vita, giova senza dubbio a mettere in luce almeno un elemento importantissimo fra quelli che concorsero a creare ed a maturare lo sviluppo della tragedia attica.

Però vi è un altro elemento, a cui il Ridgeway nega a torto ogni influsso: quello dei misteri religiosi, e soprattutto dei Misteri Eleusini, coi quali entriamo nella seconda parte della nostra ricerca. Infatti, fino ad ora ci siamo interessati del *μῦθος*, mentre i misteri, specie nella parte indicata dagli antichi col nome *δρώμενα*, riguardano l'a z i o n e. Il Ridgeway, negando il

(1) " Neue Jahrbb. „ XXIX 1912. 472.

valore dei misteri come parte determinatrice dell'evoluzione tragica e delle notizie antiche da noi possedute sulla loro essenza e sul loro svolgimento (1), si fa guidare da un pregiudizio che lo mette in contraddizione con se stesso e col metodo a lui caro. Poichè, se si deve negar fede alle testimonianze ed agli autori, che non sieno contemporanei ai fatti di cui si parla di volta in volta, io non so come ci si possa servire dei drammi, per chiamarli così, svolti in Asia in Affrica in America in Australia ai nostri giorni, per formare e sviluppare una qualsiasi teoria intorno ai drammi antichi dei medesimi popoli, o, quel ch'è peggio, intorno alla tragedia greca. Bisogna invece considerare che là dove si tratta, come in Grecia ed altrove, di cerimonie rivestite di carattere religioso, interviene la natura estremamente conservatrice della liturgia, che si fissa e si fossilizza, rimanendo immobile ed identica attraverso ai secoli. E certo nessuno rifiuterebbe, p. es., le testimonianze della liturgia cattolica dei tempi nostri per studiare quella anche di parecchi secoli fa.

I misteri rappresentano anch'essi, come la celebrazione dei defunti e la credenza nell'immortalità dell'anima, un bisogno primordiale dell'uomo. Formulato il problema del soprannaturale, egli sente il bisogno, oltre che di risolverlo per via del ragionamento trascendentale, che si muta in fede, anche di avvicinare a sè la soluzione per mezzo dei sensi. Da questo bisogno nascono in ogni religione i misteri, consistenti nel rappresentare in modo sensibile ciò che i credenti debbono ritener vero, anche quando non lo vedono. È un avvicinarsi dell'uomo alla divinità, un preconoscere ciò che gli toccherà quando, sciolto dai legami del corpo mortale, divenuto spirito e puro — secondo la promessa formulata dagli orfici — giungerà al conspetto della divinità, e conoscerà senza sforzo e senza dubbiezze il mistero dell'essere nell'universo.

Per queste ragioni, anche se i misteri antichi ci fossero ignoti nelle loro parti più essenziali, dovremmo credere che non vi mancassero delle vere e proprie rappresentazioni, come si ebbero quelle sacre del Medio Evo, in cui la divinità, presa

(1) *Dramas and dram. Dances* 21 ss.

forma tangibile nel corpo dei suoi sacerdoti, si presentasse agli uomini — naturalmente, a quelli che ne erano degni — i quali, per mezzo di pratiche religiose e di esercizio di fede, potevano guardare, senza rimanerne abbagliati, il dio fattosi carne: in una parola, gli iniziati ed i misti. Di qui nasceva la necessità del segreto e di non rivelare in che cosa i misteri consistessero; ma questa è forse anche la fonte della leggenda che narra il pericolo corso da Eschilo, allorquando gli spettatori di un suo dramma poterono credere che egli avesse messo in pubblico gli *ἀπόρρητα*, a lui noti perchè era iniziato. Ad ogni modo, questa leggenda dimostra per lo meno una certa analogia esteriore e formale fra una tragedia ed i procedimenti mistici.

Per fortuna, i misteri di Eleusi, grazie soprattutto alle ricerche della Harrison e del Foucart, per citare solo i principali, per noi non sono più eccessivamente misteriosi; ne sappiamo almeno quel tanto che basta per non poter dubitare dell'esistenza in essi dei *δρώμενα*, in cui i fatti, gli errori e la 'passione' di Demetra e Core prima, di Dioniso poi, venivano esposti agli occhi avidi ed entusiasti — usando questa parola in senso etimologico — degli iniziati (1). Questi, e ciò è notevole, assistevano ad essi disposti lungo le gradinate quadrilaterali che rinchiudevano il *τελεστήριον*, il quale, sebbene recente nella sua ultima forma che non va oltre il IV sec. a. C., pure deriva da un edifizio più antico, di cui non mancano le tracce architettoniche, oltre le testimonianze d'altro genere, raccolte per ultimo appunto dal Ridgeway (2), e risalenti almeno all'inno omerico a Demeter (3).

Ora, non basta ammettere, come il Ridgeway fa insistentemente, che anche Triptolemo avesse una parte notevole nei

---

(1) Cf. Clem. Alex. *Protr.* II 12. 2. p. 11. 20 ss. St.: *Δηὼ δὲ καὶ Κόρη δρᾶμα ἤδη ἐγενέσθην μυστικόν, καὶ τὴν πλάνην καὶ τὴν ἁρπαγὴν καὶ τὸ πένθος αὐταῖν Ἐλευσὶς δᾳδουχεῖ.* E Clem. è molto bene informato circa i misteri eleusini, e le sue notizie derivano sempre da buone fonti.

(2) *Dramas and dram. Dances* 31. La parola *ἀνάκτορον*, su cui insiste il Ridgeway (p. 37), non costituisce un argomento in favore di Triptolemo considerato come re del luogo, ma può indicare anche la casa divina in genere.

(3) V. 271.

riti di Eleusi, per sostenerne l'origine funebre, e per togliere importanza ai *δρώμενα* come fattori della tragedia greca. Certo è che questi avevano luogo nel terzo e nel quarto giorno della festa, e che rappresentavano la ricerca di Core da parte di Demetra, e, probabilmente, anche l'*ἱερὸς γάμος* di Zeus con Demetra stessa. Dico probabilmente, perchè pur troppo le testimonianze in proposito sono tarde. Ma questo non ci autorizza ad una esclusione, la quale non sarebbe giustificata, dato il carattere tenacemente conservatore di ogni liturgia religiosa. Diverso è, si capisce bene, il caso della introduzione di Dioniso nei misteri, giacchè essa non potè aver luogo se non dopo la diffusione del suo culto in Grecia. Ma quello di Zeus non aveva tali necessità.

Ciò premesso, ricordiamo che il culto dei morti, con gli atti di memoria e di celebrazione schizzati nelle pagine precedenti, non conteneva nè poteva esprimere una vera azione drammatica, per cui si richiede non solamente un racconto di cose avvenute, nel qual caso anche l'*Alessandra* di Licofrone sarebbe una tragedia come l'intendiamo noi, ma pure la raffigurazione materiale di atti e di gesti di personaggi, imitati, secondo la dottrina aristotelica, da qualcuno che ne assuma la parte. Nella tragedia, invece, l'azione è cosa non solo principale, ma addirittura indispensabile; ed appunto per questa causa ritengo fondamentalmente vera la geniale intuizione del Dieterich (1), il quale connesse i misteri eleusini con la tragedia attica. Tuttavia, e in conseguenza di quanto ho detto fin qui, e per l'evidenza risultante dai drammi noti, non posso dar torto al Ridgeway, quando rifiuta le ulteriori conclusioni del Dieterich circa la peripezia tragica (2), ciò che non infirma il nucleo primo delle sue teorie.

In realtà, se nella tragedia attica, oltre gli atti e la vita degli eroi, celebrati e proiettati in una realizzazione tutta speciale come è data dall'opera evocativa del poeta, noi troviamo anche la imitazione e la ripetizione, in maniera che cadano sotto i sensi umani, degli uni e dell'altra; e se di questa seconda parte non abbiamo traccia nelle cerimonie funebri, le quali pure

(1) *Kl. Schr.* 414 ss.
(2) O. c. 40 s.

sono un elemento di origine della tragedia; vuol dire che dovremo ricercarla in qualche altra cosa. Ma le rappresentazioni tragiche erano un atto sacro, e si consideravano in Atene come una cerimonia religiosa, a cui non si poteva mancare di assistere, e si svolsero nelle feste di Dioniso, come parte integrante di queste, ciò che sarebbe, senz'altro, indizio della loro origine dal culto. Sicchè non può destar meraviglia che esse ne abbiano tratto uno dei loro caratteri principali. E poichè sappiamo di quelle altre rappresentazioni, analoghe ai 'misteri' medievali continuati poi, p. es., nelle celebri feste di Oberhammergau, che erano i *δρώμενα* eleusinii, ossia attici, ossia ateniesi — poichè la festività di Eleusi riguardava da vicino tutta la popolazione di Atene — mi sembra non esserci bisogno di raccogliere altri indizi e di fare altri ragionamenti, per concludere: 1°) che veramente il nocciolo, cioè il *μῦθος*, del dramma derivò dalle primitive celebrazioni degli eroi, ossia dei defunti eroizzati; 2°) che l'a z i o n e dovette invece derivare dalle 'imitazioni' di gesti, atti, 'passioni' divine od eroiche, come si trovavano nei misteri.

Questa è anche l'unica via possibile per spiegare l'uso delle maschere. Si ha voglia di dire che la maschera serviva ad ingrossare e render più sonante la voce dell'attore, in modo che si potesse udire da tutto il teatro. Ma è un fatto che i nostri attori moderni, pur senza essere diversi dagli antichi (anzi la nuova scuola filodrammatica con la ricerca della naturalezza e l'abolizione della declamazione enfatica è in assai peggiori condizioni dell'antica) si fanno udir benissimo in qualsivoglia teatro, anche aperto, come ne dànno prova palmare le recenti rappresentazioni del teatro di Fiesole e di Siracusa o dello Stadio di Roma. La maschera antica, anzi, può rendere confusa la voce, che si espande nella sua cavità senza poterne sempre uscir netta (1); deve, quindi, essere stata inventata ed adoperata per qualche altra ragione, non certo per quella ora accennata, nè per imitazione o derivazione dai visi ricoperti di mosto ricordati da Orazio.

---

(1) Posso attestar ciò anche per diretta esperienza, ricordando una rappresentazione del *Pluto* data da noi studenti a Firenze nel 1898, se ben rammento.

Ora, i *δρώμενα* avevano la necessità di mostrare fisso ed immobile il tipo delle divinità che vi avevano parte (1), sì che non cambiasse mai. La medesima rigidità del 'tipo' dovette passare alla tragedia, quando divenne azione e si svincolò dal puro e semplice elogio o dalla rievocazione di un eroe defunto. Una prova di ciò si ha nella tradizione riferita da Orazio (2) — ma le notizie antiche (3) variano tra Eschilo e Tespide — secondo cui la maschera sarebbe stata inventata da Eschilo, profondo conoscitore di Eleusi e dei suoi misteri.

In conclusione, adunque, dobbiamo guardarci dal dare un giudizio unilaterale sull'origine della tragedia greca, la quale non avrebbe potuto assumere la sua forma vera e definitiva — la sola che veramente interessi — nè per le sole celebrazioni degli eroi senza i *δρώμενα*, nè per questi senza di quelle, mentre la fusione degli uni e delle altre produsse quella mirabile unità ed armonia, che fu imitata sempre, sorpassata mai.

(Continuerà).

---

(1) Paus. VIII 15. 1, Sch. Aristid. III p. 22. Bisogna tener presente che la maschera tende ad irrigidirsi ed a fissarsi in modo da non cambiarsi mai, tanto che si arriva fino alla tipologia di Polluce IV studiata dal Robert, 25. Hall. Winkelmanaspr.

(2) *a. p.* 278.

(3) Suid. s. v. *Θέσπις*.

L'Accademico Segretario
ETTORE STAMPINI

CLASSE

DI

SCIENZE FISICHE, MATEMATICHE E NATURALI

Adunanza del 27 Gennaio 1918.

PRESIDENZA DEL SOCIO SENATORE ENRICO D'OVIDIO
DIRETTORE DELLA CLASSE

Sono presenti i Soci Naccari, Peano, Jadanza, Guareschi, Guidi, Mattirolo, Grassi, Somigliana, Fusari e Parona Segretario.

Si legge e si approva l'atto verbale della precedente adunanza.

Il Segretario presenta in omaggio da parte dell'A. Socio corrispondente Prof. A. Issel la Memoria *Le selci enigmatiche di Breonio*, rilevandone l'importanza paletnologica. Il Presidente ringrazia a nome della Classe.

Si annunzia l'invio e si presenta un lavoro manoscritto del sig. Ing. Casimiro Corbetta col titolo *La soluzione generale dell'equazione cubica e della bisezione dell'angolo*. Il manoscritto sarà conservato in Archivio.

Il Socio Mattirolo legge l'indirizzo ad Hugo de Vries, che sarà trasmesso insieme col diploma di nomina a Socio corrispondente; diploma e indirizzo saranno presentati all'illustre scienziato in occasione delle onoranze fissate per il 18 feb-

braio prossimo. L'indirizzo, approvato dalla Classe, si trascrive a verbale:

" Venerato Maestro.

" Nel giorno in cui i più alti intelletti e i più nobili cuori
" del mondo esaltano e celebrano la vostra opera immortale,
" la Reale Accademia delle Scienze di Torino, acclamandovi
" suo Socio corrispondente, coi sensi della sua profonda ammi-
" razione vi invia fervidissimi voti augurali di prospera e ga-
" gliarda longevità.

" Coi sensi del più rispettoso ossequio ".

L'Accademico Segretario
CARLO FABRIZIO PARONA

CLASSI UNITE

Adunanza del 3 Febbraio 1918.

PRESIDENZA DEL SOCIO SENATORE GIAMPIETRO CHIRONI
VICEPRESIDENTE DELL'ACCADEMIA

Sono presenti, della Classe di Scienze fisiche, matematiche e naturali, i Soci D'Ovidio, Direttore della Classe, Naccari, Segre, Peano, Jadanza, Guareschi, Guidi, Parona, Mattirolo, Grassi, Fusari;

e della Classe di Scienze morali, storiche e filologiche, i Soci S. E. Boselli, Direttore della Classe, Pizzi, De Sanctis, Brondi, Einaudi, Baudi di Vesme, Patetta, Prato, Cian, Valmaggi, e Stampini che funziona da Segretario.

È scusata l'assenza dei Soci Somigliana e Panetti della Classe di Scienze fisiche, matematiche e naturali, e dei Soci Ruffini, Sforza, Schiaparelli e Vidari della Classe di Scienze morali, storiche e filologiche.

Si legge e si approva l'atto verbale dell'adunanza precedente delle Classi unite del 10 giugno u. s.

Il Vicepresidente Chironi, che presiede l'adunanza, invita l'Accademia a votare, mediante schede segrete e ai sensi dell'art. 11 dello Statuto accademico, per l'elezione del Presidente dell'Accademia in sostituzione del compianto Senatore Lorenzo Camerano, tenuto presente che il Presidente eligendo deve

appartenere alla Classe di Scienze fisiche, matematiche e naturali ai termini del primo comma dell'art. 3 dello Statuto.

Votano tutti i 23 Soci presenti, e la votazione ha il seguente risultato:

Andrea NACCARI, voti 22
Enrico D'OVIDIO, voti 1.

Per conseguenza, il Vicepresidente CHIRONI dichiara eletto, salva l'approvazione sovrana, a Presidente dell'Accademia il Socio Andrea NACCARI, al quale esprime, col plauso dell'adunanza, le più vive congratulazioni, rilevando l'alto significato dell'unanime votazione, che è riconoscimento degli insigni meriti scientifici del Socio NACCARI, e nel tempo stesso atto di solidarietà patriottica verso le province sorelle del Veneto invase dal nemico, alle quali appartiene il Collega che l'Accademia ha meritamente onorato della sua fiducia. Il Socio NACCARI ringrazia, commosso, e dichiara che accetterà l'altissimo ufficio, sebbene, per ragioni di salute, avrebbe desiderato, come già l'aveva dichiarato, che su altro Collega cadesse la scelta.

Gli Accademici Segretari
CARLO FABRIZIO PARONA
ETTORE STAMPINI

CLASSE
DI
SCIENZE MORALI, STORICHE E FILOLOGICHE

Adunanza del 3 Febbraio 1918.

PRESIDENZA DEL SOCIO SENATORE GIAMPIETRO CHIRONI
VICEPRESIDENTE DELL'ACCADEMIA

Sono presenti i Soci S. E. Boselli, Direttore della Classe, Pizzi, De Sanctis, Brondi, Einaudi, Baudi di Vesme, Patetta, Prato, Cian, Valmaggi, e Stampini Segretario della Classe.

È scusata l'assenza dei Soci Ruffini, Sforza, Schiaparelli e Vidari.

Si legge e si approva l'atto verbale dell'adunanza precedente del 20 gennaio.

L'Accademico Segretario Stampini presenta il recente volume *L'omaggio della dottrina e della cultura italiana alla memoria di* Igino Petrone *per l'inaugurazione del suo monumento in Limosano (XXI Ottobre MCMXVII)*, pubblicato a Campobasso, e ricorda i meriti insigni del compianto filosofo immaturamente rapito alla scienza ed all'insegnamento. Il Presidente Chironi, unendosi alle parole dell'Accademico Segretario, " ricorda ancora la figura e l'opera d'Igino Petrone, che ebbe singolar posto fra i maestri di filosofia del diritto, e che, se morte immatura non l'avesse invidiato alla scienza ed alla scuola, sarebbe stato il maggiore fra tutti. Morte lagrimata, ond'ebbero questi studi

filosofici grave iattura, perchè Igino Petrone li avrebbe levati all'altezza degna che ad essi spetta nella coltura giuridica. È la filosofia del diritto che raggruppa in ideale e forte sintesi tutte le scienze speciali onde la scienza del diritto si compone: essa dà limpida e piena la visione del passato, ferma il presente, e segna come punti luminosi gli intenti cui il pensiero giuridico deve mirare. Essa lo impedisce di mantenersi come raggrinzito in idee piccine: lo innalza come fattore vero e solo di scienza e di civiltà: e così la intendeva Igino Petrone, sempre ammirato, sempre compianto. „

L'Accademico Segretario presenta inoltre il volume dell'Avv. Francesco Cocito, *Commento alla legge degli Infortuni sul lavoro* (*Terza edizione riveduta e messa a giorno dall'Avv.* Gino Olivetti. Torino, 1918); e il Vicepresidente Chironi di tale volume dà il seguente giudizio: “ Il volume che vien offerto dal valoroso autore delle note, che al lavoro aggiungono veramente grande pregio, era già conosciuto nella pratica giuridica italiana, e con favore. Già, se contributi importanti non mancano ad illustrazione delle materie più controverse riferentisi alla legislazione sul lavoro, un'opera condotta con largo e compiuto disegno teorico, illuminato inoltre dalla molta giurisprudenza dei tribunali, in più argomenti disforme, a noi manca, mentre la scienza e la pratica giuridica straniera, particolarmente la germanica e la francese, ne abbondano. Il volume, or pubblicato, rimane pressochè identico all'ultima edizione ch'ebbe vivente l'autore: ma le note e le aggiunte che vi unì l'editore nuovo, se non rinnovano il libro, lo compiono. Tanta vi è la ricchezza della coltura, la critica giudiziosa, l'ingegno costruttivo, che allo studioso, non meno che al pratico, ne viene come un senso di rincrescimento, temperato poi da un augurio: rincrescimento che il valentissimo annotatore non abbia posto tutta quella dovizia di materiale e d'ingegno per comporre egli stesso uno special volume: e l'augurio che lo faccia presto. „

Il Socio PATETTA presenta una sua prima *Nota* illustrativa di un codice manoscritto posseduto dalla nostra Accademia e intitolata *Una raccolta manoscritta di versi e prose in morte di Albiera degli Albizzi*. Sarà pubblicata negli *Atti*.

Il Socio VALMAGGI presenta una seconda *Nota* del Prof. Nicola TERZAGHI, *Sull'origine della tragedia greca*.

LETTURE

Una raccolta manoscritta di versi e prose in morte d'Albiera degli Albizzi.

Nota I del Socio nazionale residente FEDERICO PATETTA.

(Con una Tavola).

1. — L'elegia meravigliosa, che Angelo Poliziano diresse a Sigismondo della Stufa per consolarlo della perdita della fidanzata, morta, non ancora sedicenne, il 14 luglio del 1473, salvò per sempre dall'oblio il nome d'Albiera degli Albizzi e indusse parecchi studiosi a ricercare le poche notizie che possono aversi di lei e della breve sua vita (1).

Queste notizie, nella parte sostanziale, possono esser compendiate in poche linee.

Albiera, figlia di Maso di Luca degli Albizzi e di una Soderini, era nata il 15 novembre del 1457, e fu educata nel

(1) L'elegia del Poliziano fu ristampata da I. Del Lungo in *Prose volgari inedite e poesie latine e greche edite e inedite di* Angelo Ambrogini Poliziano, Firenze, 1867, pagg. 238-248. Su di essa e su Albiera si vedano lo stesso Del Lungo, *La donna fiorentina del buon tempo antico*, Firenze, 1906, pag. 176 e segg. (225 e segg.), e la nota agli epigrammi del Poliziano, in *Prose volgari* cit., pag. 145; G. Zannoni, *Una sposa del Quattrocento*, Roma, 1892 (per nozze Grassi-Agudio); e *Un'elegia di Angelo Poliziano*, in " Rendiconti dell'Accad. dei Lincei ", Classe di scienze morali, S. V, vol. II, Roma, 1893, pag. 151 e segg.; P. Bologna, *Saggio di ricordi di donne fiorentine* (per nozze Imbrico-Mancini), Firenze, 1896, pagg. 51-56 (115); G. Carducci, *Le Stanze, l'Orfeo e le rime di M.* A. A. P., 2ª ediz., Bologna, 1912, pagg. 48-53; L. Grilli, *Il Poliziano latino*, in " Rassegna Nazionale ", vol. CCIII, Firenze, 1915, pagg. 378-380; G. B. Picotti, *Tra il poeta ed il lauro*, in " Giornale storico della letterat. ital. ", vol. LXV, Torino, 1915, pag. 268 e n. 4.

monastero fiorentino di S. Vincenzo sotto la guida affettuosa della fondatrice, Annalena Malatesta (1), l'infelice vedova di Baldaccio d'Anghiari, giustiziato nel 1441, o assassinato che dir si voglia, per volere di Cosimo de' Medici. Uscita dal monastero, fu fidanzata a Sigismondo della Stufa, " giovane singolare (*dice il Poliziano* (2)) e molto amico et intrinsico di " Lorenzo (*de' Medici*) sino da putto ". Ai primi di luglio del 1473, dopo aver preso parte ad un ballo in onore d'Eleonora d'Aragona, che passava per Firenze nell'andar sposa a Ercole I d'Este, fu assalita nella notte da febbre violenta, e pochi giorni dopo morì. Fu seppellita nella chiesa di S. Pier Maggiore, e il sepolcro doveva probabilmente esser ornato di una sua effigie marmorea; ma effigie e sepolcro e chiesa scomparvero, così come scomparve il monastero di S. Vincenzo, dove Albiera aveva passato gli anni della fanciullezza. Restano, e per la memoria di lei non è piccolo compenso, i versi del Poliziano.

L'elegia polizianesca non è però il solo scritto, che abbia avuto origine dalla pietà per Albiera e per Sigismondo o dal favore di cui questi godeva presso i Medici. Abbondano invece sulla morte e sui funerali d'Albiera le composizioni in versi e in prosa di scrittori illustri e di mediocri e di oscuri, tanto, scrive il Del Lungo (3), che se ne potrebbe fare " un volume, " se meritasse la pena, compulsando i codici Laurenziani (sulla " scorta del *Catalogus* del Bandini), e un Corsiniano 582, e i " *Carmina illustrium poetarum italorum* (Florentiae, 1719-1726) ".

Il volume, della cui opportunità il Del Lungo mostra di dubitare, non potrebbe del resto dirsi una novità; poichè, salvo un diverso ordinamento e qualche aggiunta, dovrebbe necessariamente corrispondere ad un prezioso volumetto compilato fin dal 1473 dallo stesso Sigismondo della Stufa, scritto per ordine di lui con grande eleganza e ornato di squisite miniature, di cui

---

(1) Su Annalena e sul monastero da lei fondato si veda specialmente G. Zippel, *Le Monache d'Annalena e il Savonarola*, in " Rivista d'Italia ", ottobre 1914, pag. 231 e segg. Si cfr. anche il Del Lungo, *La donna fiorentina* cit., pag. 205 e segg. (240); e, nelle *Famiglie d'Italia* del Litta, la tav. XVIII dei Malatesta.

(2) *La congiura dei Pazzi*, in *Prose volgari* cit., pag. 96.

(3) *La donna fiorentina* cit., pag. 225, n. 4.

do la riproduzione, e nelle quali credo si possa riconoscere con tutta certezza la mano di uno, che fu giudicato " il maggior artista di minio che vantasse Firenze circa la metà del secolo decimoquinto „ (1), cioè di Francesco d'Antonio del Chierico.

Appunto di questo volumetto, che è nella biblioteca della nostra Accademia, segnato NN. V. 7, e rimase finora ignoto, intendo dar notizia, indicandone il contenuto e trattenendomi alquanto su alcune parti o sconosciute o specialmente importanti.

2. — Il codice torinese consta di 54 carte (2) di finissima pergamena, misuranti mm. 200 per 120 e numerate da me a lapis nel margine inferiore. La prima carta, rimasta originariamente in bianco, è ora incollata colla seconda, la cui facciata anteriore doveva essere pure bianca. L'altra facciata è tutta miniata mirabilmente, e può dirsi divisa in tre parti; la mediana colla composizione principale, una base divisa in tre compartimenti e una fascia in alto, che insieme colla base fu in qualche modo imposta dalla forma oblunga del libro.

Nella parte mediana, su fondo verde minutamente punteggiato d'argento, sta una tabella d'azzurro, nella quale, in lettere d'oro di forma capitale, è scritta la dedicatoria, di cui darò il testo. La tabella, incorniciata d'argento, è sostenuta da due putti alati, parimenti d'argento, e poggia sopra un vaso d'oro, riccamente ornato. Ai lati sono due candelabri d'oro, di finissimo lavoro, terminanti in fiamme perfettamente simili a quelle che compaiono così spesso in altre miniature ornamentali di Francesco d'Antonio, e specialmente nel Libro d'ore fatto nel 1485 per Lorenzo de' Medici. In alto poggiano sulla tabella due vasi d'oro, a doppia ansa, e un fregio con due cornucopie analoghe per la forma a quelle che si vedono nello stesso Libro d'ore, e nominatamente in una pagina riprodotta nella ventottesima delle *Cinquanta tavole in fototipia da codici della R. Biblioteca Medicea Laurenziana a cura del D*r GUIDO BIAGI (Firenze, 1914).

---

(1) Il giudizio è di P. D'ANCONA, *La miniatura fiorentina* (*sec. XI-XVI*), Firenze, 1914, vol. I, pag. 39.

(2) Sono cinque fascicoli di dieci carte ciascuno, più un fascicolo di quattro carte inserito nel terzo fascicolo, dopo la c. 27.

La fascia superiore è d'azzurro punteggiato d'oro, con fregi d'argento e d'oro di varie tinte, e in mezzo il monogramma YHS.

I due compartimenti laterali della base, disgraziatamente assai sciupata, hanno pure il fondo d'azzurro punteggiato d'oro e fregi simmetrici d'oro e d'argento. Nel compartimento mediano, che, avendo il fondo d'argento, è di tutta la pagina la sola parte contornata da una linea d'oro, campeggiano ramoscelli di melagrano carichi di frutti. Lo stesso motivo ornamentale, parimenti in oro su fondo d'argento o di carmino o di azzurro di varie tinte, ricompare in seguito in tutte le dieci grandi iniziali, che sono nel codice (1).

La pagina, che vien subito dopo (f. 3ª), era inquadrata da un delicatissimo fregio policromo, ora mutilato da mano sacrilega, nel quale sono combinati con gusto squisito i più svariati motivi ornamentali, fiori, foglie, frutti, uccelli, puttini, candelabri, vasi, fregi d'oro e d'argento. In basso, entro il fregio, stanno a mani giunte due angeli, piccoli capolavori di fattura e d'espressione, colle testine bionde circondate dall'aureola, colle ali verdi lumeggiate d'oro spiegate, e colle ampie vesti, che scendono fino ai piedi calzati di rosso. Il loro atteggiamento farebbe credere che in mezzo a loro dovesse trovarsi una qualche composizione d'argomento sacro. Va però osservato che in altra miniatura del maestro (2) si nota lo stesso atteggiamento negli angeli, che fiancheggiano un semplice stemma, e che potrebbero quindi dirsi rappresentati come custodi e patrocinatori del titolare dello stemma e della sua famiglia. Comunque fosse, la composizione del codice torinese fu disgraziatamente tagliata via, cosicchè c'è ora nel margine inferiore una finestra perfettamente rettangolare di mm. 34 per 50. Analogamente, ma con minor riguardo, fu recisa una parte del margine superiore e una parte del margine laterale destro, dove potremmo congetturare l'esistenza d'un medaglione colla effigie d'Albiera.

Dissi già che a parer mio il codice torinese fu indubbiamente miniato da Francesco d'Antonio del Chierico. A questo

---

(1) Si veda un'iniziale analoga in D'Ancona, o. c., I, tav. LXXIII.
(2) D'Ancona, o. c., I, tav. LXXIV. Si cfr. anche la tav. LXVII.

grande maestro e ai suoi discepoli e aiuti di bottega attribuisce Paolo d'Ancona le miniature d'una sessantina di manoscritti; e d'alcune delle più notevoli dà la riproduzione in otto tavole dell'opera sua capitale (1). Altre cinque tavole date dal Biagi (2) riproducono nove pagine del già citato Libro d'ore, col quale, scrive il D'Ancona (3), " l'arte della miniatura, all'epoca del Magnifico, disse la sua più ornata parola ". I materiali di confronto colla tavola unita al mio lavoretto sono quindi tali da permettere ad ogni studioso di giudicare fondatamente d'ogni mia asserzione. Appunto perciò oso aggiungere, che gli angeli oranti del codice torinese mi paiono artisticamente superiori ai loro compagni delle tavole già citate, così come i candelabri, che fiancheggiano la tabella dedicatoria, mi sembrano di gran lunga più belli di quelli analoghi riprodotti nella tavola LXXIV del D'Ancona, e tali, nella loro semplicità, da non temere il paragone coi candelabri del Libro d'ore, di disegno forse meno castigato.

È poi ovvio osservare, che l'importanza del codice torinese è singolarmente accresciuta dal fatto dell'esserne certa la data. Infatti, secondo il D'Ancona (4), il più antico codice miniato da Francesco d'Antonio è probabilmente del 1469, e si hanno, dopo di esso, quattro soli codici di cui si conosca la data, due del 1476 e due del 1485. Abbiamo dunque colla data del 1473 un'indicazione importante per chi voglia seguire il progressivo sviluppo della tecnica e dell'arte del maestro fiorentino.

---

(1) *O. c.*, I, tav. LXVII-LXXIV. Sono attribuite a Francesco d'Antonio e ai suoi discepoli o aiuti le miniature dei codici descritti nel secondo volume dal n° 785 all'841, e poche altre in seguito.

(2) *O. c.*, tav. XXIV-XXVIII. La tav. XXXIV riproduce da altro codice l'unica pagina che sia stata firmata da Francesco d'Antonio, e che è pure riprodotta dal D'Ancona (tav. LXVIII).

(3) *O. c.*, II, al n° 801.

(4) *O. c.*, I, pag. 62.

Sull'origine della Tragedia Greca

Nota II del Prof. NICOLA TERZAGHI

Una prova indiretta di quanto ho detto fin qui, ci è data da Eschilo medesimo che, per somma fortuna, ci porge due esempi chiari ed espliciti della evoluzione contemporaneamente seguìta dai due elementi primitivi, e del loro intrecciarsi fino a fondersi in assoluta unità. L'ombra di Dario, nei *Persiani*, è un ricordo in azione delle antiche cerimonie evocative in onore e gloria degli eroi defunti; le tragedie in cui agivano solamente dèi, come i *Prometei* — e par che queste non fossero le sole (1) — sono un riflesso dei sacri *δρώμενα*, nei quali gli dèi, trasportatisi fra gli uomini, si mostravano nella loro gloria e nelle loro sofferenze, fino all'acquisto della suprema beatitudine celeste, allettamento, invito e promessa per i misti iniziati.

D'altra parte, se l'azione del dramma tragico ha subìto così potente l'influsso delle sacre rappresentazioni dei misteri, non si può dire che anche l'altro principio, a cui deve la sua origine, non abbia avuto le sue conseguenze formali nella composizione della tragedia. Ha lasciato, anzi, una traccia profonda, che possiamo seguire dalle più antiche tragedie di Eschilo alle più recenti di Euripide, nella parte assegnata al Nunzio ed al suo racconto. Giacchè noi non possiamo immaginare, come ab-

---

(1) L'anonimo autore della *μουσικὴ ἱστορία* dice: *καί τινες ἤδη τῶν τραγωιδιῶν αὐτῶι διὰ μόνων οἰκονομοῦνται θεῶν, καθάπερ* (cioè: per darne un esempio) *οἱ Προμηθεῖς*.

biamo detto più sopra quando ne parlavamo di proposito, che coloro i quali, secondo la frase omerica, *ἐξῆρχον γόου* facessero qualche cosa di sostanzialmente diverso da ciò che fanno i nunzi di Eschilo, di Sofocle e di Euripide, e certamente anche degli altri poeti, le cui opere sono per noi disgraziatamente perdute.

IV.

Μῦθος ed azione costituiscono due parti così essenziali di ogni dramma, che questo senza di quelle non esiste affatto. Ma esse investono, per dir così, la sostanza della tragedia greca, mentre questa non si presenta a noi come qualche cosa di informe e di instabile nella sua veste esteriore, ma ha una sua propria e ben definita apparenza, soprattutto con la distinzione fra parti dialogiche, narrative ed espositive, e parti corali, e con la presenza stabile di queste ultime. Questa apparenza così ben delineata, e tale fondamentalmente rimasta sempre fino ai tempi più tardi, non ostante le modificazioni introdotte poco a poco ed attribuite parzialmente a ciascuno dei tre poeti maggiori, indica un irrigidimento formale meritevole di spiegazione. Se poi è vero che Tespide, come afferma Suida s. v. *Θέσπις*, fu il primo a dare alla tragedia la sua forma comune, con l'introduzione dell'attore e del prologo, a maggior ragione dobbiamo vedere come essa sia nata. Ma per rispondere alla domanda: come è nata e da che cosa deriva la forma esterna della tragedia?, bisogna fissare l'attenzione sopra tre punti capitali: 1°) la teoria aristotelica, 2°) il nome *τραγωιδία*, 3°) la connessione delle rappresentazioni drammatiche con le feste di Dioniso in Atene.

La teoria di Aristotele merita di essere riferita per intero, essendo necessaria base di tutta l'indagine a cui dobbiamo rivolgerci. Egli, adunque, scrive (*poet.* 4 p. 1449ᵃ 9 ss.): *γενομένη οὖν ἀπ' ἀρχῆς αὐτοσχεδιαστικῆς* (1) *καὶ αὐτὴ* (cioè *ἡ τραγωιδία*) *καὶ ἡ κωμωιδία, καὶ ἡ μὲν ἀπὸ τῶν ἐξαρχόντων τὸν διθύραμβον, ἡ δὲ ἀπὸ τῶν τὰ φαλλικὰ ἃ ἔτι καὶ νῦν ἐν*

(1) Cf. sopra p. 276[1].

πολλαῖς τῶν πόλεων διαμένει νομιζόμενα, κατὰ μικρὸν ηὐξήθη προαγόντων ὅσον ἐγίγνετο φανερὸν αὐτῆς, καὶ πολλὰς μεταβολὰς μεταβαλοῦσα ἡ τραγῳδία ἐπαύσατο, ἐπεὶ ἔσχε τὴν αὑτῆς φύσιν. Quindi parla del numero degli attori, della riduzione del coro e della scenografia in relazione con Eschilo e con Sofocle, e poi continua: *ἔτι δὲ τὸ μέγεθος ἐκ μικρῶν μύθων καὶ ἡ λέξις ἐκ λέξεως γελοίας διὰ τὸ ἐκ σατυρικοῦ μεταβαλεῖν ὀψὲ ἀπεσεμνύνθη. τό τε μέτρον ἐκ τετραμέτρου ἰαμβεῖον ἐγένετο· τὸ μὲν γὰρ πρῶτον τετραμέτρωι ἐχρῶντο διὰ τὸ σατυρικὴν καὶ ὀρχηστικωτέραν εἶναι τὴν ποίησιν, λέξεως δὲ γενομένης αὐτὴ ἡ φύσις τὸ οἰκεῖον μέτρον εὗρε, μάλιστα γὰρ λεκτικὸν τῶν μέτρων τὸ ἰαμβεῖόν ἐστιν.* Seguono poche notizie sulla natura del giambo e sugli episodi.

A prima vista, questa notevole parte della *Poetica* pare in contraddizione con quanto ho cercato di esporre e dimostrare fin qui. Ciò sarebbe molto grave, specialmente per due ragioni: prima di tutto, perchè Aristotele, non volendo costruire egli stesso una teoria drammatica, ma teorizzando sui drammi a lui noti, doveva fondarsi sopra elementi sicuri, nè aveva interesse a mutare il vero stato delle cose. In secondo luogo, poi, egli ricavava le sue notizie da documenti, e cioè dagli atti pubblici del teatro ateniese e dalla viva tradizione: tutte cose che impediscono, a voler esser seri e sereni, di negar fede alle sue informazioni (1). Perciò è un obbligo per noi di esaminare parte a parte le sue parole, per vedere non ciò in cui possibilmente sieno errate, che sarebbe un còmpito infelice ed un problema mal posto, ma ciò a cui in realtà si adattino e si riferiscano, tenendo presente che Aristotele vuole esprimere, come si vede anche ad una prima e superficiale lettura, l'evoluzione della tragedia, dalle origini alla forma ultima più complessa e perfetta. Per far questo è necessario fermarsi soprattutto su quei punti che ho messo in speciale rilievo tipografico, traendone le opportune conclusioni.

Subito all'inizio di questa parte, Aristotele scrive che la tragedia ha avuto origine *ἀπὸ τῶν ἐξαρχόντων τὸν διθύραμβον.*

---

(1) Wilamowitz, l. c. 467 ss. V. ora anche il Valgimigli nella sua traduzione della *Poetica* di Aristotele (Bari, Laterza, 1916) p. 14[2].

Per la forma della frase dobbiamo anzitutto ricordare quanto abbiam già detto (1) a proposito della formula omerica *ἐξάρχειν γόοιο*. Poche pagine sopra abbiam veduto come questo ' iniziare il lamento funebre ' denoti l'attività di coloro che celebravano la gloria e le virtù del defunto. Possiamo ora aggiungere che il medesimo verbo è usato in un frammento di Archiloco, frammento che, per la nostra argomentazione, merita di esser tenuto in gran conto. Sono due versi, si noti bene, in tetrametri trocaici, e di attestazione sicura, perchè citati da Ateneo che li prendeva da Filocoro:

> *ὡς Διωνύσοι' ἄνακτος καλὸν ἐξάρξαι μέλος*
> *οἶδα διθύραμβον, οἴνωι συγκεραυνωθεὶς φρένας* (2).

Non può esservi dubbio che qui *ἐξάρξαι καλὸν μέλος διθύραμβον* si riferisca al canto dionisiaco, e che l'inizio di esso indichi solamente una celebrazione del dio e del suo dono, fatta da un cantore, precisamente come chi *ἐξῆρχε γόοιο* celebrava il morto eroe. Dunque, il verbo *ἐξάρχειν* è usato adattandolo alla persona, al cantore, il quale narrava le gesta del dio. E, come è già stato ben notato (3), *ἐξάρχων τὸν διθύραμβον* sarebbe, esattamente parlando, l'araldo del XVII (XVIII) carme di Bacchilide. Poichè è vero che noi siamo abituati a considerare il ditirambo esclusivamente come un canto in onore di Dioniso, ma il fatto è di gran lunga diverso, mettendoci in presenza, teoricamente, a ditirambi in onore così di Dioniso come di Apollo (4), e praticamente ai ditirambi di Bacchilide (5) ed a a quelli di Filosseno (6), in cui di Dioniso non c'è proprio nulla.

---

(1) Cf. sopra p. 276.

(2) Ath. XIV 628ª = Archil. fr. 77 Bgk.⁴.

(3) Crusius, P.-W. s. v. *Dithyrambos* 1029 (non il *χοροδιδάσκαλος*, come pensa il Valgimigli, l. c.).

(4) Ath. XIV 628ª *Φιλόχορος δέ φησιν ὡς οἱ παλαιοὶ* [*σπένδοντες* secl. Wilam.] *οὐκ αἰεὶ διθυραμβοῦσιν, ἀλλ' ὅταν σπένδωσιν τὸν μὲν Διόνυσον ἐν οἴνωι καὶ μέθηι, τὸν δ' Ἀπόλλωνα μεθ' ἡσυχίας καὶ τάξεως μέλποντες.*

(5) Comparetti, *Les dithyr. de Bacchyl.* in " Mél. Weil. " 25 ss.

(6) Cf. il mio studio sul *Ciclope* di Filosseno in " Riv. indo-gr. it. " I 27 ss.

Certo è che nei ditirambi venivano celebrate o riferite imprese di eroi o di divinità, di cui si riportavano anche le circostanze accessorie, non senza, talvolta, le parole medesime dei personaggi, persino in forma dialogica (1). E così si capisce come per designare taluno di essi venisse adoperato il termine *δρᾶμα* (2), con il riconoscimento implicito dell' 'azione', non eseguita, ma narrata nel corso del carme. Risulta, in tal modo, evidente che il ditirambo, in sè e nella sua evoluzione, può appartenere anche al culto di Dioniso ed alla celebrazione del dio, ma non serve esclusivamente nè all'uno nè all'altra. È una propaggine dell'epica trasmutata in lirica, con una linea parallela a quella per cui si passa da Omero a Stesicoro. Fin qui non abbiamo nessun punto essenziale di contatto fra il ditirambo e la tragedia: esso fu creato da Arione, della cui reale attività spiegata in questo campo oggi non è più il caso di dubitare, dacchè una buona notizia ne fa risalire la testimonianza fino a Solone.

Nel commento di Giovanni Diacono ad Ermogene, pubblicato pochi anni fa (3), si legge: *τῆς δὲ τραγωιδίας πρῶτον δρᾶμα Ἀρίων ὁ Μηθυμναῖος εἰσήγαγεν, ὥσπερ Σόλων ἐν ταῖς ἐπιγραφομέναις ἐλεγείαις ἐδίδαξεν· Χάρων δὲ ὁ Λαμψακηνὸς δρᾶμά φησι πρῶτον Ἀθήνησι διδαχθῆναι ποιήσαντος Θέσπιδος*. Dunque, secondo Solone, l'inventore, o, per meglio dire, l'introduttore della tragedia è per l'appunto Arione. Il frammento di Carone Lampsaceno si riferisce invece soltanto alla prima rappresentazione in Atene, e non ha nulla a che fare con l'origine del dramma tragico. Ma riguardo ad Arione noi possiamo sapere anche di più in base alle nostre fonti, a cui, dopo l'autorevole conferma soloniana, non c'è da negar fede, a meno di voler essere scettici a tutti i costi. Erodoto (4), parlando di Corinto e della tirannia di Periandro, narrato l'aneddoto di Arione salvato dal delfino e trasportato al Tenaro, aggiunge riguardo al poeta: *ἐόντα κιθαρωιδὸν τῶν τότε ἐόντων*

(1) L'ho notato a proposito del *Ciclope* di Filosseno nell'art. cit. nella n. prec. p. 298[6].

(2) *Ib.*

(3) Rabe, " Rhein. Mus. „ LXIII 1908. 150.

(4) I 23.

οὐδενὸς δεύτερον, καὶ διθύραμβον πρῶτον ἀνθρώπων τῶν ἡμεῖς ἴδμεν ποιήσαντά τε καὶ ὀνομάσαντα καὶ διδάξαντα ἐν Κορίνθωι. Mettendo queste parole in relazione col passo di Giovanni Diacono vediamo che la *τραγωιδία* di Solone corrisponde con tutta esattezza al *διθύραμβος* di Erodoto. La cosa diviene anche più sicura per le parole di Suida s. v. *Ἀρίων*: *λέγεται καὶ τραγικοῦ τρόπου εὑρετὴς γενέσθαι καὶ πρῶτος χορὸν στῆσαι καὶ διθύραμβον ᾆσαι καὶ ὀνομάσαι τὸ ᾀδόμενον ὑπὸ τοῦ χοροῦ, καὶ Σατύρους εἰσενεγκεῖν ἔμμετρα λέγοντας*, e per quelle di Proclo (*Chrest.* 344. 12): *εὑρεθῆναι δὲ τὸν διθύραμβον Πίνδαρος ἐν Κορίνθωι λέγει* (= *O.* XIII 18 s.), *τὸν δὲ ἀρξάμενον τῆς ὠιδῆς Ἀριστοτέλης Ἀρίονα λέγει, ὃς πρῶτος τὸν κύκλιον ἤγαγε χορόν.*

Se partiamo da queste testimonianze, ci apparirà chiara ed esplicita tutta la teoria aristotelica. Arione non è probabilmente tanto l'inventore del ditirambo, che, come tutti i canti di argomento sacro, è assai più antico, quanto colui che gli dette una forma nuova e speciale. Egli, dedicato completamente a Dioniso questo genere di componimento lirico e corale, vi introdusse come narratori ed attori i Satiri, i quali costituirono il coro, e dette la prima forma stabile e determinata nelle linee esteriori a quella che sarebbe poi diventata la tragedia attica. Dato ciò, è naturale che in principio questi canti ditirambici avessero in sè solamente un *μικρὸς μῦθος*, che la loro lingua dovesse subire una mutazione ed una evoluzione per divenir seria, come fu richiesta dal dramma tragico di Eschilo, e finalmente che il metro pure si mutasse, e da uno più adatto alla burla, alla danza, al movimento rapido e concitato (1), si trasformasse in uno più confacente al dialogo. Infatti, fino a questo momento, col ditirambo e con Arione noi siamo esclusivamente nel campo corale; quando verrà Tespide ed introdurrà il primo attore — che sarà così il vero e proprio *ἐξάρχων* — si comincerà a sentire il bisogno del dialogo, e di un metro più rispondente alle esigenze ed alla natura di questo, come nota Aristotele col suo solito preciso acume.

(1) Cf. il fr. di Archiloco citato di sopra p. 298. — Il tetrametro trocaico rimase poi nella tragedia per quelle parti che avevano bisogno di significare una più intensa e più mossa disposizione d'animo dei personaggi.

Per conseguenza, non solo Aristotele non è in contraddizione con quanto abbiamo detto e veduto, ma possiamo anzi esser certi dell'esattezza delle sue informazioni. Solamente, bisogna distinguere. Aristotele si riferisce alla forma e non al μῦθος, del quale in questo luogo non ha ragione di occuparsi e per cui gli basta il breve accenno che fa, e nemmeno all'azione del dramma: queste due parti hanno origine indipendente dal ditirambo e fra loro, mentre la prima è strettamente collegata con il ditirambo, con Arione e con i cori ciclici, che poterono perfezionarsi specialmente ad Atene, dove avevan luogo gli agoni lirici (1). Così è facile tracciare in brevi linee tutta l'evoluzione della tragedia, prima del punto in cui la vediamo assumere l'aspetto a noi familiare.

Essa nasce e si forma da tre elementi: il *μῦθος*, racconto ed evocazione di dèi o di eroi, al quale si associa l'azione, come era rappresentata dai sacri *δρώμενα*; l'uno e l'altra, per consolidarsi e per produrre l'opera d'arte, hanno bisogno della forma, e questa vien data dal ditirambo arioneo, che diviene proprietà, per così dire, della tragedia. Questi tre elementi, come dicevo, sono in origine separati e distinti; ciascuno poteva seguire una propria via che l'avrebbe condotto od a modificarsi evolvendosi od a morire, mentre la loro unione non solo li salvò, ma li portò anche ad esprimere il più alto e nobile frutto della poesia umana. Ma il loro stesso uso ne dimostra l'originaria diversità: dalla celebrazione fatta in una piazza ed in mezzo alla folla, che vuol sentire ricordati i propri eroi e rievocato il proprio passato illuminato dal raggio di idealità e di grandiosità che non si manca mai di attribuire a ciò che non è più, si passa al luogo sacro, al recinto chiuso degli iniziati ai misteri, e di qui alle feste dionisiache, dove le lodi e la 'passione' del dio venivano cantate da un coro i cui componenti eran mascherati da Satiri. Sicchè il dramma eroico, per assumere una fisonomia propria e destinata al gran pubblico, dovette prender la forma da questi canti dionisiaci, i quali non sono altro, in sostanza, se non il primitivo dramma satiresco. Di questo, e non della vera e propria tragedia, è inventore Arione; questo e non

(1) Cf. Crusius, l. c. 1216 s.

altro costituiva il nocciolo dei cori ciclici di Corinto; a questo e non ad altro attinge prima Tespide e poi Eschilo per arrivare alla tragedia. Ma dunque, quanto alla forma, si badi bene, e non quanto alla sostanza, il dramma satiresco è preesistente alla tragedia, mentre riguardo alla sostanza, cioè nel tipo del *Ciclope* o degli *Ἰχνευταί*, le è cronologicamente posteriore, poichè è giusto, naturale e legittimo che, allorquando la tragedia ebbe la sua forma propria e la sua figura corrispondente ai suoi bisogni ed alla sua estrinsecazione pratica, il dramma satiresco si avvalesse dell'evoluzione subìta da quella, e nell'esteriorità della rappresentazione divenisse tale, quale era la tragedia, con i dialoghi, i cori, gli episodi, il prologo e l'esodo. Viceversa, la tragedia non potè e non seppe mai staccarsi dalle sue origini, mantenendo il colorito dorico nel linguaggio del coro, e tradendo così quella parte della sua derivazione che non era propriamente attica, sebbene il suo dorismo sia qualche cosa di molto blando e non certo tale da toccar nel vivo il dialetto dei suoi poeti.

V.

Tutto quel che abbiamo veduto fino a questo punto ci permette di spiegare anche diversi problemi importanti, e che sembrano richiedere una soluzione scambievolmente contraddittoria.

Anzitutto, il nome. *Τραγῳδία* significa, nè può esservi dubbio, il ‘canto del capro’ o il ‘canto dei capri’. Orazio poteva ben dire *carmine qui tragico vilem certavit ob hircum* (1), ma nessuno toglie a noi il diritto di incolparlo di una falsa etimologia. Infatti, non solamente nulla ci permette di ritenere che un capro venisse dato qual premio al vincitore delle gare tragiche, ma, al contrario, abbiamo l'attestazione dell'*Et. Magn.*, che, s. v. *τραγῳδία*, ci fa sapere che *τὰ πολλὰ οἱ χοροὶ ἐκ σατύρων συνίσταντο* (qui si ha confusione fra tragedia e dramma satiresco) *οὓς ἐκάλουν τράγους*; abbiamo, ancor meglio, il celebre fram-

(1) *a. p.* 220.

mento del *Προμηθεὺς πυρκαεύς* di Eschilo, dove un Satiro è interpellato proprio col nome *τράγος*:

τράγος, γένειον ἆρα πενθήσεις σύ γε (1),

dove siamo sicuri del valore vocativo di *τράγος*, perchè ci viene appositamente attestato da Eustazio (2). Del resto, che il rivestimento caprino fosse tradizionalmente conservato anche in epoca abbastanza tarda e lontana dalla prima origine del dramma satiresco, è dimostrato come dal *Ciclope* di Euripide (3), così dal celebre vaso di Napoli, dove è figurata una compagnia di attori che si prepara a rappresentare un dramma della medesima specie (4). *Τραγωιδία* è dunque il canto dei capri, cioè dei Satiri in aspetto ferino, rivestiti di pelli di capro. Come si vede, questo non corrisponde affatto all'idea che noi abbiamo, e che avevano gli antichi, di una tragedia, tanto da render quasi necessaria una deviazione dalla verità quale quella offerta dalla falsa etimologia oraziana. Se consideriamo che la tragedia ha origini assolutamente diverse e lontane dal culto dionisiaco, dovremo dire che il suo nome le è venuto dai canti in onore di questo dio, ciò che prova appunto quella fusione a cui accennavo dianzi. Prova, anzi, più e meglio, come la tragedia debba il suo nome al fatto che le azioni drammatiche presero la forma dai cori ditirambici arionei, cantati dai Satiri, e modificati e perfezionati con l'andar del tempo.

In secondo luogo si spiegano le contraddizioni già notate fra l'espressione *τραγικοὶ χοροί* e la cerimonia cui Erodoto la riferiva (5); fra la notizia di Suida circa Arione: *λέγεται καὶ τραγικοῦ τρόπου εὑρετὴς γενέσθαι* ed i cori satireschi e dionisiaci. Sono espressioni che toccano solamente la forma e non la sostanza del dramma, precisamente come abbiamo notato a proposito di Aristotele.

In terzo luogo si spiega bene anche l'unione della tragedia

---

(1) Fr. 207.
(2) *ad Il.* p. 415. 7.
(3) 76 ss.
(4) *Mon. d. Inst.* III 31, e poi ripetuto più volte.
(5) Cf. sopra p. 272 s., 276.

con le feste Dionisiache, con le quali essa in realtà, nè per le sue origini nè per il suo sviluppo, ha nulla a che fare, qualunque sia il carattere che si voglia loro attribuire. Tanto è vero che sono rarissime le tragedie in cui Dioniso aveva qualche parte. Senza la fusione della quale abbiamo discorso fin qui, come si sarebbero potuti associare i drammi tragici con le feste Dionisiache? Evidentemente in nessun modo. Eppure, il dramma satiresco, messo al quarto posto della tetralogia è un chiaro indizio della unione fra i due elementi (di cui il primo è a sua volta duplice) *μῦθος*-azione e forma esteriore.

Finalmente si spiega anche il cosiddetto carro di Tespide. Questi si era attenuto alla forma drammatica dionisiaca, cioè satiresca, ed aveva perciò trattato la 'passione' del dio. I suoi coreuti, forse non ancora regolarmente mascherati, ma col volto intriso di mosto (1), accompagnavano il carro su cui si svolgeva in atto la *ἐπιφάνεια* del dio, quell'*ἐπιφάνεια* medesima che noi troviamo raffigurata nel celebre skyphos di Bologna (2), o nella Kylix di Exekias (3), dove il carro si è tramutato in una nave, ed è divenuto il *currus navalis*, lontano antenato del nostro carnevale. Con Tespide siamo veramente nel dramma che deriva in linea retta dalla tradizione dionisiaca e dalla celebrazione ditirambica arionea; ma con lui non abbiamo ancora la tragedia. Per arrivare a questa occorre lo sforzo di Eschilo; occorre liberare dalle pastoie, in cui ciascuno era legato, i tre elementi da cui nascerà l'*Orestea*. A questa stregua si vede sempre più e meglio quale sia l'immensa grandezza di quell'uomo, col quale soltanto l'evoluzione è completa. Sotto la magìa della sua arte si compie l'opera che aveva così lontani e miseri inizi; dopo d'allora non c'è più bisogno di grandi sforzi, giacchè la tragedia ha trovato la via gloriosa che ancora, dopo venticinque secoli, non accenna ad abbandonare.

---

(1) Hor. *a. p.* 278.

(2 Dümmler, " Rhein. Mus. „ XLIII 1888. 355 ss.; Baumeister, *Denkm.* Taf. CX. 2321; Bethe, *Proll.* 44 ss. Cf. Hor. *a. p.* 275 s.

(3) Furtwängler-Reichhold I 42. Del resto, anche il carro dello skyphos di Bologna ha forma simile a quella di una nave.

***

Questa ricerca non sarebbe completa, se non aggiungessi anche poche parole a proposito della commedia.

Abbiamo veduto come la tragedia prendesse la forma che le fu propria dal primitivo dramma, o, per parlare più esattamente, dalla primitiva 'azione' satiresca, modificata, perfezionata e adattata ai bisogni della scena, e come, a sua volta, il dramma satiresco, svoltasi e giunta ormai a perfezione la tragedia, ne assumesse tutto l'aspetto esteriore.

La commedia ha origine completamente diversa, come notava già Aristotele; essa nacque, secondo lui, *ἀπὸ τῶν ἐξάρχόντων τὰ φαλλικά*, nasce, diremmo meglio, dagli scherzi gioiosi a botta e risposta, dalla canzonatura degli uomini che, per la loro posizione sociale o per i loro difetti o per i loro vizi, si prestavano a formare dei tipi e delle macchiette. Anche la commedia è qualche cosa di umano, e corrisponde perciò ad un bisogno umano. Tanto è vero che, per quanto si sia modificata profondamente (e certo fra Menandro ed Aristofane la differenza è enormemente più grande che non tra Euripide ed Eschilo), pure, in fondo in fondo, è rimasta la stessa, come è la stessa nelle sue forme popolaresche odierne, sicchè l'evoluzione è chiara e facile a tracciarsi dai tempi più antichi sino a noi (1). Ma, se ben guardiamo, la sua forma esteriore — ciò che vale principalmente per la commedia attica antica (2) — non ha nulla di peculiare che la distingua e la divida in modo assoluto dalla tragedia. Dialogo e cori sono i suoi elementi costitutivi indispensabili, a cui essa aggiunge il 'contrasto' che è naturale e razionalmente legittimo, come la parabasi, data la sua derivazione. Ma la divisione tecnica, gli episodi, perfino la maschera, sono elementi i quali non intaccano nè toccano la sua sostanza: sono qualche cosa di esteriore, di cui potrebbe benissimo fare a meno. Ognun vede che cosa possiamo concludere da questo.

---

(1) ROMAGNOLI, " St. it. di fil. class. „ XIII 1905. 83 ss.
(2) RIDGEWAY, *Dramas and dram. Dances.* Appendice.

Quei prestiti e quegli scambi, che abbiam sopra notato fra tragedia e dramma satiresco, sono da ammettere e da ritener veri anche fra commedia e tragedia. In altre parole, quella, quanto alla sua forma ed apparizione esteriore, si modificò e si atteggiò su questa. Così si ebbe un solo, vero e reale ed effettivo, *δρᾶμα*, di cui tragedia, commedia, dramma satiresco sono i tre aspetti diversi, in origine staccati ed indipendenti fra loro, ma poi riuniti ed assimilati in grazia della forma, che è perciò merito imperituro del vecchio Arione di aver creato ed avviato sulla strada che doveva condurla ad una perfezione di valore eterno.

Napoli.

L'Accademico Segretario
ETTORE STAMPINI

CLASSE
DI
SCIENZE FISICHE, MATEMATICHE E NATURALI

Adunanza del 10 Febbraio 1918.

PRESIDENZA DEL SOCIO SENATORE ENRICO D'OVIDIO
DIRETTORE DELLA CLASSE

Sono presenti i Soci: NACCARI, SEGRE, PEANO, JADANZA, GUARESCHI, GUIDI, MATTIROLO, GRASSI, SOMIGLIANA, FUSARI, PANETTI e PARONA Segretario.

Scusano l'assenza i Soci SALVADORI e FOÀ.

Si legge e si approva l'atto verbale della precedente adunanza.

Il Socio GUARESCHI offre in omaggio le sue *Osservazioni intorno ad alcuni problemi riguardanti i progressi della nostra agricoltura,* ed il Socio PANETTI la sua nota su *Un apparecchio per la misura simultanea della spinta e della potenza dei gruppi moto-propulsori nel Laboratorio di aeronautica del R. Politecnico di Torino.*

Il Presidente comunica che il Socio nazionale prof. R. PIROTTA ha inviato in dono la sua pubblicazione *Il Parco nazionale dell'Abruzzo,* e ne parla. Inviarono anche in omaggio: il professore F. GOMES TEIXEIRA i volumi 6° e 7° delle sue *Obras sobre Mathematica,* e *Duas Allocuções lidas no Congresso de Sevilha*; M. JULES AMAR la sua opera *Organisation physiologique du travail.* Il Presidente esprime vivi ringraziamenti a nome della Classe.

L'Accademico Segretario
CARLO FABRIZIO PARONA

CLASSE
DI
SCIENZE MORALI, STORICHE E FILOLOGICHE

Adunanza del 17 Febbraio 1918

PRESIDENZA DEL SOCIO SENATORE GIAMPIETRO CHIRONI
VICEPRESIDENTE DELL'ACCADEMIA

Sono presenti i Soci Einaudi, Baudi di Vesme, Patetta, Prato, Pacchioni, e Stampini Segretario della Classe.

È scusata l'assenza dei Soci S. E. Boselli, Direttore della Classe, Ruffini, Sforza, Schiaparelli, Vidari, e Cian.

Si legge e si approva l'atto verbale dell'adunanza precedente del 3 febbraio corr.

L'Accademico Segretario Stampini presenta, ricordando il vivo meritatissimo plauso, che ne accolse la lettura, il discorso inaugurale del Socio Vittorio Cian *Risorgimenti e Rinascimenti nella storia d'Italia* (Estratto dall'*Annuario della R. Università di Torino*, 1918). La Classe ringrazia congratulandosi.

È pure presentato dall'Accademico Segretario, a nome dell'autore, il libro pubblicato dal Socio corrispondente Carlo Salvioni *In memoria dei Fratelli Salvioni. Schizzo biografico. Scritti. Lettere dalla guerra. Documenti diversi* (Nel primo anniversario della loro morte. Milano, nel maggio MCMXVII), notando come sia non solo un pietoso omaggio che un padre consacra alla memoria de' prodi suoi figli, ma anche, sotto un certo aspetto, un non trascurabile contributo alla storia della

nostra guerra, e specialmente alla conoscenza della grande invitta anima che il fiore della nostra gioventù portò nella titanica lotta. La Classe ringrazia l'illustre autore, e gli rinnova i sensi di commossa ammirazione per il sublime sacrifizio degli eroici suoi figli.

Il Socio Einaudi presenta, anche a nome del Socio Prato, l'annata XXIV (vol. XXVIII, 1917, terza serie) della rivista *La Riforma Sociale* insieme col volume supplementare *L'Italia economica nel 1916. Le ripercussioni delle guerre italiana ed europea sull'economia nazionale* (anno VIII), in cui il prof. Riccardo Bachi ha dato un compiuto quadro critico del movimento economico e dei provvedimenti e dell'azione del governo, dei corpi locali e delle associazioni in materia economica durante il secondo anno di guerra. Questo volume del Bachi ha fin d'ora un grande pregio, ma il pregio andrà crescendo col tempo, in quanto che il volume del 1916 fa parte di una serie oramai lunga e assai preziosa concernente la storia economica del nostro Paese. La Classe ringrazia e si congratula.

L'Accademico Segretario presenta per la pubblicazione negli *Atti* una prima *Nota* del Socio assente Giovanni Sforza su *I negoziati di Carlo Emanuele I, duca di Savoia, per farsi re di Cipro.*

Il Socio Patetta presenta una sua seconda *Nota* su *Una raccolta manoscritta di versi e prose in morte di Albiera degli Albizzi*, che sarà pubblicata negli *Atti*.

LETTURE

Una raccolta manoscritta di versi e prose in morte d'Albiera degli Albizzi

Nota II del Socio nazionale residente FEDERICO PATETTA

3. — Poche cose restano a dire per ultimare la descrizione del codice. Il testo è scritto, a quindici linee per pagina, in un carattere minuto e nitido, che potrebbe forse dirsi intermedio fra la scrittura consueta dei codici umanistici e il corsivo o italico (1), usato anche in alcuni codici di lusso, specialmente volgari, e accolto poi e consacrato nelle edizioni di Aldo. Le rubriche sono invece scritte in lettere capitali, salvo eccezioni, dorate. Le iniziali miniate già descritte furono usate per i dieci primi componimenti, che sono i più ampi. Seguono trenta epitaffi o epigrammi, pei quali parvero sufficienti iniziali semplici di forma capitale, in oro su fondo azzurro. Delle iscrizioni, che sono nelle carte 51ª, 52ᵇ, 53ª, e dei vari proprietari che scrissero i loro nomi nella prima e nelle ultime carte del codice, dirò in seguito.

Prove di penna relativamente recenti e prive affatto d'importanza sono nei ff. 1ª, 38ᵇ, 53ᵇ.

Nella scrittura del testo notai la *a* sempre corsiva; i dittonghi espressi spesso colla *e* caudata od omessi; la congiunzione *et* scritta sempre in disteso; l'uso di porre sopra i vocativi,

(1) Cfr. Edw. Johnston, *Writing and illuminating and lettering*, 3ª ediz., Londra, 1911, pag. 315 e tav. XXI.

anche quando l'equivoco non sarebbe possibile, una piccola *o* chiusa fra due lineette (1).

Quanto a correzione, il manoscritto torinese lascia spesso a desiderare, come accade non di rado coi codici di lusso, i cui amanuensi, più che all'ortografia e al senso di ciò che scrivevano, dovevano badare alla regolarità e all'eleganza delle lettere. L'amanuense stesso fece però alcune poche correzioni; e qualche parola fu in seguito aggiunta fra le linee, o scritta su rasura da altra mano contemporanea.

Da mano probabilmente diversa da quella del primo amanuense furono scritti anche i due soli epigrammi greci della raccolta (a f. 50). Certo la scrittura è poco regolare e punto elegante, e l'accentuazione incerta od errata. Lo iota sottoscritto manca nelle due sole parole, che dovrebbero averlo. Le rubriche sono in latino e, al pari delle iniziali, affatto simili a quelle degli altri componimenti.

4. — L'epistola dedicatoria scritta, come s'è detto, in principio del codice torinese, è di questo tenore:

" Annelenae Malatestae gravissimae et relligiosissimae mulieri Sigismundus Stufa S. D. P. Scripserunt ad me amici quidam eulogia nonnulla ut dolorem consolarentur, quem ex obitu Albierae dulcissimae uxoris meae nuper suscepi. Habuerunt multum ponderis, ut, quod nunquam putavi fore ut viverem sine lachrymis, iam resipiscere incipiam et minus adversari voluntati divinae. Ea mitto ad te, si eandem vim habere tecum possint. Scio enim te quoque egere consolatoribus, que tua in Albieram pietas fuit. Vale ".

---

(1) Nello stesso modo trovo usata la piccola *o* seguìta da una lineetta ascendente, o altri segni evidentemente derivati dalla *o*, in un codice d'Ausonio, ora di mia proprietà, che fu già della Biblioteca Aragonese ed è descritto al n° 6 del catal. XII della Libreria De Marinis (Firenze, 1913); nel codicetto del Tribraco, che descrissi negli *Atti* di questa Accademia, vol. 51, 1916, pag. 462 e segg., e che proviene, come sospettavo, dalla collezione Morbio (n° 580 del catal. di vendita); in un mio codice (forse autografo) delle Epistole di Falaride tradotte in volgare da Bartolomeo Fonzio; nelle tav. 103 e 105 dello Chatélain, *Paléographie des classiques latins*, riproducenti due pagine di codici del secolo XV di Properzio e di Tibullo; ecc. Di questi segni del vocativo tacciono, a quanto pare, i principali trattati di paleografia. Si veda per altro ciò che dice per i segni di *esclamazione* il Reusens, *Éléments de paléographie*, Lovanio, 1899, pag. 155-156.

Il codice era dunque destinato ad Annalena Malatesta, l'amorevole educatrice d'Albiera; ed è probabile che dopo la sua morte, avvenuta nel 1490, sia rimasto per qualche tempo nel monastero da lei fondato. Questo monastero fu compreso nelle soppressioni del 1808; ma il codice doveva esserne uscito molto prima, poichè vi troviamo a f. 1ª e 53ᵇ i nomi di due antichi proprietarii, un *Maia archipresbiter* e un *Io. Baptista Cremata* (1), scritti, a quanto pare, da mani del secolo XVII. Non posteriore al secolo XVIII sembra un terzo nome, scritto in lettere greche, ma certo non da un grecista, a f. 50ᵇ: *νιχωλαω θωνσω*. Delle tre persone nominate non so nulla. Trovo nei dizionari biografici un Gian Stefano Maia, pittore genovese tra il Sei e il Settecento. *Tonso* è il cognome di parecchie famiglie piemontesi e milanesi. Non mi fu del resto possibile di avere anche un lontano indizio del come e del quando il codice sia venuto in possesso dell'Accademia. Certo entrò nella nostra biblioteca non recentemente, già malconcio per opera di qualche ragazzaccio o di qualche ignorantone, e quasi nascosto nell'attuale povera legatura, che gli fu adattata nel secolo scorso, togliendola da un altro libro, probabilmente del secolo decimottavo (2).

5. — Il criterio seguìto da Sigismondo Della Stufa nel comporre la raccolta fu di raggruppare gli scritti pervenutigli secondo la loro natura e non per autori. Troviamo dunque in primo luogo le elegie, in numero di sei, seguìte dall'annotazione *Finis carminum*; poi tre lettere consolatorie in prosa, e dopo di esse un così detto *Hymnus* in metro saffico. A questi dieci scritti maggiori, onorati ciascuno d'una delle grandi iniziali miniate già descritte, seguono ventotto epigrammi latini e due greci; poi due epigrafi.

---

(1) Il Cremata affermò esplicitamente la sua qualità di proprietario, facendo precedere il suo nome dai noti versi: " Huius si quaeris dominum cognoscere libri, — Quae sunt inferius verba notata lege ".

(2) Sul cartone anteriore della legatura è scritto esteriormente, in alto, il numero 36 da mano del secolo XVIII. Viceversa nell'attaccare il codice alla vecchia legatura fu usato un frammento di libro, stampato certamente in principio del secolo XIX.

Due scritti sono anonimi; degli altri sono indicati gli autori, che sono in numero di dodici. Fra essi sono celebri il Poliziano e Marsilio Ficino. Altri otto, cioè Naldo Naldi, Ugolino Vieri, il Cantalicio, Bartolomeo della Fonte, Francesco da Castiglione, Carlo Marsuppini, Alessandro Braccesi, Bartolomeo Scala, sono noti a tutti gli studiosi del Rinascimento. Degli ultimi due, cioè d'Amabilio e d'Andronico Bisanzio, dirò in seguito.

La raccolta, che doveva servire a consolare Annalena Malatesta, dev'esser stata fatta non molto dopo la morte d'Albiera, cioè, secondo ogni probabilità, verso la fine del 1473, precedendo così di qualche mese la raccolta romana del 1474 in morte d'Alessandro Cinuzzi, che fu illustrata da me, molti anni or sono (1), ed è forse la più antica del genere che si abbia a stampa. Anche il Cinuzzi era morto, come Albiera, non ancora sedicenne; e parecchi degli scritti in morte di lui sono dovuti a membri dell'Accademia romana di Pomponio Leto, così come sono dovute a membri dell'Accademia Platonica di Firenze molte delle composizioni per la morte d'Albiera. Le corrispondenze sono del resto puramente formali. Si potrebbe anzi dire, che gli indirizzi opposti delle due Accademie, l'una paganeggiante, l'altra che volendo conciliare platonismo e cristianesimo giunge ad una concezione della vita altamente spirituale e quasi mistica, si rispecchiano chiaramente nelle due raccolte; cosicchè, mentre gli autori dei componimenti in morte del Cinuzzi, proclamandolo " *spes unica, vita, voluptas et numen* " di un suo adoratore, " *communis calor utriusque sexus* ", " *cunctis obvius ardor* ", tale da poter " *forma sollicitare viros* ", finiscono col rendere alla sua memoria un gran brutto servizio (2), e non sanno d'altra parte trovar alcun conforto per i suoi amici " *moribundi impotente amore* ", la raccolta per Albiera idealizza, nelle composizioni più caratteristiche, l'immagine di lei, che ha compiuta la sua

(1) *Di una raccolta di componimenti e di una medaglia in memoria di Alessandro Cinuzzi senese, paggio del conte Gerolamo Riario*, Siena, 1899 (estr. dal " Bullett. Senese di Storia Patria ", vol. VI). A questo lavoretto feci importanti correzioni ed aggiunte in *Studi storici e note sopra alcune iscrizioni medievali*, Modena, 1907, pag. 267 (268), nota (Estr. dalle *Memorie* della R. Accad. di Modena, S. III, vol. VIII).

(2) Cfr. lo scritto citato nella nota precedente, pag. 172 e segg.

breve giornata "*pura... et nullis sordida de maculis*", e può nel medesimo tempo ispirar rassegnazione ad uno sposo desolato e a una donna già duramente provata dalla sventura. Ma su tutto questo non occorre ora trattenerci più a lungo.

Aggiungerò invece, che il fatto d'aver Sigismondo della Stufa messo assieme la sua raccolta subito dopo la morte d'Albiera, basta senz'altra ipotesi a spiegare la mancanza in essa d'alcuni componimenti conservatici altrove e che evidentemente gli furono mandati più tardi (1); come basta a spiegare ciò che avremo occasione di constatare per le composizioni del Poliziano, del Naldi e del Braccesi, che cioè alcune parti ci sono date dal codice torinese in una specie di prima edizione, riveduta in seguito e corretta dagli stessi autori.

6. — Ecco ora, accompagnato da alcuni testi e da qualche osservazione, l'indice della raccolta, che possiamo dividere in dieciotto numeri.

I. (f. 3ª-12ᵇ): "*Angeli Politiani epicedion in Albieram Sismundi Stuphae sponsam immatura morte interceptam*".

È la celebre elegia, già più volte citata, della quale ho presenti, oltre all'edizione del Del Lungo, che è d'uso comune, l'aldina principe del 1498, quella di Lione, 1537, *apud Seb. Gryphium* (2), quella che è nel vol. VII dei *Carmina illustrium poetarum*, Firenze, 1720, pagg. 358-365, e finalmente quella di Luigi Grilli in *Poeti umanisti maggiori*, Città di Castello, 1914, pagg. 113-124. Quest'ultima non è però che una fedele ristampa

---

(1) Oltre alle poesie latine, che avremo occasione di ricordare in seguito, manca nel codice torinese il sonetto di Bernardo Pulci stampato dallo Zannoni, *Una sposa del Quattrocento* cit., pag. 14, e sul quale è da vedersi lo stesso Zannoni, *Un'elegia*, pag. 161, nª 1. In questo ultimo lavoro, pag. 152 e segg., lo Zannoni dimostrò che alcuni componimenti riferiti dal Bandini, e poi da altri eruditi, ad Albiera degli Albizzi, riguardano invece un'altra Albiera, morta di vent'anni e già madre.

(2) *Opera*, III, 276-286. I tre volumetti dell'edizione grifiana furono stampati e ristampati molte volte, con diverse date, dal 1528 al 1550 (Del Lungo, *Prose volgari*, pag. xxv, nota). Uso l'esemplare della Biblioteca dell'Accademia, nel quale il primo volume ha la data del 1536 e gli altri due quella del 1537.

del testo dato dal Del Lungo, anche dove appare evidentemente corrotto, e può quindi esser trascurata.

Confrontando invece fra di loro le quattro altre edizioni e il codice torinese, si giunge, parmi, a risultati molto importanti, che non potranno essere trascurati dal futuro editore delle poesie latine del Poliziano.

L'edizione aldina, postuma, riuscì in genere molto scorretta per le cause esposte dal Del Lungo a pagg. XXIII-XXIV della sua prefazione; ma questi (sia detto col massimo rispetto per il benemerito letterato) cadde in grave errore quando affermò che " *niuna delle altre stampe differisce dall'aldina principe* ", e credette quindi che " *la fedeltà conservata da tutte le stampe all'aldina, spesso anche negli errori tipografici*, rendesse *agevole, da questo lato, l'ufficio* suo " (pagg. XXII, XXVI). Le cose stanno invece molto diversamente. Tutti gli editori cercarono, com'era naturale, di correggere qualche errore evidente dell'aldina, e viceversa alcuni di essi, per negligenza o per ignoranza, aggiunsero nuove mende in buon numero. Scorrettissima è appunto l'edizione grifiana, che disgraziatamente dev'esser proprio quella di cui, direttamente o indirettamente, si valse il Del Lungo.

Restringendoci all'elegia e agli epigrammi per Albiera, dei quali diremo a suo luogo, il codice torinese ci dà modo di correggere alcuni errori delle edizioni, e ci offre inoltre alcuni passi assolutamente diversi da quelli che sono a stampa. In questi passi, nei quali non manca nemmeno qualche errore di prosodia (1), è impossibile vedere dei semplici errori o arbitrii del compilatore della raccolta o, peggio ancora, dell'amanuense. Conviene dunque ritenere che lo stesso Poliziano abbia dato la sua elegia a Sigismondo della Stufa prima di sottoporla a quel lavoro di lima, col quale la condusse a perfezione. Viceversa, quando il codice torinese concorda coll'edizione principe, possiamo esser certi che si tratta del testo genuino e definitivo.

Per accertare poi nei casi dubbi il testo dell'*Elegia*, come di tutte le altre poesie del Poliziano, è di grande utilità ricer-

---

(1) Alcuni errori di prosodia sfuggiti al Poliziano furono già notati dal Guarino, dal Merula, dal Mencke e da altri. Cfr. Del Lungo, *Prose volgari* cit., pag. 132 e 530; *Florentia. Uomini e cose del Quattrocento*, Firenze, 1897, pag. 68.

care a quali passi di antichi scrittori egli si sia eventualmente ispirato, poichè le sue immagini e gli epiteti, se non sempre, come volle Filippo Monnier (1), certo molte volte, hanno origine puramente letteraria.

Tutto ciò risulterà, credo, dalle seguenti osservazioni, nelle quali indicherò il codice torinese colla sigla *T*, e le edizioni colle sigle *A*, *Gr*, *C*, *DL*, oppure, quando concordano fra di loro, coll'abbreviazione *Edd.*

v. 7 Sollicitasque fratres miserumque parentem.

Così *DL Gr.* Il verso è sbagliato. Si legga *pios fratres*, come *A C T*. (In *T* la parola *pios* è stata in gran parte recisa per la mutilazione sofferta dal margine superiore del f. 3; ma ne restano traccie evidenti).

v. 25 Uxor abest, heu heu! sed qualem nulla tulerunt.

Edd. In *T* era omesso il secondo *heu* e scritto *nulla ante tulerunt.* Fu poi aggiunto il secondo *heu* nell'interlinea, probabilmente dalla stessa mano, e l'*ante* fu segnato coi puntini cancellanti.

v. 33-36 Solverat effusos *quoties* sine lege capillos,
Infesta est trepidis visa Diana feris;
Sive iterum *adductos* fulvum collegit in aurum,
Compta cytheriaco est pectine visa Venus.

Edd. (*quotiens A T*); *T abductos*, meno bene. Il *colligere adductos* corrisponde al *solvere effusos.* Il Poliziano ricordò certo Seneca, *Oedip.* 416-417: " Spargere effusos sine lege crines | Rursus adductos [*al.* adducto] revocare nodo " (Cfr. anche Virgilio, *Aen.* IV, 138: " crines nodantur in aurum ").

v. 51-52 Tolle animum, et victo molire ex hoste triumphos;
Laurigerum morti *subjiciere* caput.

DL Gr C; *subiciere A T.*

(1) *Le Quattrocento. Essai sur l'histoire littéraire du XV*e *siècle italien*, II, Parigi, 1901, pag. 67.

v. 92 *Adjicit* et solito celsius ora levat.

DL Gr; *adiicit solito C*; *adicit A T*, bene. Per la quantità della prima sillaba di *adicit* e di *subiciere* si cfr. il passo di Servio riferito dal Forcellini, alla voce *ad*, § *e*.

v. 106 Ignea *queis* rabido murmure corda fremunt.

DL Gr C; *quis A T*, e sta bene.

v. 115 Sputa cadunt rictu croceo *contracta dolore.*

DL Gr; *contracta colore A C*; *contacta colore T*. Non saprei proprio come si possa giustificare il *contracta* delle edizioni, e, peggio ancora, il *dolore* sostituito a *colore*. " *Croceo contacta colore* " sta benissimo; ed è, del resto, preso quasi di peso da Lucrezio, VI, 1186: " sputa minuta, croci contacta colore ".

v. 119 Risus abest, rari *squallent* rubigine dentes.

DL Gr; *squalent A C T*, più correttamente.

v. 128 Ostendit, *Marj* quae monumenta tenet.

DL; *Marii A Gr C T*. La lezione *Marj* è insostenibile, essendo la prima sillaba breve.

v. 139-140 Continuo ardentes stimulis citat illa leones,
Saepius et ducto versat in orbe facem.

Edd. T invece *Terque repetito v. in o. f.*, verso sbagliato, essendo la seconda sillaba di *repetito* breve.

v. 159-160 Stat vacua tua Parca colo, moritura puella;
Ne geme, cum dulce est vivere, dulce mori est.

DL. Punteggiatura mancante o difettosa in *A Gr*; *colo*: *T*. Credo si debba per l'appunto riferire il vocativo *moritura puella* al *ne geme*, come in *T C*, e non all'emistichio precedente, poichè colla punteggiatura seguìta in *DL* il *moritura* sarebbe superfluo.

v. 163-164 Tum letale gelu *invergens* guttasque veneni,
Inserta heu venis effugit inde nece.

Edd. *T* ha *iungens*, che dà un'immagine meno viva.

v. 191-192 . . . . . si conjugis in te
Quicquam juris habent ultima *verba* tuae.

DL Gr C; *voce A*; *vota T*. La lezione errata dell'edizione principe fu evidentemente corretta di congettura in *verba*. Con più leggiera modificazione si ha invece la parola *vota*, più propria e confermata dal codice torinese.

v. 195-196 Immatura quidem morior, sed pura sub umbras
Discedam et *nullis sordida de maculis*.

DL Gr A; *descendam C*; *nulla sordida facta tabe T*; ed è di nuovo un verso sbagliato, perchè la prima sillaba di *tabe* è lunga.

v. 197-198 Discedam virgo facibus nec *victa maritis*;
Cessi coniugii nil nisi nomen *habens*:

DL; *maritis Çessi, ... habes Gr C*; *maritis Cessis .... habes A*; *vita maritis Cessit: .... habes T*. I due versi, corrotti nelle edizioni e in parte anche nel codice torinese, debbono a parer mio esser emendati sostituendo al *victa* delle edizioni e al *vita* del codice la parola *vitta, benda verginale*, e leggendo:

Discedam virgo, facibus nec vitta maritis
Cessit: coniugii nil nisi nomen habes.

Evidentemente il Poliziano s'ispirò ai versi 33-34 dell'ultima elegia di Properzio (IV, 11), la quale, per una certa somiglianza d'argomento, doveva facilmente presentarsi alla mente di lui e di altri scrittori della raccolta, e di cui si potrebbero infatti citare parecchie altre reminiscenze:

Mox, ubi iam facibus cessit praetexta maritis,
Vinxit et acceptas altera vitta comas...

v. 199 Est mihi dulce mori, vitamque *impendere* famae.

Edd.; *rependere T*. " *Intemerata mori vitamque rependere* (al. *impendere*) *famae* " è in Stazio, *Silv*. V, 1, 63.

v. 240 Impedis amplexu frigida membra *tuo*.

Edd.; *pio T*, forse di prima mano, su rasura.

v. 241 Dilectosque premis *vultus*...

Edd.; *visus T*, male.

v. 262 Is nitidos vultus oraque *languor* habet.

DL Gr C; *langor A T*, e così deve aver scritto il Poliziano.

v. 264 *Liliaque et niveis texta* corona rosis.

Edd.; *Lilia et e niveis facta T.* Non ci sarebbe nulla a ridire su una corona *facta*, per esempio, *ex auro*; ma il *facta e rosis* è forse meno proprio, e il Poliziano preferì quindi il solito *texta rosis*.

v. 270 Et spargunt moestas *ore* madente genas.

Edd.; *rore T.* " *Os madens fletu* „ è in Ovidio, *Trist.* III, 5, 12; e lo stesso Poliziano, quattro versi prima, aveva scritto " *indignis imbribus ora madent* „. *Spargere* è usato forse qualche volta senza complemento di materia (cfr. FORCELLINI *ad v.*, § 17). Ma *spargere genas* e *ore madente* dicono, parmi, la stessa cosa. Preferisco quindi il *rore madente*, da confrontarsi col " *sudorisque madens per collum umor* „ di Lucrezio, VI, 1185, al quale s'era già ispirato il Poliziano nel v. 110: " Colla madens sudor, pectora pallor obit „.

v. 271-272 Densaque plebs vidui *deplorant* fata mariti,
Atque illum digito luminibusque *notant*.

DL Gr C; *notat A*; *deplorat ..... notat T*, che non esiterei a seguire, poichè il *notat* di *A* dimostra che il *deplorant* della stessa edizione è un semplice errore di stampa.

Non tengo conto di alcuni errori d'ortografia del codice torinese (*ha* per *ah, Lenzia* per *Lentia, hanela, osceno, danna, sonnus* ecc.), nè dell'omissione dei dittonghi, frequente in ogni parte del codice, nè di alcune sviste subito corrette dallo stesso amanuense.

II. (f. 13ª-16ᵇ): " *Naldi de Naldis eulogium in Albieram Albitiam morientem ad Sigismundum Stupham eius sponsum* ".

Si trova collo stesso titolo nel ms. laurenziano delle poesie del Naldi (*Plut.* XXXV, cod. 34; Bandini, *Codd. latt.*, II, col. 212), al numero 28 del primo libro (1): e, probabilmente dal codice laurenziano, fu pubblicato in *Carmina illustrium poetarum italorum,* cit., vol. VI, pagg. 426-429. Le differenze fra il manoscritto torinese e l'edizione sono poche, ma alcune di esse dimostrano che il Naldi, come il Poliziano, rivide egli stesso i suoi versi (2).

III. (f. 17ª-20ᵇ): " *Eulogium pro Albiera puella formosissima, quae Gismundo Stufae sponsa immaturo funere diem obiit. Ugolini Verini florentini.* Desine, chare, precor, lachrymas effundere, coniunx ".

Sembra che corrisponda al componimento, che si trova, senza nome d'autore, nel cod. corsiniano 582, f. 14ª; componimento, dice lo Zannoni (3), che è " un lungo lamento messo sulle labbra d'Albiera morente, che termina con un lungo elogio delle virtù di lei ".

IV. (f. 21ª-23ᵇ): " *Cantalycii ad generosum virum Sixmundum Stufam de Albierae uxoris obitu elegia.* Si lachrimas unquam magni meruere dolores ".

Non so se quest'elegia del Cantalicio sia conosciuta o conservata altrove. Nei *Carmina*, III, 148, se ne legge una affatto diversa, che finisce coll'augurio a Sigismondo d'un'altra sposa,

---

(1) Il ms. laurenziano ha in più un'altra elegia *ad Sigismundum Stupham*, che è la decima del libro secondo.

(2) Nell'edizione, pag. 427, lin. 20, si legge il verso " *Delirans Hecube tuncque superstes erat* ": nel ms. " *Hecuba delirans inde s. e.* ". Ora la prima sillaba di *Hecuba* dovrebbe esser breve. Così a pag. 429, lin. 9, l'ediz. ha " *Daedalea . . . arte* ", *T Icarea*, che è fuor di luogo. Notai inoltre a pag. 428, lin. 4, *Albitiam*, *T Albitium* (bene); lin. 5, " *qualem spectatis* ", *T* " *spectatis q.* "; lin. 27, " *Utque pius lacrimas fudit uterque pias* ", *T graves*; lin. 38, " *nam sicut fuerat* ", *T* " *nam velut hec fuerat* "; pag. 429, lin. 7, *ingenuum*, *T ingenium* (male).

(3) *Un'elegia*, pag. 161, nota 3.

e che anche per questo appare evidentemente di data posteriore:

Altera iungatur thalamo tibi nympha futuro,
Quae levet Albierae dulcis ab ore sitim.

La stessa composizione si trova, adespota, nel Corsiniano 582, ricordato dallo Zannoni (l. c., pag. 161, n° 1).

V. (f. 23ᵇ-26ᵃ): " *Musa adloquitur librum.* Surge liber „ ecc.
L'elegia, qui senza nome d'autore, è di Naldo Naldi. Si trova nel già citato codice Laurenziano delle poesie del Naldi (libro I, 27), ed è stampata nei *Carmina*, VI, 424-426, con qualche variante della stessa natura di quelle ricordate al n° II (1).

VI. (f. 26ᵇ-27ᵃ): " *Bartholomei Fontii elegia pro Albiera Albitia ad Sismundum Stufam.* Hectora non semper phrygiae flevere sorores „.
Quest'elegia non è citata nè dal Del Lungo nè dallo Zannoni, nè so che si trovi altrove. Dopo di essa si legge *Finis carminum.* Il resto della pagina e l'intera pagina seguente rimasero in bianco (2). La rubrica occupa tre linee; e la linea di mezzo è scritta, eccezionalmente, in inchiostro azzurro anzichè in oro.

VII. (f. 28ᵃ-38ᵇ): " *Francisci Castilionensis presbyteri oratio ad Sixmundum Stufam in obitu Alberiae.* Viri amici ac familiaris officium esse videtur..... „.
L'orazione si trova senza nome d'autore nel solito Corsiniano. Lo Zannoni, che ne pubblicò parecchi brani (o. c., pagine 159-160 in nota), l'attribuì di congettura ad Antonio degli

---

(1) A pag. 425, lin. 2, l'ediz. ha " *Fesuleis surgunt post quae suffulta columnis* „, il ms. " *Que surgunt Fesulis post hec subfulta colomnis* „, dove la prima sillaba di *Fesulis* è abbreviata erroneamente. Inoltre, a lin. 8, *pulsarerit*, *T pulsareris* (bene); lin. 19, *suggeret*, *T suggerit*; pag. 426, lin. 6, " *non est minor* „, *T* " *non minor* „ (male); lin. 23, " *et quem* „, *T est quem* (bene); lin. 26, " *sic en* „, *T sic ea* (bene).

(2) Probabilmente l'amanuense ebbe per un momento l'intenzione di lasciar in bianco anche i ff. 28-30. Certo cominciò a scrivere la prosa seguente in un nuovo quaderno, e dovette quindi, come già dissi, inserire dopo il f. 27 un fascicoletto di quattro carte.

Agli, vescovo di Volterra dal 1470 al 1481. Il codice torinese la restituisce ora al suo vero autore, canonico di S. Lorenzo, professore di teologia e fecondo scrittore, morto nel 1484.

VIII. (f. 39): " *Marsilii Fecini* (!) *epistola ad Sigismundum Stufam de Albiera sponsa virgine pulcherrima.* Marsilius Ficinus Sigismundo Stufe suo consolationem dicit ".

Fu pubblicata nelle *Epistolae* MARSILII FICINI, Venezia, 1495, f. VI, e ristampata poi più volte (1).

IX. (f. 40ª-41ª): " *Caroli Marsupini epistola ad Sigismundum Stufam de obitu Albierae sponsae suae puellae pulcherrimae* ".

Si trova pure nel codice corsiniano, e fu pubblicata dallo Zannoni, o. c., pag. 158 (159), nª 2 (2).

X. (f. 41ᵇ-43ᵇ): " *Hymnus in laudem Albierae Albitiae gravissimae atque optimae feminae.* Pone iam finem gravibus querelis ".

È un'ode saffica, che deve trovarsi anche nel codice Corsiniano, parimenti senza nome d'autore. Mal di poco, perchè è tutt'altro che bella. Lo Zannoni, o. c., pag. 61, nª 3, ne indica il contenuto, dicendola " una saffica consolatoria per Gismondo e un invito ai poeti a celebrare la giovinetta assunta fra i cori delle vergini beate ".

XI. (f. 44ª-46ª): " *Naldi de Naldis ectasticon in Albieram Albitiam morientem puellam pulcherrimam.* Quid iuvat Albieram ingenium?..... ".

Questo epigramma è seguìto da altri dieci, che non hanno più il nome dell'autore, ma solo l'indicazione *Disticon*, *Ecta-*

(1) Nell'edizione citata la lettera ha la data " *primo Augusti. MCCCCLXXIII* "; nel codice " *die XVI sept. MCCCCLXXIII* "; inoltre nella prima linea dell'edizione è un *qua*, dove il codice ha, giustamente, *quo*. Le altre varianti non hanno importanza. Solo nell'intitolazione la stampa ha " *Sismundo Stufe* " in luogo di " *Sigismundo Stufe suo* "; e nel testo le forme *Sismunde* e *Alberia* invece di *Sigismunde* e *Albiera*.

(2) Ecco le poche correzioni, che si possono fare coll'aiuto del codice torinese: pag. 158, nota 2, lin. 5, *siccatas* l. *fucatas*; lin. 7, *inspicitur* l. *inspiciunt*; pag. 159, lin. 3, *perfruere. Vale* l. *perfrueris. Vale. Florentiae.*

sticon, Tetrasticon. I due primi epigrammi sono pubblicati nei *Carmina,* VI, 429 (1), e si trovano pure, seguiti da altri otto, nel codice Laurenziano già citato (*Epigr.* I, 30-39). Sembra dunque che il codice torinese abbia in più un epigramma omesso nel fiorentino.

XII. (f. 46ª-47ᵇ): “*Epithaphia Alexandri Braccii pro Albiera Albitia virgine pulcherrima*„.

Sono in numero di otto. La Biblioteca Laurenziana ha, fra i codici gaddiani, due manoscritti delle poesie del Braccesi, uno di dedica, l'altro autografo (2). Nel primo si trovano tutti gli otto epigrammi, nel secondo solo i cinque ultimi. I due primi epigrammi furono pubblicati dallo Zannoni (3), il quale cita, oltre ai fiorentini, il codice Vaticano Urbinate 741.

XIII. (f. 48ª): “*Epithaphia Ugolini Verini Albierae formosissimae puellae.* Quid mihi nobilitas, quid opes, quid forma, quid aetas„.

“*Tetrasticon.* Inspice quam fugiat spes vana volatilis aevi„.

Lo Zannoni pare conosca un solo componimento del Verino in morte d'Albiera, e lo pubblica dal codice Corsiniano (o. c., pag. 155, nota). Esso però è affatto diverso dai nostri.

XIV. (f. 48ᵇ-49ᵇ): “*Epithaphia Angeli Politiani pro Albiera*„.

Sono i sei epigrammi notissimi, che si trovano nelle edizioni; ma il codice torinese li dà in ordine diverso; cioè, secondo la

---

(1) Unica variante, non buona, del codice torinese è *Albieram* invece di *Albiera* nel primo verso del primo epigramma.

(2) Bandini, *Codd. latt.*, III, 774 e segg. Sono i codici 40 e 41 del *Plut. LXXXXI sup.* Gli epigrammi per Albiera hanno nel primo codice i numeri 21 a 28, e sono nello stesso ordine, in cui li troviamo nel codice torinese, fatta solo eccezione per l'epigramma 25, che nel codice torinese è posposto al 26. Anche il Braccesi, come il Poliziano e il Naldi, deve aver riveduto il testo. Infatti l'epigramma 23 che comincia nel codice laurenziano col verso “*Si neque nobilitas nec maxima forma nec etas*„ comincia nel torinese “*Si mea non aetas, mores nec forma genusre*„.

(3) O. c., pag. 161, n. 2. Unica variante non ortografica del codice torinese è “*me superum rapuit*„ invece di “*me rapuit superum*„ nell'ultimo verso del secondo epigramma.

numerazione del Del Lungo, nell'ordine seguente: 66, 65, 68, 69, 67, 70. Nel numero 66 il Del Lungo unì giustamente due distici, che le edizioni anteriori davano come due epigrammi separati; e il codice torinese conferma il suo giudizio. In questo codice l'ultimo epigramma ha la rubrica *Ad patrem*. Gli altri sono semplicemente indicati come *Disticon* o *Tetrasticon*.

Quanto al testo, è da osservare in primo luogo, che in tutti sei gli epigrammi le edizioni hanno sempre il nome della protagonista nella forma *Albiera*, con una prosodia stranissima, cioè *Albīĕra* negli epigrammi 65-68, *Albīera* nel 69 e *Albiera* o *Albĭĕra* nel 70. Il Poliziano stesso nell'Elegia e gli altri poeti della raccolta fanno invece delle tre prime sillabe di *Albiera* un dattilo: *Albĭĕra* (1).

Ora il manoscritto torinese, e credo giustamente, ha negli epigrammi 65-68 la forma *Albērĭa*, usata anche da Bartolomeo della Fonte; e nell'epigr. 69 *Albēra*. Nell'epigr. 70 ha invece *Albĕrĭa*, dove forse è da sostituire *Albēra* o da mantenere l'*Albĭĕra* delle edizioni.

Le altre varianti non sono molte. Le indicherò, valendomi delle edizioni e delle sigle già usate per l'elegia.

Epigr. 65, 2: *en iterum Edd.*; *ecce iterum T.*

Epigr. 66, 2: *chara* (due volte) *DL Gr*; *cara A C T*. V. 3-4: " *voluptas Illa fuit, verum haec proxima relligio est* " *DL Gr*; *religio A C*; *Prima fuit, verum proxima religio T,* meno bene.

Epigr. 69, 1: " *tenera sum rapta ... iuventa* " *Edd.*; *prima T.* (Quest'epigramma è omesso in *C*).

Epigr. 70, 1: " *Quid quereris, genitor? vivit tua filia coelo* ". La parola *genitor* è omessa in *DL*.

XV. (f. 49b): " *Epigramma Amabilii pro Albiera.*

> Albiera, Albitiae et Soderinae maxima gentis
> Gloria, nam matrem hinc traxit et inde patrem,
> Dum sponsa est totique urbi carissima, tanti
> Ingenium, mores, gratia, forma, pudor,

(1) Analogamente si trova negli epigrammi greci la forma Ἀλβιέρη, le cui tre prime sillabe formano un dattilo. La forma *Albĭĕrē* fu pure usata dal Poliziano nel v. 45 dell'*Elegia*.

Ducitur ad choreas: choreis nulla aptior: illinc
  Fessa redit, decimo decubuitque die.
Sed pia ne tali penitus privetur alumna
  Patria, Morandi spirat imago manu „.

Questo disgraziato epigramma, che nella sua aridità rassomiglia ad un brano di cronaca versificata, non è conosciuto, salvo errore, ed è interessante per il nome dell'autore e per quello dell'artista ricordato nell'ultimo verso.

Amabilio o Mabilio è tristemente celebre per i feroci epigrammi di cui fu bersagliato dal Poliziano e dal Cantalicio. In lui gli eruditi, compreso il Del Lungo, vollero vedere il greco Marullo, che, almeno come poeta, non avrebbe certo meritato tanto vituperio. Il manoscritto torinese, nel quale un epigramma d'Amabilio, quasi per ironia del caso, viene a trovarsi insieme a componimenti dei suoi due carnefici, serve a provare che il suo non è, come si supponeva, un nome dato per ischerno; e anche che non può trattarsi del Marullo, sia per la sciattezza dei versi, sia perchè questi li avrebbe dati col suo nome, sia anche perchè i versi stessi non si trovano fra gli *Hymni et epigrammata* MARULLI, pubblicati a Firenze fin dal 1497 (1).

Avrebbe forse dovuto bastare per giungere, riguardo al Marullo, alla stessa conclusione leggere senza preconcetti il secondo epigramma del Cantalicio (nei *Carmina*, III, 149-150), nel quale si parla delle diverse patrie che Mabilio si attribuiva. La questione, ad ogni modo, è ora risolta definitivamente da una nota del Picotti, non ancora pubblicata, ma della quale ebbi conoscenza per cortesia di lui (2). Vi si dimostra infatti che Mabilio o Amabilio è un Mabilio Novato o da Novate di Milano, il quale

---

(1) Lo Zannoni, nei due lavoretti citati, ricorda anche il Marullo fra coloro che scrissero in morte d'Albiera, alla quale vorrebbe riferire un *Epithaphium Albinae*, che si legge nell'edizione citata, nell'ultima carta della prima segnatura (*Una sposa del Quattrocento*. pag. 14: *Un'elegia*, pag. 161, n. 1). Ma anche prescindendo dalla diversità del nome e dalla mancanza nel codice torinese, non trovo nel breve epigramma nulla che possa riferirsi particolarmente ad Albiera.

(2) *Marullo o Mabilio?*, nota che comparirà negli *Studi* in onore di Francesco Flamini. Il Picotti la cita già nel " Giorn. stor. della lett. it. ", vol. LXV, 1915, pag. 275, n° 2.

fu a Firenze dal 1472 al 1475, andò poi a Roma, ed era già morto nei primi mesi del 1479.

Il *Morandus,* il quale, secondo Amabilio, aveva fatto il ritratto d'Albiera, doveva essere probabilmente uno scultore. L'accenno alla patria, che per merito di lui non sarebbe interamente privata della cara figlia, fa pensare ad un'opera d'arte esposta al pubblico, non, per esempio, ad una miniatura, che ornasse un codice come il nostro. Ad una scultura esposta al pubblico si riferisce, a quanto pare, anche il Braccesi in un epigramma, che nel codice da cui lo trasse lo Zannoni è intitolato " *In eius (Albierae) marmoream effigiem* ", e nel torinese, con latinità più che sospetta, ma forse con maggior precisione, " *Ad bustum marmoreum* ". In esso infatti s'invita il passante a considerare se più elette forme siano uscite dagli scalpelli di Policleto e di Prassitele. Di " *faciem et claram caelato in marmore formam* " parla inoltre il Poliziano nell'epigr. 65; e di " *novos in marmore vultus* " il Verino nel componimento pubblicato dallo Zannoni e che è un vero e proprio epitaffio. Si può dunque credere che l'immagine marmorea d'Albiera ornasse la sua tomba, senza voler con ciò escludere la possibilità che altri ritratti fossero scolpiti o dipinti per la famiglia e per il fidanzato.

Disgraziatamente il ritratto o i ritratti d'Albiera perirono o non sono conosciuti; e il nome del Morando non aiuterebbe per ora a rintracciarli, poichè è esso pure un'incognita. Nessuno di tal nome è infatti ricordato nella storia dell'arte prima del famoso pittore veronese nato nel 1486; cosicchè, non sembrando probabile che, in tanta fioritura d'arte, il ritratto d'Albiera fosse allogato ad uno che non abbia lasciato traccia di sè, mi s'affaccia il dubbio che Amabilio ci abbia conservato il cognome di qualche artista non spregevole, conosciuto finora con un soprannome o col suo nome di battesimo seguìto da quello del padre. Non so se ricerche in proposito possano giungere a qualche utile risultato. Esse non sono, in ogni caso, di mia competenza.

XVI. (f. 50): " *Andronici Byzantii epigramma pro Albiera.*

Ἀλβιέρην, ὦ ξεῖνος, δέρκεο τῷ δ' ἐνὶ τύμβῳ,
Τὴν ἐξ Ἀλβιτίων, τὴν Μασίοιο κόρην.
Τῆς ῥα νέον παναώρως φεῦ Ἄϊδος δ' ἀπιούσης,
Κείραντο πλοκάμους Μοῦσα, Κάρις, Παφίη.

Andronici Byzantii epigramma pro Albiera.

— Ὦ Σισμοῦνδε, τί κλαίεις; τίς σε θρῆνος ἱκάνει;
— Μνηστὴν Ἀλβιέρην λευκώλενον Ἀλβιτιώνην
Οἰχομένην νέον, ὦ ξεῖνος, πανάωρον κλαίω.
— Ἀλλ' οὐ τέθνηκεν, φίλος· νοῦς γὰρ οὔποτε θνήσκει „ (1).

Di versi greci in morte d'Albiera, parla Francesco da Castiglione in fine della sua lettera (nº VII); ma lo Zannoni (o. c., pag. 160, nota) aveva dovuto dichiarare di non averli trovati. Vengono ora alla luce questi due epigrammi, i quali, colle licenze più o meno poetiche che vi abbondano, non mi sembrano, a dir vero, una gran cosa, ma sono tuttavia interessanti per il nome dell'autore. Andronico Bizanzio è infatti ricordato anche in altre fonti e fu già argomento di molte dispute, poichè alcuni scrittori ravvisarono in lui il noto Andronico Callisto, mentre altri vollero invece farne un personaggio diverso (2). L'opinione di questi ultimi dipende essenzialmente dalla notizia dataci da Raffaele Volterrano sulla patria d'Andronico Callisto, che sarebbe Tessalonica e non Costantinopoli. Credo però che a togliere ogni dubbio debba bastare il codice Laurenziano contenente la traduzione del *De generatione et corruptione* d'Aristotele, con lettera dedicatoria " *Andronici Callixti Byzantii ad clarissimum virum Laurentium Medicem Florentinum* „ (3). Si noti poi,

---

(1) Sfogliando appena gli epigrammi sepolcrali dell'Antologia greca (*Anth. palat.* VII), notai qualche somiglianza. Così Ὦ ξένε, τί κλαίεις; è in principio dell'epigr. 552; κείρατο γηραλέας ἐκ κεφαλῆς πλοκάμους nell'epigr. 181; κέρσαντο ξανθοὺς Θεσσαλίδες πλοκάμους nel 528. Negli epigrammi dell'Antologia si tagliano i capelli la madre o le compagne della morta. Andronico, senza chiedersi " immortales mortales si *sit* fas flere „, vuole che questa prova di dolore sia data per Albiera appunto da immortali.

(2) Si veda il riassunto di siffatte dispute nella biografia d'Andronico Callisto data dal Boernerus, *De doctis hominibus graecis litterarum graecarum in Italia instauratoribus* (Lipsia, 1750), e ristampata, insieme ad alcune operette d'Andronico, in Migne, *Patrologia graeca*, vol. 161, col. 1013 e segg.

(3) *Plut.* LXXXIV, *cod.* 11 (Bandini, *Codd. latt.*, III, 244-245; P. D'Ancona, o. c., II, nº 896). Un epigramma greco d'*Andronico Bisanzio* su un libro del Bessarione è nel cod. Laurenziano, *Plut.* XXXI, *cod.* 21 (Bandini, *Codd.*

riguardo agli epigrammi per Albiera, che Andronico Callisto dimorò ed insegnò a Firenze precisamente dal 1471 al 1475 (1).

XVII. (f. 51ª): "*Epithaphium Bartholomei Scale pro Albiera*,.

Questa rubrica è scritta in due linee, l'una in oro, l'altra in inchiostro azzurro. Il testo è in lettere capitali d'oro, elegantissime, su fondo verde, in forma di tabella incorniciata d'argento.

L'epitaffio fu pubblicato dal Del Lungo, *Opere volgari* cit., pag. 145, nota; dove però è da leggersi *Masius* invece di *Masus*, e, se si vuol seguire l'ortografia del codice torinese, *collachrymavit* invece di *collacrimavit*. I fogli 51ᵇ e 52ª sono in bianco.

XVIII. (f. 52ᵇ-53ª).

Il codice si chiude colle notizie sulla nascita, la durata della vita, la morte e la sepoltura d'Albiera, contenute pure, senza varianti, nel ms. corsiniano e pubblicate dal Del Lungo (l. c.).

Nel codice torinese esse sono in lettere capitali, in linee scritte alternativamente in oro e in inchiostro azzurro.

Nel f. 53ᵛ è il ricordo di G. B. Cremata. Il f. 54 è in bianco.

---

graeci, II, 92). L'evidente contrapposizione, nella citata lettera dedicatoria, di *Byzantius* e *Florentinus* mi fa credere che Andronico fosse costantinopolitano o si considerasse come tale.

(1) A. Della Torre, *Storia dell'accademia platonica di Firenze*, Firenze, 1902, pag. 585.

I negoziati di Carlo Emanuele I, duca di Savoia, per farsi re di Cipro.

Nota I del Socio naz. resid. GIOVANNI SFORZA.

Il 20 di luglio del 1583 Eugenio Penacchi, cipriotto, scriveva da Parigi a Carlo Emanuele I, duca di Savoia:

Sultan Selin, imperatore d'Oriente, prima che muovesse l'armi a' SS.ri Venetiani per conto del Regno di Cipro, protestò loro che amichevolmente dovessero lasciarglielo, atteso che, essendone lui natural padrone, non voleva permettere che più longo tempo lo tenissero usurpato. Essi s'ingegnorono mostrare la loro legittima possessione di quel Regno in molti modi, fra' quali di maggior consideratione era il feudo ch'essi vi pretendevano; et lasciate l'altre ragioni come frivoli et di nessun momento, in questa restrinsero il negotio loro, quando per la parte d'esso Sultan gli fu rimostrato che per ragion di feudo alli Duchi di Savoia et non a loro spettava il detto Regno. Fin dall'hora ogn'un credette et specialmente quegl'infelici sudditi che la gloriosa memoria del padre di V. A. Ser.ma dovesse farsi innanzi et dimandar la rinvestitura d'esso Regno, poi che sotto pretesto delle suddette ragioni il Gran Sig.re l'haveva levato a' Venetiani. L'essecutione della quale addimanda non essendo poi seguita, è credibile che quella gloriosa Altezza, per sua gran prudenza, havesse riguardo che Venetiani non entrassero in opinione che a istigatione sua il Turco gl'havesse mosse quell'armi. Il qual rispetto cessando adesso nella persona di V. A., molti prendono meraviglia perchè ella resta di cercare le pretensioni di quel Regno a lei dovuto; massime che la dimanda per parte di V. A. et la concessione per la parte del Gran Sultano è stimolata da molte fondate ragioni per urgenti bisogni dell'uno et per l'honore che ne può seguire all'altro. Intorno ai quali rispetti dirò solo a V. A., come uno de' suoi devotissimi vassalli, che il Turco per acquistar un sì gran Principe, qual ella è, suddito suo, et per mantenir il mondo in oppinione che suo padre

con ben fondata ragione mosse quell'armi a' Vinetiani, si disporrà di darlo a V. A., specialmente se da lei gli verrà dato qualche honesto tributo, poichè il detto Regno, già fiore del mondo, è ridotto in sì gran miseria per la crudeltà et barbaria degl'habitanti, che il Gran Sig.re non pure non ne tira utile alcuno, ma ogn'anno rimette all'ingrosso del suo per mantenimento de' soldati. Onde che queste, con altre forsi più alte ragioni, che V. A. potria considerare, pare che dovriano muovere la grandezza del suo animo a ricercare quella corona; et io come cipriotto et suo devotissimo servo, che hora son per andare in Costantinopoli per la riscossione di mia madre, offerisco a V. A. di essere il primo motore di questo negotio, con la debita maniera et costume che si conviene, per la pratica che ho in quella Corte. Nè credo io che al presente altro mi occorra nè altro adimando che lettere credentiali di V. A. al primo Bassà, dal quale ben potrò io cavare l'animo et la dispositione che si haverà in questo negotio. Et se sarà tale che se ne possi sperare buon fine, procurerò passaporti per ambasciatori di V. A., per mezzo de' quali si potrà poi trattar più innanzi (1).

Lodovico, duca di Savoia, da Anna di Lusignano, figlia di Giano, re di Cipro, da lui sposata nel 1433, ebbe otto femmine e dieci maschi. Luigi, uno di questi, venne fidanzato nel 1444 ad Annabella, figlia di Giacomo, re di Scozia, ma il matrimonio non ebbe effetto; per volontà della madre, invece tolse in moglie la cugina Carlotta di Lusignano, che rimasta vedova di Giovanni di Portogallo, duca di Coimbra, nel 1458, alla morte del padre, Giovanni di Giano, salì sul trono di Cipro; del quale Luigi fu anch'esso incoronato re il 7 ottobre del 1459. Giovanni però, oltre Carlotta, natagli da Isabella, figlia di Gio. Iacopo Paleologo, marchese di Monferrato, ebbe anche un bastardo, per nome Giacomo, che si fece prete e fu arcivescovo di Nicosia. Roso dall'ambizione d'aver esso lo scettro, s'accordò col soldano d'Egitto, del quale il reame di Cipro era tributario, e coll'aiuto suo e col favore de' Veneziani tolse la corona alla sorella e al cognato. Venuto a morte nel 1473, l'ereditò la moglie, Caterina Cornaro, da lui sposata tre anni prima, senza averne prole. Nemmeno Luigi, morto nel 1482, lasciò discendenza; e la vedova sua, il 26 febbraio del 1485 cedette le proprie ragioni

(1) R. Archivio di Stato in Torino. Sezione I, Regno di Cipro, mazzo 2°, n° 7.

sul regno di Cipro, al quale andava unito anche il titolo di Re di Gerusalemme e d'Armenia, al proprio nepote Carlo, duca di Savoia, e ai discendenti di lui. Caterina Cornaro, che la nativa Venezia aveva proclamata figlia di S. Marco, alla sua volta, nel 1488 donò l'isola alla patria, che la tenne senza contrasti fino al 1571, in cui a viva forza le fu tolta dai Turchi (1).

De' negoziati, che, in tutta segretezza, ebber luogo tra gli agenti della Porta Ottomana ed Emanuele Filiberto, padre di Carlo Emanuele I, si trova il ragguaglio in una scrittura del tempo, per più conti curiosa. Eccone le parti sostanziali:

Alli 20 di febraro del 1564 venne a Nizza Nicolò Pietro Cocino, gentilhomo greco, nato nell'isola di Scio, persona di honeste qualità, adoperata all'hora dal Re di Portugallo et oggi da Soa Maestà Cattolica in affari d'importanza nelle Indie di Portugallo, con una litera di Gioseph Naxi, alias Gioanmiches, hebreo portughese, favorito nella corte del Gran Turco, a Soa Altezza [Emanuele Filiberto] in credenza del detto Nicolò Pietro Cocino, data in Costantinopoli alli 28 di novembre del 1563. Il qual Nicolò espose a S. A. che havendolo fatto chiamar Mahomet Bassà, primo visir della Porta del Gran Signore, et interrogandolo diligentemente delle ragioni di S. A. sopra l'isola di Cipro et come era stata presa da' Venetiani, et havendoli costui risposo il meglio che sapeva, li comandò che andasse da Piali Bassà dell'armata et negotiasse seco et con il predeto Naxi, et facesse quanto da loro li sarebbe comandato; et che havendo lui negociato con li predeti Piali et Naxi, lo ricercorono diligentemente delle ragioni di S. A. sopra l'isola di Cipro, et parendoli che fossero bone, li dissero la mente del Gran Signore essere che quando S. A. ricercasse da lui che li facesse giustitia et lo ponesse in possesso dell'isola, che lo avrebbe fatto voluntieri, sì per non mancare di far giustitia a quionche la ricercasse et far pervenir il regno nelle mani di chi di ragione aparteneva, come per esaudire le giuste querelle et clamori dei populi di Cipro, i quali, come diceva, non potevano più tollerar le oppressioni et tirannidi delli Sig.ri Venetiani et delli loro vassalli, quanto ancora per la compassione che haveva de quelli poveri populi, mal sodisfatti et peggio trattati dalli Venetiani, de'

(1) Cfr. *Trattato | delle ragioni | sopra il Regno di Cipro, | appartenenti alla Sereniss. Casa | di Sauoia. | Con narratione d'historia | del violento spoglio, commesso dal bastardo | Giacomo Lusignano.* | [Stemma Sabaudo] | In Torino, | Appresso Luigi Pizzamiglio, Stampator Ducale, | MDCXX; in-4. di pp. 43.

quali lui non restava manco sodisfatto. Questa è la sostanza della relatione che fece il Nicolò a S. A. per parte delli detti Piali et Naxi; soggiungendo che, volendo, S. A. poteva mandar ambasciatore alla Porta con sue ragioni: a tal effetto gli diede un salvo condutto di Piali Bassà del mare perchè S. A. potesse mandar un vascello da remi con le persone che li paresse a lui sino in Costantinopoli, et che persona di qualsivoglia conditione o stato che si fosse non osasse fargli dispiacer nè dargli impedimento; et per parte del Naxi appresentò un bellissimo cavallo turco a detta S. A., la quale, havendo ricevuto questa ambasciata, restò alquanto perplesso sopra di sè... Onde perchè il detto Pietro Cocino dovea passar in Portugallo per alcuni negotii del Naxi, gli rispose che poteva scriver al Naxi d'haver fatto la soa ambasciata et che lo ringratiava della memoria che teneva di lui et del desiderio che mostrava della sua grandezza et augmento, che lo ringratiava parimente del bel cavallo che gli haveva mandato, con animo di ricambiarlo in qualche altra cosa di maggior beneficio, et che quanto al negocio principale pigliava un poco di tempo da pensarvi sopra sinchè il detto Nicolò tornasse di Portugallo et che all'hora havrebbe mandato per ventura uno in suoa compagnia a quella Porta; et si parlò di mandarvi messer Michele Soffiano, gentihuomo costantinapolitano, nato in Scio et nipote del Nicolò sovradeto, il quale essendo persona molto literata et massime in lettere greche, S. A. lo trateneva, destinandolo al servitio del S.or Principe suo figliolo. Il che fece S. A. per haver tempo di chiarirsi et assecurarsi meglio della verità et fundamento di questo fatto... Costui scrisse un piego di letere al Naxi et ad un Salomon seniore, alias Gio. Perez, homo vechio pratico et del quale il Naxi confidava molto per consiglio, dicendoli che era venuto sino a Nizza a salvamento et che era stato ben visto et che al suo ritorno sperava di portar bona risolutione. Questo plico andò a salvamento, come appare per doe letere del Naxi, scritte a S. A. da Costantinopoli alli 30 di marzo del 1565, per le quali insta molto S. A. sopra questa facenda, dicendoli haver ricevuto le letere del Nicolò Pietro Cocino et che aspetava con divotione il suo ritorno con la risolutione di S. A. per haver comodità di fargli, come desiderava, un buon servitio, et riducendo a memoria di S. A. la servitù sua verso di lei, come che egli fosse portughese et desideroso della soa grandezza et esaltatione. Dal che S. A. si certificò che la cossa andava da dovero et non fintamente; ma più se ne chiarì con un'altra ambasciata, che per parte del Naxi gli fece un sig.r Nicolò Giustiniano di Scio con una lettera del Naxi delli 9 di novembre 1566 nella medemma sustanza delle precedenti sopra il negocio di Cipro, significandoli la bona voluntà di tutti quelli Bassà, la facilità anzi certezza dell'impresa, e instandolo molto a non

diferir di mandar persona, come s'è detto di sopra. Questo Giustiniano disse a S. A. cosse assai del credito che il Naxi haveva con quel Gran Signore, il qual lo favoriva molto et li haveva dato alcune isole; et che lui d'ordinario manda li cibi, cotti alla portughesa, al Signore, i quali si riceveno nel Serraglio, bollati del sigillo del Naxi, et che haveva molti intratenimenti per sè, per suo fratello et per tutti li suoi.

Emanuele Filiberto finì col risolvere " di non volervi attendere, se ben conosceva chiaramente che questa era occasione da non sprezzare, et nella quale senza spender lui cosa alcuna, nè mettervi del suo altro che parole et papieri, si poneva a rischio di guadagnar molto et perder poco o nulla; dicendo liberamente che, non ostante tutte le sudette considerationi, non voleva in modo alcuno che mai si potesse dire che, per interesse suo particulare, si fosse dato materia et giusto pretesto a infideli di poter offender et dannegiar cristiani, et che non piacesse mai a Dio che lui si abbadasse a tanto che di venir a domandar la sua giustitia et ragione, per dire come disse lui, ad un cane, che più presto voleva starne senza „ (1).

Carlo Emanuele, intento allora ad altre imprese, non porse orecchio al Penacchi; come non lo porse, nel 1590, a Marco Memo, un " cipriotto dalla città di Paffo „, che venuto a bella posta a Torino e pigliato alloggio nell'osteria del *Pomo d'oro*, scriveva al Duca: " Me basta l'animo, con una nave marchatantesca alla francesa, con ducento italiani et cinquanta cipriotti, de prender Famagosta „. Il piano era questo: " Far un bon presente al Cadì et al Agà et vestir li cinquanta da pelegrini, per poter con loro apito intrar ducento archipusi de roda et sotto mantelle; et il venere serano le porte et vanno a moschia; inmediante mandar quindece huomini in una porta et quindice in l'altra et li altri a moschia et tagliarli come galine „. Soggiungeva: " S. A. S. non meti qualche suspetto in ditte parolle, credendo che sia qualche mariol, hover forfante. Io son figliolo del quondam Nicolò Memo, primo marcadarte della contrà de Paffo et fattore del quondam

(1) R. Archivio di Stato in Torino. Sezione I. Regno di Cipro, mazzo 2°, n. 7.

“ Cl.mo S.r Fanti Michiel; ma perchè semo stati in Nicosia, “ havemo perso tutto quello havevimo „. Per toccargli il cuore, non mancava di dirgli: “ Prego la Divina Maiestà che ne daga “ gratia de criar in Cipro: Viva Ducha de Savoja Re de Cipro „.

Carlo Emanuele I una cosa ambiva soprattutto: cambiare la corona di duca in quella di re. Il togliersi dal mazzo degli altri principi d'Italia non era vanità nè semplice gara di precedenza, ma il modo e il mezzo di farsi indipendente. “ La di-“ gnità ducale ponevalo in grado d'inferiorità dirimpetto a “ Francia e Spagna, per tacere dell'Inghilterra; il titolo reale “ rendevalo pari „ (1). Per conseguirlo, volse gli occhi su Cipro e prese a vagheggiare il disegno di riconquistarlo; forte de' diritti della sua Casa. A tastare il terreno e tessere le prime fila, nell'autunno del 1600 mandò in Oriente Francesco Accidaz di Rodi, con lettere di credito; il quale, tornato che fu, l'11 aprile del 1601 gli presentò questa relazione dell'operato:

Serenissima Altezza, A' cinque de ottobre passato, con la nave che ella sa, mi partitte de Messina per andare in Gierusalem et arrivai in Allesandria di Egitto ali 24 del stante. Stetti là quattro giorni, et ali 29 parti con uno vascello de Suria, et arrivai in Gafas, isbarco de Gierusalem, ali 6 di novembre, et pagai al guardiano dela marina mezo tallaro, et lo istesso giorno andai a Rembli, poco luntano del mare, et ivi pagai alo emini tallari sette; il passo che sole pagare ogni uno che lì arriva. Stetti là giorni dui, per riposarmi, et ali 9, la mattina per tempo, cavalcai sopra uno asinello, in compagnia de altri peregrini, et la sera istessa arrivai in Hierusalem, et ala propria ora andai et basciai li piedi al beatissimo Patriarcha, il quale, vedendome, con grandissima alegreza mi abrazò et mi diede la sua santa beneditione et subbito mi fe fare colatione e mi fe colzare dentro alla sua cella per riposarmi. Havendoli io detto che li portavo lieta risposta di quanto mi aveva comeso, la matina seguente intesemo la Messa et dopo si ritiramo insieme in uno suo oratorio, et ivi soli, me domandò come stava V. A. et se stava pacificato col Re de Franza, et sopra ciò fecemo diversi discorsi et ragionamenti. Dopoi me adomandò se V. A. tenia intentione de recuperare il Regno perso, et dicendoli io la bona volontà che tiene V. A. de liberare quel Regno dela tiranide del Turco, alzò le mani al cielo et voltò li ochi lacrimosi in una figura del Crucifisso et disse: Salvator

(1) Carutti D., *Storia della Diplomazia della Corte di Savoia*; II, 61.

del mondo, concedemi questa gratia prima che io mora possa vedere questa benedetta fine; et io, in questo, per certificarlo del desiderio che tiene V. A., li feci vedere una di quelle lettere di credito che ella me fece; et mirando la firma di V. A. la basciò et disse: Benedetta sia la mano che te fece. Et discorrendo con esso il nostro negotio, me disse che stava tanto bene incaminato et stabilito che mediante lo agiuto della Maestà de Idio et la diligenza et fatiche del Archivescovo de quel Regno sarrà al sicuro di V. A.; però saria necesario che non se mettese più delatione, perchè il tempo potria scoprire questo trattato, sendo che rarre volte tali cose sogliono longo tempo stare nascose, et sarria l'ultima rovina et distrutione di questa santissima cosa et di tutto il Regno di Cipro. Et dicendoli io che me dicesse il modo che sia di tenire per liberare quel Regno, mi rispose che l'Archivescovo me dirà ogni cosa. Il modo che sopra dico sia tenuto. E per otto giorni continui che io stette dì et notte altro non me raccomandava che la secreteza et me disse che abbasta che mi darrà due lettere l'una per V. A., che è questa, et l'altra per l'Archivescovo, al quale scrive che mi farrà copiare et traslatare da greco in volgare la capitulatione che vonno sottoscritti da V. A. et la descrittione delle entrate di quel Regno. Al quale Archivescovo me ordinò che l'andasse a trovare et li dasse la lettera et li mostrasse la lettera di credito di V. A. Et ali 18 di novembre intese la sua Mesa, et dandomi la sua santa beneditione me partì a cavallo sino a Zafas et di là a' 21 del ditto mese me imbarcai con li vascelli ordinarii che vanno in Cipri, et arrivai in Famagosta ali 26 del detto, dove trovai lo Archivescovo che andava facendo la visita et la cerca; a cui diedi la lettera del Patriarcha, et letta che l'ebbe, si fe' gialo et scanbiò di colore et per la tanta paura che à auto subito cavalcasamo et si partimo di Famagosta et mi condusse alla città di Lemeso, et scavalcati in una casa de un patre, suo amico, nominato Thimotheo et postosi a ragionar meco in secreto mi disse: Il nostro beatissimo patre il Patriarca se confida troppo con voi. Però io dico che non si doveria trattare di questo negotio per adesso, poichè il S.^{or} Duca sta travagliato et occupato alla guerra che li fa il Re di Franza. Et sopra questo facemo molti ragionamenti, et a la fine io lo asicurai che la ditta guerra se quetava ben presto et quel prelato mi rispose: Se questi principi si quetaranno, come dite, con la gratia del Signore io ve asicuro che questo Regno sarà del S.^{or} Duca senza fare niuna sorte di speza, anzi avanzarà più di un conto d'oro che si trovarà nel bottino che si farà dali inimici che sono ne l'isola, ultra le intrate del Regno, che sarrano da tre milioni d'oro l'anno in circa, et questo negotio sta tanto ben apuntato et stabilito che sta in mano mia ogni volta ch'io voglio fare ucidere in un'ora quanti turchi sonno per l'isola, talchè

dal S.r Duca non avemo altro di bisogno se non quando si farrà questo effetto che venghino in questo Regno tre o quatro milia soldati per custodire le forteze; quali soldati noi li pagaremo deli dinari dei nimici, et mandarci di più una persona principale con sua patente che li governi, purchè non sia spagnolo, et che il tale sia ingegnero achiò subito dia principio a fortificare bene le forteze, quale sonno oggi tutte rovinate et fracassate. Et avendoli mostrata la lettera de credito di V. A. la ebbe molto cara; et li suplicai che mi dicesse il modo che si aveva di tenire per fare detto effetto, mi rispose: Direte al S.or Duca che l'anno passato il Patriarcha di Hierusalem mi mandò un breve, con la quale autorità ò fatto sinodos de tutto il regno con tutti li viscovi, abati, iconomi et patri confessori et si concluse con la escomunica patriarchale della secretanza che ogniuno andasse per la sua diocese et desse ordine, come si è fatto, che alla confessione deli popoli che ogniuno stia preparato per una pasqua della risolutione, che sarrà stabilita dal nostro Patriarcha di Hierusalem, che ogni cristiano prenda le armi tre ore avanti dì, a tempo che si canta la *gloria in ecelsis deo,* che a quel hora li turchi stanno dormendo nele case loro senza niuno suspetto; quali turchi son tanti pochi per tutta l'isola che non arrivano a sey o sette milia in tutto, talchè senza dubio amazaranno le guardie et se faremo patroni in un tratto delle forteze; et questo negotio sta tanto secreto et apuntato bene in tutto lo regno et città de Famagosta et forteza de Cirigna, che son li capi di questo regno, che se io volesse questa notte farria fare lo effetto a questa città de Famagusta e per tutta l'isola, per la gran volontà che ànno tutti de vederse liberati da' turchi et suditi ad uno loro antico Re, come è V. A.; però io vo intratenendo il negotio, achè la cosa, dopo fatta, abbia bona riuscita et meglior fine, che Idio non vogli segua quel che à seguito a l'isola de Scio. Però tiene questa capitulatione, che è scritta in idioma greco, fatto per man di Claudio Ciecchini, de origine romano, però nato et casato qui a Cipri, et è oggi governatore delle Saline, esendo stato anco al tempo dei Venetiani per la sua abbilità et suficientia, il quale è principale organo de ditto efetto dela nostra liberatione deli mani de' turchi, si che sottoscrivete voi questa capitulatione in vertù della uostra lettera de credenza et poi traslatatila in lingua latina volgare et scriveteli et li farete al nostro arrivo sottoscrivere ratificare de S. A. et sigilarli, li quali ce li portareti al uostro ritorno con la Idio gratia. Cussì anco traslatate questa descritione del regno et li mostrarete a S. A. de dove vederà le intrate de questa corona quanto rendeva ali antipasati Re et ultimamente a li Venetiani quando ci dominavano; però andate et stabilite con S. A. quando doverrà mandare li soldati et quando commanda che sia questa gloriosa giornata, et voi tornate qua con questo

soprascritto apontamento che con li vostri ochi vederete in uno subito la liberatione del regno con la gratia de Idio, quale me lassi vedere inanci la mia morte per mio contento questa gloriosa libertà. Et replicandoci io che per la mia vechiaia non son certo di potere far tanti viagi, essendo tanto più agravato de molte infermità, però per me, volendo cussì nostro Signore, io non mancarò di venire; ma per più sicureza del fatto, quando io non potesse, o altro di me Idio ne facesse, V. A. manderà uno o due persone sue confidente et principali in compagnia del dottore Pietro Anelli, mio cugnato (1), in abiti di peregrini; et li diede tutti li contrasegni della persona et statura del ditto mio cugnato e subito per quelli e per questo sarrà da lui reconosciuto per servitore e persona confitente de V. A. et con tale apuntamento me disse fate che non venghino altre persone che nè il Patriarcha nè io li daremo orechia. Lo suplicai che tutto questo mettese in carta per portarlo a V. A., non volse per alcuni boni et degni rispetti, abastando la lettera del Patriarcha et la capitulatione et descritione del regno, che me à fatto traslatare et copiare, et che io a bocca dicesse ogni cosa a V. A. esendo gran pericolo il scrivere di non scoprire il fatto per qualche inconveniente disgratia che potesse sucedere non pensata, come sole accadere molte volte. A sua riquesta li lassai una lettera de credenza che V. A. mi à dato, sottoscritta di mia mano, con promessa che V. A. non li mancarà gratificarlo et darli la ricompensa dele sue fatiche, tanto a lui, quanto a li soi seguaci, et far che V. A. sottoscriverà et sigillarà la capitulatione et portarceli. Et con questo parti della città di Lemeso ali 3 di decembre, essendo stato sei giorni col ditto archivescovo, et con uno vascello francese arrivai a Corfù ali 18 de ditto mese; stette a Corfù per la piogia sei giorni et ali 25 parti con uno vascello de Otranto et arrivai con la gratia de Idio in Messina in casa de mio cugnato ali 16 di gennaro 1601, dove son stato dodici giorni; et sentì che avevano di venire galere a queste parte per condure soldati. Mi espedì quanto prima potti, et con lo agiuto del mio cugnato mise in ordine li retratti de l'isola de Cipri con la sua descrittione et dela forteza et porto de Famagosta et città de Nicosia et altre, come V. A. vederà: et ali 29 de ditto mese me partì con lo ditto mio cugnato con filuca et arrivai in Napoli ali 4 di febraro, dove me inbarcai con le galee de Sicilia, generale Don Petro de Leva, sopra la patrona de Ce-

(1) L'Anelli era già in relazione col duca Carlo Emanuele I; infatti nel *Conto del Tesoriere generale Solaro* dell'anno 1601 si notano " scudi " trecento d'oro d'Italia, di fiorini 13.3 l'uno, pagati al s.r dottore Pietro " Anelli per servitio di S. A. et per ordine suo verbale ". Questo pagamento ebbe luogo il 24 di luglio.

saro dela Torre ali 21 detto et arrivai al porto de Vado al primo di marzo, dove sbarcai et allogiai in casa del M.[co] Ottaviano Pertuso a Culiano, il quale me imprestò parechi scudi per pagare nolito e spese fatte da Napoli sino qui, poichè il Roviglione non volse dar niente deli 300 scudi che V. A. mi aveva provisto per spese del viagio che mi fussero pagati da lui et lo ditto Pertuso ne fa anco le spese del vitto. Et ali 2 espedì uno corero a V. A. dandoli aviso il mio arrivo, et ali 9 ritornò il correro con la risposta del S.[or] Ripa, et ali X di marzo partì il dotor Pietro Anneli per Turino da V. A.; et ali 3 de aprile mi partii io da Culiano et arrivai a Turino ali 6 et essendo tardi non potte intrare et dormi a l'osteria del Po fora de Turino, et alli 7 ditto sabbato intrai a Turino et allogiai a l'osteria del Gallo et ali 11 del ditto mese ho avuto audientia da V. A. et lo presentai la presente relatione, la lettera de mons.[or] Patriarcha, la capitulatione del regno de Cipri, che mi à dato mons.[or] Archivescovo de ditto regno, quale la desiderano de avere sottoscritte et sigillate da V. A. et la descrittione del ditto regno con tutte le intrate et spese che à ditta corona. N. S. Idio lassi seguire quello è il suo santo servigio.

La lettera del Patriarca di Gerusalemme al Duca l'ho cercata indarno nell'Archivio di Torino: c'è invece la descrizione di Cipro e ci sono le càpitolazioni. La descrizione, che l'Accidaz stesso voltò dal greco, mette conto trascriverla.

1. Cipri, insola nobilissima, che di grandezza tutte le altre isole de lo archipelago echede, è detta beata per la sua ammirabile fertilità de grano, vino, olio, zuccali, lino, banbache, lana, ligumi de ogni sorte, sale, vitriolo, pece et metalli et oltre diversi frutti. È divisa in dui contadi; tene de circoito miglia 550, de longeza miglia 210, largeza miglia 65; destante de Alesandria di Egito miglia 150, de Suria miglia 60, dala Caramania miglia 50, de l'isola de Candia miglia 500; et la città règia e principale è Nicosia, destante de Famagosta miglia 30 in fra terra.

2. La detta isola l'una contrada di essa é muntuosa et l'altra è piana; averà da 700 tra città, terre, castelli, ville et casali; averà da 250 milia anime, deli quali parte si chiamano Parichi, che erano come schiavi, altri si chiamano Franco Mati, il resto cittadini onorati, artigiani et nobili. Vi sonno da 80 milia persone che tirano spada, molto pratiche nela scrima de spada, targa et spertonada, et sonno persone bellicose.

3. La città de Nicosia è regia et è archivescovato, dove al tempo delli Sig.[ri] Venetiani vi erano dui archivescovi, uno greco et l'altro la-

tino; però lo archivescovo greco governava et aministrava li sacramenti et esercitava al culto divino, et lo latino stava per forma solo per godere il titulo et 20 milia scudi de intrata ogni anno et non faceva altro, perchè molto poche persone e casi nullo di questo regno faceva a la latina. Vi sonno altri sette vescovi. Il primo è Famagosta, lo secondo è Baffo nova, lo terzo è Lemeso, lo quarto è Solia, lo quinto è Carpazo, lo sesto è Lefscara et Amathundo, et lo settimo è Bofourchia. Li quali vescovati erano e sonno vescovi greci, che governano il spirituale; et li latini pigliavano il titulo solo senza niuna sorte de governo, per la causa ditta de sopra. L'archivescovo latino resedia in regno et era sempre uno deli nobili veneti. Però aveva poco di fare.

4. Nella ditta isola abitavano sempre ab antico molte altre natione deferente di fede deli greci, come armeni, maroniti, iacobiti, chambesi, cofti et giorgiani; li quali giorgiani sonno cristiani orthodocsi senza eresia et ànno tutti li loro ecclesie dicendo li offitii a loro riti et ordinatione de la loro eclesia; et si admettevano et toleravano tanto da regitori, come da prelati greci solo per il comertio de le mercantie che conducevano et estraevano dal ditto regno, non obstante che siano apresso la chiesa greca eretici et scismatici.

5. Nela ditta isola in diversi parti et lochi vi sono 62 tra abbatie et grachie dove abitano caloregeri seu monachi greci de l'ordine et rito de Santo Basilio Magno, dove viveno con elemosine con gran stento et povertà. Et quando si elegono li abati ce intraviene il consilio deli nobili la nomina deli monachi et la ratificatione della eletione del Re quale tutto questo si faceva in presentia deli dui archivescovi greco et latino, et nel ditto regno non vi era monasterii de donne nè greche nè latine, neanco conventi de niuna regula de' latini per non avere che governare.

6. A la ditta isola vi era una incomenda della Religion de Malta, la quale mentre che il regno dela Signoria di Venetia la godeva uno nobile veneto con 1000 ducati de intratta ogni anno, quale intrate si coglievano da diverse intrate de vituvaglie racolte in detta isola, ditte decime.

7. A la ditta isola non vi sono che due porti. Lo primo è la città di Famagusta, la quale è città principale et vescovato, ben popolata et ricca, che li possessori oggi ne fanno gran stima. Lo suo porto sarrà de capacità de x o xij galere et il resto è siccagnia e spiagia, che non se li po' accostare se non se intri per canali in porto. Lo secondo porto è la terra de Cerigna, la quale è circuita de mura; à tre porti con tre guardiole, fatti a modo de torre de guardia, con alcuna poca artegliaria; à un castello lo quale sta sempre serrato, dove vi sonno tre smirighi. Ditta terra è posta al piano al lito del mare, luntano del bosco dui miglia incirca; è abondata de ogni sorti de vituaglia, forchè di vino; à

da venti fontane correnti. Il suo territorio è ameno e fertilissimo; à intorno intorno assai casali, di 200, di 100 et di manco et più fochi, et lo magior casali che vi è è Vasiglia. La quale Cirigna è lontana da Famagusta tre giornate et da Nicosia dua; et la sua cala è di capacità di 3 o 4 galere. Il resto di questo regno et isola è spiagia e siccagna, ecetto che a le Saline. La estate vi è un poco de sbarco; ma quando sia la occasione che da terra sia impedito, non si po' sbarcare per niuna manera perchè chi vol isbarcarsi sarà tagliato a peci.

8. Il detto regno rendeva al suo patrone prima Δ^{ti} 500 milia dale saline et delo affitto delle macine deli zuccari, decime de' grani, banbaci, lane et altre vituaglie, racolte ne l'isola, che è fertilissima, altri Δ 600 milia più presto più che manco.

9. E più rendevano li pagamenti fiscali più di altri 500 milia in questa sorte, cioè ogni capo di casa pagava cinque reali l'anno, un giulio per il pascolo, un giulio per il sale et tre giulij per fabrica, et li figli de famiglia pagava ogni uno iulij 4, cioè un giulio per il sale, et tre per la fabrica, si che dal ditto pagamento si cava sicuro altri cinco cento milia Δ l'anno in più.

10. E più dali popoli che erano a quel regno, che si chiamavano Parichi, si cavava che loro pagavano Δ 4 ogni anno per persona; quali, si ben si pagavano a loro particolare signore, con tutto chiò era pagamento regio; quali pagavano per essere assenti da portar li bagagli et allogiar li soldati che venivano per li presidij regij, quali facevano li signori titulati et feudatarij del regno; et di quello che si cavava del ditto pagamento si pagavano soldati e presidij che occorreva far venire per guardia de l'isola.

11. De più, erano obligati li ditti popoli, chiamati Parichi, di dare a' loro particolar padroni per riconoscimento del vasalagio dui dì de servitio personale la settimana a lor spese; quale avevano per dura et insoportabile servitù.

12. Di più, vi sonno alcuni casali nel regno che non ànno patroni particolari, ma sonno regij, li quali li procuratori dela regia Camara li affittano ogni anno et se ne cava più di Δ^{ti} 200 milia l'anno; et alcune volte li vendeno a contj, con la sucesione però a la Corona, quando il compratore però more senza herede legitimo, et cussì se ne cava assai più che affittarli.

13. De più, il Re de ditto regno po dar nobilità et abilitare ad ogni persona che lui vole, pur che sia regnicolo, e farli intrar in conseglio deli nobili et concorere neli offitij del regno et far franchi et asenti secondo vorrà.

14. Il Re de ditto regno spendeva in esso per governo et guardia Δ^{ti} 500 m., tanto per soldati, presidij, aconchi de forteze, artegliarie,

monicione, alogiamenti, salarij de officiali et altre cose necessarie per custodire ditto regno.

15. A tanto che, raccolte tutte le intrate certe et incerte, uno anno per l'altro summano in tutto da 3 milioni d'oro, poco più o manco: e tanto godevano li Re passati et ultimamente la Ser.ma Signoria di Venetia mentre che dominò questo regno. Però al presente renderà più per le intrate de' titulati et lor vasalagij che restano regij, perchè sarrà ad arbitrio del Re venderli, et darli al più offerente, o a chi piacerà a Sua A. Ser.ma; e queste come cose aquistate et liberate de mani de infideli, che li possedeno oggi.

Vuole il Guichenon, che per quanto l'Accidaz scongiurasse il Duca di non lasciarsi sfuggire una così bella occasione di ricuperare la corona di Cipro, " l'état des affaires de S. A. ne " lui ayant pas permis de s'en prévaloir, elle se contenta d'y " envoyer Imbert de Saluces de la Mante, chevalier de Malte, " en habit déguisé, pour maintenir ces peuples dans cette ré- " solution " (1). Il Ricotti, invece, afferma: " Carlo Emanuele " rinviò a Cipro l'Accida sotto vesti da pellegrino. Col mezzo " segretissimo della confessione il disegno fu sparso fra tutti " i cristiani dell'isola, e riscaldato così, che risolvettero di sol- " levarsi una domenica, quando a messa s'intuonasse il *Gloria* " *in excelsis*, sì veramente che il Duca spedisse loro poche mi- " gliaia di soldati, quanti bastassero a presidiare le fortezze. " Ma Carlo Emanuele, trovandosi involto in maggiori faccende, " si contentò di inviare nell'isola Imberto della Manta, cavaliere " gerosolimitano, il quale mantenesse vive così fatte inclina- " zioni " (2). L'Accidaz non venne rinviato nell'isola, nè fu Imberto di Saluzzo della Manta il messaggero ducale che doveva tener deste le speranze e vivo il fuoco nel cuore de' cipriotti. La scelta cadde invece sopra un gentiluomo nizzardo, originario della Provenza, Baldassare De Flot di Montalbano, conte della Rocca, come sta lì a farne fede la seguente lettera del Duca stesso all'Arcivescovo di Cipro:

---

(1) Guichenon S., *Histoire généalogique de la Royale Maison de Savoie* (nouvelle édition); II, 365-366.

(2) Ricotti E., *Storia della Monarchia Piemontese*; III, 388.

Molto Ill.re et Rev.mo Sig.re

Don Francesco Accidaz, rodiotto, fu qua ultimamente di ritorno da quelle parti et mi disse la particolar affettione che V. S. Rev.ma mostra verso di me; di che ne ho sentito infinito contento, per la molta stima che faccio di lei, et con pensiero di poterli un giorno far apparire la gratitudine che gliene conservo. Et in conformità di quanto mi disse esso Don Francesco che V. S. R.ma desiderava, mando l'Ill.re mio cugino et Gran Scudiere Baltessar Flot di Mont'Albano Conte della Rochia et il Dottor Pietro Anelli, cugnato di detto Accidaz, per trattare et risolvere seco li negotij di che esso Don Francesco mi ha trattato in nome suo, et porta seco le patenti et la capitulatione, che li mostrarà, firmata di mia mano. Resta hora che V. S. R.ma sia con li suddetti et che li doni intiera credenza, scoprendoli liberamente il concetto del animo suo per potermelo reportare con quello che havranno insieme risoluto, poichè, conforme a questo, io non mancarò di rimandarli subito et da questa parte dar ordine alle provisioni necessarie a fin che non si proceda a caso, ma ben cautamente et sicuramente, come l'importanza del negotio richiede. Et rimettendomi a quanto essi li faranno sapere, non ho da sogiongere altro, salvo che la si contenti accettare qualche poche cosette (1) che li presentaranno a nome mio per caparra della buona volontà che le tengo; et prego Dio N. Sre che la conservi et prosperi.

Da Torino, li 29 di settembre 1601.

Al comando et piaceri di V. S. molto Ill.re et Rev.ma

Il Duca di Savoia
CARLO EMANUEL

---

(1) In che consistessero le " poche cosette " si rileva dalla nota di *Quello che richiede il S.r Conte della Rochia per il suo viaggio*. Vi son infatti registrati " sei piccoli rologij di sonaria et mostre per donare " e " sei para di guanti perfumati per dar alli Prelati ". Vi si ricorda anche " il presente particulare " che S. A. " vole dare al S. Sepolcro "; non che " li mille scudi d'Accidas et Anelli "; " le robbe contenute nella lista datta " dal Accidas " a Carlo Emanuele; " dodici bianchi segnati "; le lettere di credenza al Patriarca di Gerusalemme, all'Arcivescovo di Cipro, al Gran Maestro di Malta, al Vicerè di Napoli e Sicilia, al Principe D'Oria, al Duca di Parma e al Cardinale Aldobrandino; e l' " Instruttione a esso " Conte come governarsi ne l'impresa e doppo seguito l'effetto per la di" stributione d'officij ". Di tutte queste scritture una sola è giunta fino a noi, la lettera di credenza dell'Arcivescovo di Cipro, da me riprodotta.

L'Accademico Segretario
ETTORE STAMPINI

CLASSE

DI

SCIENZE FISICHE, MATEMATICHE E NATURALI

Adunanza del 24 Febbraio 1918.

PRESIDENZA DEL SOCIO SENATORE ENRICO D'OVIDIO
DIRETTORE DELLA CLASSE

Sono presenti i Soci Salvadori, Naccari, Segre, Peano, Jadanza, Guareschi, Guidi, Mattirolo, Grassi, Somigliana, Fusari, Panetti e Parona Segretario.

Si legge e si approva l'atto verbale dell'adunanza precedente.

Il Socio Mattirolo, riferendosi alla relazione del nostro Socio nazionale R. Pirotta relativa al progettato Parco Nazionale nell'Abruzzo, presentata nella precedente adunanza, richiama l'attenzione della Classe sulla serietà ed importanza del progetto d'iniziativa della Federazione *Pro Montibus*, e coll'unanime consenso dei colleghi propone il seguente ordine del giorno, da trasmettere alla Federazione stessa:

" La R. Accademia delle Scienze di Torino, udita la Relazione del suo Socio nazionale Romualdo Pirotta sulla Istituzione di un Parco Nazionale nel territorio delle ex Caccie Reali nell'altipiano dell'Abruzzo centrale, convinta della utilità, della importanza e dell'opportunità di conservare almeno qualche parte del patrimonio nazionale di bellezza di Arte nelle sue antiche condizioni, associa la sua voce a quella di tante altre Istituzioni italiane perchè sia tradotto in atto tale nobilissimo progetto della Federazione *Pro Montibus* ".

Il Socio GUARESCHI ricorda che il collega Vito VOLTERRA, nostro Socio nazionale, già Socio residente, fu nominato con splendida votazione Socio straniero dell'Accademia di Francia, e, rilevando l'insigne onore che ne viene meritamente all'eletto, propone che la Classe manifesti il suo compiacimento indirizzando al Senatore VOLTERRA le più vive congratulazioni. La Classe con plauso fa sua la proposta del Socio GUARESCHI e la presidenza provvederà a porla in atto.

Presentano per la stampa negli *Atti*:

Il Socio PEANO: una Nota del Prof. C. BURALI-FORTI col titolo *Linea in ogni cui punto è assegnata una direzione invariabilmente collegata al triedro principale.*

Il Socio GUIDI: una Nota dei Signori Prof. G. COLONNETTI ed Alberto Pozzo col titolo *Le proprietà magnetiche degli acciai e la loro utilizzazione nel collaudo dei proietti.*

Raccoltasi poscia la Classe in seduta privata procedette alla elezione dei Soci corrispondenti e riuscirono eletti i signori:

I Sezione, *Matematiche pure*:

Prof. Luigi BERZOLARI dell' Università di Pavia.
" Roberto MARCOLONGO " " Napoli.
" Salvatore PINCHERLE " " Bologna.
" Gregorio RICCI-CURBASTRO " " Padova.
" Francesco SEVERI " " Padova.

II Sezione, *Matematiche applicate. Astronomia e Scienza dell'ingegnere civile e militare*:

Prof. Giuseppe ALBENGA dell'Università di Pisa.
" Gustavo COLONNETTI " " Pisa.
" Gian Antonio MAGGI " " Pisa.
" Vincenzo REINA, R. Scuola Ingegneri, Roma.

III Sezione, *Fisica generale e sperimentale*:

Prof. Orso Mario CORBINO, R. Università di Roma.
" Luigi LOMBARDI, Regio Politecnico di Napoli.
Dott. Guglielmo MARCONI, Londra.
Prof. Luigi PALAZZO, Direttore del R. Ufficio Centrale di Meteorologia e Geodinamica, Roma.

IV Sezione, *Chimica generale ed applicata*:

Prof. Angelo ANGELI, R. Istituto di Studi Superiori, Firenze.
" Enrico Luigi LE CHATELIER dell'Istituto di Francia, Parigi.
" Raffaele NASINI, R. Università, Pisa.
" Arnaldo PIUTTI, " Napoli.

V Sezione, *Mineralogia, Geologia e Paleontologia*:

Prof. Ettore ARTINI, Direttore del Museo Civico di Storia Nat., Milano.
" Luigi BRUGNATELLI di Mineralogia nella R. Università di Pavia.
" Giorgio DAL PIAZ di Geologia nella R. Università di Padova.
" Carlo DE STEFANI di Geologia nel R. Istituto di St.[i] Sup.[i], Firenze.

VI Sezione, *Botanica e Fisiologia vegetale*:

Prof. Federico Orpen BOWER di Botanica nella R. Università di Glasgow. S.
" Giovanni Battista DE TONI di Botanica nella R. Università di Modena.

VII Sezione, *Zoologia, Anatomia e Fisiologia comparate*:

Prof. Pietro ALBERTONI di Fisiologia nell'Università di Bologna.
„ Alfonso BOVERO di Anatomia Umana ed Istologia alla Facoltà di Medicina, S. Paolo del Brasile.
„ Giulio CHIARUGI di Anatomia Umana nel R. Istituto di Studi Superiori di Firenze.
„ Giovanni Battista GRASSI di Anatomia e Fisiologia Comparata nella R. Università di Roma.
„ L. VIALLETON di Anatomia Microscopica, Montpellier.
„ Daniele ROSA di Zoologia nella R. Università di Modena.

LETTURE

Linea in ogni cui punto è assegnata una direzione invariabilmente collegata al triedro principale.

Nota di C. BURALI-FORTI.

Non mi consta che sia stato risolto, e nemmeno posto, il problema: *determinare tutte le linee tali che, essendone P il punto generico, la retta uscente da P e formante angoli costanti dati con gli spigoli del triedro principale in P, formi una superficie rigata della quale è assegnato* a priori *il cono direttore.*

Tale problema si risolve assai facilmente facendo uso del calcolo vettoriale ed assume la forma generica seguente: *dato un vettore unitario $\boldsymbol{u}$ funzione (continua, derivabile, ecc.) della variabile numerica* t *e i numeri reali (costanti)* α, β, *determinare le linee, descritte dal punto P funzione pure di* t, *tali che $\boldsymbol{u}$ formi l'angolo di α radianti con la tangente in P e di β radianti con la normale principale in P.* — In sostanza: *si vuol determinare la linea P in modo che il vettore $\boldsymbol{u}$ sia invariabilmente collegato, e in modo dato, col triedro principale in P.* — Il *cono* che si presenta nella prima forma è quello descritto dalla retta $O\boldsymbol{u}$, essendone O, punto fisso arbitrario. il vertice.

Allo scopo di dare le formule vettoriali risolutive sotto la loro forma più semplice, introduco, nel n. 1, i vettori unitari $\boldsymbol{v}$, $\boldsymbol{w}$ e i numeri reali $\boldsymbol{m}$, $\boldsymbol{n}$ collegati con $\boldsymbol{u}$, anzi determinati da $\boldsymbol{u}$, nonchè un vettore Ω, pure determinato da $\boldsymbol{u}$. Per tali elementi valgono formule identiche a quelle, vettoriali, di Frenet; le questioni relative, ad es., alle linee tracciate su di un cono si trattano, mediante tali elementi e formule che li collegano, in modo semplicissimo ed elementare.

È ovvio che per $\boldsymbol{u}$ *costante*, indipendente da t, le linee P sono *eliche* di inclinazione α sulle generatrici, parallele ad $\boldsymbol{u}$,

di un cilindro. Quindi noi supporremo sempre $\boldsymbol{u}$ *non costante*, cioè variabile con t.

Le derivate rispetto alla variabile indipendente t saranno sempre indicate con gli apici.

1. — Sia $\boldsymbol{u}$ vettore unitario funzione (continua, derivabile, ecc.) della variabile numerica t (numero reale) che varia in un intervallo dato. In tale intervallo la derivata, $\boldsymbol{u}'$, di $\boldsymbol{u}$ rispetto a t non sia nulla; quindi $\boldsymbol{u}'$ vettore non nullo sempre normale ad $\boldsymbol{u}$.

Definiamo i vettori unitari $\boldsymbol{v}$, $\boldsymbol{w}$, i numeri reali $1/m$, $1/n$ e il vettore Ω, ponendo, rispettivamente,

$$(1) \qquad \boldsymbol{v}=\frac{\boldsymbol{u}'}{\operatorname{mod}\boldsymbol{u}'}, \qquad \boldsymbol{w}=\boldsymbol{u}\wedge\boldsymbol{v}=\boldsymbol{u}\wedge\frac{\boldsymbol{u}'}{\operatorname{mod}\boldsymbol{u}'},$$

$$(2) \qquad \frac{1}{m}=\boldsymbol{u}'\times\boldsymbol{v}, \qquad \frac{1}{n}=\boldsymbol{w}'\times\boldsymbol{v},$$

$$(3) \qquad \Omega=\frac{1}{m}\boldsymbol{w}-\frac{1}{n}\boldsymbol{u}.$$

La terna $\boldsymbol{u}$, $\boldsymbol{v}$, $\boldsymbol{w}$ è unitaria ortogonale destrogira e il vettore Ω è normale a $\boldsymbol{v}$. È chiaro che una volta dato $\boldsymbol{u}$ in funzione di t, e sotto le ipotesi fatte, gli elementi $\boldsymbol{v}$, $\boldsymbol{w}$, $1/m$, $1/n$, Ω sono univocamente determinati.

Tali elementi sono collegati da formule notevoli che ora esponiamo.

Per le derivate di $\boldsymbol{u}$, $\boldsymbol{v}$, $\boldsymbol{w}$ si ha

$$(4) \qquad \begin{cases} \boldsymbol{u}'=\frac{1}{m}\boldsymbol{v}=\Omega\wedge\boldsymbol{u}, \quad \boldsymbol{v}'=-\frac{1}{m}\boldsymbol{u}-\frac{1}{n}\boldsymbol{w}=\Omega\wedge\boldsymbol{v}, \\ \boldsymbol{w}'=\frac{1}{n}\boldsymbol{v}=\Omega\wedge\boldsymbol{w} \end{cases}$$

le seconde forme essendo compendiate dall'unica formula

$$(4') \qquad \boldsymbol{a}'=\Omega\wedge\boldsymbol{a},$$

ove $\boldsymbol{a}$ è vettore invariabilmente collegato con $\boldsymbol{u}$, $\boldsymbol{v}$, $\boldsymbol{w}$, cioè tale che i numeri $\boldsymbol{a}\times\boldsymbol{u}$, $\boldsymbol{a}\times\boldsymbol{v}$, $\boldsymbol{a}\times\boldsymbol{w}$ sono indipendenti da t.

Se con η indichiamo il segno di $1/n$ ($\eta = \pm 1$, $\eta^2 = 1$, $\eta/n \gtreqless 0$) si ha

$$(5) \qquad \frac{1}{m} = \operatorname{mod} \boldsymbol{u}', \quad \frac{1}{n} = \eta \operatorname{mod} \boldsymbol{w}', \quad \frac{1}{m^2} + \frac{1}{n^2} = \boldsymbol{v}'^2 = \Omega^2,$$

e quindi $1/m$ è sempre positivo o nullo, mentre $1/n$ è o positivo o negativo.

Per i prodotti vettoriali di $\boldsymbol{u}$, $\boldsymbol{v}$, $\boldsymbol{w}$ per le loro derivate si ha

$$(6) \qquad \boldsymbol{u} \wedge \boldsymbol{u}' = \frac{1}{m} \boldsymbol{w}, \quad \boldsymbol{v} \wedge \boldsymbol{v}' = \Omega, \quad \boldsymbol{w} \wedge \boldsymbol{w}' = -\frac{1}{n} \boldsymbol{u}.$$

Per il vettore Ω si ha

$$(7) \qquad \begin{cases} \Omega = \boldsymbol{u} \wedge \boldsymbol{u}' - \frac{1}{n} \boldsymbol{u} = \boldsymbol{v} \wedge \boldsymbol{v}' = \boldsymbol{w} \wedge \boldsymbol{w}' + \frac{1}{m} \boldsymbol{w}, \\ \Omega' = \left(\frac{1}{m}\right)' \boldsymbol{w} - \left(\frac{1}{n}\right)' \boldsymbol{u} = \boldsymbol{v} \wedge \boldsymbol{v}'', \\ \Omega \wedge \Omega' = \boldsymbol{v} \times \boldsymbol{v}' \wedge \boldsymbol{v}''.\boldsymbol{v} = \frac{1}{m^2 n^2} \begin{vmatrix} m & n \\ m' & n' \end{vmatrix} \boldsymbol{v}. \end{cases}$$

Infine si hanno i numeri seguenti, del primo specialmente dei quali dovremo far uso in seguito:

$$(8) \qquad \begin{cases} \dfrac{\boldsymbol{u} \times \boldsymbol{u}' \wedge \boldsymbol{u}''}{\boldsymbol{u}'^2} = -\dfrac{1}{n}, \quad \dfrac{\boldsymbol{w} \times \boldsymbol{w}' \wedge \boldsymbol{w}''}{\boldsymbol{w}'^2} = \dfrac{1}{m}, \\ \dfrac{\boldsymbol{v} \times \boldsymbol{v}' \wedge \boldsymbol{v}''}{\boldsymbol{v}'^2} = \dfrac{1}{m^2 + n^2} \begin{vmatrix} m & n \\ m' & n' \end{vmatrix}. \end{cases}$$

Se consideriamo la curva descritta dal punto

$$P = O + \int \boldsymbol{u}\, dt,$$

allora è evidente che t, $\boldsymbol{u}$, $\boldsymbol{v}$, $\boldsymbol{w}$, m, n, Ω corrispondono agli elementi che di solito si indicano con s, $\boldsymbol{t}$, $\boldsymbol{n}$, $\boldsymbol{b}$, ρ, τ, $\boldsymbol{f} = (1/\rho)\, \boldsymbol{b} - (1/\tau)\, \boldsymbol{t}$, e ciò in virtù delle posizioni (1), (2), (3). Le (4) corrispondono alle ordinarie formule vettoriali di Frenet

e si dimostrano come queste [1] deducendole in modo assai semplice dalle (1), (2), (3). Le (4′), (5)-(8) si deducono facilmente dalle (4) e crediamo inutile sviluppare le facili dimostrazioni, che possono, invece, costituire un utile esercizio per quei lettori che vogliono prender pratica col moderno algoritmo vettoriale.

Tutte le volte che si abbia bisogno di introdurre in calcolo le derivate di $\boldsymbol{u}$ è certamente conveniente far uso degli elementi $\boldsymbol{v}$, $\boldsymbol{w}$, $\boldsymbol{m}$, $\boldsymbol{n}$, Ω, che si determinano mediante $\boldsymbol{u}$ e che sono legati tra loro da relazioni semplicissime.

Ad esempio, tutto ciò che si riferisce alla geometria differenziale del cono descritto dalla retta $O\boldsymbol{u}$, con O vertice del cono, si esprime facilmente mediante i su indicati elementi. Ne diamo un cenno.

La normale al cono nel suo punto generico

$$Q = O + x\boldsymbol{u} \qquad (Q \text{ funzione di } t \text{ e di } x \text{ variabili indip.})$$

è parallela al vettore $\boldsymbol{w}$. In altri termini, il piano *tangente* e *normale* al cono lungo la generatrice $O\boldsymbol{u}$ è parallelo, rispettivamente, al piano *osculatore* e *rettificante* della linea P sopra considerata.

---

[1] C. Burali-Forti, *Geometria analitico-proiettiva* (G. B. Petrini, Torino, 1912), n. 141, p. 109; *Equivalenti omografiche delle formule di Frenet* (" Atti R. Acc. Torino ", vol. 52, 1916-17); *Sopra alcune superfici rigate...* (" Rend. R. Acc. Lincei ", vol. XXIII, ser. 2ª, 2° sem., 1914).

Giova tener presente quanto segue. Gli elementi $\boldsymbol{v}$, $\boldsymbol{w}$, $1/\boldsymbol{m}$, $1/\boldsymbol{n}$, Ω sono determinate *funzioni* di $\boldsymbol{u}$; i valori che queste funzioni assumono ponendo al posto di $\boldsymbol{u}$, rispettivamente, $\boldsymbol{v}$, $\boldsymbol{w}$ sono quelli indicati nel quadro seguente (cfr. la nota [5]):

$\boldsymbol{u}$,	$\boldsymbol{v}$,	$\boldsymbol{w}$,	$\dfrac{1}{\boldsymbol{m}}$,	$\dfrac{1}{\boldsymbol{n}}$	, Ω
$\boldsymbol{v}$,	$\dfrac{\Omega}{\mathrm{mod}\,\Omega} \wedge \boldsymbol{v}$,	$\dfrac{\Omega}{\mathrm{mod}\,\Omega}$,	$\dfrac{\eta\,(\boldsymbol{m}\,\boldsymbol{n})}{\sqrt{\boldsymbol{m}^2 + \boldsymbol{n}^2}}$,	$-\dfrac{1}{\boldsymbol{m}^2 + \boldsymbol{n}^2}\begin{vmatrix} \boldsymbol{m}, \boldsymbol{n} \\ \boldsymbol{m}', \boldsymbol{n}' \end{vmatrix}$,	Ω
$\boldsymbol{w}$,	$\eta\boldsymbol{v}$,	$-\eta\boldsymbol{u}$,	$\dfrac{\eta}{\boldsymbol{n}}$,	$-\dfrac{\eta}{\boldsymbol{m}}$	, Ω

ed è notevole il significato meccanico del conservarsi di Ω (asse di istantanea rotazione) nei tre casi.

Sviluppando il cono in un piano, nel quale A è un punto fisso e $\boldsymbol{a}$ un vettore unitario costante, allora

$$Q_1 = A + xe^{i\varphi}\boldsymbol{a} \quad \text{con} \quad \varphi = \int \frac{dt}{m}.$$

è l'immagine del punto generico Q, poichè dev'essere $dQ^2 = dQ_1^2$ e quindi $d\varphi^2 = dt^2/m^2$. Ne segue che per $x = k/\cos(\varphi - \theta)$, con k e θ costanti arbitrarie, Q descrive le *geodetiche* del cono, poichè esse si sviluppano nel piano secondo linee rette.

Per $x = a =$ cost. il punto Q descrive le *traiettorie ortogonali delle generatrici*, cioè un sistema delle linee di *curvatura*, che sono linee *sferiche*. Essendo in tal caso ([2])

$$Q' = (a/m)\,\boldsymbol{v}, \qquad Q' \wedge Q'' = (a/m)^2\,\Omega,$$

si ha che la tangente in Q è parallela a $\boldsymbol{v}$ (come era evidente *a priori*) e il piano osculatore è normale ad Ω. Osservando ancora che

$$Q' \times Q'' \wedge Q''' = \frac{a^3}{m^3}\,\frac{1}{m^2 n^2}\begin{vmatrix} m & n \\ m' & n' \end{vmatrix},$$

si ottengono facilmente ([3]) le curvature in Q in funzione di a, m, n.

Per il solito vettore $\boldsymbol{N}$ normale alla sup. conica in Q si è trovato $\boldsymbol{N} = \boldsymbol{w}$ e quindi si ha

$$\frac{d\boldsymbol{N}}{dQ} = -\frac{1}{x}\,\frac{m}{n}\,\mathrm{H}(\boldsymbol{u}, \boldsymbol{u});$$

la *curvatura totale* è nulla, $\mathrm{I}_2\, d\boldsymbol{N}/dQ = 0$, come deve avvenire perchè la superficie è *sviluppabile*; per la *curvatura media* si ha

$$\mathrm{I}_1\,\frac{d\boldsymbol{N}}{dQ} = -\frac{1}{x}\,\frac{m}{n},$$

che è anche la ***curvatura normale*** nella direzione della linea $x =$ cost. che passa per Q ([4]).

E si può continuare.

([2]) Cfr. nota ([1]) p. 106.

([3]) Cfr. nota ([1]) p. 113.

([4]) C. Burali-Forti, *Fondamenti per la geometria differenziale su di una superficie* (“Rend. Palermo„, T. XXXIII).

2. — Occupiamoci ora della risoluzione del problema generale che ci siamo proposti in principio.

Della linea che cerchiamo se ne considerino, nel punto generico P, i soliti elementi s, $\boldsymbol{t}$, $\boldsymbol{n}$, $\boldsymbol{b}$, ρ, τ, $\boldsymbol{f}$.

Sia h un numero, non nullo, funzione arbitraria di t, ne sia ϵ il segno ($\epsilon = \pm 1$, $\epsilon^2 = 1$, $\epsilon h > 0$), e l'arco s della linea P sia legato a t dalla condizione, arbitraria,

$$ds = h dt. \tag{9}$$

Il vettore dato (n. 1) $\boldsymbol{u}$ funzione di t debba formare con $\boldsymbol{t}$, $\boldsymbol{n}$, $\boldsymbol{b}$, rispettivamente, gli angoli di α, β, γ radianti, avendosi necessariamente

$$\begin{cases} \cos^2 \alpha + \cos^2 \beta + \cos^2 \gamma = 1, \\ \alpha \gtreqless \pi/2, \quad \beta \gtreqless \pi/2, \quad \alpha + \beta \lesseqgtr \pi/2, \end{cases} \tag{10}$$

bastando assegnare α, β, sotto le poste condizioni, perchè siano determinati, in generale, due valori di γ.

Se il vettore $\boldsymbol{t}$ deve fare con $\boldsymbol{u}$ l'angolo di α radianti dovrà essere

$$\boldsymbol{t} = \cos \alpha \boldsymbol{u} + \operatorname{sen} \alpha (\cos \varphi \boldsymbol{v} + \operatorname{sen} \varphi \boldsymbol{w}) \tag{11}$$

con φ funzione tale di t che $\boldsymbol{n}$ formi con $\boldsymbol{u}$ l'angolo di β radianti. Se allora osserviamo che

$$\boldsymbol{t}' = \frac{d\boldsymbol{t}}{dt} = \frac{d\boldsymbol{t}}{ds} \frac{ds}{dt} = \frac{h}{\rho} \boldsymbol{n}, \tag{11'}$$

affinchè $\boldsymbol{n}$ formi l'angolo β con $\boldsymbol{u}$ basterà che

$$\boldsymbol{t}' \times \boldsymbol{u} = \operatorname{mod} \boldsymbol{t}' . \cos \beta,$$

ovvero, poichè $(\boldsymbol{t}' \wedge \boldsymbol{u})^2 = \boldsymbol{t}'^2 - (\boldsymbol{t}' \times \boldsymbol{u})^2$, elevando a quadrato,

$$(\boldsymbol{t}' \wedge \boldsymbol{u})^2 \cos^2 \beta = (\boldsymbol{t}' \times \boldsymbol{u})^2 \operatorname{sen}^2 \beta. \tag{12}$$

Ma dalle formule del n. 1 si ha subito dalla (11)

$$(a)\quad \begin{cases} t' = \Omega \wedge t + \varphi' u \wedge t = \left\{ \left(\varphi' - \frac{1}{n}\right) u + \frac{1}{m} w \right\} \wedge t, \\ t' \times u = u \wedge \left\{ \left(\varphi' - \frac{1}{n}\right) u + \frac{1}{m} w \right\} \times t = - \frac{\operatorname{sen}\alpha \cos\varphi}{m}, \\ t' \wedge u = \left(\varphi' - \frac{1}{n}\right) t - \cos\alpha \left\{ \left(\varphi' - \frac{1}{n}\right) u + \frac{1}{m} w \right\}, \\ (t' \wedge u)^2 = \left(\varphi' - \frac{1}{n}\right)^2 \operatorname{sen}^2 \alpha - \\ \qquad - \frac{2}{m} \left(\varphi' - \frac{1}{n}\right) \operatorname{sen}\alpha \cos\alpha \operatorname{sen}\varphi + \frac{\cos^2\alpha}{m^2}; \end{cases}$$

sostituendo nella (12) si ha, dopo un calcolo ovvio,

$$(13)\qquad m\left(\varphi' - \frac{1}{n}\right) \operatorname{sen}\alpha \cos\beta = \cos\alpha \cos\beta \operatorname{sen}\varphi \pm \cos\gamma \cos\varphi$$

equazione differenziale in φ che determina φ.

Ottenuto φ in funzione di t, integrando la (13), la (11) dà $\boldsymbol{t}$ in funzione di t e quindi la linea cercata è determinata, perchè per il suo punto generico P si ha

$$P = O + \int h \boldsymbol{t} dt,$$

una volta fissato h funzione di t.

Della linea P abbiamo già l'arco s dato dalla (9) e il vettore $\boldsymbol{t}$ dato dalla (11) con φ soluzione della (13). Vogliamo ora determinare gli elementi $\boldsymbol{n}$, $\boldsymbol{b}$, $\boldsymbol{f}$, ρ, τ, il che faremo nei due numeri seguenti, distinguendo il caso $\cos\beta \neq 0$ dal caso $\cos\beta = 0$.

3. — Supponiamo $\cos\beta \neq 0$, cioè $\beta \neq \pi/2$. Allora a causa delle (10) si ha pure $\operatorname{sen}\alpha \neq 0$, cioè $\alpha \neq 0$.

Se ricordiamo la (11'), risulta subito, essendo ϵ il segno di h, $\epsilon h/\rho = \operatorname{mod} t'$; e poichè $t' \times u = \operatorname{mod} t' \cos\beta$, per la seconda delle (a) si ha

$$(14)\qquad \frac{h}{\rho} = - \frac{\operatorname{sen}\alpha}{m \cos\beta} \epsilon \cos\varphi,$$

e la costante arbitraria che contiene φ per la (13), deve esser tale che $\epsilon h/\rho$ sia positivo.

Da $\boldsymbol{t}' = (h/\rho)\,\boldsymbol{n}$ si trae subito, per la prima (a),

$$\boldsymbol{n} = \frac{\rho}{h}\left\{\left(\varphi' - \frac{1}{n}\right)\boldsymbol{u} + \frac{1}{m}\boldsymbol{w}\right\}\wedge\boldsymbol{t},$$

e sostituendo a ρ/h il valore (14) e a $\boldsymbol{t}$ l'espressione (11) si ha, dopo alcune riduzioni,

$$(15)\quad \boldsymbol{n} = \frac{\epsilon}{\operatorname{sen}\alpha}\left\{\operatorname{sen}\alpha\cos\beta\,\boldsymbol{u} - (\cos\alpha\cos\beta\cos\varphi \mp \cos\gamma\operatorname{sen}\varphi)\,\boldsymbol{v} - (\cos\alpha\cos\beta\operatorname{sen}\varphi \pm \cos\gamma\cos\varphi)\,\boldsymbol{w}\right\},$$

quando, si intende, si elimini φ' mediante la (13).

Dall'essere $\boldsymbol{b} = \boldsymbol{t}\wedge\boldsymbol{n}$ e dalle (11), (15) si ha

$$(16)\quad \boldsymbol{b} = \frac{\mp\epsilon}{\operatorname{sen}\alpha}\left\{\operatorname{sen}\alpha\cos\gamma\,\boldsymbol{u} - (\cos\alpha\cos\gamma\cos\varphi \pm \cos\beta\operatorname{sen}\varphi)\,\boldsymbol{v} - (\cos\alpha\cos\gamma\operatorname{sen}\varphi \mp \cos\beta\cos\varphi)\,\boldsymbol{w}\right\}.$$

Derivando la (16) e moltiplicando $(\times)$ poi per $\boldsymbol{n}$ si ha

$$\boldsymbol{b}' = \Omega\wedge\boldsymbol{b} \pm \frac{\epsilon\varphi'}{\operatorname{sen}\alpha}\left\{(-\cos\alpha\cos\gamma\operatorname{sen}\varphi \mp \cos\beta\cos\varphi)\,\boldsymbol{v} + (\cos\alpha\cos\gamma\cos\varphi \pm \cos\beta\operatorname{sen}\varphi)\,\boldsymbol{w}\right\},$$

$$\boldsymbol{b}'\times\boldsymbol{n} = -\Omega\times\boldsymbol{t} - \varphi'\cos\alpha = -\left(\varphi' - \frac{1}{n}\right)\cos\alpha - \frac{\operatorname{sen}\alpha}{m}\operatorname{sen}\varphi;$$

ma $\boldsymbol{b}' = (h/\tau)\,\boldsymbol{n}$ e quindi $h/\tau = \boldsymbol{b}'\times\boldsymbol{n}$, cioè

$$(17)\quad \frac{h}{\tau} = -\left(\varphi' - \frac{1}{n}\right)\cos\alpha - \frac{\operatorname{sen}\alpha}{m}\operatorname{sen}\varphi,$$

e si può eliminare la φ' mediante la (13).

Da $h\boldsymbol{f} = (h/\rho)\,\boldsymbol{b} - (h/\tau)\,\boldsymbol{n}$ e dalle formule precedenti risulta $h\boldsymbol{f}$ espresso linearmente mediante $\boldsymbol{u}, \boldsymbol{v}, \boldsymbol{w}$; non abbiamo fatta la sostituzione, ma pare si ottenga una espressione complicata. Sotto forma assai semplice, sebbene non esplicita, si ha

$$(18)\quad h\boldsymbol{f} = \boldsymbol{n}\wedge\boldsymbol{n}',$$

poichè $\boldsymbol{f} = \boldsymbol{n}\wedge(d\boldsymbol{n}/ds)$ e $\boldsymbol{n}' = h\,(d\boldsymbol{n}/ds)$.

4. — Quando $\cos\beta = 0$, cioè $\beta = \pi/2$, allora, dalla (10), $\alpha + \gamma = \pi/2$. In tale ipotesi la (13) dà $\cos\gamma \cos\varphi = 0$, cioè $\operatorname{sen}\alpha \cos\varphi = 0$; per $\operatorname{sen}\alpha = 0$ φ è arbitrario; per $\operatorname{sen}\alpha \neq 0$ deve essere $\cos\varphi = 0$. Si può dunque prendere sempre $\varphi = \pi/2$, cioè nel caso considerato si ha

$$\beta = \pi/2, \qquad \alpha + \gamma = \pi/2, \qquad \varphi = \pi/2.$$

Allora dalla (11) si ha

$$t = \cos\alpha\, \boldsymbol{u} + \operatorname{sen}\alpha\, \boldsymbol{w}. \tag{19}$$

Derivando ed essendo η il segno di $(\cos\alpha)/m + (\operatorname{sen}\alpha)/n$,

$$\frac{h}{\rho}\,\boldsymbol{n} = \left(\frac{\cos\alpha}{m} + \frac{\operatorname{sen}\alpha}{n}\right)\boldsymbol{v}, \qquad \frac{\epsilon h}{\rho}\,\boldsymbol{n} = \eta\left(\frac{\cos\alpha}{m} + \frac{\operatorname{sen}\alpha}{n}\right)\epsilon\,\eta\,\boldsymbol{v}$$

e in conseguenza

$$\frac{h}{\rho} = \epsilon\eta\left(\frac{\cos\alpha}{m} + \frac{\operatorname{sen}\alpha}{n}\right), \tag{20}$$

$$\boldsymbol{n} = \epsilon\eta\,\boldsymbol{v}, \tag{21}$$

$$\boldsymbol{b} = \epsilon\eta\,(\cos\alpha\,\boldsymbol{w} - \operatorname{sen}\alpha\,\boldsymbol{u}). \tag{22}$$

Derivando la (22), $(h/\tau)\,\boldsymbol{n} = \boldsymbol{b}'$, si ha

$$\frac{h}{\tau} = \frac{\cos\alpha}{n} - \frac{\operatorname{sen}\alpha}{m}, \tag{23}$$

e sostituendo nella nota espressione di $\boldsymbol{hf}$,

$$\boldsymbol{hf} = \frac{1}{m}\,\boldsymbol{w} - \frac{1}{n}\,\boldsymbol{u} = \Omega. \tag{24}$$

Per $\alpha = 0$, ovvero $\alpha = \pi/2$, si ottengono le linee P, delle quali è assegnata, in ogni punto, la direzione della *tangente* o della *binormale*.

5. — Le linee P in ogni punto delle quali è assegnata la direzione della *normale principale*, si ottengono dal n. 3

per $\cos\beta = 1$ e quindi $\alpha = \gamma = \pi/2$ [5]. La (13) dà in tal caso $m(\varphi' - 1/n) = 0$, vale a dire, essendo $m \neq 0$,

$$\varphi = \int \frac{dt}{n}, \tag{25}$$

e quindi le (11), (14)-(18) dànno, per il valore (25) di φ,

$$\left\{\begin{array}{l} \boldsymbol{t} = \cos\varphi\,\boldsymbol{v} + \operatorname{sen}\varphi\,\boldsymbol{w}, \\ \boldsymbol{n} = \epsilon\boldsymbol{u}, \\ \boldsymbol{b} = \epsilon(\operatorname{sen}\varphi\,\boldsymbol{v} - \cos\varphi\,\boldsymbol{w}), \\ h\boldsymbol{f} = \boldsymbol{u}\wedge\boldsymbol{u}' = \frac{1}{m}\boldsymbol{w}, \\ \frac{h}{\rho} = -\frac{\epsilon}{m}\cos\varphi, \qquad \frac{h}{\tau} = -\frac{1}{m}\operatorname{sen}\varphi. \end{array}\right. \tag{26}$$

Per $1/n = 0$, cioè (cfr. (8)) $\boldsymbol{u} \times \boldsymbol{u}' \wedge \boldsymbol{u}'' = 0$, e quindi $\boldsymbol{u}$ parallelo ad un piano fisso, la linea P è un'*elica* tracciata su di un cilindro le cui generatrici sono parallele al vettore $\boldsymbol{w}$, che è costante, poichè $\boldsymbol{w}' = (1/n)\,\boldsymbol{v} = 0$. In particolare per $\operatorname{sen}\varphi = 0$ (essendo φ costante nel caso considerato) la linea P è piana.

6. — La determinazione della linea P in ogni punto della quale è assegnata la direzione, $\boldsymbol{f}$, della *rettificante*, ed è parallela ad $\boldsymbol{u}$, si riduce al caso precedente [6].

Il vettore (cfr. (7)) $\boldsymbol{f}\wedge(d\boldsymbol{f}/ds)$ è parallelo ad $\boldsymbol{n}$; ma, per ipotesi, $\boldsymbol{f} = k\boldsymbol{u}$ e quindi $\boldsymbol{f}\wedge\boldsymbol{f}' = k^2\boldsymbol{u}\wedge\boldsymbol{u}'$, vale a dire $\boldsymbol{n}$ è parallelo a $\boldsymbol{w}$. Si ha dunque

$$\boldsymbol{n} = \pm\boldsymbol{w}, \tag{27}$$

e si ricade appunto nel caso del n. 4 sostituendo $\boldsymbol{w}$ ad $\boldsymbol{u}$.

---

[5] Si hanno così sotto forma geometrica generale, e insieme a molte altre, le trasformazioni considerate da G. SANNIA, *Trasformazioni di Combescure ed altre analoghe* (" Rend. Palermo ", T. XX, pp. 83-92). Si può anche vedere una Nota di M. BOTTASSO di prossima pubblicazione, nella quale sono generalizzate le trasformazioni di COMBESCURE.

[6] Non appartiene al caso generale del n. 2, perchè $\boldsymbol{f}$, salvo per l'Elica, non è collegata invariabilmente con $\boldsymbol{t}$, $\boldsymbol{n}$, $\boldsymbol{b}$ (cfr. n. 7).

Ma partendo dalla (27) e facendo uso delle formule del n. 1 si può trattare direttamente la questione in modo semplicissimo. Si ha certamente

$$t = \cos\varphi\, \boldsymbol{u} + \operatorname{sen}\varphi\, \boldsymbol{v} \tag{28}$$

e quindi

$$\boldsymbol{b} = \pm \operatorname{sen}\varphi\, \boldsymbol{u} \mp \cos\varphi\, \boldsymbol{v} \tag{29}$$

essendo φ funzione ignota di t e tale che le derivate di $\boldsymbol{t}$ e $\boldsymbol{b}$ siano parallele ad $\boldsymbol{n}$. Derivando le (28), (29) si ha

$$(b) \quad \begin{cases} \dfrac{h}{\rho}\boldsymbol{n} = \Omega \wedge \boldsymbol{t} + \varphi'(-\operatorname{sen}\varphi\, \boldsymbol{u} + \cos\varphi\, \boldsymbol{v}), \\ \dfrac{h}{\tau}\boldsymbol{n} = \Omega \wedge \boldsymbol{b} \pm \varphi'(\cos\varphi\, \boldsymbol{u} + \operatorname{sen}\varphi\, \boldsymbol{v}), \end{cases}$$

e moltiplicando per $\boldsymbol{u}$

$$0 = \boldsymbol{u} \wedge \Omega \times \boldsymbol{t} - \varphi' \operatorname{sen}\varphi = -\left(\frac{1}{m} + \varphi'\right)\operatorname{sen}\varphi,$$

$$0 = \boldsymbol{u} \wedge \Omega \times \boldsymbol{b} \pm \varphi' \cos\varphi = \pm\left(\frac{1}{m} + \varphi'\right)\cos\varphi;$$

e quindi, dovendo essere entrambe verificate, si ha

$$\varphi = -\int \frac{dt}{m}. \tag{30}$$

Se moltiplichiamo ($\times$) le (b) per $\boldsymbol{n}$ si ha

$$\frac{h}{\rho} = \mp \frac{1}{n} \operatorname{sen}\varphi, \tag{31}$$

$$\frac{h}{\tau} = \frac{1}{n}\cos\varphi, \tag{32}$$

e per il vettore $\boldsymbol{f}$

$$h\boldsymbol{f} = -\frac{1}{n}\boldsymbol{u}. \tag{33}$$

Si è implicitamente escluso il caso $\boldsymbol{u} = \text{cost}$. Per $\boldsymbol{u} = \text{cost.}$, la linea P è piana e situata in un piano normale ad $\boldsymbol{u}$.

7. — Quanto si è esposto nei nn. 2, 3 vale, invariato, anche nel caso che β sia una assegnata funzione di t, essendo sempre α costante.

Se si vuole che anche α sia una assegnata funzione di t, allora nel secondo membro della prima delle (a), n. 2, occorre aggiungere il termine

$$\alpha' \} - \text{sen}\, \alpha \boldsymbol{u} + \cos \alpha (\cos \varphi \boldsymbol{v} + \text{sen}\, \varphi \boldsymbol{w}) \{ ,$$

e le altre formule restano modificate in conseguenza, conducendo a risultati analoghi a quelli già ottenuti, ma più complessi. Il lettore può esaminare la questione.

Torino, febbraio 1918.

Le proprietà magnetiche degli acciai e la loro utilizzazione nel collaudo dei proietti.

Nota degli Ingegneri
GUSTAVO COLONNETTI ed ALBERTO POZZO.

(Con due Tavole).

Il favore con cui l'industria metallurgica ha accolta la nostra proposta — fatta or è poco più di un anno in una brevissima Nota comparsa nei " Rendiconti della R. Accademia dei Lincei " (1) — di utilizzare le proprietà magnetiche degli acciai nelle operazioni di collaudo dei proietti, ha indotta una grande Casa costruttrice di strumenti elettrici, la " Compagnie pour la Fabrication des Compteurs " (2), a mettere in commercio un apparecchio portatile coll'aiuto del quale le misure da noi prospettate potessero eseguirsi nel modo più semplice e rapido.

L'apparecchio, che la sullodata Casa ha costruito in varî tipi secondo i nostri brevetti (3), ha dato in pratica così soddisfacenti risultati da indurci a ritornare qui brevemente sull'argomento, nel duplice intento di precisare quegli elementi del metodo sui quali all'inizio dei nostri studî non avevamo ancora creduto di poterci pronunciare in modo definitivo, e di accennare ad una applicazione di esso che, a quell'epoca, noi stessi non avevamo ancora preveduta.

(1) G. Colonnetti e A. Pozzo, *Le proprietà magnetiche degli acciai e la loro utilizzazione nel collaudo dei proietti.* " Rendiconti della R. Accademia dei Lincei ", vol. XXV, serie 5ª, 1° semestre 1916.

(2) *Compagnie pour la fabrication des compteurs.* Ancienne Maison Michel & C. Paris, Boulevard de Vaugirard, 16 et 18.

(3) Data di deposito in Italia del brev. princ.: 16 giugno 1916; brev. compl.: 7 luglio 1916, 17 gennaio e 28 febbraio 1917.

*
* *

Non intendiamo ripetere qui tutte le considerazioni che ci hanno guidati nelle nostre prime indagini, inducendoci a cercare nelle relazioni esistenti tra la permeabilità magnetica degli acciai e le loro caratteristiche meccaniche la possibilità di giungere ad una verifica indiretta di queste caratteristiche mediante semplici misure magnetiche.

Ci limiteremo soltanto a ricordare quanto occorre per precisare, a scanso di ogni equivoco, gli scopi dei nostri studi e le finalità del metodo da noi proposto.

Il problema si era a noi presentato nella forma seguente: arrivare in modo semplice, e sopratutto rapido, ad una valutazione anche soltanto approssimativa delle caratteristiche meccaniche dei bossoli d'acciaio per proietti, la quale, potendo eseguirsi su tutti i bossoli immediatamente dopo il loro trattamento termico, ed in ogni caso prima del loro passaggio ad una lavorazione ulteriore, e senza che questa ne restasse menomamente ritardata od intralciata, permettesse ad un tempo di sorvegliare l'andamento dei forni di tempra e di selezionare i bossoli in discorso rinviando a nuovo trattamento quelli che eventualmente non dessero affidamento di corrispondere alle prescrizioni di collaudo, cioè di possedere una resistenza alla rottura per trazione compresa entro dati limiti.

Ciò premesso, supponiamo di avere un lotto di proietti preparati tutti con un acciaio di dato tipo, cioè di composizione chimica determinata, ma trattati diversamente; ed esaminiamo un certo numero di questi proietti dal punto di vista magnetico: noi potremo facilmente raggrupparli in un certo numero di gruppi, ciascuno dei quali sia formato di proietti dal punto di vista magnetico sensibilmente identici.

Sottoponiamo un certo numero di proietti di ciascun gruppo ad una prova di resistenza alla trazione: si constaterà facilmente che tutti i proietti di un medesimo gruppo presentano presso a poco la medesima resistenza, e che quelli appartenenti a gruppi diversi presentano resistenze sensibilmente diverse, tanto più grandi quanto più la loro permeabilità magnetica era stata riconosciuta debole.

Questa corrispondenza è stata da noi sperimentalmente riscontrata in modo costante: abbiamo anzi avuto agio di convincerci che certe piccole variazioni nella composizione chimica, anche superiori a quelle che abitualmente si tollerano nelle analisi industriali e nel controllo dei materiali correntemente forniti dalle acciaierie, hanno un'influenza assai modesta, e non infirmano il valore pratico del nostro asserto.

Si prelevino ora due proietti rispettivamente da quelli dei gruppi che, nelle prove meccaniche, hanno presentata la massima e la minima resistenza ammissibili.

I proietti da accettarsi, dovendo avere tutti una resistenza compresa tra quelle che si attribuiscono a questi due proietti campione, dovranno anche presentare una permeabilità magnetica rispetto ad essi intermedia.

Ora per riconoscere se questa condizione è verificata, è ben evidente che non occorre conoscere il valore numerico della permeabilità: non occorre cioè eseguire una misura assoluta; basta una misura comparativa che si effettua in modo estremamente semplice se i pezzi in esame hanno tutti esattamente la medesima forma e le stesse dimensioni.

Siano infatti genericamente m ed n (fig. 1) due pezzi di acciaio, geometricamente identici, tra le cui proprietà magnetiche si voglia istituire un paragone: si collochino detti pezzi nell'interno di due bobine costituite ciascuna da due distinti avvolgimenti: un primario ed un secondario.

I due primarî fra loro identici P e P' sono collegati in serie con una forza elettromotrice E, un amperometro A ed un reostato R. Chiudendo il tasto T essi verranno pertanto percorsi da una corrente, di intensità regolabile a volontà, il cui senso può essere invertito facendo fare un mezzo giro all'invertitore I.

Ad ogni inversione si inverte il flusso magnetico nei pezzi di acciaio m ed n e si genera per conseguenza una forza elettromotrice nei due avvolgimenti secondarî S ed S'. Questi secondarî, pure identici fra loro, sono alla lor volta collegati in serie con un galvanometro balistico G. I collegamenti sono però fatti in modo che le due forze elettromotrici risultano sempre in opposizione.

Ne segue che, se i due pezzi di acciaio sono anche magne-

ticamente identici, riescono fra loro eguali i due campi magnetici generati dai due primari, e per conseguenza anche le due forze elettromotrici che, ad ogni inversione, hanno origine nei due secondari; esse pertanto si compensano mutuamente.

Ma se uno dei pezzi di acciaio, *m* per esempio, presenta una permeabilità magnetica maggiore di quella dell'altro, *n*,

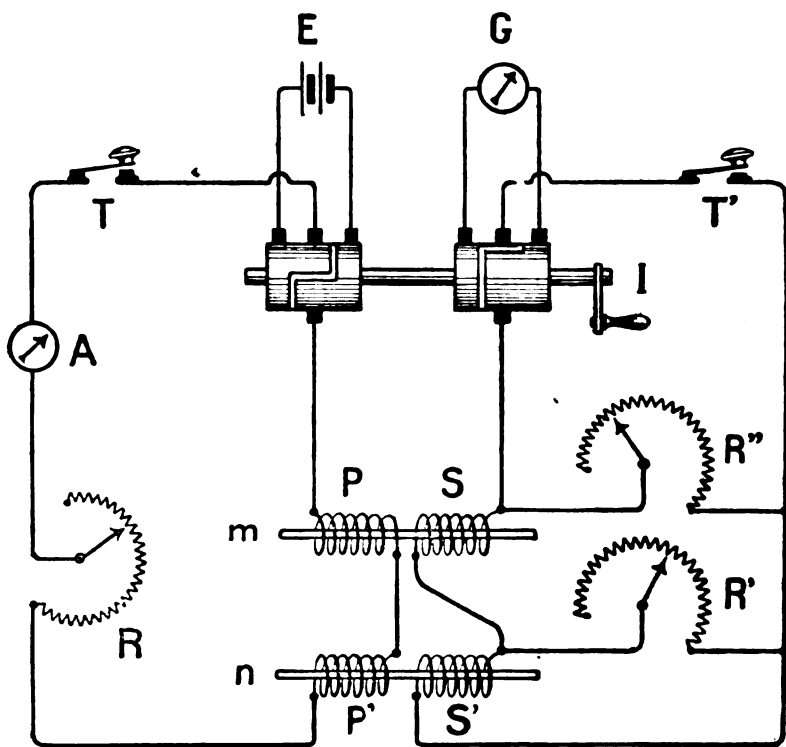



Fig. 1.

una delle accennate forze elettromotrici prevarrà sull'altra; a tasto T' chiuso, il circuito secondario verrà percorso da una certa quantità di elettricità, ed il galvanometro balistico riceverà una certa impulsione.

E siccome l'invertitore *I* di cui si è già parlato, oltre all'invertire la corrente nei due avvolgimenti primari, provvede anche ad invertire le connessioni del galvanometro nel circuito

secondario, le elongazioni si produrranno sempre nel medesimo senso, tanto quando la corrente magnetizzante passa da un certo valore i al valore $-i$ come quando essa ripassa da $-i$ ad i.

Elongazioni in senso contrario si avrebbero invece se il pezzo d'acciaio m avesse una permeabilità magnetica minore di quella propria del pezzo n.

Volendo rendere i risultati della misura indipendenti dalle possibili differenze delle due bobine, conviene tenere fermo uno dei pezzi d'acciaio, servendosene a guisa di semplice tara, ed introdurre i pezzi da paragonarsi successivamente al posto dell'altro.

Se uno di questi pezzi lo si vuol assumere come campione, e si vogliono ad esso riferire tutti gli altri, converrà ridurre per esso a zero l'elongazione del galvanometro; ciò può facilmente ottenersi manovrando opportunamente la resistenza R' che funziona da *shunt* per l'avvolgimento S'.

Abbiamo già detto che, nel caso dei proietti, lo scopo della misura è di constatare se la loro permeabilità magnetica è o non è compresa tra dati limiti; conviene allora manovrare la resistenza R' in modo che pei due campioni limiti le elongazioni risultino eguali e di segno contrario. L'ampiezza di queste elongazioni si può poi regolare a volontà mediante un'altra resistenza R'' la quale *shunta* ad un tempo entrambi i secondarî; si può così far in modo che una data regione centrale della scala funzioni da zona di accettazione. I proietti che dànno luogo ad elongazioni oltrepassanti da una parte ovvero dall'altra i limiti di questa zona saranno allora da considerarsi come troppo duri ovvero come troppo dolci; gli uni dovranno venire ricotti, gli altri dovranno invece essere rinviati alla tempra.

L'apparecchio quale trovasi in commercio ad uso delle fabbriche di proietti è rappresentato nella tav. I; due cassette di legno lo racchiudono intiero. In una di esse trovansi i tasti, l'invertitore, le resistenze di regolazione, nonchè gli avvolgimenti di quella delle bobine nell'interno della quale deve collocarsi il proietto destinato a servire di tara. Un'apposita camera, praticata in un fianco della stessa cassetta, serve ad ospitare, per comodità di trasporto, la bobina destinata a ricevere i proietti da collaudare; al momento dell'uso questa bobina

verrà naturalmente estratta dalla sua sede, e resterà collegata alla cassetta mediante una lunga treccia a quattro fili.

L'altra cassetta serve invece di custodia, durante il trasporto, e, al momento dell'uso, di sopporto al galvanometro balistico. L'equipaggio mobile di questo è dotato di indice e di specchio; col primo si possono eseguire letture dirette se le elongazioni sono di grande ampiezza; quando invece le elongazioni sono piccole si apprezzano su di una scala trasparente, che si può montare sulla cassetta principale, e sulla quale lo specchio mobile riflette l'immagine del filamento incandescente di una piccola lampadina elettrica tenuta accesa dalla stessa batteria di accumulatori (non visibile in figura) che alimenta il circuito primario.

***

Due cause d'errore si sono a noi rivelate all'atto pratico non sempre trascurabili: esse traggono origine l'una dalla variabilità della composizione chimica degli acciai, l'altra dalla incostanza di dimensioni dei proietti.

Questa incostanza di dimensioni può essere più o meno sensibile a seconda del modo con cui viene eseguita la sgrossatura; i proietti vengono infatti sottoposti al trattamento ed al relativo collaudo quando sono ancora semplicemente sgrossati. In condizioni normali i bossoli sgrossati dovrebbero presentare, rispetto a ciò che dovranno essere a lavorazione ultimata, un semplice soprametallo di spessore costante; ma l'urgenza ha in questi anni indotti molti industriali ad affidare la sgrossatura a quelle officine che per la loro attrezzatura imperfetta non davano affidamento di poter eseguire a dovere i lavori di finitura. Si dovettero per conseguenza ammettere per la sgrossatura delle tolleranze eccezionali.

Se pertanto in un primo periodo dei nostri studî noi abbiamo potuto considerare come costante la forma dei proietti da collaudarsi, a questa ipotesi semplificativa abbiamo poi dovuto rinunciare. Ci siamo chiesti allora in qual modo gli errori ad essa imputabili potevano venir eliminati o almeno ridotti a più modeste proporzioni.

Fortunatamente non tutte le dimensioni dei proietti sgros-

sati riescono egualmente incerte: accade infatti nella lavorazione corrente che una discreta costanza si raggiunga facilmente anche senza l'impiego di cure speciali nella misura del diametro del corpo cilindrico; le più sensibili differenze si riscontrano invece quasi sempre alle due estremità del bossolo, in corrispondenza cioè dell'ogiva e del fondello.

Questa specie di localizzazione delle differenze di forma tra proietto e proietto ci ha permesso di risolvere il problema in un modo assai semplice, senza che l'uso pratico del nostro apparecchio venisse in alcun modo ad esserne complicato.

Noi costruiamo oggi le nostre bobine di prova divise in tre sezioni (fig. 2); la centrale, corrispondente alla sola parte cilindrica del bossolo, contiene i soliti due circuiti, primario e secondario, fra loro sovrapposti; nelle due sezioni laterali, che abbracciano il bossolo rispettivamente in corrispondenza dell'ogiva e del fondello, si prolunga invece il solo secondario, ed il senso dell'avvolgimento è in esse l'opposto di quello adottato per la sezione centrale.

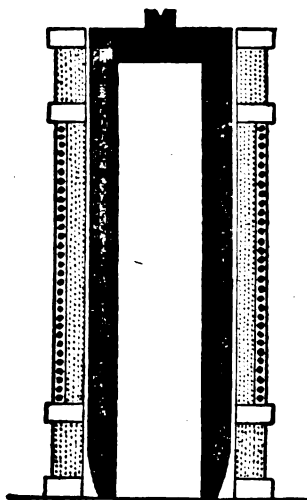



Fig. 2.

Avviene così che la forza elettromotrice disponibile ai morsetti della detta bobina riesce eguale alla differenza fra quella indotta nella porzione di secondario occupante la sezione centrale, e quella indotta nelle due porzioni laterali.

Ora quest'ultima forza elettromotrice è, per ragione di posizione, più energicamente influenzata dalle predette differenze di forma. Si può quindi, con un numero relativamente piccolo di spire nelle sezioni laterali, compensare in un certo senso l'effetto che quelle stesse differenze di forma producono sulle spire assai più numerose della sezione centrale.

Si tratta naturalmente di una compensazione tutt'affatto empirica: ma ciò non impedisce che i risultati che se ne ottengono siano in pratica ottimi. Si arriva infatti con questo sem-

plice artificio a rendere praticamente insensibili delle variazioni di profilo dell'ogiva o di spessore del fondello assai maggiori di quelle che si riscontrano nelle sgrossature anche le più trascurate.

***

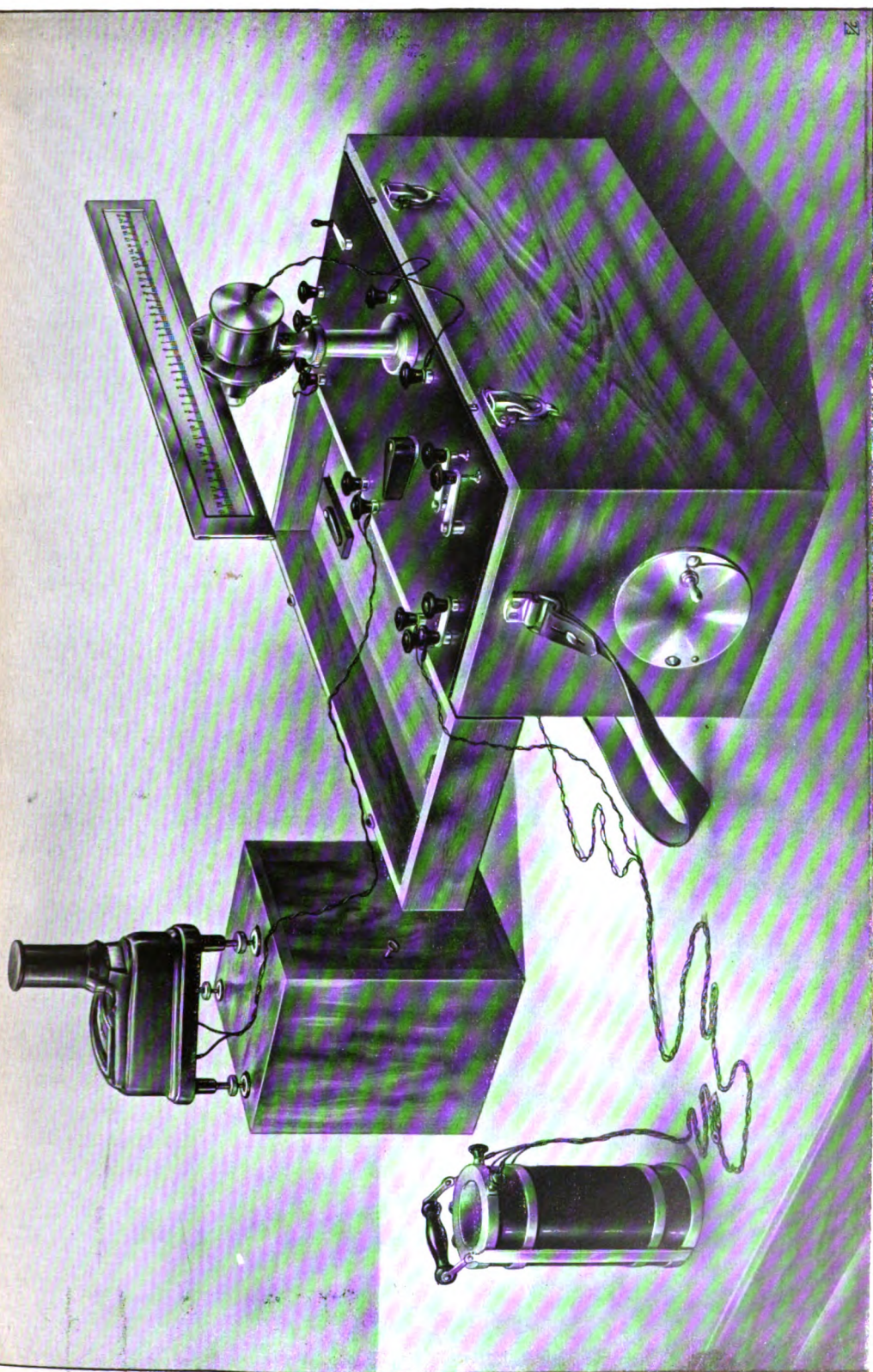
Più grave si presentò il problema quando si trattò di rendere le indicazioni dell'apparecchio indipendenti da variazioni non di rado cospicue della composizione chimica, allo scopo di poterlo utilizzare per tutte quelle svariatissime qualità di acciai che le imprescindibili necessità del momento ci hanno costretti ad impiegare nella fabbricazione dei proietti.

È infatti ovvio che, al mutare della composizione chimica, la permeabilità magnetica degli acciai può mutare indipendentemente da ogni ragione di trattamento. Ci è quindi parso inevitabile procedere ad una preliminare selezione degli acciai stessi, classificandoli in un certo numero di categorie a seconda della loro composizione.

Questa selezione si era d'altronde venuta imponendo anche sotto il punto di vista della buona esecuzione del trattamento, che, effettuato alla cieca sui materiali più disparati, dava da qualche tempo luogo a percentuali di scarto eccessivamente elevate.

A questa selezione avanti tempra provvede del resto nel miglior modo l'apparecchio stesso che, dopo tempra, dovrà servire al collaudo. Eseguendo infatti una lunga serie di esperienze su pezzi di acciai diversi, presi per esempio allo stato ricotto, noi abbiamo potuto constatare che potevano trarsi, relativamente alle variazioni di composizione chimica a pari trattamento, delle conclusioni affatto analoghe a quelle che abbiamo già esposte relativamente alle influenze dei diversi trattamenti su acciai di composizione chimica fissa.

Supponiamo, per fissar le idee, di avere una serie di campioni, al solito geometricamente identici, di acciai differenti, ma tutti uniformemente ricotti, e sottoponiamoli alla consueta misura magnetica comparativa: noi potremo immediatamente classificarli in un certo numero di categorie, ciascuna delle

TAV. II.

Selezione delle barre da 80 mm. nel parco di scarico degli acciai della Commissione di Collaudo d'Artiglieria di Torino.

quali sia formata di materiali, dal punto di vista magnetico, sensibilmente identici.

Preleviamo da ciascuna categoria un certo numero di campioni e sottoponiamoli ad una prova di resistenza alla trazione o addirittura all'analisi chimica: si constaterà subito che la suddivisione in categorie ha ravvicinati i materiali più simili, e separati quelli che, anche dal punto di vista meccanico o chimico, più si differenziano tra loro: sicchè per ciascuna categoria si potrà effettuare il trattamento ed eseguire poi il collaudo come se si trattasse di materiali omogenei.

Questa selezione preliminare che alcune officine avevano da principio istituita sui bossoli sgrossati da trattare, venne in questi ultimi tempi con maggior vantaggio applicata addirittura alle barre ed alle billette greggie di laminazione, specialmente a quelle che ci giungono dall'estero, presentanti promiscuamente tutte le possibili gradazioni di durezza iniziale, e che quindi vanno necessariamente classificate se si vuole essere certi di distribuire alle singole industrie dei materiali adatti alle loro rispettive lavorazioni.

La fotografia che riproduciamo nella tav. II dà un'idea assai chiara del modo estremamente semplice e rapido con cui procede questo lavoro di selezione nel parco di scarico degli acciai della Commissione di Collaudo d'Artiglieria di Torino, la quale ha per la prima adottato su vasta scala ed in forma ufficiale il nostro sistema.

L'Accademico Segretario
CARLO FABRIZIO PARONA

CLASSE
DI
SCIENZE MORALI, STORICHE E FILOLOGICHE

Adunanza del 3 Marzo 1918

PRESIDENZA DEL SOCIO ANZIANO ITALO PIZZI

Sono presenti i Soci Brondi, Einaudi, Baudi di Vesme, Patetta, Vidari, Prato, Pacchioni, Valmaggi, e Stampini Segretario della Classe.

È scusata l'assenza dei Soci Chironi, Vicepresidente dell'Accademia, S. E. Boselli, Direttore della Classe, Ruffini, Sforza, Schiaparelli, e Cian.

Si legge e si approva l'atto verbale dell'adunanza precedente del 17 febbraio u. s.

L'Accademico Segretario Stampini, dopo aver comunicato alla Classe la morte dell'orientalista francese Aristide Marre, deceduto nell'età di 95 anni, il quale era nostro Socio corrispondente dal 1° febbraio del 1885, presenta il volumetto N° 14 del *Corpus scriptorum latinorum Paravianum*, dovuto alle cure dell'indefesso e dottissimo direttore di quella collezione, Carlo Pascal, *T. Macci Plauti Captivi*, e mette in rilievo i molti pregi che raccomandano questa edizione critica.

Il Socio Patetta presenta, a nome dell'autore Dott. Giovanni Carbonelli, il libro intitolato *Comenti sopra alcune Miniature e Pitture Italiane a soggetto medico* ecc. (Impressa da F. Centenari in Roma nel 1918), notando la singolare importanza dei materiali raccolti ed illustrati, ed aggiungendo alcune osservazioni. Egli rileva, fra altro, che il prezioso codicetto

sforzesco posseduto dalla Biblioteca Angelica di Roma (n° 1461), del quale è riprodotto il frontispizio, non deve essere stato scritto, come congettura il CARBONELLI, per Ippolita Maria figlia di Carlo, bastardo di Galeazzo Maria Sforza, e sposa nel 1492 ad un Bentivoglio, ma bensì per la celebre Ippolita Maria figlia di Francesco Sforza e dal 1465 sposa d'Alfonso d'Aragona, duca di Calabria e poi re di Napoli. Il frontispizio, con lo stemma sforzesco fiancheggiato dai nomi *HIP. MA.*, è ornato delle solite imprese dei Visconti e degli Sforza, fra le quali si nota quella della *tortora* col motto *A BON DROIT*, che si crede suggerita dal Petrarca a Gian Galeazzo Visconti. Quasi tutte le imprese del codice in questione, e fra esse quella della *spazzola* specialmente ricordata dal CARBONELLI, si trovan pure nel frontispizio d'un altro codice sforzesco, cioè nelle *Lettere di Cicerone* del 1457, ora alla Nazionale di Parigi (Malaguzzi-Valeri, *La corte di Lodovico il Moro*, III, 1917, fig. 122). La futura duchessa di Calabria era nata nel 1446, e il codice deve, naturalmente, essere stato scritto prima che essa lasciasse la corte paterna, cioè prima del 1465.

Il Socio PIZZI presenta, per la pubblicazione negli *Atti*, una sua *Nota* dal titolo *Giuliano l'apostata (Versione dal Siriaco)*.

Il Socio VIDARI presenta una prima *Nota* della Sig.[na] Lina CAPELLO su *Le prime scuole di metodo del Piemonte*. La Classe ne ammette la pubblicazione negli *Atti*.

Infine l'Accademico Segretario STAMPINI presenta, a nome dell'autore assente, una seconda *Nota* del Socio SFORZA su *I negoziati di Carlo Emanuele I, duca di Savoia, per farsi re di Cipro*. Sarà pubblicata negli *Atti*.

Raccoltasi infine la Classe in seduta privata procedette alla nomina di un membro della Commissione per la Biblioteca dell'Accademia, e riesce eletto ad unanimità il Socio PATETTA.

LETTURE

Giuliano l'apostata secondo uno scrittore anonimo di Edessa in Siria del secolo VI d. C. [1]

(versione dal siriaco)

Nota del Socio nazionale residente ITALO PIZZI

Il maledetto tiranno, come si fu appostato nelle isole [2], si mosse per andarne in Siria, da che, intimorito, non osava avanzare per portar la guerra nel paese dei Caldei.

Quando poi quelli d'Antiochia ebbero la notizia del suo venire, se ne rallegrarono e giubilarono e ne fecero festa. Più adorne apparvero le piazze e le vie della città per apparati di drappi d'ogni colore. Gli Antiocheni, infatti, da lungo tempo si aspettavano a cotesto che poi, per mezzo di Giuliano, si avverò. Essi, frenetici tutti, erano dediti celatamente all'insania del culto degl'idoli fin dal giorno del pio Costantino, ma temevano di far ciò apertamente per lo zelo di quel monarca cristiano. Ma poichè ora n'era venuta l'occasione propizia, si manifestò la loro insania, e chiaramente si disvelò la loro empietà, e però per tutte le piazze e le case d'Antiochia si rizzarono altari agl'idoli; anzi, sull'entrata stessa della città, furono collocati due grandi altari di qua e di là, dai due lati della porta per la quale era ordinato che dovesse entrare in città Giuliano.

[1] È scrittore cristiano ferocemente nemico di Giuliano, e forse parteggia per il re di Persia, Sapore II (309-379 d. C.), sebbene costui sia stato gran persecutore dei cristiani di Siria e di Mesopotamia. Narra con molta efficacia, e la parlata d'Elpidio, come si vedrà, è piena di vigore.

[2] Non si sa bene quali isole.

I sacerdoti di Giove avevano apprestato, inoltre, un profumo d'unguento prezioso, condito d'ottimi aromi. Furono invocati sull'Imperatore i nomi dei demoni, e intanto ne spargevano sulle vesti di quei profumi mentre Giuliano passava per la porta della città (3).

Quando adunque Giuliano fu giunto ed entrò in Antiochia di Siria, ecco che incominciò a farneticare e ad insanire tutta quanta la gente, gli uomini con le donne, i giovani coi vecchi, i garzoni con le fanciulle, per tutte le classi dei cittadini. Danze lascive intrecciavano gli uomini con le donne, da che la città da tempo era corrotta, e il male erasi celatamente insinuato in tutti. E ora, gli svergognati uscivano a starsi con lo svergognato al par di loro, insanendo e impazzando insieme maschi e femmine. Tanto, anzi, erano mescolati e confusi gli uni con gli altri che commettevano in presenza di lui atti abbominevoli... (4). Ma poi, quando gli occhi di lui furon sazi di tanto spettacolo osceno, fece loro cenno con la mano perchè per un poco cessassero.

Quand'ebbero cessato, si volse loro per parlare e disse: " Io, ora, ho ben conosciuto la verità e mi son confermato in questo di vero che voi avete serbato dentro di voi il segreto geloso del culto divino, e siete, inoltre, i prediletti sudditi della nostra sovranità, per ciò appunto che avete riconosciuto quale beneficio ve ne toccava, e ne avete avuto l'intendimento pure essendo lontani, e però perseveraste nel culto degli Dei. Anche ora, essendo noi vicini e faccia a faccia, tutto cotesto ci è stato manifestato per la vostra rettitudine da che le onorate donne vostre e le caste vostre figliuole le serbaste per il felice evento della nostra venuta, mentre voi siete i più considerati dal nostro governo in modo ch'esso vi procacci ogni bene e faccia per voi ogni cosa più bella, per voi e per i figli vostri e per i figli dei vostri figli per molte generazioni ".

---

(3) Si tralascia un passo in cui l'Autore dice, per quello almeno che si può arguire dal testo confuso e forse guasto, di voler chiarire il vero scernendolo da tante altre narrazioni miste di falso o di errato.

(4) Lacuna nel testo dato dal Gismondi (*Chrestomathia syriaca, Berythi Phoeniciorum*, typ. PP. Soc. Iesu, 1900, pag. 140-147), e da me seguìto.

E lo stolto non sapeva che s'avvicinava il termine del viver suo. Sorrideva, e quel termine era di quattro mesi! Non era sgomento il misero, ma stavano per dileguarsi le sue speranze e la memoria sua per cancellarsi! Ma ecco ch'egli seguitava così a dire... ([5]).

Quando furono intese tali stolide parole del tiranno, tutta la turba cittadina levò la voce in lode di lui. Anche voci di bestemmia furono mandate al suo nome da stranieri ch'erano tra la folla. Uno però dei capitani ch'erano in sua compagnia, il cui nome era Elpidio ma che nell'ordine militare facevasi chiamare con altro nome, essendo cristiano di religione si teneva celato, e ciò per la ragione d'essere egli della milizia. Egli adunque, quand'ebbe scorto la follia e la frenesia di quei d'Antiochia e inteso le voci blasfeme con cui lodavasi Giuliano come se fosse un Dio, n'ebbe forte dolore nell'anima e si conturbò, e però, nascostamente, anche più si confermò col segno della Croce, mantenendosi pur sempre nella sua tristezza. Tutto ciò però non isfuggì al tiranno. Molto anzi gli dispiacque e gli parve cosa indegna. Ma per non turbar per nulla con tale malinconia la gioia della città, non ne fece caso, nè per allora rimproverò Elpidio, ma tutto ripose e ritenne in sè stesso.

I sacerdoti intanto, tutti contaminati dal peccato, stavansi radunati là sulle porte della città, pronti a ricevere quell'insano con rami d'alberi e con corone di fiori. Quando poi egli giunse alle porte, arsero essi sui loro altari incensi e aromi, e il gran sacerdote di Giove, montato sul più alto gradino dell'altare, teneva in pugno, intanto, una tazza d'oro colma d'un olio inquinato dall'opera dei demoni. Come Giuliano fu sulla porta della città, esso sacerdote gli spruzzò di quell'olio sulla porpora regale e sul destriero, mentre alcuna parte di quello spruzzo dell'olio venne a cadere sul lembo della tunica del pio Elpidio, al quale cotesto dispiacque molto sì che riguardò torvamente al sacerdote fissandolo con uno sguardo minaccioso. Che anzi, spinto dall'ardore della sua fede, si sbalzò di sella e con un calcio percosse a morte nel ventre il proprio cavallo. Cadde il cavallo davanti al destriero di Giuliano e morì. Se ne adontò

([5]) Manca, nel nostro testo, il discorso.

il tiranno e ruggì come un leone per la preda, e sclamando disse: " A te, falso, a te! Ora hai ben tu disvelato la tua falsità e ti sei ben dimostrato cristiano! Tocca ora a me da che t'ho riconosciuto! „ (6).

" E quando mai, gli rispose Elpidio, ho io acconsentito, o stolto, al tuo errore? o aderito alla tua empietà? In qual tempo mi sono accostato alla tua impurità? o mi son lordato della tua contaminazione? Ovvero, quando mai ho io seguìto la mala intenzione della demenza vostra? E quando mai, dillo tu! venni con te ad un tempio d'idoli e adorai, come te, i demoni? L'anima mia non è tocca dalla tua empietà, chiusi sono i miei sensi alla tua impurità, immune è il vasello dell'essere mio dalla torbida feccia della tua malvagità, nè tanto sono io abietto dell'anima e dell'intelletto da rimaner contaminato, anche per poco, dell'abbominazione della tua apostasia. Che anzi sinceramente e puramente aderisce la fede mia all'anima mia; e io mi sto vigile per essa ed essa io mi custodisco sì che nulla se ne corrompa e nulla se ne guasti, perchè io non sono un apostata come te, mentre tu disertasti dalla fede di quella Chiesa nella quale sei stato allevato, e però sei caduto dall'alto tuo grado e precipitato nell'errore dei demoni. Ora però non hai alcun modo di riuscir vittorioso nelle tue battaglie, poichè la vittoria si è ben dilungata da te, e intanto sta dinanzi a te la spada del Signore nella tua guerra contro la Siria da che hai deposto il timore di lui e rinnegato la sua fede. E non è più omai sicura la giustizia per quanto tu hai fatto contro i servitori di Dio (7). Non sperare adunque nella vittoria per la quale, pur nella tua condanna, ti vai millantando, perchè, anche se i demoni ti hanno fatto traviare e ti hanno promesso essa vittoria, sappi, o stolto, che i demoni non tengono fede agli uomini. Essi, infatti, con la finezza di loro arti, ti circondano; e poichè t'hanno circondato e fatto salire e posto al sommo della gloria, ti si rivoltano contro e ti ributtano e ti stanno dinanzi ridendo della tua caduta! „ (8).

---

(6) Dubbia e incerta questa frase nel testo.

(7) Vedi la nota (6).

(8) Tutto questo discorso, ben fatto, dimostra lo studio dei Greci, tanto coltivato dai Siri in tutto il tempo del fiorire della loro letteratura dal III

Rimase attonito Giuliano a quelle parole di Elpidio. Parve che smarrisse la ragione, e già cercava di mandarlo a morte. Ma quando vide ch'egli se ne rallegrava, e che ne giubilava l'anima di lui, e che il volto di lui facevasi lieto e sorridente in quell'agone del martirio, soprassedette, e per allora non lo mandò alla morte; bensì, postolo in ferri, lo mandò alle carceri fino a quel giorno in cui si sarebbe disfatto di lui (9).

. . . .

Ritornò l'ambasciatore e riferì al re Sapore (10) tutte quelle parole di Giuliano. Si turbò Sapore e molto si adirò nell'intendere le parole dell'Imperatore, e però mandò convocando i nobili e i signori del regno, ai quali poi venne riferendo quanto l'Imperatore aveva detto. Ma i nobili di Persia, mormorando di Sapore, andavano dicendo: " Tutto ciò sta bene, ed è giusto, ove l'Imperatore non insuperbisse e non imbaldanzisse contro il nostro paese, ed è bella e decorosa per lui tale sua millanteria. Ma intanto egli diserta il nostro paese, e devasta le nostre campagne, e intanto le genti sue gavazzano e s'impinguano coi proventi nostri, e gli abitanti fremono per tanta loro tracotanza „ (11).

Erano come altrettante punte di lancia che trafiggevano il cuore di Sapore in queste parole dei grandi, ond'egli, da quel momento, si determinò a muover guerra all'Imperatore. Apprestò pertanto tutte quante le sue schiere per combattere coi Greci; ed ecco raccogliersi presso di lui le forze tutte di Persia a migliaia, a decine di migliaia, innumerabili, oltre ad altre forze straniere di tutte le altre nazioni ch'egli già prima aveva apprestate e raccolte per tale guerra. Quando poi si mosse cotesto

---

al X e XI secolo d. C. Lo stile genuinamente semitico (ebraico, arabo) è ben lontano da questo modo di concepire e di dettare.

(9) Lacuna nel testo del GISMONDI.

(10) Re di Persia. Vedi la nota (1).

(11) Se non nelle espressioni, questo discorso dei nobili deve essere genuino nel concetto, perchè, quando qualche grave sciagura incoglieva al paese, i Persiani d'allora ne inferivano che ciò accadeva per la mala e rea condotta del loro re, il quale, come avvenne di fatto, poteva anche essere deposto. Ciò dimostra il dispiacere di Sapore nell'udire i rimproveri dei nobili.

esercito sì grande per passare in Siria, si sgomentò tutta quanta la terra dinanzi ad esso che aveva sembianza d'uno sciame di locuste e di cavallette. Ricoprivano tutta quanta la terra con la loro grande moltitudine.

Come, pertanto, nel campo dei Greci s'ebbe notizia di quel radunarsi di tante genti, i Greci ne furono sommamente atterriti e sgomenti. Per due cose, infatti, li flagellava a guisa di sferza la paura, e una era ch'essi trovavansi in paese straniero, e l'altra che li tormentava la fame. Era mancato omai il frumento della Mesopotamia, nè veniva loro da alcun luogo conforto alcuno, da che erano chiusi per loro tutti i passi e gli accessi da quella regione, sì che erano presi con molta ambascia come ad un laccio. Sapore, intanto, erasi avanzato in Mesopotamia con la maggior parte delle sue schiere. Erasi allora al 24 del giugno dell'anno 674 secondo l'Era dei Greci ([12]), e appunto in quel giorno si trovarono di fronte l'uno e l'altro campo, quello dei Persiani e quello dei Greci, sì che potevano vedersi l'un l'altro in faccia i due sovrani. Il campo d'ambedue gli eserciti nemici era situato sulla sponda del fiume Tigri, uno di contro all'altro, dalla parte settentrionale di Ctesifonte ([13]).

Ma, mentre erano omai pronti gli ordini delle milizie, armate inoltre e aspettanti il cenno dei loro re, attente al loro comando, vi fu invece silenzio e quiete, e niuno fiatò se non i due sovrani soli, intesi a prendere partito. Fissarono perciò un giorno in cui avrebbero combattuto. Ora, mentre gli orecchi di tutti erano tesi per udire quando mai si sarebbe data la battaglia, in quella gran quiete venne loro dal cielo voce che diceva: " Freccia di redenzione al campo dei Greci! Tolta via di mezzo è l'iniquità perchè la pace regni fra gl'Imperi! ".

Come fu intesa quella voce, ne fu stupore dall'una e dall'altra parte, poichè non si sapeva da alcuno per chi mai fosse stato proferito quel detto misterioso. Anche Sapore, come ebbe inteso quella voce, ne fu turbato e cruccioso. Ne ebbe anzi sgomento e timore grande.

Ma Giuliano, nella temerità e nella durezza del cuor suo,

([12]) Cioè l'anno 363 d. C.

([13]) Una delle capitali del Regno persiano.

non fece caso di tanto, sì bene, disprezzando quell'avviso del cielo e bestemmiando, gridava: " Ecco! che per coteste false voci si spaventano costoro come se ne spaventano i fanciulli! „. E così seguitando diceva ai suoi: " Badate! a che vi lasciate ingannare da coteste vane parole per cader poi di spada nella terra dei vostri nemici? Coteste voci che si sono udite non sono d'alcuno degli Dei, sì bene di quel Nazareno che si è fatto chiamare Iddio. Ma se esso è veramente Iddio, rechi le prove della sua divinità con un prodigio manifesto sì che noi possiamo credere in lui! „.

Allora, in queste parole empie di lui, lo raggiunse la sentenza del suo giusto giudizio. Una freccia volò per l'aria di là donde s'era intesa quella voce e colpì il malvagio sotto la mammella consegnandolo alla morte. Ma, prima, diè un gemito l'ossesso dai demoni e gridò. Raccolse poi con le mani di quel sangue della sua ferita e ne spruzzò verso il cielo dicendo con bestemmia: " Sàziati, o Gesù! Sàziati ora e rièmpiti! Ecco che ora ti è reso con la divinità anche il regno! „. E poichè già era soffocato alla gola e già lo tormentava l'angoscia della morte, i Greci lo tolsero via di là e lo trasportarono nell'accampamento. A quelli allora che erano accorsi intorno a lui nel momento della sua morte, si rivolse con queste parole: " Ora adunque, poichè fra poco io sarò morto, voi eleggerete imperatore in luogo di me Gioviniano [14], ora generale dell'esercito. Non è tra voi persona che come lui sia idonea al regno e che possa, con prudenza e destrezza nell'operare, liberarvi da questa prigione nella quale siete stati presi „.

Quand'ebbe detto ciò, lo spirito, in tanto sbigottimento del cuore, abbandonò l'infelice, ed egli, morendo, ricevette in quel punto il castigo che gli era serbato, l'Inferno, dovuto a lui e a quelli tutti che come lui avevano prevaricato.

---

[14] Gioviano.

I negoziati di Carlo Emanuele I, duca di Savoia, per farsi re di Cipro

Nota II del Socio naz. resid. GIOVANNI SFORZA

Documento per più conti notevole è " la capitulatione ", che il De Flot portò con sè, per mostrarla a' cipriotti. L'arcivescovo, nel proporla, altro non fece che rendersi interpetre de' loro desideri e de' loro bisogni. Erano le condizioni con le quali ponevano essi a cimento le sostanze e la vita per rimettere sul capo dell'erede de' Lusignano la vecchia corona. Carlo Emanuele accettò tutto, a tutto assentì. Ecco i patti:

Carlo Emanuel
per gratia di Dio Duca di Savoia, Principe di Piemonte, etc.

Havendo D. Francesco Accidaz, rodiottò della città di Messina, fatto intendere che nel Regno di Cipro si tiene viva memoria delle ragioni che sopra di esso tenemo per l'acquisto fatto et dominio che già ne hebbero li Ser.mi predecessori nostri, mostrando desiderio grandissimo di tornar un'altra volta sotto l'autorità et dominio nostro, a che quando Iddio benedetto disponesse le cose, richiesti da esso D. Francesco, havemo voluto accordarli le seguenti capitulationi:

1. Primieramente promettiamo al molto Ill.re et Rev.mo Arcivescovo di Cipri di non rimover nè lui nè li suoi sette suffraganei che sono in quello Regno, anzi di assignarli tanto d'intrata et reddito che possi bastare per il trattenimento loro et de' suoi, secondo il decoro delle dignità che tengono; il che si levarà dalle intrate et redditi delli Vescovati latini che solevano tener li nobili Venetiani con il titulo di Vescovati senza haverne altra amministrazione, vivendovi in quel Regno sotto la chiesa greca, secondo la espositione et decreti delle sette Sinodi universali, non restando alli Vescovi latini altro salvo li tituli et il godere l'intrate senza alcun travaglio. Et questa assignatione vogliamo che duri per sempre nel avenire.

2. Il medesimo si farà anco a tutti li Abbati et Economi delli Monasteri del ordine di Santo Basilio del rito et regula greca di detto Regno; a' quali promettiamo parimente di dare di detti redditi tanto d'intrata che possino honestamente vivere et fare il servitio di Dio in consideratione delle fattiche che fanno di essercitio delle confessioni di tutti quei populi et alli ufficij divini pregando S. D. M.^tà^ per quella corona.

3. Promettiamo inoltre che noi nè li nostri heredi et successori in perpetuo non alteraremo alli detti Arcivescovo, Vescovi, Abbati, Priori, Economi nè a' loro pretti et monaci l'antico loro ordine, rito et ufficio secondo che hanno usato et sin hoggi usano alla greca, ma di lasciarli osservare, tanto a loro, che a tutto il populo di quel Regno, l'antico uso, forma et maniera di rito che sino al presente hanno osservato; et questo in perpetuo, et non altrimente.

4. Accordiamo anche et promettiamo alla persona che nominarà detto Arcivescovo il titolo di Conte di Tripoli per essa persona et li suoi heredi et successori in perpetuo, a quale stabiliremo un reddito sopra li pagamenti fiscali et intrate di quel Regno, che ci parerà conveniente, acciò possa trattenersi honoratamente secondo il sudetto grado et dignità di Conte.

5. Promettiamo ancora che durante la vita di detto Arcivescovo faremo duoi officiali ogn'anno della città, terre, castelli et luoghi di quel Regno a richiesta et nominatione sua.

6. A contemplatione delli meriti di Claudio Cechini, d'origine romano, nato et casato in quel Regno con una gentildona di casa Maura, et alla richiesta di detto Mons.^r^ Arcivescovo li concediamo l'ufficio di Governatore delle saline di detto Regno, si come intendiamo che faceva al tempo di Venetiani, havendo doppoi continuato in detto ufficio, del quale è molto pratico et esperto.

7. Faremo ancora restituire, rimettere et possedere a detto Claudio Cechini et a Giovanni Santa Maura tutti li beni che godevano et possedevano li loro antecessori, tanto di linea masculina, che feminina in detto Regno, et li aiuteremo a fin che ne godino et gioiscano per sempre nel avenire, come buoni et affetionati vassalli di quella Corona.

8. Piacendo a S. D. M.^tà^ che il detto Regno ci sia restituito, promettiamo di trasferirsi noi medemi in quello et sogiornarvi tre o quattro anni continui per consolatione di quei populi, et di far una visita per tutto il Regno, facendo fabbricare delle fortezze ove si giudicarà necessario, per assicurarsi dalle forze de' nemici; il che fatto sarà in arbitrio nostro di ritornarsene a queste parti, lasciandovi uno de' Principi miei figliuoli con titulo di Re, o vero come nostro luogotenente, secondo che giudicaremo più spediente; volerò però sempre essere obligati et tenuti alla protettione et diffesa di detto Regno, trattando quei Stati

et populi amorevolmente con termini legali di giustitia christiana et non altrimente; e nel avenire promettiamo di tenere uno de' Prencipi miei figliuoli al Governo di quel Regno et non altri che non sia della casa di Savoia.

9. Promettiamo di non mandare nè far habitare spagnuoli di niuna qualità, stato, grado et conditione si siano in detto Regno, così per soldati, come per Governatori, nè collocarli in altro carico di militia, maggiore o minore che sia, nè per qual si voglia cosa, per grande che sia, adoperarli in detto Regno.

10. Accordiamo ancora che tutti li ufficiali, Governatori et Ministri che noi haveremo da deputare et stabilire per tutte le città, castelli et luoghi habitati di quel Regno siano solamente regnicoli et non altrimente, salvo però quelle persone del Conseglio Supremo e gran Corte di detto Regno che potremo eleggere ad arbitrio et volontà nostra di qual si voglia natione, eccetto spagnuoli; et saranno essi ufficiali annuali et alla fine del loro ufficio haverano da essere sindicati, dando conto della loro amministratione avanti una persona che la città, terra o luogo ove haverà esercitato detto ufficio deputerà con la maggior voce del populo, che sarà poi confirmata da noi o nostro luogotenente, concedendoli facoltà di poterli condannare o liberare secondo la dispositione et rito di quel Regno et come aponto si facea al tempo delli altri Re et da' Venetiani nel tempo che n'hanno tenuto il dominio.

11. Promettiamo ancora che li portogheri che sono li primi vecchi che haveranno d'haver cura del vito populare delle città, terre, castelli et luoghi di detto Regno debbino essere nominati et eletti dalli populi ciascun anno, et noi, o nostro luogotenente, confirmarli con nostra patente.

12. Promettiamo che noi nè nostri heredi et successori non venderemo, affittaremo nè impegnaremo nissuna città, terra, castello o luogo di quel Regno, meno alcuna dugana, gabella, saline, tarpiti, decime et altra sorte d'intrata o redditi di detta corona a niuna persona Genovese, tanto della detta città di Genoa che di sue riviere, o siano sudditi di quel Dominio, o altri circonvicini di detta Repubblica; et solo a questa natione sarà concesso poter venire le persone et mercantie loro per transito, o per smaltirle, et non altrimente.

13. Prohibiamo che in detto Regno non possi habitare nè fermarsi persona alcuna delle nove religioni, come Luterani, Usiti, Calvinisti, Anabatisti, Ugonotti, Arriani et Ataisti, nè altri machiati di sette alcuna di heresia, anzi li teniremo lontani a tutto nostro potere per non havere a seminar zizania nè scandalo a quel Regno tanto christiano.

14. Non permetteremo che li Padri Gesuiti possino habitare in quel Regno, nè li stabiliremo luogo particolare per questo che prima

non habbiamo avuto il consenso et inteso la volontà del parlamento generale di tutto quel Regno, in forma come era solito farsi in tempo d'altri Re et non altrimente.

15. Faremo tenere in tutte le città principali di quel Regno li publici studij delle scienze et dottrine et li faremo pagare li lettori conforme a quello li pagavano in tempo delli altri Re.

16. In tutte le città, terre, castelli o ville di cento fuoghi in su faremo star un Maestro di militia, o altra persona pratica del arte militare et maneggio del armi, qual sarà obligato ogni festa imparare et far essercitare le persone di detti luoghi atti al guerreggiare, per potersene servire in diffesa della corona, occorrendo il bisogno; a' quali maestri le comunità et luoghi suddetti li pagaranno un honesto trattenimento.

17. Nel inquisitione di qual si voglia debiti ove vi sarà cessione di parte non vogliamo che il Regio fisco possi più agire nè molestar delinquenti.

18. Non admetteremo nel detto Regno nè permetteremo si tenga l'ufficio d'Inquisitione nè Inquisitori, come è usanza di Spagna, ma teneremo questo santo ufficio nella stessa forma et modo che lo tengono li altri potentati christiani et come si faceva in tempo delli altri Re et ultimamente al tempo di Venetiani.

19. Promettiamo che noi nè nostri heredi et successori non metteremo in nessuna parte del Regno alcuna nova gabella, dugana nè altro imposto nè gravezza, piccola o grande, che prima non se ne habbia il consenso del Regno et della città, terra et luogo ove si haverà a mettere per generale parlamento, salvo che non sia per diffesa del Regno in caso di guerra.

20. Quelle genti et popoli chiamano parichi, sudditi de' particolari, promettiamo di non tratarli più della maniera et sorte che erano tratati et nominati al tempo che Venetiani havevano quel Regno, ma con publici bandi che si faranno da per tutto in nome nostro li scioglieremo et liberaremo di detto nome, riservandoci però che questi tali paghino continuamente alla corona Reale li scudi quattro l'anno per persona, facendoli franchi, liberi et essenti del resto che davano alli loro patroni particolari, tanto di dimora, quanto della servitù che li prestavano due giorni della settimana a loro proprie spese, con prohibitione che non possino venderli, giocarli, donarli, nè cambiarli come ameteva la Sig.ria di Venetia che facessero li loro particolari patroni et anche la stessa Republica alcuna volta secondo che li tornava comodo; ma noi et nostri heredi et successori li faremo liberi come sopra et non altrimente.

21. Concediamo in gratia del detto Arcivescovo che tutti li suoi

parenti sino al quarto grado siano franchi et essenti d'ogni emenda et pagamenti fiscali, et di più li essimiamo di qual si voglia sorte di gravezza et importi che occorressero in detto Regno, et saranno sempre tratati et estimati da noi, da' nostri heredi et successori et da' nostri luogotenenti con rispetto particolare come gentilhuomini benemeriti della corona et a essa fidelissimi vassalli et servitori; et nelle cause che li occorressero, tanto civili, che criminali, non vogliamo che altri che noi, o nostro luogotenente, in nostra assenza, ne habbi la cognitione che espressamente si riserviamo.

22. Il figliuolo di detto Claudio Cechini accetteremo per uno de' nostri cavaglieri et per uno de' nostri conseglieri, et venendo la morte del detto Claudio conferiremo l'ufficio di Governatore delle saline in persona di suo figliuolo secondogenito, o di chi resterà suo herede.

23. Faremo anche fare et stabiliremo nella città di Nicosia un seminario nel modo che facevano li antiqui Re, et in esso si riceverano ogni sorte di persone, tanto nobili, come del populo Nicosiano, per ivi imparare sino a conveniente età quella dotrina a che inclinaranno, et noi li faremo provedere le cose necessarie per il vivire et vestire di quel colore che meglio ci parerà; et sarà chiamato Seminario Regio, del quale ne haverà il governo uno delli Vescovi, Abbati, Economi o Calogheri che siano habili et professi nelle lettere; e sarà eletto da noi, mutandolo di quattro in quattro anni, o più o meno, secondo che ci parerà bene, come si faceva anticamente; et questo per solagiamento et beneficcio de' poveri.

24. Promettiamo finalmente di far reconsiliare alla Chiesa Greca Memi et Mostafà, renegati cipriotti, havendo renegato dopo la presa di quel isola per esser quando li Turchi la presero di minor età, volendoli habilitare et honorare come persone principali et nepoti carnali del Padre Parthemio cipriotto et delli capi più importanti della fattione populare, con che essi saranno li primi a prender l'armi contro li Turchi et ci rimetterano la fortezza di Famagosta; et noi li gratificaremo come conviene a persone tanto benemerite di quella corona, dando honoratissimo tratenimento non solo a loro, ma alla loro fameglia: et in oltra li faremo restituire tutti quei beni che possedevano li loro antecessori a tempo delli altri Re; et vacando il primo Vescovato greco in quel Regno s'obblighiamo di conferirlo et farlo dare al detto Padre Parthemio, loro zio, persona, come intendemo, da bene et meritevole di detto grado.

CARLO EMANUEL

(L. S.)

ACHIARDI

Con la missione del conte De Flot ebbero fine, per allora, i negoziati co' Cipriotti, desiderosi di scuotere il giogo de' Turchi e avere a loro Re l'erede de' Lusignano.

Racconta il Guichenon che nel 1608 " les Cipriots et leur " archevêque croyans que le Duc les eût oublié ou méprisé leurs " offres, envoyerent à S. A. Victorio Zebetho avec des lettres " des habitans de Nicosie, capitale de Cypre, per lesquelles ils " l'exhortaient comme ancien Seigneur de ce royaume de les " délivrer de la tirannie des Turcs. Zebetho eut audiance à " Mondovi, et fut renvoyé chargé de présens, accompagné d'un " religieux appellé le P. Silvain, par qui le Duc écrivit à ceux " de Nicosie et à l'Archevêque de Cypre qu'il ferait partir " promptement le chevalier Philibert Provana et quelques autres " capitaines avec des troupes pour exécuter ce que l'on souhaittait " de lui. Zebetho, pourteur de cette bonne nouvelle, la divulga " avec un peu d'indiscrétion, ce qui causa une émeute à Ni- " cosie entre les Chrétiens et les Turcs, laquelle fut appaisée. " Cependant Christodolo archevêque de Cypre et Leonce evêque " de Paphe apprehendans que l'impatience des Cypriots ne se " convertit en désespoir, dépêcherent au Duc Zacharie Silanas, " gentilhommes cypriot, puis l'evêque de Croye pour presser " l'envoi des troupes que S. A. leur avait fait espérer. Silanas " portait le plan de Famagouste que l'on se promettait de " prendre dans dix jours: mais tant d'allées et de venues don- " nerent soupçon au Grand Seigneur, de sorte qu'il commanda " au bacha de Cypre de se saisir de l'archevêque comme le " principal auteur des mouvemens dont Cypre était menacé. " Cet ordre ne fut pas tenu sécret, ou fut mal exécuté, car " l'archevêque se sauva de Nicosie. A cette nouvelle les Cypriots " prirent les armes et se mirent en campagne et faute de secours " leurs efforts furent inutiles: l'archevêque après avoir demeuré " long-tems dans des montagnes sur les avenues de Strigonie " et d'Albanie, en attendant des nouvelles de Cypre, donna " avis de sa retraite à S. A. et des désordres arrivés en Cypre " par une lettre datée à Onegosti pour essayer de porter ce " Prince à pousser l'entreprise, mais il n'était plus tems: " d'ailleurs le Duc l'ayant communiquée à son Conseil, on jugea " que S. A. devait employer ses armes plus utilement, parceque

" quand par les moyens qui auaient été proposés, la conquête
" de ce royaume se fût rencontrée facile, comme les apparences
" y étaient, la dépense extraordinaire à laquelle ce Prince s'en-
" gageait pour conserver ce royaume contre un si puissant en-
" nemi, l'en devait detourner: ce ne fut pourtant pas sans dé-
" plaisir que ce généreux Prince se vit contraint d'abandonner
" un si noble dessein, tant il avait de passion pour les grandes
" choses „ (1).

Il Guichenon, per convalidare il proprio racconto, stampa tre documenti, tutti e tre cavati " de l'Archive de Turin „. Il primo è la " lettre des habitans de Nicosie, capitale de Cypre, au Duc Charles-Emanuel „ (2). Mette conto trascriverla, avendola riprodotta con qualche lieve infedeltà.

Altissimo S.[or] Duca di Savoia

Cognoscendo li animi solevati di questi popoli Cristiani dela isola di Cipri che stanno in devotione di V. Alteza come S.[re] andico di detto Regno, li quali popoli si ritrovano in tanta tiranità da questi cani turchi et per questo mandano a supplicare V. Alteza d'adoperare con la potenza della M.[ta] di Re Filippo 3° di dare ordine et aiuto de liberare questi poveri Cristiani della catività del tiranno, che ei un grandissimo pecato tal Regno ritrovarsi in mano de turchi essendo stato dominato dalli antichi preticessori di V. Altezza; et se Idio et il Spirito S.[to] luminarà la M.[tà] di Re Filippo et V. Alteza di fare armata et mandarla a questa santa opera, sappia V. Alteza che se ritrovano trentacinque milia persone di arme senza li forestieri, e delli turchi non sono più che solo otto milia persone; avertendo anco V. Alteza di portare arme per li Cristiani. Per tanto Altissimo S.[re] supplico V. A. di concederci risposta con il lator della presente et non con altro, acciò possiamo dare regnagio a questi popoli che stando aspetando con tanto grandissimo desiderio di vedere stendardo di sua M.[tà] et di V. Alteza, che vedendo questo aiuto, loro stessi sono atti con la gratia divina di estrudere li turchi e liberarnosi di loro mani et avere la libertà; et del tutto se ne

(1) Guichenon S., *Histoire généalogique de la Royale Maison de Savoie* (nouvelle édition); I, 366-367.
(2) Op. cit., tomo IV, parte I, pp. 558-559.

fa aviso a V. Alteza, sperando da Idio ogni contento che lo possiamo vedere Re di Cipri come soi anticessori; con basciare li piedi di V. Alteza.

Da Neucosia, alli otto di ottobro 1608,

schiavo umilissimo di V. Altezza PIERO GUNEME interpito del bascia di Cipri.

(Fuori:)

Alla Alteza del Duca di Savoja
in Savoja

Al Guichenon è però sfuggita la postilla che ha nel tergo: *Cipri. Queste lettere si sono ritrovate ancor sigillate fra le scritture di S. A. portate dal Castello aperte da me li 7 aprile 1643.* Segue una firma, che fu poi cancellata, e resta indecifrabile.

L'altro documento è la " lettre de l'archevêque de Cypre et de l'evêque de Paphos à Charles-Emanuel Duc de Savoie " (1). L'originale, in lingua greca, andò smarrito. L'Archivio però ne conserva una traduzione sincrona in latino e in italiano. Il Guichenon stampò la traduzione latina; io invece do quella italiana.

Al Magnanimo et Grandissimo Catolico Sig.r Nostro il Duca di Savoia Re di Cijpro

Cristodulo, Archivescovo di Cijpro, a nome di tutto il populo, dona quella beneditione et gratia che da Dio a lui in terra li è stata concessa.

Grandissimo Cristiano et Re Nostro Sig.e

È gran spacio di tempo che Noi da V. Maiestà aspettiamo la liberatione Nostra da questi Infideli Inimici nostri. Sappiamo bene che nelle forze di V. Maiestà se ritrova il Capitano Vittorio Zebeto, et di ciò ne diamo grazie a Dio Signore. Il quale noi pregiamo per la sanità sua, così grandi, come piccioli, giorno et notte, et di hora in hora aspettiamo alcuna cosa di novo da VS. Maiestà.

Et dopo che il detto Capitano Vittorio solevò il popolo, dove che molti de' Turchi furono amazzati, quelli sono contro di Noi così scorozziati, che a guisa de feroci animali dessiderano levarci Nostri figliuoli delli braccia Nostri per devorarli.

Noi in niuno altro habbiamo speranza di doverci porgere aiuto et liberarci dalla Signoria de questi Infideli che nella Maestà Vostra; perciò Noi mandiamo il portatore della presente, il cui nome è Za-

(1) Op. cit., tomo IV, parte I, p. 559.

charia Marras (1), nobilissimo et di buone qualità, il quale è di questo negocio informato, quale, anchora lui da questi Infedeli è stato male trattato, di Cijpro mandiamo veramente et realmente con ogni secretezza. Poichè della città di Paffo sino nelli confini di Carpasso vi si ritrovarono dieci mille Cristiani, quali non dessiderano altro che armi.

Essendo che fra il termine di dieci giorni li daremo la città di Famagosta, della quale mandiamo il dissegno. Et essendo buono servitore, benissimo ci servirà in questo fatto, et con grande affetto servirà a VS. Maestà.

Dalla quale speriamo la libertà dalle forze de questi Sarraceni. Et di niuna altra cosa pregiamo desiderando a Sua Maiestà felicità et sanità.

Cristodolo Archivescovo di Cijpro
Leonzio Vescovo di Paffo.

Il terzo de' documenti messo alle stampe dal Guichenon con qualche lieve inesattezza, e da lui battezzato: " lettre de l'Archevêque de Cypre à Charles-Emanuel Duc de Savoie " (2), è questo:

Ser.[mo] Sig.[r]

Con il Rev.[do] Monaco Silvano habbiamo ricevuto una lettera de V. A. S. scritta in Mondevì alli 18 de ottobre, indrizataci da nostri Imbasciatori insieme con la Relatione loro de quello ànno negotiato con V. A. S. e così dal tenor della sudetta lettera e relatione habbiamo ricevuto tutti unitamente grandissimo et indicibil contento et consolatione, sperando si come ci prometteva V. A. che a questa hora dovrebbe essere in queste bande con debitti preparamenti e convenienti alla necesità nostra et alla grandezza sua e godere d'uno così segnialato donno che nostro Sig.[re] Idio le porgie per mezzo l'affeti e bona volontà nostra verso de V. A. e però non habbiamo voluto prima scrivere nè risponderle, aspetando li nostri imbasciatori et li recapiti che ci va accennando V. A. con li quali ancora al Cav.[r] Filiberto Provana et al capitan Gio. Renessi, lo che desideravamo infinitamente con parri contento che letizia, ch'è stato tanto e tale qual se à potuto vedere con vivo effecto, poi che io et alcuni altri mia confederati in diverse occasioni ci habbianno scoperto nemici alli Turchi non solamente in apa-

(1) Il Guichenon nella traduzione latina stampa erroneamente *Sillarras*.

(2) Op. cit., tomo IV, parte I, pp. 560-561.

renza, ma in effetto, con molto danno e maltratamento che da noi in diverse occasioni ànno ricevuto, donde che per la venuta de questo Pascià in Castel novo temendo le sue insidie me ne sono retirato in fra le montagnie e luochi più forti sopra li passi e confini de Herzegovina y Albania, con deliberatione de fare il peggio che potrò in danno lori, se però ci verano a molestare; e de mentre che stiamo in questa unnione con questi concorsi, per questa istate non temmiamo le forze loro, poi che infra questa unione in diversi luochi siamo più di 12000 homini; si bene mal armati, ci mantenemo e prevaliamo al meglio che si può e tutti questi sulevati sono alla devotione de V. A. li quali insieme sperando havere de giorno in giorno alcun soccorso de V. A. per mostrare il loro bon animo ànno voluto saltar in campagnia e mostrarse apertamente nemici alli Turchi, ma vedendo poi che non vi compariva niscuno nè delli sudetti nè altri nè meno niscuno soccorso nè lettere et mancando le speranze fundate sopra le lettere de V. A. et delli nostri imbascatori, ci troviamo molto confusi e dolenti senza fine, vedendoci redotti in così stretti termini sopra la parola de V. A. che hora nella miglior e più oportuna occasione che si havese possuto desiderare e nella maggior necesità nostre abandonarne in questa manera pon ben mente Sereniss.° Sig.re che Idio nostro S.or e giustissimo giudice e quanto aborisce l'ingratitudine V. A. lo comprenda con inteleto de Principe christiano e con igual sincerità, considerando la causa mia et li trattati pasati tra di noi, trovarà che io con molta raggione me ne doglio nè posso scusar a V. A. del mancamento suo verso noi, avenga che ciò fusse causato per alcun giusto impedimento per la causa del quale non havese intieramente posuto mettere in esecutione la sua bona volontà conforme si ricercha al stato e grandezza sua; non dimeno non posso credere che non ci haverebbe posuto mandare alcun soccorso, che per qualificato che fusse stato lo haverebbemo tenuto per molto caro et per singolar remedio nostro et per la exaltatione de V. A. come crediamo li sarà stato richiesto da nostri imbascatori; et non solamente per questo, ma una minima lettera doppo habbiamo posuto havere, nè sappiamo più qual sia l'animo de V. A. circha il detto trattato; imperò la supplichiamo che alli predetti nostri imbasciatori dia alcuna resolutione e dire quello occore a V. A. intorno del detto negotio, che se ella è di quel animo che per il pasato ci à dimostrato non solo con lettere, ma anche per mezzo d'altre persone, in tal caso V. A. si resolva una volta venir e prendere il posseso, et si risolva meterlo in esecutione a la fin de questo autuno, che noi alegramente l'aspetamo et lo accetaremo e riceveremo per nostro Sig.re come per altre nostre lettere et imbasciate habbiamo certificato a V. A.; e quando che il detto termine scorese infrutuosamente senza far altro dopoi non sapiamo se

starà nella nostra mano de farlo, perchè fra questo mezzo questi popoli a noi circonvicini potria essere che venisero a qualche acordio con li turchi, et lo istesso potria essere che facesimo noi altri, perchè l'aspetar l'inverno fra questi altissimi monti e boschi non è cosa per invernare per diversi incommodi che la deta stagione aporta seco, et per molti altri rispetti. E perchè il detto Monaco Silvano ne à detto che nella corte de V. A. non vi è persona confidente le nostre lettere scritte in serviano sapere tradure nela lingua Italiana, e però sono andato cerchando il presente scritore a ciò le nostre lettère non vadano per altrui mano e che senza altro interprette V. A. le possa leggere; et così farò in avenire occorendone scrivere a V. A.; la qual preghiamo che in questo negotio prenda parere da persone che sano et áno cognitione de questi paesi e sano il termine e manera come si doverebbe guidare il detto negotio; et in quelle parti si trova il S.[or] Cav.[r] Georgio Dolisti, nostro compatriotto e persona nobile, il quale per alcuni anni adrieto ha manegiato questo negotio et potria informare a V. A. d'ogni cosa et così il capitan Nicolò Renesi, pur nostro amico e compatriotto, il quale pur è bene istrutto della qualità de questi paesi. E per adesso non staremo dir altro a V. A. Restiamo aspetando la sua resposta et umilmente basciamo le sereniss.[e] mani de V. A. insieme con li sereniss.[mi] Principi, alli quali conceda nostro Sig.[re] ogni maggior colmo de felicità e grandezza. De Onogosti, alli 8 de luglio 1609.

Nel testo originale (1) segue la soscrizione autografa, omessa dal Guichenon, che non seppe decifrarla. È in lingua serba, e tradotta in italiano dice: *Umile* Bogdano *Palatino con i suoi Palatini e Duchi e con gli altri capitani della terra Serba.* Non si tratta dunque dell'impresa di Cipro e dell'arcivescovo Cristodolo, ma di quella di Macedonia e d'Albania, della quale appunto allora Carlo Emanuele I stava ordendo le fila. Trascinato in errore dal Guichenon, affermò contro il vero Ercole Ricotti: “ Le trame sopra Cipro furono sventate coll'esiglio “ dell'arcivescovo e colla strage degli abitanti sorti a ribel- “ lione „ (2). Contro il vero ripetè Domenico Carutti: “ Sco- “ privansi in Cipro le trame di ribellione e il Bascià ordinava “ l'arresto dell'arcivescovo Aristobolo, cui riuscì di fuggire. I

(1) R. Archivio di Stato di Torino. Sezione I. Viaggio di Levante, mazzo I, documento n° 14.

(2) Ricotti E., *Storia della Monarchia Piemontese*; III, 393.

" Cipriotti presero le armi e furono sanguinosamente op-
" pressi „ (1). Contro il vero tornò a ripetere Edoardo Rignon:
" Le mene dei Cipriotti col Duca di Savoia furono sventate,
" l'arcivescovo venne esiliato e la povera isola ricadde nuova-
" mente nella più dura e ignominiosa oppressione „ (2).

Per testimonianza dell'ambasciatore veneto Pietro Contarini, che soggiornò a Torino dall'aprile del 1606 al decembre del 1608, Carlo Emanuele I era indotto " ad occuparsi col
" pensiero nelle cose del Levante e nel fare acquisti contro i
" Turchi „ dal vedere che il Granduca di Toscana non cessava
" d'applicarsi ora all'una ed ora all'altra impresa in quelle
" parti, temendo che con tali mezzi non possa avvantaggiarsi
" nella gloria e negli Stati „. Gregorio Barbarigo — il successore del Contarini — nella sua relazione al Senato Veneto scrisse: " Carlo Emanuele I coi Turchi non avendo confini, non
" ha nè timore di perdita, nè speranza di acquisto; come cosa
" gloriosa, discorre volentieri di far imprese contro quella po-
" tenza, ed ascolta proposte di fare spedizioni in mare ed im-
" prese in Levante (3), sebben crederei che, in questi ultimi
" tempi, fosse ciò stato fatto per uso piuttosto di voler atten-
" dere a tutte le cose, che perchè propriamente avesse ad esse
" rivolta la inclinazione dell'animo suo „ (4).

---

(1) Carutti D., *Storia della Diplomazia della Corte di Savoia*; II, 62.

(2) Rignon E., *Carlo Emanuele I e la Macedonia*; nella " Nuova Antologia „, serie IV, vol. CXIV, della raccolta CXCVIII, p. 484. Cfr. anche Vayra P., *Il Museo storico della Casa di Savoia nell'Archivio di Stato in Torino illustrato*, Torino, Bocca, 1880, p. 396.

(3) *Relazioni degli Stati Europei lette al Senato dagli Ambasciatori Veneziani nel secolo decimosettimo, raccolte ed annotate da* Nicolò Barozzi *e* Guglielmo Berchet, serie III, Italia e Inghilterra, vol. I [Italia], pp. 99-100 e 161-162.

(4) Dell'intenzione del Duca d'occuparsi delle cose del Levante e di fare acquisti contro i Turchi, per testimonianza dello stesso Contarini, non mancò di pervenir la notizia " ad alcuni Greci, che vivono solo di
" simile traffico, col passarsene a Napoli, a Firenze, in Spagna ed a Roma,
" dove propongono acquisti grandissimi e facilissimi, e per meglio colorire
" le loro invenzioni le accompagnano con iscritture sigillate e sottoscritte
" da molti degli stessi Greci ed Albanesi, che dicono esser capi principali
" di quelle provincie, nelle quali promettono di sollevar tutti i popoli

“ all'apparire di qualsivoglia armata cristiana, quando siano loro condotte
“ le armi, col rappresentare la debolezza de' Turchi, il modo facile di fare
“ grandi acquisti, la qualità dei porti e la quantità delle fortezze, con altri
“ particolari, e descrivendo il tutto così riescibile certo, che chi non vi fa
“ miglior esame e chi non vi ponga più che matura considerazione facil-
“ mente corre ad interessarsi in così fatte risoluzioni. Questi ancora da
“ diverse parti sono capitati al Signor Duca, nè mostrandosi difficile alla
“ grandezza del suo animo qualsivoglia se bene ardua impresa, cogli stessi
“ termini in poco tempo gli hanno cavato, per quello che ho potuto sapere
“ da buon luogo, maggior somma di trenta mille scudi, donando all'uno
“ e pagando il viaggio all'altro, secondo che vengono chiamati ed espediti
“ dall'Altezza sua „.

Le prime scuole di metodo del Piemonte

Nota I della Sig.[na] LINA CAPELLO

Le scuole di metodo sorte in Piemonte nel 1844, e distinte l'anno seguente in *scuole superiori di metodo* destinate alla preparazione dei professori di metodo, e *scuole provinciali di metodo* destinate a preparare i maestri elementari, furono le prime istituzioni educative create in Piemonte col puro scopo di preparare gli spiriti maturi all'educazione dell'infanzia.

Per comprendere come siasi in questo piccolo Stato sentito il bisogno di tale scuola, quando, delle varie regioni d'Italia, soltanto la Lombardia e il Veneto ne vantavano l'istituzione fin dal 1786-87 (1), per opera di Giuseppe II, bisogna iniziare le ricerche e lo studio intorno ad esse sugli scritti educativi e pedagogici apparsi sui giornali piemontesi dopo il 1836. Ricchi di tali pubblicazioni furono soprattutto il " Subalpino ", le " Letture popolari " dirette da Lorenzo Valerio, e la " Gazzetta piemontese ".

Incominciarono allora a essere conosciuti dai piemontesi i nomi del Pestalozzi, del Girard, del Fénelon, del Lambruschini, del Rosi e di molti altri pedagogisti dell'epoca o dei secoli precedenti, dei quali furono pure conosciute le opere, se non nel testo, nelle traduzioni, nei riassunti, nelle critiche fatte dagli scrittori piemontesi che di tali studi si occuparono, specialmente dal Troya, dal Boncompagni, dall'avv. Battaglione, dal prof. Milano, da F. Romano e alcuni altri.

Questi scritti, richiamando l'attenzione dei lettori, anche se profani in materia scolastica, sui veri e giusti principî pe-

(1) La prima di esse era sorta in Milano ed era stata affidata alla direzione del Padre Francesco Soave.

dagogici e su determinate questioni riguardanti la scuola o l'educazione dei fanciulli (1), il mendicantismo (2), la prima educazione (3), l'educazione della donna, la letteratura scolastica, i metodi d'educazione (4), le scuole industriali della Svizzera (5), e altri problemi ancora, non privi d'interesse, facevano meglio sentire i difetti delle nostre scuole e specialmente dei nostri metodi, mostrando nello stesso tempo quali fossero i migliori mezzi per mettervi riparo; primo fra questi: avere buoni maestri.

Il citato prof. Milano, in un suo articolo: *Dell'istruzione popolare nei suoi rapporti con l'agricoltura* apparso sulle " Letture popolari „ nel 1839, dopo una severa critica alle scuole del suo tempo, all'insegnamento in esse impartito, ai metodi usati e ai risultati ottenuti, concludeva appunto dicendo: " *Sarà difficile di avere buoni maestri senza avere buone scuole modello, senza che la loro sorte sia assicurata, senza che sia certo il loro avvenire* „.

Questo pensiero, espresso parecchie volte anche da altri scrittori, venne poi ribattuto, chiarito, dimostrato giusto, dai pedagogisti piemontesi e a poco a poco penetrò nella mente del popolo e divenne desiderio di tutti.

Non era questa del resto un'aspirazione affatto nuova in Piemonte, poichè già nel 1838 Vincenzo Troya " *convinto che non si potessero avere buone scuole elementari fino a che qualcuno mostrasse ai maestri, praticamente, come un tale insegnamento si impartiva* „ chiedeva al Magistrato supremo della Riforma che si istituissero due classi elementari nel collegio di S. Francesco da Paola proponendosi egli stesso per maestro. La sua proposta, sebbene riconosciuta utile, non fu accolta che nel 1840. Il cinque settembre di quell'anno il Magistrato supremo della Riforma in una lettera scritta dalla R. Università annunziava a V. Troya che " *avendo stabilito provvisoriamente e per due anni scolastici due scuole elementari nel Collegio di S. Francesco*

(1) " Letture popolari „, anno 1836, articoli di G. Gazzino e Ambrosoli.
(2) " Subalpino „, anno 1837, articolo del De Rolandis.
(3) " „ „ articolo di F. Romano.
(4) " „ „ articoli vari dell'Avv. S. Battaglione.
(5) " „ „ articolo del Prof. Milano.

da Paola, destinava il prof. Vincenzo Troya a reggere la seconda di dette scuole, in conformità alla domanda da lui rassegnata „.

Fin dal principio dell'anno scolastico furono numerosi i visitatori della scuola del Troya, alcuni ci andavano per curiosità, altri già cultori di discipline scolastiche o maestri di scuola elementare, pel vivo desiderio di imparare ad applicar i nuovi metodi, dei quali sovente, interrompendo le sue lezioni, il Troya parlava loro.

L'accorrere dei maestri a questa scuola era una sufficiente dimostrazione al governo piemontese della verità del bisogno espresso l'anno innanzi dal prof. Milano, del buon volere dei maestri piemontesi e del modo col quale la classe degli istitutori desiderava migliorare il proprio sapere, imparare i nuovi metodi, poichè scarsa e imperfetta ritenevano essi stessi la loro preparazione per ottenere il vivo contatto dell'animo loro con quello dei fanciulli, condizione necessaria per la buona riuscita dell'opera.

Gli scritti del Pestalozzi e del Girard, le notizie sull'opera loro, li avevano convinti che il valore dell'insegnamento elementare non dipende soltanto da ciò che s'insegna, ma dalla maniera con cui lo si insegna. La questione quindi del miglioramento dell'istruzione elementare, che proprio allora interessava tutti gli spiriti e si riduceva a trovare il modo per cui quest'istruzione divenisse educatrice, non poteva risolversi che con una migliore preparazione dei maestri. Oltre la pratica, o meglio, unita alla pratica, v'è una scienza che può insegnare il modo, l'arte, e porgere al maestro le norme per educare istruendo; questa scienza D. Berti e gli altri pedagogisti dell'epoca la chiamarono metodo. Riducendosi la questione dell'educazione al metodo oltrecchè alla pratica, ne derivava la necessità di istituire scuole che lo studiassero scientificamente e praticamente, ne fissassero l'estensione, i caratteri, i mezzi, il fine.

Che il bisogno di una scuola di metodo si sentisse in tutte le provincie piemontesi ce lo dicono non solo gli articoli apparsi sui giornali citati, ma anche le ingiallite carte d'archivio. Sono pacchi e pacchi di lettere, suppliche, progetti e via dicendo... portanti la scritta: " Scuole di metodo „, che il R. Archivio di Stato conserva nelle sue sale da più di mezzo secolo.

Io citerò soltanto le notizie più importanti contenute in quei fogli già in parte corrosi dalla polvere, notizie che porteranno forse un po' di luce in questo campo ancora oscuro della nostra storia pedagogica (1).

Prima città piemontese a volere una scuola di metodo fu Mondovì. Nel 1841 l'Intendente di quella provincia indirizzava al primo Segretario di Stato per gli affari dell'interno una lettera con unito già perfino il progetto d'istituzione della scuola di metodo che si desiderava istituire. La Civica Amministrazione di Mondovì si proponeva, secondo quanto è scritto nella lettera, di fare la spesa di L. 800 " per stabilire provvisoriamente, ed in via d'esperimento, in quella città una scuola normale per i maestri, di cui la necessità e l'utilità era senza contrasto ", e l'Intendente a nome della Civica Amministrazione pregava senz'altro il Magistrato della Riforma di mandare un insegnante capace d'impartirvi bene l'insegnamento della metodica, e permettere di avvisare per mezzo di circolare tutti coloro ch'erano interessati a frequentarla.

La deliberazione su quella questione non doveva essere presa dal primo Segretario dell'interno, ma bensì dal Capo del Magistrato della Riforma, che, dopo aver esaminato le carte inviategli, con una lettera al primo Segretario per l'interno, lodava tale progetto, poichè quella scuola sarebbe stata di sommo vantaggio per Mondovì, ma faceva osservare che " *l'importanza somma di così fatta scuola, di nuovo genere nei regi Stati* " richiedeva che " prima di approvarla si pensasse a stabilirvi le norme sulle quali doveva essere regolato l'insegnamento e si avesse pure tempo a disporre tutto quanto poteva occorrervi per destinarvi un soggetto fornito delle qualità necessarie, così pure agevolare i mezzi per approfittarne a quei maestri ai quali si credesse opportuno prescriverne la frequenza ". Concludeva poi osservando che tale progetto si poteva accogliere, ma allora soltanto che fosse dato di mandarlo in esecuzione sulle basi che il Supremo Magistrato della Riforma si sarebbe occupato di stabilire e se si otteneva di " aprire una

---

(1) Un po' di storia delle scuole di metodo la scrisse D. Berti nella sua opera *Del metodo applicato all'insegnamento elementare*, pubblicata nel 1849.

compiuta scuola di tal natura „ in Torino nell'anno 1842 " per poi estenderla a Mondovì e a quelle città che, avendone i mezzi, si facessero a domandarne lo stabilimento „ (1).

Cadde così il tentativo di istituire a Mondovì la prima scuola di metodo del Piemonte, il che sarebbe stato, nella storia della pedagogia, non piccola gloria per quella città. Questa gloria, chiaramente lo si vede dalle parole dianzi citate, il Supremo Magistrato della Riforma voleva fosse riservata a Torino, la capitale del Piemonte, e così fu, malgrado le istanze di altre città più ricche di essa, e più desiderose di migliorare la preparazione didattica dei loro maestri. Il Magistrato Capo della Riforma non aveva però solo accennato all'istituzione della scuola di metodo in Torino per avere una causa cui riferire il rifiuto dato a Mondovì, ma si pensava veramente a essa, poichè fra le carte del R. Archivio di Stato trovai la copia di una lettera indirizzata al Vice-presidente del Consiglio di Stato, in data 2 marzo 1842, colla quale si notifica a quel Consiglio che il Magistrato Capo della Riforma " domanda il parere suo intorno al bisogno di promuovere i provvedimenti additati „. Quali fossero quei provvedimenti lo sappiamo da una lettera del 7 aprile di quello stesso anno, scritta dal Magistrato Capo della Riforma, ed indirizzata al conte Gallina, primo segretario di Stato per l'interno e le finanze.

Essa dice:

" Colla mia lettera del 2 p. p. marzo ho avuto l'onore di
" trasmettere e raccomandare a Vostra Eccellenza un progetto
" del Magistrato della Riforma per lo stabilimento in questa
" capitale di una scuola di metodo a pro dei maestri delle
" scuole elementari, e la proposta di accordare a questi ultimi
" una pensione di riposo allorchè dopo trent'anni d'insegna-
" mento più non trovansi in grado di proseguire, nonchè l'as-
" segnamento in bilancio del fondo necessario per completare
" il numero dei visitatori provinciali delle scuole „ (2).

---

(1) Vedere nel R. Archivio di Stato, Reparto Pubblica Istruzione, il mazzo intitolato: " Scuole di Metodo „.

(2) I visitatori provinciali sorvegliavano l'insegnamento elementare ed avevano press'a poco le stesse incombenze e gli stessi doveri degli odierni ispettori scolastici.

Quest'è l'unico documento che ci attesti che a Torino prima ancora del 1844 si pensò seriamente all'istituzione di una scuola di metodo ed al bene della classe magistrale, ma troppi ostacoli dovevansi ancora superare!... Con questa stessa lettera infatti il Magistrato Capo della Riforma pregava il Conte Gallina di volergli restituire il progetto presentato perchè " *ulteriori riflessioni fatte* " lo consigliavano a " *sospenderne il corso* ".

Il 10 aprile poi il Consiglio di Stato restituiva quelle carte al Conte Gallina, e questi due giorni dopo le rinviava al Supremo Magistrato della Riforma, nei cui uffici dovettero esse riposare dimenticate o volontariamente trascurate ben due anni.

Altre città del Piemonte nel frattempo si scossero un po', sentirono pur esse il bisogno di avere maestri meglio preparati al loro ufficio; altri pensatori, altri dirigenti sentirono e proclamarono la necessità di una più accurata educazione ed istruzione della gioventù.

Era appena caduto il progetto della scuola di metodo a Torino che l'Intendente di Cuneo già iniziava le pratiche necessarie per l'istituzione di una di queste scuole nella sua città. Il carteggio riguardante tale scuola porta le date dei mesi di maggio e giugno 1842. La domanda ed il progetto erano stati stesi dal Conte Michelini, appassionato di cose scolastiche, e noto allora pei lunghi articoli intorno la scuola e l'istruzione pubblica, apparsi sui periodici di quel tempo. Egli era uno di quei molti, appartenenti alla nobiltà piemontese, che l'istruzione del popolo avevano veramente a cuore, come una gloria d'Italia, una vittoria del partito liberale, e cercavano di provvedervi il meglio che potevano. Per timore che il Magistrato Capo della Riforma, come già aveva risposto a Mondovì, non sapesse chi scegliere per dirigere tale scuola e impartirvi l'insegnamento del metodo, il Michelini, valendosi del consiglio di altri côlti cuneesi, aveva scelto direttore e insegnanti, e non domandava al Magistrato che l'approvazione della sua scelta veramente illuminata e informata a giusti criteri, poichè venivano chiamati il Parravicini come direttore e professore di metodo, ed il Troya ed il Pelleri come assistenti.

Il primo, residente a Como, era già noto in Piemonte, sia per l'opera sua di educatore della gioventù, che per gli scritti

fino allora pubblicati; i secondi insegnavano nel collegio di S. Francesco a Torino e, come vedremo, vennero poi scelti pure come assistenti della scuola di metodo aperta a Torino, e collaboratori dell'Aporti.

Il Michelini nella sua lettera esprime la necessità di una scuola di metodo soprattutto perchè gli aspiranti maestri imparino teoricamente e praticamente il metodo d'insegnamento " tanto necessario per ottenere buoni frutti nell'educazione ". " Come potranno, egli continua, superare gli ostacoli impreveduti, come persuadere, convincere, padroneggiare i poco docili scolari, coloro che sono poco meno che digiuni di teorica e pratica pedagogica? E come trovare maestri pratici dove non furono mai cattedre di questa scienza? " Il conte Michelini non dubita che il Parravicini, invitato dal Magistrato Capo della Riforma, volentieri acconsenta d'incaricarsi della missione che gli viene affidata e ricorda una proposta di questo pedagogista a quello stesso Magistrato della Riforma, presentata fin dal 1832, riguardante i miglioramenti da introdurre nelle scuole elementari, lavoro che gli procurò " un dispaccio di lode, e vantaggio nessuno " (1).

Purtroppo però anche la proposta del Michelini non fu accettata. Il 25 giugno di quello stesso anno 1842 il Magistrato Capo della Riforma rispondeva al primo Segretario di Stato per gli affari dell'interno press'a poco come aveva risposto per l'istituzione della scuola di metodo a Mondovì. Era

---

(1) Quel lavoro del Parravicini intitolato: *Memoria intorno all'istruzione nelle scuole elementari*, del quale non riuscii a trovare che qualche frammento in una lettera del Provana di Collegno diretta al sig. Pron-Colmò, meriterebbe un ampio studio, poichè egli l'aveva presentata " *affinchè alcuni miglioramenti fossero introdotti nelle scuole elementari e nel metodo* ", ma io non ne do qui che un breve cenno. Il Parravicini domandava " *un'istruzione più generale nella popolazione del contado e più adatta ai loro bisogni* ", voleva perciò " *maestri meglio preparati* ", alla qual proposta soprattutto s'oppose il Provana di Collegno, osservando che " l'esigere da un maestro, oltre la qualità di sacerdote e l'illibatezza della condotta ecclesiastica, anche *l'abilità di un calligrafo* e *la scienza della lingua italiana nella sua purità*... con un precedente studio del metodo, offrendo in corrispettivo un tenue stipendio e talvolta una colletta in granturco... *è cosa che può desiderarsi e non aspettarsi in pratica* ".

inutile ormai insistere; nessuna scuola di metodo doveva sorgere in Piemonte prima che tale disciplina fosse insegnata in Torino in un'apposita scuola, che *se per qualche incidente* non era stata aperta nel 1842, si sperava " mercè l'appoggio valevolissimo della R. Segreteria di Stato per l'interno „ potesse " indubbiamente attivarsi l'anno prossimo venturo „. Forse anche questo diniego era un mezzo per superare gli ostacoli che si erano presentati di fronte alla proposta della scuola di metodo da aprirsi in Torino?... Nuovi incidenti probabilmente avvennero nel 1843, poichè esso passò senza che sorgessero scuole di metodo nè in Torino nè altrove. La discussione dei progetti che le riguardavano fu ripresa soltanto il 28 febbraio 1844, e s'iniziò con una lettera del Magistrato Capo della Riforma al Primo Segretario di Stato per l'interno: egli dice (1): " Com'è ben noto a V. Eccellenza, anche per la comunicazione " ch'io ebbi l'onore di farle nel marzo 1842, già da qualche " tempo il Magistrato della Riforma a cui ho l'onore di pre- " siedere, convinto dell'importanza dell'istruzione elementare e " quindi della convenienza di maggiormente diffonderla, in modo " da meglio assicurarne i vantaggi, deliberava lo stabilimento " di una scuola normale di metodo in questa capitale per favo- " rire ai maestri approvati, nonchè agli aspiranti a tale ufficio, " i mezzi di abilitarsi a compiere la funzione con utilità reale " dei giovani accorrenti alla scuola. Mancando l'Università dei " mezzi per sopperire alla spesa che si richiederebbe ad atti- " vare l'indicato stabilimento, non si è potuto sin qui dar com- " pimento alle relative deliberazioni. Giova per altro riflettere " che siccome ogni miglioramento a riforma della elementare " istruzione non sarebbe ottenibile se prima non vengono sta- " bilite in Torino, e successivamente in alcune altre città in " cui si potranno ad un tal fine favorire i mezzi necessari, le " accennate scuole di metodo, il differire più oltre nell'occu- " parsi di sì importante oggetto, altro non sarebbe che ritar- " dare alla gioventù d'ogni condizione, e specialmente alla più

(1) Vedere nel R. Archivio di Stato il mazzo intitolato: " Magistrato della Riforma „. " Scuola normale per i maestri delle scuole elementari, ed altri provvedimenti relativi „.

" numerosa delle classi meno agiate, un indispensabile bene-
" ficio, qualunque esser possa la carriera cui essa sia per ulte-
" riormente sperare „.

Tutte queste considerazioni e le continue ed amorose cure " del Sovrano per la popolazione „, come dice in seguito la lettera, indussero il Magistrato Capo della Riforma a rassegnare all'approvazione di Sua Maestà l'indicato progetto *per la creazione di una scuola normale di metodo* in Torino.

La lettera accenna ancora alla spesa occorrente per tale scuola, che il Magistrato della Riforma, secondo i calcoli fatti, faceva ammontare a L. 4500, colle quali si potevano stipendiare il professore di metodo e due assistenti, o un assistente e un maestro di calligrafia, e concedere un'indennità di L. 120 ciascuno " a un certo numero di maestri, che avranno frequentato con maggior profitto il corso „ (1).

Questa proposta fu senza alcuna difficoltà accettata dal Primo Segretario di Stato per l'interno, ma il segretario addetto alle finanze, cui egli si rivolse per l'approvazione della somma richiesta, fece alcune osservazioni riguardo gli assegni ai professori e le indennità ai maestri (2).

Una modificazione parve necessaria soprattutto in quel progetto: " invece di due assistenti, un assistente e un maestro di calligrafia „; ma non la si fece, perchè ancora in una lettera del 14 aprile 1844 il Magistrato Capo della Riforma sollecitava presso il Primo Segretario di Stato per gli affari dell'interno " la concessione di L. 2200 (duemila duecento) da impiegarsi " nello stipendio del professore e dei due sostituti od assistenti " al medesimo, come ugualmente per le cinquecento lire spese " di primo stabilimento della scuola normale di metodo „. Continua poi quella lettera: " Allorchè, mediante i valevolissimi " uffici di V. Eccellenza, si sarà ottenuta quell'assegnazione, il " Magistrato della Riforma si occuperà senza ritardo di dare " tutte quelle disposizioni preparatorie che si credono più con-

(1) Tale stipendio ai professori e agli assistenti veniva dato per soli due mesi di scuola: fine agosto, settembre, ottobre.

(2) Lettera in data 25 marzo 1844. Vedere nel R. Archivio di Stato il mazzo più volte citato.

" venienti al fine di poter aprire ed attivare fin da quest'anno " l'accennata scuola, in modo che possa servire, pel regolare " suo andamento e per l'utilità che sarà per derivarne, quale " modello di quelle altre che verranno in seguito promosse e " stabilite, a spese delle provincie, in altre città principali dello " Stato ". Il 14 maggio di quell'anno, il Primo Segretario di Stato per l'interno rispose a quella lettera dicendosi dispostissimo a proporre a Sua Maestà di volersi degnare di concedere " la somma richiesta " e specifica: L. 1000 al professore di metodo; lire 600 ciascuno ai due assistenti; lire 500 per primo stabilimento di quella scuola. Il 31 maggio poi, il Magistrato della Riforma, avvisando il Primo Segretario di Stato per l'interno che Sua Maestà il Re si era degnato di approvare il detto stabilimento sulle basi consegnate nell'annesso progetto del sovrano rescritto, sollecitava l'approvazione della somma necessaria.

Ufficialmente però l'approvazione del Re per l'apertura della scuola di metodo non fu data che il 4 giugno 1844 (1), e l'otto giugno il Primo Segretario di Stato partecipava la notizia al Magistrato Capo della Riforma, che a sua volta il 10 luglio mandava a pubblicare il manifesto annunziante l'apertura di tale scuola, e il 22 di quello stesso mese faceva sapere al Primo Segretario di Stato di avere già provveduto " un abile professore forestiero " per il regolare insegnamento della metodica in quella scuola, che doveva incominciare il 26 agosto di quell'anno per durare tutto il successivo mese di settembre in una delle sale del palazzo della R. Università, e perchè potessero approfittarne il maggior numero possibile dei maestri comunali delle provincie di Torino, Pinerolo, Susa, ecc., autorizzava le comunità che ne avevano i mezzi ad assegnare L. 100 a quelli dei loro maestri che desiderassero approfittarne.

Il manifesto del Magistrato della Riforma, che fu pubblicato sulla " Gazzetta Piemontese " del 22 luglio 1844 e si conserva pure nell'Archivio di Stato (2), lo trascrivo qui, sebbene

---

(1) Vedere il R. Biglietto portante questa data e l'annesso progetto, nel R. Archivio di Stato, fra le carte del mazzo già citato.

(2) Vedere il mazzo già citato.

riassunto in qualche punto, come uno dei principali documenti riguardanti l'istituzione delle scuole di metodo, come il fondamento di questa istituzione. Il manifesto dice:

Sua Maestà accolse la rappresentanza intorno all'importanza ognora più sentita dell'istruzione elementare e la necessità di procurare persone destinate all'ufficio dei maestri, quindi di scuole apposite per istruirli in questo ufficio, e con un biglietto in data 4 giugno 1844 approva lo stabilimento in Torino di una scuola normale di metodo, ed incarica delle disposizioni necessarie e opportune per l'insegnamento secondo le sue intenzioni. Perciò faccio noto quanto segue:

Art. I. Nel giorno 26 agosto di quest'anno in un'aula della R. Università si aprirà una scuola di metodo normale la quale starà aperta sino a tutto settembre successivo.

Art. II. Le lezioni avranno luogo tutti i giorni della settimana compreso il giovedì esclusi soltanto i giorni festivi.

Art. III. Niuno sarà ammesso nel prossimo anno scolastico 1844-45 all'esame di maestro di scuola elementare, nella provincia di Torino, Pinerolo, Susa, se non farà constatare di avere frequentato la scuola di metodo. Saranno però accettati tutti quelli che faranno risultare al proprio Riformatore di essere stati per particolari circostanze impediti.

Art. IV. In tutte le città e terre delle provincie di Torino, Pinerolo e Susa nelle quali vi ha più di un maestro elementare, potrà dal Riformatore o Delegato della Riforma, essere autorizzato quello di essi che fa la domanda ad assistere alla scuola superiore di metodo normale; facendo ambidue la stessa domanda, spetterà al Riformatore o Delegato l'autorizzazione. Il maestro autorizzato a frequentare la scuola di metodo terminerà le sue lezioni al 20 agosto, e gli scolari che a tale epoca avesse ancora a scuola, saranno affidati all'altro maestro.

Art. V. (Riguarda ancora questi maestri).

Art. VI. Le persone che vorranno frequentare la scuola all'oggetto di essere ammesse all'esame e di ottenere il certificato di frequenza, dovranno iscriversi in un apposito registro, che si terrà nella segreteria della R. Università, notando il proprio nome e cognome, l'età, la patria e le condizioni, nonchè la loro abitazione in questa capitale. Cambiando abitazione dovranno far conoscere alla segreteria tale cambiamento.

Art. VII. (Determina altre modalità per la registrazione dei nomi).

Art. VIII. Terminata la scuola, e così dopo il 30 settembre, si daranno gli esami. Tali esami saranno per iscritto e verbali e si daranno secondo le regole già stabilite dalle vigenti istruzioni per gli esami dei maestri delle scuole elementari.

Art. IX. (Determina le modalità per presentarsi all'esame o per avere soltanto il certificato di frequenza).

Art. X. Potranno presentarsi all'esame anche coloro che avessero già ottenuto patenti di approvazione di maestro di scuola elementare.

Art. XI. Secondo il saggio d'abilità che i maestri daranno, saranno approvati maestri della prima o della seconda scuola normale elementare.

Art. XII (Riguarda la spedizione dei certificati di frequenza).

Art. XIII. (Spedizione delle patenti di prima o seconda scuola normale elem. o di professore di metodo. Nessuna spesa a chi sostiene gli esami, terminato il corso di lezioni).

Art. XIV. I maestri muniti di patenti di maestro elementare saranno nella destinazione preferiti a coloro che non hanno ottenuto simile approv.

Art. XV. (I due assistenti della scuola dovevano fare una nota degli studenti che più si erano distinti ed il Riformatore determinava quale fra essi poteva essere nominato professore di metodo nelle scuole provinc.).

Art. XVI. (Il Riformatore poteva pure, su quella nota, scegliere quali fra i giovani segnati credeva meritevoli di un'opera da lire cento venti, a scelta, che doveva esser loro data in premio. Questi non potevano essere più di dieci).

In data 10 luglio 1844.

Per l'Eccellentissimo Magistrato della Riforma
(firmato) GIACOMELLI, *segretario.*

Per quanto riguarda il *professore forestiero* per l'insegnamento del metodo, nessuna delle lettere scritte prima dell'apertura di quella scuola dice chi esso fosse; la sua figura ci appare anzi, in quegli scritti, circondata da un'ombra di mistero.

Eppure molti piemontesi lo conoscevano, lo amavano ed erano felici che la scelta del Re fosse caduta su di lui, anche i giornali qualcosa sapevano e ne dicevano persino il nome, che, purtroppo, come deduciamo dal carteggio scambiato fra S. Maestà il Re e il Magistrato della Riforma durante il mese d'agosto del 1844, era conosciuto anche dai nemici del chiaro uomo, di Ferrante Aporti, poichè era appunto lui il prescelto professore di metodo.

I torinesi lo conoscevano, perchè poco tempo innanzi era stato ospite del Boncompagni ed aveva visitate tutte le scuole infantili, lodandone e incoraggiandone l'istituzione, dando consigli a chi di esse si occupava. Anche i Gesuiti lo conoscevano, e conoscevano pure le sue idee pedagogiche-educative, la simpatia sua per le scuole infantili e la propaganda ch'egli faceva

per la loro diffusione in tutta Italia. Essi però vedevano di mal occhio quelle scuole, le temevano, e non potevano perciò far buon viso alla nomina dell'Aporti a professore di metodo: sapevano ch'egli giunto nella nostra città avrebbe continuato con maggior vigore ad incoraggiarne l'istituzione, a proteggerle, a difenderle dalle loro accuse; sapevano che la sua parola conquistava il cuore dei fanciulli e avvinceva al suo l'animo degli adulti, indirizzandoli al bene, avviandoli sulla retta via del pensiero; sapevano ch'egli avrebbe insegnato il vero, l'amore del prossimo, la pazienza, la dolcezza, la mansuetudine, l'umiltà, col suo stesso esempio, e lo temevano e spingevano i loro seguaci e i loro partigiani a fargli contro.

Il carteggio citato ci avverte che la campagna dei Gesuiti contro l'Aporti incominciò prima ancora ch'egli iniziasse a Torino le sue lezioni di metodo. Non valse la circospezione del Magistrato della Riforma nel nominarlo a quell'ufficio, non valse neppure l'ombra di mistero con cui si cercò di velare quella nobile figura di pedagogista; la grande ingerenza dei Gesuiti negli affari di Stato aveva permesso loro di sapere anzi tempo quale alto incarico il Re affidava a quell'educatore, ed essi si valsero subito di tutti i mezzi possibili per nuocergli: primo, accusandolo presso le autorità ecclesiastiche di non so quali colpe, suscitando verso lui la loro diffidenza.

Una lettera diretta dall'Intendente d'una provincia al Magistrato della Riforma ci fa noto appunto che tanto S. E. Monsignor Fransoni Arcivescovo di Torino, come alcuni altri Vescovi delle Diocesi piemontesi avevano vietato ai maestri ecclesiastici d'intervenire alla scuola normale di metodo che doveva aprirsi in Torino (1). L'importanza e la gravità di quel divieto derivava soprattutto dal fatto che la maggior parte dei maestri d'allora apparteneva alla classe ecclesiastica.

Il Magistrato della Riforma rispose a quell'Intendente dicendo credere “ con ragione che tale divieto sarebbe rimasto senza verun effetto „ (2). Egli si rivolse quindi al Primo Segre-

---

(1) Vedere nel R. Archivio di Stato il mazzo “ Scuole di Metodo „ già citato.

(2) Idem, idem.

tario di Stato pregandolo di far sapere al Re questi fatti. Carlo Alberto rispose personalmente al Magistrato Capo della Riforma, assicurandolo di essersi occupato di quel fatto, che già conosceva.

Infatti, alle opposizioni dei Gesuiti e dell'Arcivescovo Fransoni pel regolare funzionamento della scuola di metodo, egli aveva risposto da Racconigi il 16 agosto 1844 con una dignitosa lettera al capo della Diocesi di Torino e col nominare un nuovo reggente del Magistrato della Riforma. Questi fu Cesare Alfieri di Sostegno, uomo più energico e più colto di Monsignor Dionigi Andrea Pasio, che da qualche anno sosteneva quella carica; l'Alfieri non era certo ligio ai Gesuiti, e neppure a Monsignor Fransoni, poichè aveva fama d'essere devoto alle idee liberali.

I liberali tutti avevano accolto con gioia la nuova istituzione per lo studio del metodo, non tanto come scuola, quanto piuttosto " come una protesta contro la fazione retrograda " (1), contro le ingerenze dei Gesuiti e contro il giogo che l'Austria faceva pesare su tutti gli italiani.

L'impulso dato in più modi agli ingegni, la cura maggiore dell'educazione e la protezione accordata all'insegnamento parvero all'Austria infatti un atto di opposizione per parte del governo piemontese, e sembrarono al pubblico stesso una bandiera di liberalismo sollevata specialmente a danno di quel potentato.

Domenico Berti nel suo trattato *Del metodo applicato all'insegnamento elementare*, parlando della scuola di metodica, nota che " la scelta di Ferrante Aporti a dirigere quella cattedra non poteva essere nè migliore, nè più opportuna ".

" Aporti, egli continua, ingegno pratico, profondamente " versato negli studi biblici, avvezzo per lunga consuetudine " ad usare coi fanciulli, portò nella scuola quel fare semplice " e didascalico, che è una delle precipue doti dell'ottimo edu" catore. Le sue lezioni produssero una grande sensazione nel " nostro paese e richiamarono l'attenzione degli uomini distinti

---

(1) Parole di D. Berti; vedere la citazione del Prof. Allievo nell'opera *La pedagogia in Italia dal 1846 al 1866*.

" alla necessità di estendere e riformare l'istruzione elementare;
" d'allora in poi si pensò, si discusse, si tentò qualche cosa in-
" torno a quel tema „ (1).

Malgrado le opposizioni e l'ira dei Gesuiti le lezioni di metodo s'iniziarono, com'era stato stabilito, il 26 agosto 1844; i maestri del Piemonte vi accorsero numerosi a udirle; parecchi professori di scuole secondarie s'iscrissero sui registri di quella scuola, e si tennero onorati di sedere cogli istitutori, d'apprendere con loro il metodo di istruire ed educare i fanciulli e i giovanetti.

Notavansi fra i più assidui e ragguardevoli frequentatori delle lezioni di Ferrante Aporti il Boncompagni, il Rayneri, il Berti, Roberto d'Azeglio, D. Cappellina, il conte Franchi di Pont, Vincenzo Garelli, F. Fulcheris, tutti assai noti nel mondo pedagogico d'allora.

Il Rodella nella sua *Relazione sullo stato dell'istruzione in Piemonte prima del 1869*, in cui parla delle lezioni dell'Aporti, ricordando questi nomi dice appunto:

" Uomini per sangue, per sapere, per età venerandi, pro-
" fessori di filosofia e di rettorica, patrizi coltissimi, non du-
" bitarono di andarsi a mescolare coi giovanetti e sedersi sui
" banchi degli allievi e dalla bocca dell'uomo pratico imparare
" quei principî che dar dovevano forma ad un nuovo edifizio
" educativo. Non mai parola si ascoltò con più raccoglimento,
" non mai voce destò maggior entusiasmo di quella che allora
" echeggiava per le pareti dell'anfiteatro di chimica. Quella
" eletta di professori che in quel recinto raccoglievano i det-
" tami della nuova scuola, erano pur quelli che poco tempo
" dopo dovevano spargersi per tutte le città delle provincie che
" ora si dicono antiche, e divenire come tante faci apportatrici
" del sacro fuoco dell'indipendenza e dell'unità d'Italia „ (2).

Pare da ciò che scrive il Pettinatti nella sua opera *Vincenzo Troya e la riforma pedagogica in Piemonte* che Ferrante Aporti sia stato chiamato a Torino per insegnare il metodo

---

(1) D. Berti, *Del metodo applicato all'insegnamento elementare.*

(2) V. Aymar, *La scuola di Pinerolo*, dove trovai riportati alcuni punti della relazione del Rodella; che non riuscii a trovare in nessuna biblioteca.

soprattutto per consiglio del Buoncompagni e del Troya, alle cui raccomandazioni s'erano aggiunte anche quelle di altri eminenti pedagogisti piemontesi. Vincenzo Troya, caldo ammiratore del " Cremonese ", volle esserne poi, come già dissi, l'assistente, insieme a un tal R. Pelleri insegnante nel collegio di S. Francesco e, più precisamente, collega del Troya nella scuola elementare istituita in quel collegio nel 1840, di cui già parlai.

Entrambi sostennero quella carica anche negli anni seguenti col prof. Danna e più tardi col Rayneri.

Forse più che al Troya, tenuto in quegli anni ancora non molto in conto nel campo pedagogico e in quello politico, i piemontesi dovettero la fortuna e l'onore d'avere nella loro città e loro maestro per alcuni mesi l'Aporti, all'Alfieri di Sostegno, a Roberto d'Azeglio, al Peyron e ad altri nobili piemontesi, i cui consigli erano dal Re richiesti sovente e tenuti molto in considerazione e le cui pressioni si fecero in quel caso certamente sentire a coloro che dirigevano gl'interessi del Piemonte.

Alla scuola di metodo non mancarono gli elogi, ma neppure le critiche e... le calunnie dei maligni!

Forse quest'ultime sono più conosciute che non gli elogi, apparsi alquanto velati sui giornali dell'epoca, poichè la censura diretta dai P. P. Gesuiti vietava di lodare apertamente questa scuola a loro assai contraria.

Il Gioberti cita nel suo *Gesuita Moderno* parole di lode all'Aporti e alla nuova scuola, censurate dal P. Beorchia in un discorso pronunziato a Novara da Giacomo Giovannetti il 18 agosto 1844.

Diceva quell'anno il Giovannetti, in occasione della distribuzione dei premi agli alunni delle scuole di Novara (1):

" La necessità di formare anzitutto i maestri coll'istruzione " della metodica è chiara, che ormai non è più mestieri il par- " larne, e per poco che si paragonino scuole con scuole si scorge " che la capacità del maestro nel condurre l'istruzione decide " dell'esito delle medesime.

" Un tempo si trovava a caso un abile maestro fra i molti " che per saper leggere e scrivere pretendevano di saper inse-

(1) *Il Gesuita Moderno*, vol. 6°. Note e documenti

" gnare e insegnavano nulla o insegnavano malamente. Oggidì,
" mercè la sapiente disposizione sovrana che aprì una scuola
" di metodica in Torino, e l'affidò al Casalanzio di Cremona,
" speriamo che la penuria dei buoni e capaci maestri sarà men
" grande, e cesserà quando di simili scuole siano dotate anche
" le provincie, od almeno le divisioni „.

Il Giovannetti lamenta in seguito il trattamento dei maestri, peggiore ben sovente di quello del campanaro del paese, e conclude con parole di fiducia nell'opera della nuova scuola, a completar la quale egli spera venga presto adottato un nuovo ordinamento scolastico.

" Io tengo per fermo, egli dice, che il divisamento di for-
" mare anzitutto buoni maestri, onde ne verrà che nessuno sarà
" ammesso ad insegnare se non avrà dato lodevole saggio di
" profitto nella metodica, sia il più grande e il più utile passo
" verso il miglioramento positivo dell'istruzione elementare, e
" che non resti che ad ordinare le scuole per modo che i maestri
" possano anche migliorare di condizione passando dall'una al-
" l'altra, ed aggiungervi dei direttori ed ispettori che le gover-
" nino ed invigilino, che siano tenuti a renderne esatto conto,
" ed i cui posti valgano a rimeritare i maestri più distinti „.

Come si vede, alla scuola di metodo era dato il più largo consenso non solo dai più eletti uomini torinesi, fra questi il Gioberti, allora esule, ed i suoi amici, ma ancora da tutti i buoni cittadini delle provincie piemontesi.

Anche Ilarione Petitti, " scrittore altamente generoso e
" benevolo, uno dei lumi più cospicui di quel patriziato civile
" che sorge in Italia „, dice ancora il Gioberti nell'opera citata, voleva dare alle stampe un articolo favorevole all'Aporti, ma la censura di Torino, pure diretta dai Gesuiti, ne aveva interdetta la pubblicazione insieme a quella di altri scritti sullo stesso argomento. " Mentre il Re di Sardegna accarezzava ed
" onorava pubblicamente il venerando lombardo, con speciale
" fiducia e benevolenza, i Gesuiti, conclude il Gioberti (1), osa-
" vano impedire che si stampasse una parola in sua lode „.

Non solo, afferma il Gioberti, l'Aporti non ebbe, per colpa

(1) Opera citata, cap. 5°.

dei Gesuiti, le lodi che si meritava, ma fu da questi calunniato. Eppure il nome suo " è così chiaro, che il toccare le
" arti usate dai malevoli per oscurarlo non può che accrescerne
" lo splendore.

" Quando fu invitato dal Governo Sardo — l'illustre scrit-
" tore continua, spiegando la sua premessa — ad aprire in
" Torino una scuola di metodica per l'istruzione infantile, egli
" venne accusato di opinioni eterodosse presso la Curia Arci-
" vescovile, si volle fargli interdire l'esercizio del ministero
" ecclesiastico, e si proibì ai chierici della diocesi d'intervenire
" alle sue lezioni.

" La voce universale vendicò il prete innocente e benevolo
" della gravissima ingiuria; e non solo il fiore più eletto della
" cittadinanza accorse ad udire e celebrare con applausi le sue
" parole, ma il Re di Sardegna, usando il privilegio invidiabile
" che hanno i principi suoi pari, onorò in modo straordinario
" la sapienza perseguitata e sprofondò i persecutori nell'ob-
" brobrio che si meritavano.

" Tutto concorre, continua il Gioberti, nell'accusare i Ge-
" suiti delle calunnie loro a danno dell'Aporti, ma specialmente
" il fatto dell'impedirgli di scolparsi e d'impedire pure agli
" amici suoi di scolparlo e lodarlo pubblicamente, come appunto
" voleva fare il Petitti, che per riuscirvi fu costretto a ricor-
" rere ai tipi lombardi, il che fece con espressa permissione
" del principe " (1).

Le calunnie dei Gesuiti alla scuola di metodo, cui accenna il Gioberti, questa volta ebbero ben poca influenza sul governo e sul popolo piemontese. La scuola continuò a essere da tutti tenuta nella più alta considerazione ed ebbe nuovi impulsi colle nuove leggi e i regolamenti che ne permisero la diffusione, anche se criticati e alcune volte, davvero, non adatti al vero scopo della scuola.

Quelle leggi e quei regolamenti erano stati scritti infatti, pur avendo ben chiari i fini che la scuola di metodo si proponeva, senza conoscere bene i bisogni intellettuali e morali di chi la frequentava.

---

(1) V. *Il Gesuita Moderno*, vol. 5°, pag. 335.

Troppo poco il Governo Piemontese si era fino allora curato dei maestri elementari!... E poi... è difficile che un'istituzione nuova funzioni sin dal principio in modo tale da non prestarsi a critica alcuna e preveda subito tutti i bisogni intellettuali, morali e pratici degli alunni.

Critiche, dunque, la scuola di metodo ebbe, ed io sono convinta che le meritasse realmente e fossero necessarie per il bene di quella nuova istituzione, per il suo miglior successo e la sua, già fin d'allora prevedibile, trasformazione.

Il più autorevole scritto critico su questo argomento è l'introduzione di D. Berti alla sua opera: *Della metodica applicata all'insegnamento elementare*, pubblicata nel 1849, ma, forse, conosciuta in questa sua parte critica già negli anni precedenti.

Alcuni altri scritti critici sulla scuola di metodo apparvero in quell'epoca, ma quelle ch'io potei avere fra mano sono in generale opere di poco conto; forse le più interessanti andarono disperse o distrutte insieme ai periodici scolastici dell'epoca.

L'Accademico Segretario
ETTORE STAMPINI

CLASSE

DI

SCIENZE FISICHE, MATEMATICHE E NATURALI

Adunanza del 10 Marzo 1918

PRESIDENZA DEL SOCIO SENATORE ENRICO D'OVIDIO
DIRETTORE DELLA CLASSE

Sono presenti i Soci Salvadori, Naccari, Segre, Peano, Jadanza, Foà, Guareschi, Guidi, Mattirolo, Grassi, Somigliana e Parona Segretario.

Scusa l'assenza il Socio Panetti indisposto, ed il Socio Foà scusa le assenze alle adunanze precedenti causate da doveri di ufficio.

Si legge e si approva l'atto verbale della precedente adunanza.

Il Presidente con parole di rimpianto e di elogio comunica la morte del Socio corrispondente Senatore Pietro Blaserna e dice che l'Accademia fu rappresentata ai funerali dell'illustre estinto dal Socio nazionale Volterra. Comunica poi dello stesso Socio Volterra una lettera di ringraziamento alle congratulazioni espressegli dalla Classe per la sua nomina a Socio straniero dell'Istituto di Francia.

Il Socio Somigliana presenta in omaggio una copia del primo volume delle opere di Alessandro Volta, riferendosi alla comunicazione fatta nell'adunanza del 18 novembre u. s.

Il Socio Salvadori offre in omaggio, da parte della Direzione del Museo Civico di Storia Naturale in Genova, il vol. VII (serie 3ª) degli Annali del Museo stesso.

Il Presidente comunica l'omaggio fatto dal Socio corrispondente M. A. Lacroix del suo volumetto *Les gisements de l'Or dans les Colonies françaises*, ed ai donatori esprime i vivi ringraziamenti della Classe.

Presentano per la pubblicazione negli *Atti*:

Il Socio Guareschi la sua Nota (I): *I leucoderivati solfitici del triaminotrifenilmetano quali reattivi dell'alcalinità e della dissociazione dei sali.*

Il Socio Peano due Note: una della Drª Rosetta Frisone, *Le varie definizioni di prodotto*; l'altra di M. le capitaine Lagneau, *Logique des propositions.*

Il Socio Parona la Nota del Prof. F. Zambonini, *Leucite pseudomorfa di nefelite di Parco Chigi, presso Ariccia, nei Monti Albani.*

Raccoltasi infine la Classe in seduta privata procedette alla nomina di tre Soci nazionali residenti, e riuscirono eletti i Professori Giacomo Ponzio, Federico Sacco e Quirino Majorana. Salvo l'approvazione Sovrana.

LETTURE

I leucoderivati solfitici del triaminotrifenilmetano quali reattivi dell'alcalinità e della dissociazione dei sali

Comunicazione I del Socio I. GUARESCHI

In seguito ad alcune mie ricerche intorno alla natura dei composti solfitici che si formano per l'azione dell'acido solforoso o dei bisolfiti alcalini in presenza di acido cloridrico, sulle basi, e derivati alchilici, del trifenilmetano, fui condotto ad esaminare come si comportino questi coloranti, *decolorati*, in presenza degli alcali, dei bicarbonati alcalini e dei sali ad acidi deboli, più o meno facilmente dissociabili.

Già nel 1912 (1) io ho dimostrato che la fucsina decolorata coll'acido solforoso o reattivo di Schiff era anche un eccellente reattivo per riconoscere il bromo libero non solamente in soluzione acida, ma specialmente quando è allo stato di vapore e fatto passare insieme all'aria sopra una cartina imbevuta del reattivo; si manifesta una bella colorazione azzurro-violetta. Ed in seguito feci notare che questo reattivo poteva servire anche a caratterizzare la presenza dei bromati e degli ipobromiti.

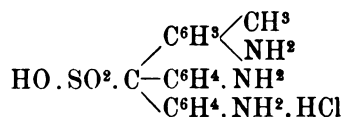
Allora feci pure notare che altre materie coloranti del gruppo del trifenilmetano, convenientemente ridotte, quali la *fucsina* S, il *violetto d'Hofmann* (il vecchio violetto o primitivo), il *metilvioletto* β *extra*, il *metilvioletto rossastro*, il *cristalvioletto* o *violetto cristallizzato* o *cloridrato di esametil p.triaminotrifenilme-*

(1) I. Guareschi, *Nuova reazione del bromo sensibilissima anche in presenza degli altri alogeni*. " Atti R. Accad. delle Sc. di Torino ", 1912, t. 47.

tano, potevano essere pure buoni reattivi del bromo ed anche degli ipobromiti ([1]).

In seguito, ho fatto alcune ricerche le quali dimostrano che questi reattivi valgono anche per la ricerca della alcalinità, specialmente per le acque potabili. Si possono fare delle istruttive esperienze di lezione.

Non si conosce ancora la composizione dei composti incolori che si ottengono per l'azione dell'acido solforoso o dei bisolfiti sui colori del trifenilmetano. Può ammettersi che il composto incoloro che si ottiene colla fucsina sia il cosidetto *acido fucsinsolforoso* ([2]):

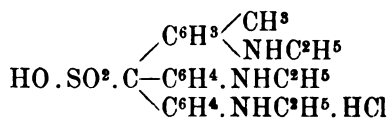
$$HO.SO^2.C \begin{cases} C^6H^3 \langle {CH^3 \atop NH^2} \\ C^6H^4.NH^2 \\ C^6H^4.NH^2.HCl \end{cases}$$

e per analogia il leucoderivato solfitico del violetto d'Hofmann avrebbe una formula simile. Queste formole però sono da me ammesse con molta riserva.

L'intensità della colorazione coll'alcalinità delle acque è maggiore quando la molecola del leucoderivato contiene C^2H^5 invece di CH^3, e specialmente quando C^2H^5 vi si trova come $—NHC^2H^5$.

Con questi reattivi non vi è bisogno di concentrare l'acqua per evaporazione, perchè il segno dell'alcalinità si ha direttamente agendo sull'acqua, data la grande sensibilità.

1. — Violetto d'Hofmann o cloridrato di trietilrosanilina.

Il *violetto di trietilrosanilina* o *cloridrato di trietiltriaminotrifenilmetano* decolorato col gas solforoso sarebbe:

$$HO.SO^2.C \begin{cases} C^6H^3 \langle {CH^3 \atop NHC^2H^5} \\ C^6H^4.NHC^2H^5 \\ C^6H^4.NHC^2H^5.HCl \end{cases}$$

([1]) I. Guareschi, *Sulla diffusione del bromo in natura e sua ricerca anche nelle materie organiche*. Nota II. "Atti R. Accad. Sc. Torino", 1912, t. 47; *Altre osservazioni sulle mie nuove reazioni caratteristiche e sensibilissime del bromo*. Nota III. "Atti R. Accad. Sc. Torino", 1912, t. 48.

([2]) A. Hantzsch e G. Ostwald. "Ber.", 1900, t. 33, p. 289.

e costituisce un eccellente reattivo per gli alcali, i carbonati alcalini, i bicarbonati alcalino-terrosi e quindi anche per le acque potabili che hanno lievissima reazione alcalina. Però il violetto deve essere decolorato ossia trasformato nel suo leucoderivato per riduzione coi bisolfiti o col gas solforoso, come già dissi nella mia seconda nota sulla ricerca del bromo [1]. Preparo il reattivo nel modo seguente: 1 gr. di violetto Hofmann si scioglie in 100 cm^3 di acqua distillata, poi si aggiungono 6 gr. di bisolfito sodico e 10-11 cm^3 di acido cloridrico a 1,19. Dibattendo la soluzione, a poco a poco diventa quasi incolora. È bene che il reattivo non contenga un eccesso di gas solforoso; quello preparato da un certo tempo reagisce meglio.

Se si versa una o due goccie di reattivo in 100 o 150 cm^3 di acqua distillata, entro cilindro, e si mescola bene, non si ha nessuna colorazione, nemmeno dopo un'ora. Se invece si versa una o due goccie del reattivo nell'acqua potabile (ad esempio quella di Torino; in acqua del Po, o in acque di pozzi, ecc.), si ha *istantaneamente* colorazione violetta intensa.

Con soluzione diluitissima di carbonato o di idrato sodico si ha la stessa colorazione. Anche colla soluzione diluita di idrato di calcio si produce intensa ed istantanea colorazione violetta. Meglio usare vetri buoni poco o niente alcalini.

Una goccia di reattivo versata e dibattuta in 120 cm^3 di soluzione molto diluita di bicarbonato calcare (contenente circa gr. 0,0013 di CaO) produce istantaneamente una intensa colorazione violetta.

Nella mia nota del 1912 ho fatto osservare che questo reattivo si colora in azzurro col bromo; così è pure cogli ipobromiti e cogli ipocloriti, perchè hanno reazione alcalina. Una goccia di reattivo in 150 cm^3 di acqua contenente delle traccie minime di ipoclorito di calcio o di sodio produce istantaneamente una magnifica colorazione azzurro-violetta, come si ha col bromo, ma più rapida. Non si può però confondere la reazione con quella del bromo, perchè in questo caso si opera

---

(1) *Sulla diffusione del bromo in natura e sua ricerca anche nelle materie organiche*. Nota II. "Atti R. Acc. Sc. Torino", 1912, t. 47; "Zeit. f. analyt. Chem.", 1913, t. 52, p. 545.

sempre in soluzione acida (per acido cromico, acido solforico, ecc.) o sul vapore che se ne elimina.

Il reattivo funziona benissimo anche quando è da lungo tempo preparato. Il colore aderisce molto al vetro.

Quando l'alcalinità è debolissima: 1 : 100.000 o 1 : 200.000, allora basta una gocciolina piccola di reattivo; un eccesso di reattivo versato subito, danneggia la reazione.

Con 1 mgr. di NaOH in 200 cm^3 di acqua distillata, cioè 1 : 200.000, si ha ancora una netta colorazione violetta, se si aggiunge solo una piccola quantità di reattivo.

Questa sensibilità è superiore a quella che si avrebbe adoperando il tornasole od altro indicatore.

Con questo reattivo si dimostra facilmente la reazione alcalina dei fosfati bimetallici, dei borati, dei sali di piombo (acetato neutro e basico), dell'acetato di sodio, ecc. Basta sciogliere un poco del sale entro un cilindro, diluire, se si vuole, sino a 100 cm^3 e versarvi una goccia di reattivo. Dopo pochi istanti si ha colorazione azzurro-violacea. Anche colle soluzioni di *solfato basico di chinina* si ha colorazione intensa, ed ancor più colle soluzioni diluite di *anilina*.

Invece con sali veramente neutri, quali il cloruro di sodio, non si ha colorazione alcuna, anche dopo mezz'ora, lievissima colorazione dopo molto tempo, nel qual caso si ha anche coll'acqua distillata.

Agitando con acqua il *fosfato tricalcico* ed aggiungendovi una goccia del reattivo, dopo pochi minuti si osserva intensa colorazione azzurro-violacea; si dimostra la reazione alcalina anche col *fosfato bicalcico*, ma molto meno intensa; nessuna reazione, o lievissima col tempo, col *fosfato monocalcico*.

Il fosfato di magnesio ed il fosfato ammonico-magnesico dimostrano pure reazione alcalina col mio reattivo.

È noto che il carbonato di calcio, anche purissimo, reagisce lievemente alcalino al tornasole ed alla fenolftaleina. Ma reagisce molto più intensamente alcalino col mio reattivo.

---

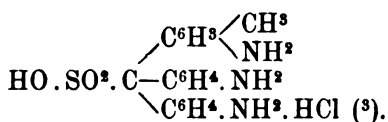
[1] In tal modo si può fare anche una esperienza di scuola. In tre tubi da saggio si mette circa 1 gr. dei tre fosfati e 10 cm^3 di acqua, poi in ognuno una goccia di reattivo e si agita. Si avrà intensa reazione col fosfato tricalcico, minore col bicalcico e nulla col monocalcico.

Ho saggiato questo reattivo, ed altri derivanti dal trifenilmetano, con numerose sostanze minerali e con sostanze organiche azotate e riferirò in una seconda nota.

Come esporrò in una seconda comunicazione, con questo reattivo si può dimostrare la decomposizione idrolitica di diversi composti minerali ed organici.

Può essere utilizzato per reazioni microchimiche degli albuminoidi, di taluni aminoacidi, ecc. [1]. In pochi istanti si può dimostrare la differenza fra l'amido di frumento e l'amido di riso; quest'ultimo contiene sempre più o meno di materie albuminoidi e ne dà netta la reazione col mio reattivo, mentre invece l'amido di frumento che non contiene albuminoidi non dà la reazione.

2. — **Fucsina decolorata col gas solforoso o coi bisolfiti** [2].

$$
\begin{array}{l}
\qquad\qquad\quad \diagup C^6H^3\!\left\langle\begin{array}{l}CH^3\\ NH^2\end{array}\right. \\
HO.SO^2.C\!-\!C^6H^4.NH^2 \\
\qquad\qquad\quad \diagdown C^6H^4.NH^2.HCl
\end{array}
$$
[3].

Se in 100 o 150 cm^3 di acqua potabile (acqua potabile di Torino, acqua del Po, acqua di pozzo, ecc.) si versa, e poi si agita, una goccia del reattivo fucsinico, si manifesta subito una bella colorazione rosa. Nelle stesse condizioni coll'acqua distillata si ha pure la reazione, ma dopo 5-10 minuti. La reazione si ha egualmente con acque contenenti gli ipobromiti od ipocloriti alcalini, o l'ipoclorito di calcio. Si ottiene pure con traccie di acqua di calce, perchè questi sali hanno reazione alcalina. Se si versano una o due goccie di reattivo in 100 cm^3 di soluzione diluitissima di bicarbonato di calcio $CaH^2(CO^3)^2$, a poco a poco si manifesta la colorazione rosea.

---

(1) Si vegga la mia Memoria letta alla R. Accademia di Agricoltura: *Di alcuni errori sulla localizzazione dei composti chimici nei semi di frumento e di riso e sul cosidetto aleurone.* " Annali della R. Accad. di Agric. di Torino ", 1918.

(2) Il reattivo si prepara come già dissi nel 1912.

(3) Io ammetto questa formola, come le altre, con riserva.

Il mio reattivo pel bromo e per gli ipobromiti e pei bromati vale dunque anche per gli ipocloriti. Ma nel caso degli ipocloriti la reazione è dovuta all'alcalinità, mentre la ricerca del bromo si fa in soluzione acida o sul vapore. Il reattivo non vale dunque a scoprire gli ipocloriti nelle acque potabili.

Che questo colore di anilina decolorato col gas solforoso ritornasse al suo colore naturale per l'azione degli alcali era noto; e lo ricorda anche Grey quando vuol riconoscere col reattivo di Schiff la formazione di aldeide per fermentazione anaerobica del glucosio col *bacillus coli communis* (1).

3. — Cloridrato di pararosanilina decolorato coi bisolfiti.

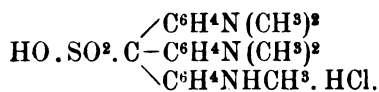
Si prepara il reattivo come il precedente.

Se si versa 1-2 goccie di reattivo in 150 cm^3 di acqua potabile, si osserva istantaneamente una bella colorazione rosa; nelle stesse condizioni con acqua distillata si ha una lievissima colorazione rosea solamente dopo 5 a 10 minuti.

Bastano traccie minime di ipobromito di sodio o di ipoclorito di calcio per produrre una intensa colorazione violetta. Ma in questi casi certamente la reazione è dovuta alla maggiore alcalinità dovuta agli ipocloriti.

Se ad una soluzione diluitissima di bicarbonato di calcio si aggiunge qualche goccia del reattivo, si manifesta quasi subito una colorazione rosea; ma molto meno rapida e intensa che non col violetto d'Hofmann decolorato.

4. — Metilvioletto β o cloridrato di pentametil-p-rosanilina (metilvioletto rossastro) decolorato.

$$HO.SO^2.C \begin{cases} C^6H^4N(CH^3)^2 \\ C^6H^4N(CH^3)^2 \\ C^6H^4NHCH^3.HCl. \end{cases}$$

Questo colorante è un eccellente reattivo per riconoscere l'alcalinità di un liquido e quindi anche per le acque potabili.

(1) E. Ch. Grey, *The production of acetaldehyde during the anerobic fermentation of glucose by "bacillus coli communis"*, in "Biochem. Journal", 1913, t. VII, p. 360.

Bisogna prima ridurre il colorante in leucoderivato. Io adopro la soluzione seguente:

Metilvioletto β extra . . .	0,5	gr.
Acqua distillata	1000	„
Bisolfito di sodio	6	„
Acido cloridrico a 1,19 . .	5,5	„

Questa soluzione incolora o quasi si conserva bene. Dopo quasi due anni, la soluzione che ho ancora, è giallognola, ma dà benissimo le reazioni.

Questo violetto, detto anche violetto d'Hofmann, benchè non sia il vero e primitivo violetto d'Hofmann, che sarebbe un trietilderivato della rosanilina, decolorato col bisolfito, è, come dicevo, un eccellente reattivo per gli alcali. Una soluzione di NaOH in acqua al 1 : 100.000 si colora in bel violetto con una o due goccie di reattivo e dà netta la reazione ancora a 1 : 200.000 ed anche più diluita.

Coll'acqua distillata non produce colorazione o lievissima, ma coll'acqua potabile dà la bella colorazione violetto-rosea. Con una goccia di reattivo in 100 a 150 cm³ si ha istantaneamente colorazione violacea intensa coll'acqua potabile e solamente dopo alcuni minuti una lievissima colorazione coll'acqua distillata.

Manifesta bene la colorazione violetta colle soluzioni diluite dei fosfati bisodico e trisodico; come pure coll'acqua di calce, ma meno intensamente che non la colorazione prodotta dal vecchio violetto d'Hofmann.

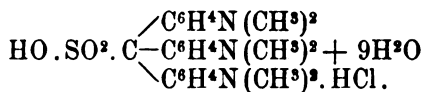
Se a 100-150 cm³ di una soluzione molto diluita di *bicarbonato di calcio* si versa una goccia del reattivo, si ha una colorazione azzurra come gli alcali, ma meno pronta e meno intensa di quella che dà il violetto d'Hofmann.

Una cartina imbevuta del reattivo e posta nel vapore di bromo o di cloro nulla dà di veramente caratteristico.

Se si versa il reattivo in acqua distillata contenente piccola quantità di ipoclorito di sodio o di ipoclorito di calcio, si manifesta colorazione azzurra. Se l'acqua contiene traccie di *cloro libero*, come nell'*acqua di cloro*, il liquido si colora pure in azzurro.

5. — Violetto cristallizzato (krystallviolet)

o *cloridrato di esametil- p. rosanilina* $C^{25}H^{30}N^{3}Cl$, ossia:

$$HO.SO^2.C \begin{cases} C^6H^4N(CH^3)^2 \\ C^6H^4N(CH^3)^2 + 9H^2O \\ C^6H^4N(CH^3)^2.HCl. \end{cases}$$

Questa materia colorante si presta pure bene alla ricerca degli alcali.

Il reattivo si prepara in modo affatto simile ai precedenti [1]:

Violetto cristallizzato . . .	0,5	gr.
Acqua distillata	500	cm^3
Bisolfito di sodio	5	gr.
Acido cloridrico a 1,19 . .	5	cm^3

Se in 100 a 150 cm^3 di acqua potabile si versa una goccia del reattivo, istantaneamente si ha colorazione violetta intensa. Coll'acqua distillata nelle stesse condizioni non si ha nulla; lievissima colorazione dopo mezz'ora.

Se l'acqua distillata contiene traccie di ipoclorito o di acqua di cloro, si ha colorazione azzurra.

Se l'acqua distillata contiene traccie di bromo libero, si ha pure una pronta colorazione azzurra. Si comporta pressochè come l'antico violetto d'Hofmann.

Una cartina imbevuta del reattivo si colora in azzurro chiaro quando è immersa nel vapore di bromo, ma ha nulla di caratteristico e non può servire come reattivo del bromo.

Invece può servire a svelare delle piccolissime quantità di ipocloriti nelle acque; ma serve meglio il violetto d'Hofmann trietilico: la colorazione data dal violetto d'Hofmann è più bella e più intensa.

Così pure si comporta col *bicarbonato di calcio.*

G. A. Le Roy [2] ha trovato nell'*esametiltriaminotrifenilmetano* o *violetto cristallizzato* un buon reattivo per riconoscere gli

(1) Loc. cit., Nota III.

(2) " C. R. „ 1916, t. 163, p. 226.

ipocloriti nelle acque potabili. Però io credo che possa nascere qualche confusione colla alcalinità, per il fatto che anche le acque potabili, o per la loro alcalinità, o per la dissociazione dei sali, producono una colorazione molto somigliante, un poco più lenta a svilupparsi, ma ad ogni modo una colorazione si ha anche quando non vi sono gli ipocloriti.

La preparazione del reattivo come l'ho indicata io nel 1912, cioè la scolorazione del cristal-violetto, è molto più semplice che non quella indicata dal Roy. La diversità dei risultati che io ho ottenuto può dipendere dal diverso modo di preparare il reattivo; io ho decolorato il violetto coll'acido solforoso ed il Roy ha adoperato il cloridrato di esametiltriaminotrifenilmetano preparato sia dall'ortoformiato di etile sia dal tetrametildiaminobenzidrolo, sia riducendo il violetto cristallizzato con zinco e acido cloridrico. Io non ho preparato il reattivo secondo questi metodi e non posso dire con sicurezza se si comporta in tutto identicamente al mio.

Da quanto ho esposto si può concludere:

1. I derivati solfitici del triaminotrifenilmetano, e specialmente il violetto d'Hofmann trietilico, decolorato col bisolfito, costituiscono dei buoni reattivi per l'alcalinità anche in quei casi in cui il tornasole od altre materie coloranti non servano bene. Si evita la concentrazione dell'acqua a piccolo volume.

Ho fatto delle esperienze di confronto con la tintura di tornasole, con la fenolftaleina, ecc., ma indubbiamente la sensibilità e bellezza della reazione è molto maggiore colle materie coloranti da me indicate.

2. Molti sali e specialmente quelli ad acido debole quando sono in soluzione diluitissima reagiscono assai bene col mio reattivo o violetto di Hofmann trietilico decolorato. Queste reazioni possono servire a dimostrare la dissociazione di sali quali i borati, i fosfati, ecc. e nella microchimica, come esporrò in una seconda Nota.

Torino. R. Università. Laboratorio di Chimica farmaceutica e tossicologica. Marzo 1918.

Le varie definizioni di prodotto

Nota della Dr. ROSETTA FRISONE
(R. Scuola Normale di Torino)

In questa nota esamino i vari modi con cui nel linguaggio comune si esprime l'idea di prodotto; poi faccio l'analisi della definizione che si trova comunemente nei libri scolastici, e che si può far rimontare ad Euclide; poi quella di Cauchy, quella di Cantor, gli studi del compianto prof. Capelli in questa questione, e infine espongo la definizione per induzione.

Il prodotto di due numeri, per esempio 2 e 3, si indica con 2×3, che si legge in matematica " 2 moltiplicato per 3 "; nel linguaggio comune la stessa idea si esprime:

a) colla semplice apposizione verbale; così cinquecento $=$ cento$\times$cinque. Parimenti in " cinque metri " e " cinque dita " l'apposizione significa $\times$.

b) con suffissi grammaticali: così 2×3 si legge " il doppio di 3 " o " il triplo di 2 "; cioè il suffisso *-plo* di *duplo, triplo,* ecc., indica $\times$. Parimenti in " 2 terne $= 2\times3$ ", " 2 dozzine $= 2\times12$ ", il suffisso *-na* di *terna, dozzina,* significa $\times$. In " 3 paia $=$ 3 coppie $= 3\times2$ ", al segno $\times2$ si son sostituite delle parole speciali: *paio, coppia.*

c) colla parola *volte*: " 2 volte 3 $= 3\times2$ ".

La scrittura simbolica, usata in Aritmetica e in Algebra, rappresenta questa idea sempre collo stesso simbolo $\times$, qualche volta sottinteso. La notazione simbolica fa corrispondere ad ogni idea un simbolo solo, mentre il linguaggio ordinario esprime la stessa idea sotto molte forme diverse.

Nel nostro ordinamento scolastico, la moltiplicazione si insegna nella prima elementare; si fa uso del segno $\times$, e non si dà alcuna definizione. Le definizioni cominciano a comparire in 4ª elementare, e sono comuni nei libri delle scuole medie e superiori. Non fu sempre così. Per la storia dell'insegnamento

dell'aritmetica nelle scuole elementari, vedasi la mia nota: *Le prime definizioni in aritmetica* (1).

L'idea $\times$ si esprime in lingua volgare coll'apposizione o con suffissi grammaticali, e se ne studiano le proprietà nelle classi elementari. Quindi la definizione che si insegna nelle scuole medie non può più avere per scopo di far conoscere la moltiplicazione, già nota, ma può avere per solo scopo di analizzare questa operazione, facendo vedere come si scomponga in idee più semplici, e si arrivi infine alle idee primitive; cosa che non si fa nella scuola inferiore, perchè l'analisi delle idee di aritmetica è recente.

È comune nei libri scolastici la definizione:

1. — " Il prodotto di due numeri a e b è la somma di tanti numeri eguali ad a quante sono le unità contenute in b ".

Alcuni autori aggiungono ancora la condizione $a \times 0 = 0$, e $a \times 1 = a$, ritenendo che non abbia senso l'espressione " somma di 0 numeri " e " somma di 1 numero ". Altri invece ritengono che queste condizioni siano implicite nella definizione generale e non le aggiungono più.

Questa definizione 1 si può far rimontare ad Euclide. Questi, nel libro V, def. 2, usa la parola *multiplice*, e la definisce mediante la misura, o divisione. Lo stesso fa, parlando dei numeri, nel libro VII, def. 5, ove comincia a trattare l'aritmetica. Nel libro VII, la def. 15 dice: *Ἀριθμὸς ἀριθμὸν πολλασιάζειν λέγεται, ὅταν, ὅσαι εἰσὶν ἐν ἀυτῷ μονάδες, τοσαυτάκις συντεθῇ ὁ πολλασιαζόμενος, καὶ γένηταί τις*; che traduco: " Un numero dicesi moltiplicare un numero, quando, quante sono in esso unità, altrettante volte si compone (si somma) il numero moltiplicato, e si genera qualche numero ".

Ma sull'autenticità delle definizioni di Euclide molto si è discusso. Esse non sono in generale eguaglianze in cui in un membro c'è la parola nuova che si definisce e nell'altro c'è un gruppo di parole note. Il loro titolo non è *ὁρισμός* = definizione, ma *ὅρος* = termine. Perciò ripeto quanto scrive il prof. Vacca in *Euclide, il primo libro degli Elementi,* Firenze, 1916, pag. 2:

(1) Nel " Bollettino di Matematiche e di Scienze fisiche e naturali ", anno 1917.

" traduco con *termini* il greco *ὅροι*, piuttosto che con *definizioni*, come si fa comunemente, perchè queste prime pagine introduttorie, invece che *definizioni matematiche*, sono piuttosto chiarimenti o spiegazioni analoghe a quelle che si dànno oggi nei dizionari. Queste prime proposizioni sono state, con tutta probabilità, assai alterate ". Nel nostro caso, delle proposizioni in cui si parla di *moltiplicazione* dopo aver parlato di *multiplo*, e si esprime il *multiplo* mediante il *divisore*, hanno nulla che fare colle definizioni come si intendono comunemente.

Qualunque ne sia la sua origine, per esaminare la definizione 1 sostituisco ad a e a b i numeri particolari cento e cinque:

2. — " cinque cento, cioè cento $\times$ cinque, è la somma di tanti numeri eguali a 100 quante sono le unità contenute in 5 ".

Ora la frase " tante dita quante sono le unità contenute in 5 " significa " 5 dita ". La prima è un allungamento della seconda; così " la metà del doppio di 5 " per indicare 5, è allungamento ottenuto aggiungendo tante parole il cui valore complessivo è nullo. Ogni frase si può allungare indefinitamente aggiungendovi delle parole il cui valore complessivo è nullo; lo stesso avviene nelle formole matematiche; l'algebra insegna le regole, del tipo $a - a = 0$, per ridurre alla forma più semplice le espressioni composte. Ne segue che la frase 2 si semplifica in

3. — " cinque cento $=$ somma di 5 numeri eguali a 100 "

In generale la definizione 1 diventa:

4. — " $a \times b =$ somma di b numeri eguali ad a ".

E siccome la parola *somma* esprime un'idea nota, rappresentata dal simbolo $+$, ed *eguale* esprime un'altra idea nota, rappresentata dal simbolo $=$, e così pure *numero* si può ritenere spiegato nelle nozioni precedenti, la definizione 4 pare legittima. Ma invano si tenterebbe di sostituire le parole *somma* ed *eguale* coi simboli $+$ ed $=$.

Riprendiamo il nostro esempio e nella 3 " cinquecento $=$ somma di 5 numeri eguali a 100 " si vede che la parola *eguali* non può essere sostituita col segno $=$, ma è un pleonasmo, perchè la posso sopprimere, ed ottengo

5. — " cinquecento = somma di cinque numeri 100 ".

In quest'ultima eguaglianza la parola *numeri* è un pleonasmo, perchè " il numero cento " significa " cento ". Sopprimo, ho:

6. — " cinque cento = somma di cinque cento ".

Risulta così che qui la parola *somma* è un pleonasmo, come in " somma di 5 lire = 5 lire ", e trovo, fatta la semplificazione, l'identità

7. — " cinque cento = cinque cento ",

ossia " cinque cento " è l'abbreviazione del suo allungamento.

In " cinque cento " la moltiplicazione è indicata dall'apposizione delle due parole, ed è vano il definire quest'apposizione mediante tante apposizioni quante sono le parole del secondo membro meno una. E precisamente, nella definizione 1 dell'apposizione mediante molte apposizioni, quella che nel secondo membro ha il valore di $\times$ sta fra le due parole " tanti numeri ", " *b* numeri ".

L'apposizione verbale ha molti significati. Oltre quella vista di $\times$, in " ventidue " significa $+$; ed in altre frasi ha varii valori logici e grammaticali.

Alcuni autori allungano la definizione dicendo:

8. — " Prodotto di due fattori è la somma di tanti *termini* o *addendi*, eguali al *moltiplicando*, quante *unità* sono nel *moltiplicatore* ".

Così l'idea di prodotto, che appartiene al linguaggio volgare, e di cui si fanno numerosi esempi nella prima classe elementare, è espressa mediante le parole: *termini, addendi, moltiplicando, unità, moltiplicatore*, che appartengono al linguaggio scientifico, e che si insegnano nelle scuole medie varii anni dopo. Quella definizione esprime il noto per l'ignoto. E se essa pare chiara, si è perchè esprime un'idea già chiara.

***

CAUCHY, nella classica opera *Cours d'Analyse* del 1821 (" Œuvres ", 2e série, t. 3, p. 337), proponendosi di dare una

definizione generale del prodotto servente per gli interi, pei fratti e per gli irrazionali, disse:

9. — " Multiplier le nombre A par le nombre B, c'est opérer sur le nombre A précisément comme on opère sur l'unité pour obtenir B „.

Ma il termine *operare* è generico; e dal sapere che $f1 = B$, cioè che l'operazione o funzione f eseguita su 1 dà per risultato B, nulla posso conchiudere sul valore di fA, cioè sul risultato della stessa operazione eseguita su A. Qui la parola *operazione* deve essere intesa nel significato specifico di *moltiplicazione* o, diversamente detto, di *proporzionalità* o funzione *distributiva*, quindi si definisce la moltiplicazione mediante essa stessa.

Per esporre la stessa obbiezione sotto forma più elementare, vogliasi colla definizione di Cauchy trovare il significato di $a \times 2$. Siccome 2 si ottiene da 1 colle operazioni:

$$2 = \text{successivo di } 1 = 3 - 1 = 4/(1 + 1) = \text{ecc.},$$

troverò per $a \times 2$ i valori

$$\text{successivo di } a,\ 3 - a,\ 4/(a + a),\ \text{ecc.},$$

tutti diversi da $a \times 2$.

La definizione di Cauchy si diffuse largamente nei libri scolastici; ma dopo le obbiezioni fatte nella " Rivista di Matematica „, anno 1891, pag. 101, dal prof. Peano, ed a pag. 121 dal prof. Burali-Forti, essa è pressochè scomparsa.

***

Siccome i numeri si presentano dapprima in apposizione " due occhi, quattro piedi, cinque dita „, ove l'apposizione significa moltiplicato, e solo più tardi da essa si astrae il numero detto astratto " due, quattro, cinque „, così si può proporre di vedere se l'idea di moltiplicazione non sia più semplice di quella dell'addizione.

Questa questione fu trattata dall'illustre e compianto professore A. Capelli, nell'articolo *Sull'ordine di precedenza fra le operazioni fondamentali dell'Aritmetica* (" Rend. della R. Accad. di Napoli „, 16 giugno 1900). Ivi spiega i vari possibili ordina-

menti logici delle quattro operazioni di Aritmetica, e fa vedere come si possa dare una definizione diretta di prodotto, senza passare per la somma. Egli dice:

10. — " Per prodotto di due numeri m ed n intenderemo il numero delle coppie che si possono formare combinando in tutti i modi possibili uno qualunque degli elementi di un aggregato di numerosità m con uno qualunque degli elementi di un aggregato di numerosità n „.

Questa definizione già trovasi in G. Cantor, in una Nota pubblicata contemporaneamente nei " Mathematische Annalen „, t. XLVI, e nella " Rivista di Matematica „, anno 1895, pag. 129. Ivi si introducono i numeri cardinali, che comprendono, oltre i numeri dell'Aritmetica, varie specie di infiniti, e a pag. 134 si definisce direttamente la somma, il prodotto e la potenza di due numeri cardinali.

Queste definizioni sono tradotte in simboli di Logica matematica nel " Formulario Mathematico „, tomo V, pag. 136. Qui traduco letteralmente la prop. 6. " Essendo x e y due numeri di classi, o numeri cardinali finiti o infiniti, allora prendo due classi a e b, tali che il numero degli a sia x, e il numero dei b sia y; e considero il numero delle coppie che si possono formare combinando ogni ente di a con ogni ente di b. Il valore costante di questo numero di coppie, qualunque siano le classi a e b, si pone per definizione $= xy$ „. Per provare che $x \times y$ esiste, bisogna provare che il numero delle coppie di un a con un b rimane invariato, sostituendo a e b con altre classi egualmente numerose, ed è così che fa il Cantor nella pagina citata.

Ogni definizione deve essere omogenea nelle lettere variabili. Così con $x \times y$, o più generalmente con $f(x, y)$, posso indicare un'espressione contenente le sole variabili x e y; ma se io indico con quella notazione un'espressione contenente x, y, z, avrò dato lo stesso nome, e chiamati eguali, degli enti che per la loro natura sono diseguali. La definizione, in cui in un membro figurano solo $f(x, y)$ e nell'altro x, y, z, si può rendere omogenea dicendo:

$f(x, y) =$ il valore costante dell'espressione con x, y, z, qualunque sia z;

e segue il teorema che questo $f(x, y)$ esiste, o sempre, o sotto nuove ipotesi.

Oppure si può assumere la definizione non omogenea, e dimostrarne la legittimità, provando che il secondo membro non varia cambiando z.

Per es. non è omogenea la definizione del prodotto di due frazioni, che si trova in tanti libri scolastici:

$$(a/b)\times(c/d)=(ac)/(bd),$$

" prodotto di due frazioni è quella frazione che ha per numeratore il prodotto dei numeratori e per denominatore il prodotto dei denominatori ". Poichè il primo membro contiene il prodotto di due frazioni, e nel secondo comparisce un'espressione contenente non le frazioni, ma i loro numeratori e denominatori. Ora dall'essere $2/3=4/6$, non segue che il numeratore di $2/3$ sia quello di $4/6$. Volendo assumere quella definizione, bisogna giustificarla dimostrando che l'espressione considerata non varia sostituendo una frazione con una sua eguale.

La giustificazione della definizione del prodotto di due numeri cardinali, che si trova in Cantor, non si trova nella Nota citata del Capelli, ma è sviluppata nell'opera dello stesso autore, *Istituzione di analisi algebrica*, 1902, pag. 20:

" Il numero degli elementi dell'aggregato prodotto dipende soltanto dai numeri degli elementi dei fattori ".

La teoria del Capelli penetrò in qualche libro scolastico, per esempio in quello del compianto Lo Monaco; ma non sempre la definizione non omogenea è accompagnata dalla sua giustificazione. La teoria del Capelli è pure citata, ma non usata dal FÄRBER, *Arithmetik*, 1911, pag. 16.

In ogni caso la teoria di Cantor, che è l'unica via per trattare quegli infiniti, non pare appropriata ad una teoria scolastica dei numeri finiti.

***

Ciò che si vuol esprimere con la definizione 1 è il sistema di eguaglianze:

$$a\times 0=0 \qquad a\times 2=a+a$$
$$a\times 1=a \qquad a\times 3=a+a+a$$

eccetera,

ognuna delle quali è completamente scritta in simboli. Esse contengono nel primo membro il segno $\times$, e nel secondo membro il segno $+$, dunque si possono assumere come definizioni dei primi membri. Però siccome non possiamo scrivere effettivamente le infinite eguaglianze del tipo considerato, ossia siccome nell'*eccetera* sta inclusa l'idea dell'infinito, bisogna ancora fare un passo per definire $a \times b$, qualunque sia il numero b. Tutte queste infinite eguaglianze sono compendiate nelle due:

11. $a \times 0 = 0. \qquad a \times (b + 1) = a \times b + a.$

Ponendo nella seconda al posto di b successivamente 0, 1, 2, ecc. troviamo tutte le eguaglianze precedenti.

Questa definizione dicesi per induzione, perchè definisce $a \times (b+1)$ mediante $a \times b$. Nella teoria delle serie dicesi " definizione ricorrente ".

Le proposizioni 11, antichissime, furono assunte come definizioni del prodotto negli *Arithmetices principia* del prof. PEANO nel 1889, prima teoria scritta interamente in simboli di logica matematica.

Questa definizione per induzione penetrò in alcuni libri scolastici, come l'*Aritmetica* di BURALI-FORTI e RAMORINO, gli *Elementi di Aritmetica* di CATANIA, ora alla 6ª edizione, nel libro del GAZZANIGA, anno 1900, e in altri. Però essendo in questi libri le definizioni simboliche più o meno mescolate al linguaggio comune, la necessità della definizione 11 risulta meno evidente.

Quanto precede fu oggetto di una conferenza da me tenuta nell'Università di Torino, alla presenza di varii professori; e ho fatto uso delle osservazioni che in quell'occasione mi furono fatte specialmente dal prof. Peano e dalla prof. Viriglio.

Logique des propositions

par le Capitaine LAGNEAU

1° — Implicatives et conjonctives

On considère des *propositions.*

Certaines propositions sont *vraies.*

Dire que telle proposition est vraie est une *affirmation.*

Quand on considère une proposition l et une proposition m, alors on considère une proposition que l'on nomme l'*implicative* de l sur m, on l'écrit $l \supset m$, que l'on prononce l *donc* m.

1 A toute implicative, on peut appliquer le raisonnement d'*implication: quand l'implicative* $l \supset m$ *est vraie et quand la proposition* l *est vraie, alors la proposition* m *est vraie.*

Quand on considère une proposition l et une proposition m, alors on considère une proposition que l'on nomme la *conjonctive* de l et m, on l'écrit $l \frown m$ que l'on prononce l *et* m.

2 A toute conjonctive, on peut appliquer le raisonnement de *conjonction: quand la proposition* l *est vraie et quand la proposition* m *est vraie, alors la conjonctive* $l \frown m$ *est vraie.*

Une affirmation que l'on obtient en appliquant à des propositions vraies les raisonnements d'implication et de conjonction est nommée un *théorème* et la suite de ces propositions et de ces raisonnements est la *démonstration* du théorème.

Une affirmation que l'on admet sans démonstration est un *postulat.*

Nous admettrons les postulats suivants :

3 $l \supset l$

4 $l \supset . m \supset l$

5 $m \supset l . \supset l : \supset : l \supset m . \supset m$

6 $l \supset m . \cap . m \supset n . \supset . l \supset n$

7 $l \supset m . \cap . l \supset n . \supset . l \supset m \cap n$

8 $l \supset . m \supset n : \supset . l \cap m \supset n$

9 $l \cap m \supset n . \supset : l \supset . m \supset n$

THÉORÈMES :

11 $l \cap m \supset l$ par 8-4-1

Démonstration. $l \supset . m \supset l : \supset . l \cap m \supset l$ par 8 d'où 11 par 4 et 1

12 $l \cap m \supset m$ par 4-3-8-1

Dém. $m \supset m . \supset : l \supset . m \supset m$ par 4 d'où $l \supset . m \supset m$ par 3 et 1
$l \supset . m \supset m : \supset . l \cap m \supset m$ par 8, d'où 12 par 1

13 $l \cap l \supset l$ par 11

14 $l \supset l \cap l$ par 7-3-2-1

Dém. $l \supset l . \cap . l \supset l . \supset . l \supset l \cap l$ par 7
$l \supset l . \cap . l \supset l$ par 3-2 d'où 14 par 1

21 $l \supset m . \cap l . \supset m$ par 8-3-1

Dém. $l \supset m . \supset . l \supset m : \supset : l \supset m . \cap l . \supset m$ 8

22 $l \supset . m \supset l \cap m$ par 9-3-1

Dém. $l \cap m \supset l \cap m . \supset : l \supset . m \supset l \cap m$ 9

23 $l \cap m \supset n . \cap l . \supset . m \supset n$ par 8-9-1

Dém. $l \cap m \supset n . \supset : l \supset . m \supset n .\because \supset : l \cap m \supset n . \cap l . \supset . m \supset n$ 8

24 $l \supset m . \supset . l \supset l \cap m$ par 23-7-3-2-1

Dém. $l \supset l . \cap . l \supset m . \supset . l \supset l \cap m : \cap . l \supset l : l \supset m . \supset . l \supset l \cap m$ 23

31 $l \cap m \supset m \cap l$ par 7-12-11-2-1

Dém. $l \cap m \supset m . \cap . l \cap m \supset l . \supset . l \cap m \supset m \cap l$ 7

32 $m \supset n . \cap . l \supset m . \supset . l \supset n$ par 6-31-2-1

Dém. $m \supset n . \cap . l \supset m . \supset . l \supset m . \cap . m \supset n : \cap : l \supset m . \cap . m \supset n . \supset . l \supset n :$
$: \supset : m \supset n . \cap . l \supset m . \supset . l \supset n$ 6

33 $l \supset n . \cap . l \supset m . \supset . l \supset m \cap n$ par 6-31-7-2-1

Dém. $l \supset n . \cap . l \supset m . \supset . l \supset m . \cap . l \supset n : \cap : l \supset m . \cap . l \supset n . \supset . l \supset m \cap n :$
$: \supset : l \supset n . \cap . l \supset m . \supset . l \supset m \cap n$ 6

34 $l \cap m \supset n . \supset . m \cap l \supset n$ par 23-6-31-2-1

Dém. $m \cap l \supset l \cap m . \cap . l \cap m \supset n . \supset . m \cap l \supset n : \cap . m \cap l \supset l \cap m :$
$: \supset : l \cap m \supset n . \supset . m \cap l \supset n$ 23

35 *lɔ . mɔn : ɔ . m⌒lɔn* par 34-8-6-2-1

36 *m⌒lɔn . ɔ : lɔ . mɔn* par 34-9-6-2-1

37 *lɔ . mɔn : ɔ : mɔ . lɔn* par 6-35-9-2-1

Dém. *lɔ . mɔn : ɔ . m⌒lɔn .·. ⌒ .·. m⌒lɔn . ɔ : mɔ . lɔn .·. ɔ .·.*
.·. lɔ . mɔn : ɔ : mɔ . lɔn 6

42 *mɔ . lɔl⌒m* par 6-4-24-2-1

Dém. *mɔ . lɔm : ⌒ : lɔm . ɔ . lɔl⌒m : ɔ : mɔ . lɔl⌒m* 6

43 *m⌒lɔn . ⌒l . ɔ . mɔn* par 8-36-1

Dém. *m⌒lɔn . ɔ : lɔ . mɔn .·. ɔ : m⌒lɔn . ⌒l . ɔ . mɔn* 8

44 *lɔm . ɔ . lɔm⌒l* par 43-7-3-2-1

Dém. *lɔm . ⌒ . lɔl . ɔ . lɔm⌒l : ⌒ . lɔl : ɔ : lɔm . ɔ . lɔm⌒l* 43

45 *nɔl⌒m . ɔ . nɔl* par 43-6-11-2-1

Dém. *nɔl⌒m . ⌒ . l⌒mɔl . ɔ . nɔl : ⌒ . l⌒mɔl : ɔ :*
: nɔl⌒m . ɔ . nɔl 43

46 *nɔl⌒m . ɔ . nɔm* par 43-6-12-2-1

47 *nɔl⌒m . ɔ . nɔl . ⌒ . nɔm* par 45-46-7-2-1

51 *lɔ : lɔm . ɔm* par 4-5-6-2-1

Dém. *lɔ : mɔl . ɔl* 4 *mɔl . ɔl : ɔ : lɔm . ɔm* 5

52 *mɔn . ɔ : lɔm . ɔ . lɔn* par 9-32-1

Dém. *mɔn . ⌒ . lɔm . ɔ . lɔn : ɔ .·. mɔn . ɔ : lɔm . ɔ . lɔn* 9

53 *lɔm . ɔ . nɔm : ɔ : mɔl . ɔ . nɔl* par 37-5-52-6-2-1

Dém. *lɔm . ɔ . nɔm : ɔ .·. nɔ : lɔm . ɔm* 37
nɔ : lɔm . ɔm .·. ɔ .·. nɔ : mɔl . ɔl 5-52-1

54 *mɔn . ɔ : nɔl . ɔ . mɔl* par 9-6-1

Dém. *mɔn . ⌒ . nɔl . ɔ . mɔl : ɔ .·. mɔn . ɔ : nɔl . ɔ . mɔl* 9

55 *l⌒lɔm . ɔ . lɔm* par 54-14-1

Dém. *lɔl⌒l . ɔ : l⌒lɔm . ɔ . lɔm* 54

56 *lɔ . lɔm : ɔ . lɔm* par 6-8-55-2-1

Dém. *lɔ . lɔm : ɔ . l⌒lɔm .·. ⌒ : l⌒lɔm . ɔ . lɔm .·. ɔ .·. lɔ . lɔm :*
: ɔ . lɔm 6

57 *lɔm . ɔl : ɔl* par 5-56-1

Dém. *lɔ . lɔm : ɔ . lɔm .·. ɔ .·. lɔm . ɔl : ɔl* 5

61 *lɔm . ɔ . l⌒nɔm* par 23-6-11-2-1

Dém. *l⌒nɔl . ⌒ . lɔm . ɔ . l⌒nɔm : ⌒ . l⌒nɔl : ɔ :*
: lɔm . ɔ . l⌒nɔm 23

62 *lɔm . ɔ . n⌒lɔm* par 23-6-12-2-1

63 *l⌒nɔm . ɔ . l⌒nɔm⌒n* par 7-43-12-2-1

Dém. *l⌒nɔm . ⌒ . l⌒nɔn . ɔ . l⌒nɔm⌒n* 7

64 *n⌒lɔm . ɔ . n⌒lɔn⌒m* par 7-23-11-2-1

65 $l \supset m . \supset . l \cap n \supset m \cap n$ par 6-61-63-2-1

Dém. $l \supset m . \supset . l \cap n \supset m : \cap : l \cap n \supset m . \supset l \cap n \supset m \cap n :$
$: \supset : l \supset m . \supset . l \cap n \supset m \cap n$ 6

66 $l \supset m . \supset . n \cap l \supset n \cap m$ par 6-62-64-2-1

67 $l \supset m . \cap . n \supset p . \supset . l \cap n \supset m \cap p$ par 65-66-6-2-1

Dém. $l \supset m . \supset . l \cap n \supset m \cap n$ par 65 d'où $l \supset m . \cap . n \supset p . \supset .$
$. l \cap n \supset m \cap n . \cap n \supset p$ 65-1
$n \supset p . \supset . m \cap n \supset m \cap p$ par 66 d'où $l \cap n \supset m \cap n . \cap .$
$. n \supset p . \supset . l \cap n \supset m \cap n . \cap . m \cap n \supset m \cap p$ 66-1

71 $l \supset m . \cap n . \supset . l \supset m \cap n$ par 66-4-1-7-6-2

Dém. $n \supset . l \supset n : \supset : l \supset m . \cap n . \supset . l \supset m . \cap . l \supset n$ 66

72 $l \supset m . \cap n . \supset . l \supset n \cap m$ par 22-66-6-2-1

Dém. $l \supset m . \cap n . \supset . l \supset m . \cap . m \supset n \cap n$ 22-66-1

73 $m \cap l \supset n . \supset : l \supset m . \supset . l \supset n$ par 23-6-63-21-2-1

Dém. $l \supset m . \cap l . \supset . m \cap l : \cap . m \cap l \supset n : \supset : l \supset m . \cap l . \supset n . \therefore$
$\therefore \cap : l \supset m . \cap l . \supset m \cap l . \therefore \supset . \therefore m \cap l \supset n . \supset : l \supset m . l \cap . \supset n$ 23
$l \supset m . \cap l . \supset m : \supset : l \supset m . \cap l . \supset m \cap l$ 63

74 $l \supset m . \supset . l \supset n : \supset . m \cap l \supset n$ par 71-8-67-4-3-32-6-31-2-1

Dém. $l \supset m . \supset . l \supset n : \supset . l \supset m . \cap l . \supset n . \therefore \cap : m \cap l \supset . l \supset m . \cap l . \therefore \supset . \therefore$
$\therefore l \supset m . \supset . l \supset n : \supset : l \supset m . \cap l . \supset n : \cap : m \cap l \supset . l \supset m . \cap l$ 71
$m \supset . l \supset m : \cap . l \supset l : \supset : m \cap l \supset . l \supset m . \cap l$ 67

75 $m \supset l . \supset n : \supset : m \supset n . \supset n$ par 54-65-6-57-36-2-1

Dém. $m \supset n . \cap : m \supset l . \supset n : \supset : n \supset l . \supset . m \supset l : \cap : m \supset l . \supset n$ 54-65-1
d'où $m \supset n . \cap : m \supset l . \supset n : \supset : n \supset l . \supset n$ 6-2-1
d'où $m \supset n . \cap : m \supset l . \supset n : \supset n$ 57-6-2-1

76 $l \cap m . \cap n . \supset . l \cap . m \cap n$ par 61-11-12-7-2-1

Dém. $l \cap m \supset l . \supset : l \cap m . \cap n . \supset l$ 61 d'où $l \cap m . \cap n . \supset l$ 11-1
$l \cap m \supset m . \supset : l \cap m . \cap n . \supset m$ 61 d'où $l \cap m . \cap n . \supset m$ 12-1
$l \cap m . \cap n . \supset n$ 12 d'où $l \cap m . \cap n . \supset m \cap n$ 7-2-1
d'où $l \cap m . \cap n . \supset l \cap . m \cap n$ 7-2-1

77 $l \cap . m \cap n . \supset . l \cap m . \cap n$ par 62-11-12-7-2-1

2° — Égalités

Quand on considère une proposition l et une proposition m, alors on considère une proposition que l'on nomme l'*égalité* entre l et m, on l'écrit $l = m$ que l'on prononce *l égal m*.

Postulats :

101 $l = m \supset . l \supset m$ (*)

102 $l = m \supset . m \supset l$

103 $l \supset m . \cap . m \supset l . \supset l = m$

Théorèmes :

104 $l = m \supset . l \supset m . \cap . m \supset l$ par 101-102-7

105 $l = m . = . l \supset m . \cap . m \supset l$ par 103-104

Dém. $l = m \supset . l \supset m . \cap . m \supset l : \cap : l \supset m . \cap . m \supset l . \supset l = m :$
$: \supset : l = m . = . l \supset m . \cap . m \supset l$ 103

106 $l = l \cap m \supset . l \supset m$ par 6-101-46

Dém. $l = l \cap m \supset . l \supset l \cap m : \cap : l \supset l \cap m . \supset . l \supset m : \supset :$
$: l = l \cap m \supset . l \supset m$ 6

107 $l \supset m . \supset l = l \cap m$ par 71-24-103-6

Dém. $l \supset m . \supset . l \supset l \cap m : \cap . l \cap m \supset l : \supset :$
$: l \supset m . \supset . l \supset l \cap m . \cap . l \cap m \supset l$ 71

108 $l \supset m . = . l = l \cap m$ par 106-107-103

111 $l = m . \cap l . \supset m$ par 65-101-21-6

Dém. $l = m \supset . l \supset m : \supset : l = m . \cap l . \supset . l \supset m . \cap l$ 65

112 $l = m . \cap m . \supset l$ par 65-102-21-6

113 $l \supset m = l \cap m$ par 4-12-22-7-103-6

Dém. $l \cap m \supset m . \supset : l \supset . l \cap m \supset m$ 4 $\quad l \supset . m \supset l \cap m$ 22

114 $l \cap m \supset l = m$ par 67-4-103-6

Dém. $l \supset . m \supset l : \cap : m \supset . l \supset m : \supset : l \cap m \supset . m \supset l . \cap . l \supset m$ 67

115 $l \cap . l = m . = l \cap m$ par 7-11-114-64-111-31-6-103

Dém. $l \cap m \supset l . \cap . l \cap m \supset l = m . \supset : l \cap m \supset . l \cap . l = m$ 7
$l \cap . l = m . \supset m : \supset : l \cap . l = m . \supset l \cap m$ 64

121 $l = m \supset m = l$ par 104-31-103-6

122 $l = m . = . m = l$ par 121-103

123 $l = m \supset . l \supset n . = . m \supset n$ par 67-54-103-104-6

Dém. $l \supset m . \supset : m \supset n . \supset . l \supset n \therefore \cap \therefore m \supset l . \supset : l \supset n . \supset . m \supset n \therefore$
$\therefore \supset \therefore l \supset m . \cap . m \supset l . \supset : m \supset n . \supset . l \supset n : \cap : l \supset n . \supset . m \supset n$ 67

124 $l = m \supset . n \supset l . = . n \supset m$ par 67-52-103-104-6

(*) Le signe $\supset$ commande le signe $=$, c'est à dire qu'à l'égalité des points on opère sur $=$ avant d'opérer sur $\supset$.

125 $l = m . \cap . l = n . \supset m = n$ par 67-101-102-6-32-7-103

Dém. $l = m \supset . m \supset l : \cap : l = n \supset . l \supset n : \supset :$

$: l = m . \cap . l = n . \supset . m \supset l . \cap . l \supset n$ 67

$l = m \supset . l \supset m : \cap : l = n \supset . n \supset l : \supset :$

$: l = m . \cap . l = n . \supset . l \supset m . \cap . n \supset l$ 67

126 $m = l . \cap . n = l . \supset m = n$ par 67-101-102-6-32-7-103

127 $l = m \supset . l = n . = . m = n$ par 7-125-9-121-6-103

Dém. $l = m \supset . l = n \supset m = n : \cap : l = m \supset . m = n \supset l = n : \supset : l =$

$= m \supset . l = n \supset m = n . \cap . m = n \supset l = n$ 7

128 $l = m \supset . n = l . = . n = m$ par 7-126-36-121-6-103

Dém. $l = m \supset . n = m \supset n = l : \cap : l = m \supset . n = l \supset n = m : \supset : l =$

$= m \supset . n = m \supset n = l . \cap . n = l \supset n = m$ 7

131 $l = . l = m . \supset m$ par 52-101-6-56-105-127-121-9-5-7-21

Dém. $l = m \supset . l \supset m : \supset \therefore l \supset l = m . \supset : l \supset . l \supset m$ 52

d'où $l = . l = m . \supset : l \supset . l \supset m$ 101-6

d'où A $l = . l = m . \supset . l \supset m$ 56-6

$l = m . = l : = : l \supset m . \cap . m \supset l . = l$ 105-127

d'où $l = . l = m . \supset \therefore l \supset m . \supset : m \supset l . \supset l$ 121-101-9-6

d'où $l = . l = m . \supset \therefore l \supset m . \supset : l \supset m . \supset m$ 5-52-6

d'où $l = . l = m . \supset m$ A-7-21-6

132 $m \supset . l = . l = m$ par 4-52-6-5-8-104-54-114-36-7-103

Dém. $m \supset : l \supset m . \supset m$ 4

d'où $l \supset m . \supset m : \supset \therefore l \supset m . \supset : l \supset m . \supset m$ 52-6

d'où $m \supset \therefore l \supset m . \supset : m \supset l . \supset l$ 6-5-52

d'où $m \supset : l \supset m . \cap . m \supset l . \supset l$ 8-52

d'où $m \supset . l = m \supset l$ 104-54-52

$m \supset . l \supset l = m$ 114-36 d'où $m \supset . l = . l = m$ 7-103-6

133 $l = . l = m : = m$ 131-132-103

134 $l = n . = . m = n . \supset l = m$ par 113-127-6-115-71-126-101-37-121-52-35-73-133-122-128-7-103

Dém. $l \supset . l = n . = . l \cap . l = n$ 113

d'où $l \supset : l = n . = . m = n : = : l \cap . l = n . =$

$= . m = n$ 127-6

$l \cap n = . m = n : = : l \cap . l = n . = . m = n$ 115-127

d'où $l \supset \therefore l = n . = . m = n : = : l \cap n =$

$= . m = n$ 71-126-6

d'où B $l = n . = . m = n . \supset : l \supset . l \cap n = . m = n$

101-6-37

$n = l \cap n \supset : l \cap n = . m = n : = : n = . m = n$ 127-121-6

d'où $l \supset : l \cap n = . m = n : = : n = . m = n$ 52-113

d'où $l \cap n = . m = n : \cap l : \supset : n = . m = n$ 101-6-35

d'où $l \supset . l \cap n = . m = n : \supset \therefore l \supset : n = . m = n$ 73

d'où $l = n . = . m = n . \supset \therefore l \supset : n = . m = n$ B-6

$l \supset . n = . m = n : \supset . l \supset m$ 133-122-128-101-52

d'où $l = n . = . m = n . \supset . l \supset m$ 6

d'où $l = n . = . m = n . \supset . m \supset l$ 121-6

135 $l = m . = : l = n . = . m = n$ par 127-134-103

136 $l = m . = : n = l . = . n = m$ par 122-127-128-126-135

Dém. $l = n . = . m = n : = : n = l . = . m = n$ 122-127

$n = l . = . n = m : = : n = l . = . m = n$ 122-128

d'où $n = l . = . n = m : = : l = n . = . m = n$ 126

137 $l = m . = n : = : l = . m = n$ par 122-127-136-121-126-133-125

Dém. $l = m . = n : = : m = l . = n$ 122-127

$m = . m = l : = . m = n \therefore = : m = l . = n$ 136-121

d'où $m = . m = l : = . m = n \therefore = : l = m . = n$ 126

$m = . m = l : = . m = n \therefore = : l = . m = n$ 133-127

141 $l = l$ par 103-3

142 $l = l \cap l$ par 12-14-103

143 $l \cap m = m \cap l$ par 31-103

144 $l = m \supset l \cap n = m \cap n$ par 101-102-65-6-7-103

Dém. $l = m \supset . l \supset m$ 101 $l \supset m . \supset . l \cap n \supset m \cap n$ 65

$l = m \supset . m \supset l$ 102 $m \supset l . \supset . m \cap n \supset l \cap n$ 65

145 $l = m \supset n \cap l = n \cap m$ par 101-102-66-6-7-103

146 $l = m . \cap . n = p . \supset . l \cap n = m \cap p$ par 144-121-6-145-67-125

Dém. $l = m \supset l \cap n = m \cap n$ 144

d'où $l = m \supset m \cap n = l \cap n$ 121-6

$n = p \supset m \cap n = m \cap p$ 145

d'où $l = m . \cap . n = p . \supset . m \cap n = l \cap n . \cap . m \cap n = = m \cap p$ 67

147 $l \cap m . \cap n . = . l \cap . m \cap n$ 76-77-103

148 $l \cap n \supset m . = . l \cap n \supset m \cap n$ 63-45-103

Quand on considère des propositions l, m, n, alors on considère une proposition $l \cap m \cap n$.

151 Postulat $l \cap m \cap n = . l \cap m . \cap n$

THÉORÈMES :

152 $l \cap m \cap n = . l \cap . m \cap n$ par 147-122-125-126-151

153 $l \cap m \cap n = m \cap l \cap n$ par 143-144-122-125-126-151-152
$= n \cap l \cap m$
$= l \cap n \cap m$
$= m \cap n \cap l$
$= n \cap m \cap l$

Quand on considère des propositions l, m, n, p, alors on considère une proposition $l \cap m \cap n \cap p$.

154 Postulat $l \cap m \cap n \cap p = . l \cap m \cap n . \cap p$

THÉORÈMES :

155 $l \cap m \cap n \cap p = : l \cap m . \cap n : \cap p$ par 147-122-125-126-151-152-154
$= . l \cap m . \cap . n \cap p$
$= : l \cap : m \cap . n \cap p$
$= : l \cap . m \cap n : \cap p$
$= : l \cap : m \cap n . \cap p$
$= . l \cap . m \cap n \cap p$

156 $l \cap m \cap n \cap p = m \cap l \cap n \cap p$ par 143-144-122-125-126-151-153-154-155
$= n \cap l \cap m \cap p$
etc. . . .

Quand on considère des propositions l, m, n, alors on considère une proposition $l = m = n$.

161 Postulat $l = m = n . = : l = m . = n$

THÉORÈMES :

162 $l = m = n . = : l = . m = n$ par 137-122-125-126-161

163 $l = m = n . = . m = l = n$ par 122-127-128-125-126-161-162
$= . n = l = m$
$= . l = n = m$
$= . m = n = l$
$= . n = m = l$

Quand on considère des propositions l, m, n, p, alors on considère une proposition $l = m = n = p$.

164 Postulat $l = m = n = p \,.=:\, l = m = n \,.= p$

THÉORÈMES:

165 $l=m=n=p.=\therefore l=m.=n:=p$ par 136-122-125-126-161-162-164
$=: l=m.=.n=p$
$=\therefore l=:m=.n=p$
$=\therefore l=.m=n:=p$
$=\therefore l=:m=n.=p$
$=: l=.m=n=p$

166 $l=m=n=p.=.m=l=n=p$ par 122-127-128-125-126-161-163-164-165
$=.n=l=m=p$

etc....

171 $n \supset l \cap m \,.=.\, n \supset l \,.\cap.\, n \supset m$ par 7-47-103

172 $l \supset m \,.\supset l :=\, l$ par 4-57-103

173 $l \cap m \supset n \,.=.\, m \cap l \supset n$ par 34-103

174 $m \supset .\, l \supset n :=: l \supset .\, m \supset n$ par 37-103

175 $l \cap m \supset n \,.=: l \supset .\, m \supset n$ par 8-9-103

176 $m \cap l \supset n \,.=: l \supset m \,.\supset.\, l \supset n$ par 73-74-103

177 $l \supset m = n \,.=: l \supset m \,.=.\, l \supset n$ par 176-173-175-125-126-146-171-105-152

Dém. $l \supset .\, m \supset n :=: l \supset m \,.\supset.\, l \supset n$ 176-173-175-125-126

181 $l \supset m \,.\supset.\, n \supset m :=: m \supset l \,.\supset.\, n \supset l$ par 53-103

182 $l \supset m \,.=.\, n \supset m \,.\supset: m \supset l \cap n \,.\supset l = n$ par 181-146-101-67-54-47-52-103-6

Dém. $l \supset m \,.\supset.\, n \supset m : \cap : n \supset m \,.\supset.\, l \supset m :=: m \supset l \,.\supset.\, n \supset l : \cap :$
$: m \supset n \,.\supset.\, l \supset n$ 181-146

$m \supset l \,.\supset.\, n \supset l : \cap : m \supset n \,.\supset.\, l \supset n : \supset :$
$: m \supset l \,.\cap.\, m \supset n \,.\supset.\, n \supset l \,.\cap.\, l \supset n$ 67

$m \supset l \cap n \,.\supset.\, m \supset l \,.\cap.\, m \supset n : \supset \therefore$
$\therefore m \supset l \,.\cap.\, m \supset n \,.\supset.\, n \supset l \,.\cap.\, l \supset n : \supset :$
$: m \supset l \cap n \,.\supset.\, n \supset l \,.\cap.\, l \supset n$ 54

$n \supset l \,.\cap.\, l \supset n \,.\supset l = n : \supset \therefore$
$\therefore m \supset l \cap n \,.\supset.\, n \supset l \,.\cap.\, l \supset n : \supset : m \supset l \cap n \,.\supset l = n$ 52

183 $l \cap m = l \cap n = .\, l \supset m = n$ par 175-64-46-103-125-146-171-105-124

Dém. $l \supset .\, m \supset n :=: l \cap m \supset l \cap n$ 175-64-46-103-125

3° — Alternatives

Quand on considère une proposition l et une proposition m, alors on considère une proposition que l'on nomme l'*alternative* de l ou m, on l'écrit $l \cup m$ que l'on prononce l *ou* m.

201 Postulat $l \cup m = : l \supset m . \supset m$

THÉORÈMES :

202 $l \cup m \supset m \cup l$ par 201-101-102-5-6

203 $l \cup m = m \cup l$ par 202-103

204 $l \cup l \supset l$ par 57-201-101-6

205 $l \supset l \cup l$ par 4-201-102-6

206 $l \cup l = l$ par 204-205-103

207 $l \supset m . \cup l$ par 57-201-112

208 $l \cup m = . m \supset l . \supset l$ par 201-203-125

211 $m \supset l \cup m$ par 4-201-102-6

212 $l \supset l \cup m$ par 211-202-6

213 $l \cup m \supset m . \supset . l \supset m$ par 6-212-23

Dém. $l \supset l \cup m . \cap . l \cup m \supset m . \supset . l \supset m$ 6

214 $l \supset m . \supset . l \cup m \supset m$ par 6-201-101-23-51

Dém. $l \cup m \supset : l \supset m . \supset m .\therefore \cap .\therefore l \supset m . \supset m : \supset m .\therefore \supset . l \cup m \supset m$ 6

d'où $l \supset m . \supset m : \supset m .\therefore \supset . l \cup m \supset m$ 201-101-23

$l \supset m . \supset .\therefore l \supset m . \supset m : \supset m$ 51

215 $l \supset m . = . l \cup m \supset m$ par 213-214-103

216 $l \cup m = m \supset . l \supset m$ par 213-61-104-6

217 $l \supset m . \supset l \cup m = m$ par 214-211-71-103-6

218 $l \supset m . = m = l \cup m$ par 216-217-103-162

219 $l = m = l \cap m = l \cup m$ par 218-108-125-165-166

221 $l \supset . l \cap . l \cup m$ par 24-212

Dém. $l \supset l \cup m . \supset : l \supset . l \cap . l \cup m$ 24

222 $l \cap . l \cup m . = l$ par 221-11-103

223 $l \cap m . \cup l . \supset l$ par 214-11

Dém. $l \cap m \supset l . \supset : l \cap m . \cup l . \supset l$ 214

224 $l \cup . l \cap m . = l$ par 223-202-6-212-103

225 $l \supset m . \supset . l \supset m \cup n$ par 6-212-43

Dém. $l \supset m . \cap . m \supset m \cup n . \supset l \supset m \cup n$ 6

226 $l \supset m . \supset . l \supset n \cup m$ par 6-211-43
231 $l \cup m \supset n . \supset . l \supset n$ par 6-212-23
Dém. $l \supset l \cup m . \cap . l \cup m \supset n . \supset . l \supset n$ 6
232 $m \cup l \supset n . \supset . l \supset n$ par 6-211-23
233 $l \supset n . \cap . m \supset n : \supset . l \cup m \supset n$ par 77-6-65-75-8-36-201-101-54-31
Dém. $l \supset m . \supset m : \cap . m \supset n . \cap . l \supset n : \supset \therefore l \supset m . \supset m : : \cap . m \supset n \therefore \cap . l \supset n$ 77
$l \supset m . \supset m : \cap . m \supset n \therefore \cap . l \supset n \therefore \supset : l \supset m . \supset n : \cap . l \supset n$ 6-65
$l \supset m . \supset n : \cap . l \supset n : \supset n$ 75-8
d'où $m \supset n . \cap . l \supset n . \supset \therefore l \supset m . \supset m : \supset n$ 6-36
$l \supset m . \supset n : \supset n \therefore \supset . l \cup m \supset n$ 201-101-54
234 $l \supset n . \cap . m \supset n . = . l \cup m \supset n$ par 233-231-232-7-103
235 $l \cup . m \cup n . \supset . l \cup m . \cup n$ par 211-225-233-312
Dém. $m \supset l \cup m$ 211 d'où $m \supset . l \cup m . \cup n$ 225
$n \supset . l \cup m . \supset n$ 211 d'où $m \cup n \supset . l \cup m . \cup n$ 233
$l \supset l \cup m$ 202 d'où $l \supset . l \cup m . \cup n$ 225
d'où $l \cup . m \cup n . \supset . l \cup m . \cup n$ 233
236 $l \cup m . \cup n . \supset . l \cup . m \cup n$ par 212-226-233-211
237 $l \cup . m \cup n . = . l \cup m . \cup n$ par 235-236-103
241 $l \supset m \cup n . \supset . l \cup n \supset m \cup n$ par 233-211-43
Dém. $l \supset m \cup n . \cap . n \supset m \cup n . \supset . l \cup n \supset m \cup n$ 233
242 $l \cup n \supset m \cup n . \supset . l \supset m \cup n$ par 6-212-23
Dém. $l \supset l \cup n . \cap . l \cup n \supset m \cup n . \supset . l \supset m \cup n$ 6
243 $l \supset m \cup n . = . l \cup n \supset m \cup n$ par 241-242-103
244 $l \supset m . \supset . l \cup n \supset m \cup n$ par 6-225-241
Dém. $l \supset m . \supset . l \supset m \cup n : \cap : l \supset m \cup n . \supset . l \cup n \supset m \cup n : \supset : : l \supset m . \supset . l \cup n \supset m \cup n$ 4
245 $l \supset m . \supset . n \cup l \supset n \cup m$ par 244-202-71-6-32
246 $l \supset m . \cap . n \supset p . \supset . l \cup n \supset m \cup p$ par 244-245-67-6
Dém. $l \supset m . \cap . n \supset p . \supset . l \cup n \supset m \cup n . \cap . m \cup n \supset m \cup p$ 244-245-67
247 $l = m \supset l \cup n = m \cup n$ par 244-67-103-104-6
248 $l = m \supset n \cup l = n \cup m$ par 245-67-103-104-6
249 $l = m . \cap . n = p . \supset l \cup n = m \cup p$ par 247-248-67-121-65-125-6
251 $l \cap . m \cup n . \supset . m \cup . l \cap n$ par 201-101-66-71-31-6-52-62-47-54
Dém. $l \cap . m \cup n . \supset : l \cap : m \supset n . \supset n$ 201-101-66
$l \cap : m \supset n . \supset n : \supset : m \supset n . \supset l \cap n$ 71-31-6-52

mɔn.ɔl∩n:ɔ:mɔn.∩.mɔn.ɔl∩n 62
mɔl.∩.mɔn.ɔl∩n:ɔ:mɔl∩n.ɔl∩n 47-54

252 l∩.m∪n.ɔ.l∩m.∪.l∩n par 251-64-202-66-6

Dém. l∩.m∪n.ɔ:l∩:m∪.l∩n 251-64
l∩:m∪.l∩n:ɔ:l∩:l∩n.∪m 202-66
l∩:l∩n.∪m:ɔ.l∩n.∪.l∩m 251

253 l∩m.∪.l∩n.ɔ.l∩.m∪n par 233-11-246-12-7

Dém. l∩mɔl.∩.l∩nɔl.ɔ:l∩m.∪.l∩n.ɔl 233
l∩mɔm.∩.l∩nɔn.ɔ:l∩m.∪.l∩n.ɔm∪n 246

254 l∩.m∪n.=.l∩m.∪.l∩n par 252-253-103

255 l∪.m∩n.ɔ.l∪m.∩.l∪n par 7-212-67-211-233

Dém. lɔl∪m.∩.lɔl∪n.ɔ:lɔ.l∪m.∩.l∪n 7
mɔl∪m.∩.nɔl∪n.ɔ:m∩nɔ.l∪m.∩.l∪n 67

256 l∪m.∩.l∪n.ɔ.l∪.m∩n par 251-31-6-245-251-235-204-244

Dém. l∪m.∩.l∪n.ɔ:l∪:l∪n.∩m 251-31-6
l∪:l∪n.∩m:ɔ:l∪:m∩.l∪n 31-245
l∪:m∩.l∪n:ɔ:l∪l.∪.m∩n 251-245-235

257 l∪.m∩n.=.l∪m.∩.l∪n par 255-256-103

261 lɔm∪n.∩.l∩nɔm.ɔ.lɔm par 24-252-52-244-223-31-6-67

Dém. lɔm∪n.ɔ:lɔ.l∩.m∪n 24
lɔ.l∩.m∪n:ɔ:lɔ.l∩m.∪.l∩n 252-52
l∩nɔm.ɔ:l∩m.∪.l∩n.ɔ.l∩m.∪m 244
l∩m.∪.l∩n.ɔ.l∩m.∪m:ɔ:l∩m.∪.l∩n.ɔm 223-31-244-52 d'où lɔm∪n.∩.l∩nɔm.ɔ: :lɔ.l∩m.∪.l∩n:∩:l∩m.∪.l∩n.ɔm 6-67

262 lɔm.=.lɔm∪n.∩.l∩nɔm par 261-225-61-7-103

263 lɔm.=.l∪nɔm∪n.∩.l∩nɔm∩n p. 233-148-146-126

264 l=m.=.l∪n=m∪n.∩.l∩n=m∩n par 263-146-155-156-105-126

265 m∪.lɔm:ɔ.lɔm par 21-23-4-201-101-6

Dém. mɔ.lɔm:∩∴mɔ.lɔm:ɔ.lɔm∴ɔ.lɔm 21
d'où mɔ.lɔm:ɔ.lɔm∴ɔ.lɔm 23-4

266 m∪.lɔm.=.lɔm par 265-211-103

267 m∪.lɔm.=.m∪.l=m par 113-207-202-257-105-248-126

Dém. m∪.mɔl.ɔ:m∪.lɔm.=:m∪.mɔl:∩:m∪.lɔm 113
m∪:mɔl.∩.lɔm:=:m∪.mɔl:∩:m∪.lɔm 257

271 *m∩nɔl.ɔ.mɔl.∪.nɔl* par 113-207-101-31-252-54-233-6-36-8

Dém. *mɔl.∪m.ɔ:n=:mɔl.∪m:∩n* 113
d'où *nɔ.mɔl.∩n:∪.m∩n* 207-101-31-252
d'où *mɔl.∩n:∪.m∩n:ɔl.∴.ɔ.nɔl* 54
d'où *mɔl.∩n.ɔl:∩:m∩nɔl:ɔ.nɔl* 233-6
d'où *m∩nɔl.ɔ.∴.mɔl.∩n.ɔl:ɔ.nɔl* 36
mɔl.∩n.ɔl:ɔ.nɔl.∴.ɔ.∴.mɔl.ɔ.nɔl:nɔl 8-54
d'où *m∩nɔl.ɔ.∴.mɔl.ɔ.nɔl:ɔ.nɔl* 6

272 *m∩nɔl.=.mɔl.∪.nɔl* par 61-62-233-271-103

273 *lɔm∪n.ɔ.lɔm.∪.lɔn* par 4-225-201-101-6-8-64-11-246-252-223-52-7-37-66-54-9-202

Dém. *mɔ.lɔm.∪n* 4-225
d'où *mɔ.∴.lɔm.ɔn:ɔn* 201-101-6
d'où *m∩:lɔm.ɔn:ɔn* 8
d'où *m∩:lɔm.ɔn:ɔm∩n* 64
n∩.lɔm.ɔn:ɔn 11
d'où *m∩:lɔm.ɔn.∴.∪.∴.∩n:lɔm.ɔn.∴.ɔ.mɔn.∪n* 246
d'où *m∪n.∩:lɔm.ɔn:ɔn* 252-223
d'où *lɔ:m∪n.∩:lɔm.ɔn.∴.ɔ.lɔn* 52
d'où *lɔm∪n.∩.∴.lɔ:lɔm.ɔn.∴.ɔ.lɔn* 7
d'où *lɔm∪n.∩:lɔm.ɔ.lɔn:ɔ.lɔn* 37-66-54
d'où *lɔm∪n.ɔ.∴.lɔm.ɔ.lɔn:ɔ.lɔn* 9
d'où *lɔm∪n.ɔ.lɔm.∪.lɔn* 201-102-6

274 *lɔm∪n.=lɔm.∪.lɔn* par 225-226-233-273-103

275 *lɔm.∪.nɔp.ɔ.nɔm.∪.lɔp* par 51-207-233-54-31-6-61-77-66-4-35-21-65-62-76-11-252-37-63-9-201-102-245-271-36

Dém. *nɔm.∪n.ɔ.∴.nɔm.∪n.ɔp:ɔp* 51
d'où *nɔm.ɔp:∩.nɔp:ɔp* 207-233-54
d'où *nɔp.∩:nɔm.ɔp:ɔp* 31-6
d'où *nɔp.∩:nɔm.ɔp.∴.∩l.∴.ɔp* 61
d'où *nɔp.∩.∴.nɔm.ɔp:∩l.∴.ɔp* 77
A d'où *nɔp.∩.∴.l∩:nɔm.ɔp.∴.ɔp* 31-66-54
nɔm.ɔp:ɔ.mɔp 4-54 d'où *m∩:nɔm.ɔp:ɔp* 35
lɔm.∩l:∩:nɔm.ɔp:ɔ:m∩:nɔm.ɔp 21-65
d'où *lɔm.∩l:∩:nɔm.ɔp:p* 6
d'où *lɔm.∩.∴.l∩:nɔm.ɔp.∴.ɔp* 77
d'où *n∩::lɔm.∩.∴.l∩:nɔm.ɔp::ɔp* 62

B d'où $n\frown . l\supset m : \frown \therefore l\frown : n\supset m . \supset p \therefore \supset p$ 76

$p\frown \therefore l\frown : n\supset m . \supset p \therefore \supset p$ 11

C d'où $n\supset p . \smile \therefore n\frown . l\supset m : \smile p :: \frown \therefore l\frown :$
$: n\supset m . \supset p :: \supset p$ 233-252-51-6-A-B

$l\supset : n\supset m . \supset p \therefore \frown l \therefore \supset . n\supset m . \supset p$ 21

d'où $n\supset m . \supset . l\supset p : \frown l : \supset : l\frown . n\supset m . \supset p$ 37-65-6-63-31

d'où $n\supset p . \smile \therefore n\frown . l\supset m : \smile p :: \frown \therefore n\supset m . \supset . l\supset p :$
$: \frown l :: \supset p$ 66-6-C

d'où $n\supset p . \smile \therefore n\frown . l\supset m : \smile p \therefore \supset \therefore n\supset m . \supset . l\supset p :$
$: \supset . l\supset p$ 9

d'où $n\supset p . \smile \therefore n\frown . l\supset m . \supset p : \supset p \therefore \supset \therefore n\supset m . \supset . l\supset p :$
$: \supset . l\supset p$ 201-102-245-54

$n\frown . l\supset m . \supset p : \supset . n\supset p \therefore \supset \therefore n\supset p . \smile \therefore n\frown . l\supset m . \supset p : \supset p$
35-271

d'où $n\frown . l\supset m . \supset p : \supset . n\supset p \therefore \supset \therefore n\supset m . \supset . l\supset p :$
$: \supset . l\supset p$ 54-6

d'où $l\supset m . \supset . n\supset p : \supset . n\supset p \therefore \supset \therefore n\supset m . \supset . l\supset p :$
$: \supset . l\supset p$ 36

d'où $l\supset m . \smile . n\supset p . \supset . n\supset m . \smile . l\supset p$ 201-101-102-6

276 $l\supset m . \smile . n\supset p . = . n\supset m . \smile . l\supset p$ 275-103

277 $l\supset m . \smile . n\supset p . = . l\frown n\supset m \smile p$ par 272-274-249-237-247-248-276-206

Dém. $l\frown n\supset m\smile p . = : l\supset m . \smile . l\supset p : \smile : n\supset m . \smile . n\supset p$ 272-274-249

Quand on considère les propositions l, m, n, alors on considère une proposition $l\smile m\smile n$.

281 Postulat $l\smile m\smile n = . l\smile m . \smile n$

THÉORÈMES:

282 $l\smile m\smile n = . l\smile . m\smile n$ par 237-122-125-126-281

283 $l\smile m\smile n = m\smile l\smile n$ par 203-247-122-125-126-281-282
$= n\smile l\smile m$
$= l\smile n\smile m$
$= m\smile n\smile l$
$= n\smile m\smile l$

Quand on considère les propositions l, m, n, p, alors on considère une proposition $l\smile m\smile n\smile p$.

284 Postulat $l\smile m\smile n\smile p = . l\smile m\smile n . \smile p$

Théorèmes :

285 $l \cup m \cup n \cup p = : l \cup m . \cup n : \cup p$ par 237-122-125-126-
$= . l \cup m . \cup . n \cup p$ 281-282-284
$= : l \cup : m \cup . n \cup p$
$= : l \cup : m \cup n . \cup p$
$= : l \cup . m \cup n : \cup p$
$= . l \cup . m \cup n \cup p$

286 $l \cup m \cup n \cup p = m \cup l \cup n \cup p$ par 203-247-122-125-126-
$= n \cup l \cup m \cup p$ 281-283-284-285
etc....

4° — Le Faux

On considère une proposition Λ nommée le *Faux.*

301 Postulat $\Lambda \supset l$

Théorèmes :

302 $\Lambda = l \cap \Lambda$ par 301-108-111
303 $l = \Lambda \cup l$ par 301-218-111
304 $\Lambda = . l \supset \Lambda . \cap l$ par 21-7-4-301-103
Dém. $l \supset \Lambda . \cap l . \supset \Lambda$ 21
$\Lambda \supset . l \supset \Lambda : \cup . \Lambda \supset l : \supset : \Lambda \supset . l \supset \Lambda . \cup l$ 7

5° — Contradictoires

Quand on considère une proposition l, alors on considère une proposition nommée la *contradictoire* de l, on l'écrit $-l$ que l'on prononce *non* l.

321 Postulat $-l = . l = \Lambda$

Théorèmes :

322 $-\Lambda$ par 137-122-128-126-133-321-111
Dém. $-\Lambda = . \Lambda = \Lambda : = : \Lambda = . \Lambda = -\Lambda$ 137-122-128-126

La contradictoire du faux est vraie, on la nomme le *Vrai.*

323 $l = l = -\Lambda$ par 133-322-112-162

Dém. $l = . l = -\Lambda$ 133-322-112

324 $l \supset -\Lambda$ par 4-322

325 $l = l \cap -\Lambda$ par 108-324

326 $l \cup -\Lambda$ par 217-324-322-112

Dém. $l \cup -\Lambda = -\Lambda$ 217-324

327 $-\Lambda \supset l . \supset l$ par 23-21-322

Dém. $-\Lambda \supset l . \cap -\Lambda . \supset l : \cap -\Lambda : \supset : -\Lambda \supset l . \supset l$ 23

328 $-\Lambda \supset l . = l$ par 327-4-103

331 $--l = l$ par 321-137-126-122-128-134

Dém. $--l = -l . = \Lambda$ 321-137 $-l = l . = \Lambda$ 321-137

$--l = -l . = . l = -l . \supset --l = l$ 134

332 $-l \cup l$ par 42-301-103-6-244-207-321-112

Dém. $l \supset \Lambda . \supset . l \supset \Lambda . \cap . \Lambda \supset l$ 42-301

d'où $l \supset \Lambda . \cap l . \supset . l = \Lambda . \cup l$ 103-6-244

333 $-l \cap l \supset \Lambda$ par 111-321-101-65-6

Dém. $l = \Lambda . \cap l . \supset \Lambda$ 111

334 $-l \cap l = \Lambda$ par 333-301-103

335 $l = m . = . -l = -m$ par 321-137-126-165

336 $l - = m . = l = -m$ par 321-137-125-127-122

Dém. $l - = m . = : l = . m = \Lambda$ 321-137-125

$l = . m = \Lambda : = . l = -m$ 321-127-122

341 $l \cup . -l \cap m . = l \cup m$ par 257-332-113-202-6-126

Dém. $l \cup . -l \cap m . = . l \cup -l . \cap . l \cup m$ 257

$-l \cup l \supset . l \cup m = . l \cup -l . \cap . l \cup m$ 113-202-6

342 $l \cap . -l \cup m . = l \cap m$ par 254-334-143-125-248-303-126

Dém. $l \cap . -l \cup m . = . l \cap -l . \cup . l \cap m$ 254

$l \cup m = . l \cap -l . \cup . l \cap m$ 334-143-125-248-303

343 $l \supset m . \supset -l \cup m$ par 245-21-332-6

Dém. $l \supset m . \supset . -l \cup l \supset -l \cup m$ par 245

$-l \cup l \supset -l \cup m . \supset -l \cup m$ 21-332

344 $-l \cup m \supset . l \supset m$ par 113-342-143-125-128-124-111-106-6

Dém. $-l \cup m \supset . l = . -l \cup m . \cap l$ 113

$l \cap m = . -l \cup m . \cap l$ 342-143-125

$-l \cup m \supset l = l \cap m$ 128-124-111

345 $l \supset m . = -l \cup m$ par 343-344-103

346 $l \supset m . = . -m \supset -l$ par 345-331-247-203-125

351 $l - \cap m \supset -l \cup -m$ par 321-101-248-341-331-144-125-303-114-165-166-236-332-203-211-6

Dém. $l - \cap m \supset l \cap m = \wedge$ 321-101

$l \cap m = \wedge \supset . -l \cup . l \cap m . = -l \cup \wedge$ 248

$-l \cup . l \cap m . = -l \cup m$ 341-331-144-248-125

d'où $-l \cup . l \cap m . = -l \cup \wedge : = . -l \cup m = -l$ 303-114-165-166

$-l \cup m = -l \supset . -l \cup m . \cup -m . = -l \cup -m$ 247

$-l \cup m . \cup -m$ 236-332-203-211

352 $-l \cup -m \supset l - \cap m$ par 113-342-143-125-128-101-147-334-144-302-321-6

Dém. $-l \cup -m \supset . l = . -l \cup -m . \cap l$ 113

$l \cap -m = . -l \cup -m . \cap l$ 342-143-125

d'où $l = . -l \cup -m . \cap l . \supset . \supset l = l \cap -m$ 128-101

$l = l \cap -m \supset . l \cap -m . \cap m . = l \cap m$ 65

$l \cap -m . \cap m . = \wedge$ par 147-334-144-143-302-125

353 $l - \cap m = -l \cup -m$ par 351-352-103

354 $l - \cup m = -l \cap -m$ par 353-331-247-248-6

355 $l - \supset m . = l \cap -m$ par 345-354-331-144-125

356 $l = m = . -l \cup m . \cap . -m \cup l$ par 345-105-146-125-162

357 $l = m = . l \cap m . \cup . -l \cap -m$ par 356-254-342-143-125-331-247-249

Dém. $-l \cup m . \cap . -m \cup l . = . -l \cup m . \cap -m : \cup : -l \cup m . \cap l$ 254

$-l \cup m . \cap l . = l \cap m$ 342-143-125

$-l \cup m . \cap -m . = . -m \cap . --m \cup -l$ 331-247-143-125

358 $l = -m = . l - \cap m . \cap . l \cup m$ par 356-331-247-203-125-146

Dém. $l = -m = . -l \cup -m . \cap . --m \cup l$ 356

$--m \cup l = . l \cup m$ 331-247-203-125

$-l \cup -m = l - \cap m . \cap . --m \cup l =$

$= l \cup m . \supset . -l \cup -m . \cup . --m \cup l . = . l - \cap m . \cap . l \cup m$ 146

361 $m \cap l . \cup . n \cap -l . = . n \cup l . \cap . m \cup -l$

Dém. $m \cap l . - \cup . n \cap -l : \cap : n \cup l . \cap . m \cup -l : = \wedge$

$m \cap l . - \cup . n \cap -l : \cup : n \cup l . \cap . m \cup -l$

d'où $m \cap l . -- \cup . n \cap -l : = . n \cup l . \cap . m \cup -l$ 358

362 $l = l \cap m = -l \cup m$ par 345-108

363 $-l = l \cap m = l \cap -m$ par 362-335-354

364 $-m \cup . l \supset m$ par 345-237-202-332-211

365 $-l \cup . l \supset m . = . l \supset m$ par 345-237-206-247.

Aux armées, le 4 février 1918.

Leucite pseudomorfa di nefelite di Parco Chigi, presso Ariccia, nei Monti Albani

Nota di FERRUCCIO ZAMBONINI

Il peperino di Parco Chigi, presso Ariccia, nei Monti Albani, contiene numerosi ed assai interessanti aggregati minerali, di composizione molto svariata, e che presentano sovente delle analogie notevoli con qúelli similari che si rinvengono nei tufi del Monte Somma.

Come accade anche al Vesuvio, sono sopratutto gli aggregati che presentano nitidi e bei cristalli, quelli che i raccoglitori di minerali ricercano con particolare cura nel peperino del Parco Chigi e di altre località nei dintorni di Roma. Pure, non sono quelli, almeno in generale, i più interessanti dal punto di vista scientifico: è, al contrario, in alcuni aggregati poco appariscenti e raccolti più che altro per caso, che si sono rinvenute, negli ultimi anni, delle novità non prive di importanza, come la cuspidina ed un nuovo fluosilicato di calcio, che furono studiati, nell'Istituto da me diretto, dal Dott. F. Stella Starrabba (1). In un altro campione, che, a prima vista, sembra assai poco promettente, io ho trovato, già da qualche tempo, la nuova pseudomorfosi, intorno alla quale mi propongo di riferire brevemente nel presente lavoro.

Il blocco del quale intendo occuparmi si compone di un impasto di leucite in granuli cristallini che misurano fino a 5 mm. di diametro, di sanidino, di nefelina, di granato bruno scuro, insieme a poca augite ed orneblenda. Le quantità rispettive di

(1) *Sulla cuspidina degli inclusi nel peperino dei Monti Albani*, "Rend. R. Accad. Lincei", 1913 (5ª), XXII, 871.

questi diversi costituenti variano molto nelle diverse parti del blocco. La leucite, al microscopio, appare nettamente birifrangente e presenta bellissima la struttura poli-sintetica: non contiene che poche inclusioni. Quanto al granato, che è di colore bruno nelle lamine sottili, possiede spesso nitida forma cristallina }110{ }211{ anche nella massa del blocco, ma si rinviene pure in granuli.

Il blocco in questione presenta alcune piccole cavità, nelle quali si notano dei cristallini di variabili dimensioni di *granato bruno*, presentanti, come quelli che si trovano nella massa del blocco, la combinazione }110{ }211{, di *sanidino*, tabulari secondo }010{, e che possono raggiungere anche 7-8 mm. di lunghezza, ma che, di solito, sono poco ben conformati, quantunque ve ne sia qualcuno assai bello, di *leucite* incolora, ed anche alcuni, piccoli e rari, di una haüynite pressochè incolora o lievemente verdognola, nonchè qualcuno, rarissimo, di orneblenda.

Vi sono, poi, qua e là, dei cristalli bianchi che arrivano fino a misurare 6 mm. nella loro maggiore dimensione, che, per il loro aspetto, si riconoscono subito come metamorfosati.

In qualche caso, la trasformazione è stata così profonda, che la forma primitiva del minerale originario non è rimasta conservata che tutt'al più molto imperfettamente, e siccome la sostanza originaria non è stata rimpiazzata completamente dalla nuova formazione, sono rimaste numerose e più o meno piccole cavità, le cui pareti sono tappezzate da minutissimi cristallini limpidi ed incolori, la natura dei quali, come vedremo, è facile a determinare. Nella maggior parte dei casi, nei cristalli metamorfosati la trasformazione è stata limitata ad una zona più o meno superficiale, senza modificazione molto notevole della forma esterna primitiva, che può, così, essere tuttora facilmente riconosciuta.

È, infatti, manifesto che i cristalli metamorfosati dei quali ci occupiamo rappresentano la combinazione di un prisma esagono con la base: talvolta, gli spigoli di combinazione tra queste due forme appaiono smussate da strette facciette di una bipiramide esagonale.

I cristalli sono ora alquanto allungati secondo l'asse verticale, ora, invece, tozzi. Le faccie si presentano scabre, tutte irte di minuti cristallini sporgenti, irregolarmente disposti: mai

appare libera una porzione, sia pure piccola, delle faccie originarie.

L'*habitus* dei cristalli metamorfosati è, evidentemente, quello della nefelina, e che si tratti proprio di questo minerale risulta stabilito da qualche misura, solo approssimativa s'intende, eseguita dell'angolo che le faccette accennate di bipiramide formano con la base. I valori trovati oscillano fra 44° e 45°, mentre nella nefelina si ha $(0001):(10\bar{1}1) = 44°5'$.

Rompendo i cristallini, si nota che, nell'interno, essi sono inalterati, ed al microscopio risultano costituiti da una sostanza incolora, trasparente, omogenea, otticamente uniassica, negativa, con birifrangenza debole (0,004 circa), senza anomalie ottiche. I frammentini inalterati hanno un peso specifico di 2,65 (determinato col metodo della sospensione): nell'acido cloridrico diluito si sciolgono completamente, e dalla soluzione concentrata si separa della silice gelatinosa. Con i soliti mezzi si può accertare, inoltre, la presenza dell'alluminio, del sodio e del potassio. Sfaldature *nitide* mancano. Questo complesso di caratteri basta a stabilire in modo sicuro che il minerale originario dei cristalli metamorfosati del blocco di Parco Chigi è la *nefelina*.

Quanto al minerale che si è formato a spese della nefelina, un semplice esame con la lente dei cristalli metamorfosati permette di stabilire che si tratta di *leucite*. Infatti, la sostanza che occupa attualmente la porzione superficiale dei cristalli metamorfosati è nettamente cristallina, e nella maggior parte dei casi i singoli individui sono nitidamente cristallizzati in bellissimi trapezoedri $\}211\{$, incolori e trasparenti, talvolta lievemente giallognoli, con la loro forma caratteristica sicuramente riconoscibile. Essi sono quasi sempre piccolissimi, ma qualcuno arriva fino a misurare 0,5 mm., sicchè mi è stato possibile anche di eseguire qualche misura goniometrica. Così, in un cristallino io ho potuto determinare con esattezza gli angoli seguenti:

$$(211):(121) = 33°\,52'$$
$$(211):(112) = 33\ \ 31$$
$$(121):(112) = 33\ \ 36\,.$$

Il valore teorico, se la leucite fosse, alla temperatura ordinaria, veramente cubica, sarebbe $33°\,33\,{}^1/_2{}'$.

Assai spesso i cristallini anche più piccoli presentano degli angoli rientranti ben visibili, e qualche volta si possono anche riconoscere sulle faccie del pseudoicositetraedro le caratteristiche strie descritte dal vom Rath. In tutti i più minuti particolari, i cristallini formatisi a spese della nefelina nel blocco di Parco Chigi corrispondono ai cristalli di leucite trasparente del Monte Somma, illustrati così bene dal vom Rath.

Che si tratti davvero di leucite, oltre che dalla forma caratteristica, risulta in modo indubbio da tutte le altre proprietà. Al microscopio, il minerale presenta evidenti i caratteri di una sostanza polisintetica, biassica, ma con debolissima birifrangenza: l'indice di rifrazione n è notevolmente più basso di ω e di ϵ della nefelina, e risulta appena superiore a 1,5. I cristallini sono intaccati dall'acido cloridrico con separazione di silice polverulenta: nella soluzione si possono riconoscere microchimicamente l'alluminio ed il potassio: la reazione del sodio riesce pure positiva, sicchè i cristallini in questione rappresentano una leucite un po' sodifera.

Al microscopio, tra i cristallini di leucite, si riconoscono anche delle minute laminette di sanidino, evidentemente formatosi insieme alla leucite durante la trasformazione della nefelite. Su i cristalli di nefelite metamorfizzata si notano talvolta anche dei cristallini macroscopici di sanidino, tabulari secondo }010{, ma, in genere, mal conformati. Su i cristalli in questione ho visto anche, qualche volta, impiantati dei cristallini di granato, evidentemente posteriori alle trasformazioni subìte dalla nefelite.

Che nei cristalli studiati si abbia a che fare con vere e proprie pseudomorfosi di leucite su nefelina, e non con incrostazioni di leucite di nuova formazione su nefelina preesistente, risulta in modo evidente, qualora si esaminino delle sezioni, le quali permettono di scorgere chiaramente che fra leucite e nefelina non vi è un limite regolare, corrispondente alla forma primitiva della nefelina, ma che, al contrario, il limite fra i due minerali è irregolarissimo, ed indubbia appare la formazione della leucite a spese della nefelina.

Almeno per quanto mi risulta dalla letteratura che ho potuto consultare, pseudomorfosi di leucite su nefelina non mi sembra che sieno state finora descritte. Come è noto, la nefe-

lina è soggetta a molteplici alterazioni, fra le quali le più frequenti sono quelle in zeoliti (natrolite e idronefelite, mescolate a piccole quantità di thomsonite, di diasporo e di idrargillite, come pure in analcime) ed in sodalite. Anche comuni sono le trasformazioni in cancrinite ed in muscovite, limitata quest'ultima, però, ad alcuni particolari tipi di roccie. Recentemente, io ho descritto (1) delle pseudomorfosi di davyna su nefelite, del Monte Somma (2).

La leucite pseudomorfa di nefelina di Parco Chigi presenta un notevole interesse, perchè costituisce la trasformazione inversa di quella della leucite in nefelina e sanidino, che, osservata per la prima volta al M. Somma, è stata, poi, riconosciuta nella " pseudoleucite " di alcune roccie profonde e filoniane. La trasformazione della nefelina in leucite costituisce anche l'inversa del passaggio da leucite a caliofilite, da me constatato con certezza al Monte Somma (3). Come ho mostrato nei lavori ricordati, quest'ultimo passaggio è assai semplice, potendosi rappresentare con l'equazione:

$$\underset{\text{leucite}}{KAlSi_2O_6} = \underset{\text{caliofilite}}{KAlSiO_4} + SiO_2 .$$

---

(1) *Appendice alla Mineralogia vesuviana*, Napoli, 1912, pag. 39.

(2) St. J. Thugutt (*Ueber den Zeagonit, als neues Zersetzungsproduct des Nephelins*, " Neues Jahrb. für Min. Geol. u. s. w. ", 1900, II, 65) ha riferito alla *zeagonite* il prodotto principale di alterazione della nefelina della nefelinite del monte Löbau, in Sassonia. È da notare, però, che, come io ho mostrato, la *zeagonite* delle leucititi romane, alla quale Thugutt compara il prodotto di alterazione della nefelina da lui analizzato, non è altro che phillipsite (vedasi F. Zambonini, *Kurzer Beitrag zur chemischen Kenntniss einiger Zeolithe der Umgegend Roms*, " Neues Jahrb. für Min. Geol. u. s. w. ", 1902, II, 63). Che, però, la sostanza analizzata da Thugutt debba proprio identificarsi con la phillipsite delle leucititi romane analizzata da Kobell, da Marignac e da me non può ritenersi certo, data la mancanza di dati ottici caratteristici ed il fatto che la composizione della " zeagonite " del Löbau fu stabilita dal Thugutt ammettendo la presenza di varie altre sostanze (diasporo, limonite, nefelina), e calcolandone le rispettive quantità in modo non troppo sicuro.

(3) *Mineralogia vesuviana*, Napoli, 1910, pag. 134. *Appendice alla Mineralogia vesuviana*, pag. 22 e seg.

Il biossido di silicio dà, poi, col calcio ed il magnesio dei blocchi calcarei nei quali si rinviene la leucite trasformata in caliofilite, origine a dei cristallini di pirosseno, che si rinvengono, infatti, tra gli aghetti della caliofilite.

Molto più complessa, certamente, è la formazione di leucite $KAlSi_2O_6$ (e di sanidino, molto subordinato, del resto $(K,Na)AlSi_3O_8$) a spese della nefelina $(Na,K,\frac{1}{2}Ca)AlSiO_4$ oltre ad un lieve eccesso di silice. G. Strüver, lo scopritore delle pseudomorfosi di sodalite su nefelina, ammise che la trasformazione avvenisse per l'azione di soluzioni calde di cloruro di sodio, e Lemberg, con le sue esperienze, potè verificare sperimentalmente la supposizione dello Strüver. A me sembra che le pseudomorfosi descritte di leucite su nefelina possano ritenersi originate per azione di soluzioni contenenti silicato potassico sulla nefelina, a temperatura, s'intende, abbastanza elevata.

Torino, Istituto di Mineralogia della R. Università.

L'Accademico Segretario
Carlo Fabrizio Parona

CLASSE
DI
SCIENZE MORALI, STORICHE E FILOLOGICHE

Adunanza del 17 Marzo 1918

PRESIDENZA DEL SOCIO SENATORE GIAMPIETRO CHIRONI
VICEPRESIDENTE DELL'ACCADEMIA

Sono presenti i Soci Pizzi, De Sanctis, Einaudi, Baudi di Vesme, Schiaparelli, Patetta, Vidari, Prato, Pacchioni, Valmaggi, e Stampini Segretario della Classe.

È scusata l'assenza dei Soci S. E. Boselli, Direttore della Classe, Ruffini, Brondi, Sforza e Cian.

Si legge e si approva l'atto verbale dell'adunanza precedente del 3 marzo corr.

Il Vicepresidente Chironi, riferendosi alla notizia già data all'Accademia, nella sua odierna adunanza a classi riunite, della morte dell'insigne collega Barone Senatore Antonio Manno, invita la Classe a designare fra i Soci la persona che dovrà farne solenne commemorazione. E la Classe unanime designa a tale ufficio il Socio Direttore S. E. Boselli.

Il Vicepresidente Chironi presenta, con parole di alto elogio, la recente pubblicazione *Relazione sull'amministrazione della Giustizia nel distretto della Corte d'appello di Torino*, inviata in omaggio all'Accademia dall'autore Procuratore Generale Eustachio Gonella, cui la Classe invia i suoi ringraziamenti.

L'Accademico Segretario Stampini presenta alla Classe, quale omaggio dell'autore, le tre parti dell'opera *Le Odi di Pindaro. Testo versione e commento* di Luigi Cerrato, professore

ordinario di Letteratura greca nella R. Università di Genova, pubblicate negli " Atti della R. Università di Genova „ rispettivamente negli anni 1915, 1916, 1917, e recentemente riunite in un solo volume, e dimostra il suo vivo compiacimento che il chiaro grecista abbia coronato con questa pubblicazione, la quale fa onore non meno a lui che al nostro Paese, i moltissimi anni di intenso e costante studio consacrato al grande poeta greco, di cui finalmente l'Italia ha un'eccellente versione in prosa con a fronte un testo scientificamente riveduto e commentato. La Classe ringrazia, rallegrandosi, il prof. CERRATO. Poscia è presentato alla Classe dall'Accademico Segretario il recente opuscolo del Socio corrispondente Giuseppe BIADEGO *Pasquale Villari. Parole dette nell'Adunanza del 17 Febbraio 1918* (Estratto dagli " Atti dell'Accademia d'agricoltura, scienze e lettere di Verona „). La Classe ringrazia.

Il Socio DE SANCTIS presenta, per la pubblicazione negli *Atti*, una sua monografia col titolo *Note di epigrafia romana. III. La iscrizione di Volubilis.*

Il Socio PATETTA presenta una *Nota* del dott. Roberto CESSI *Per la cronologia dell'incursione vandalica a Roma (maggio-giugno 455)*. Sarà pubblicata negli *Atti*.

Il Socio VIDARI presenta, perchè sia pubblicata negli *Atti*, una seconda *Nota* della Sig.na Lina CAPELLO su *Le prime scuole di metodo del Piemonte.*

Il Socio PACCHIONI presenta una sua *Nota* intitolata *Nuove considerazioni sulla distinzione fra debitum e obligatio*, che sarà pubblicata negli *Atti*.

LETTURE

Note di epigrafia romana (1)

del Socio nazionale residente GAETANO DE SANCTIS

III.

La iscrizione di Volubilis

Fra i trovamenti avvenuti negli scavi fatti eseguire dal gen. Liautey nel 1915 a Ksar Faraoun a 65 km. ad ovest di Fez, ove sono le rovine dell'antica Volubilis, è questa importantissima iscrizione latina che fu subito pubblicata nei 'Comptes rendus de l'Acad. des Inscr.' 1915 p. 396 con osservazioni di L. Chatelain (p. 394 segg.) ed Héron de Villefosse (p. 391) e poi ripubblicata con ampio commentario da Edoardo Cuq nel 'Journal des savants' 1917 p. 481 segg. e 538 segg.:

M·VAL BOSTARIS
F·GAL·SEVERO
AED SVFETI II VIR
FLAMINI PRIMO
IN MVNICIPIO SVO
PRAEF AVXILIOR·ADVERSVS AEDEMO
NEM OPPRESSVM BELLO
HVIC ORDO MVNICIPII VOLVB OB ME
RITA ERGA REM PVB·ET LEGATIO
NEM BENE GESTAM QVA AB DIVO
CLAVDIO CIVITATEM RO
MANAM ET CONVBIVM CVM PERE
GRINIS MVLIERIBVS IMMVNITATEM
ANNOR·X·INCOLAS BONA CIVIVM BEL
LO INTERFECTORVM QVORVM HERE
DES NON EXTABANT SVIS IMPETRA
VIT
FABIA BIRA IZELTAE F VXOR INDVLGE
NTISSIMO VIRO HONORE VSA IMPENSAM
REMISIT
ET DSPDDDIC

(1) Cfr. "Atti", XLVIII (1912-13), p. 270 segg.

La iscrizione, che qui si è riportata in comuni caratteri epigrafici e risoluti i nessi, è posteriore alla morte di Claudio, come mostra il titolo a lui dato di *Divus*; ma spetta ai primi anni di quell'imperatore (41-42 d. Cr.) la vittoria cui essa allude su Edemone, che aveva preso le armi dopo la uccisione di Tolemeo, l'ultimo re di Mauretania (Plin. *n. h.* VII, cfr. Cass. Dio LX 9).

Gli editori francesi hanno illustrato assai bene molti punti di questa epigrafe; sui quali non intendo di ritornare. E ad es. mi contenterò per ora di rinviare al Cuq per la parte concernente la successione dei cittadini uccisi in guerra. Tuttavia in un punto mi sembrano doversi ritoccare i commenti fatti fin qui: in quanto cioè ritengono che le concessioni ottenute da Claudio per l'intercessione di M. Valerio Severo si riferiscano a più categorie di persone. Esse si riferiscono invece a mio avviso a una sola di tali categorie: i *sui* menzionati sulla fine del documento. I quali *sui* sono non già, come riteneva L. Chatelain, i detentori attuali (*incolae*) dei beni in discorso, coloni, p. e., o locatari, sia perchè ciò non tornava ad alcun vantaggio del municipio di Volubilis, il quale non aveva nessuna ragione di lodare Valerio per avere ottenuto una concessione siffatta; sia perchè una tale interpretazione della parola *incolae*, in questo contesto almeno, non pare accettabile; sia perchè sintatticamente sarebbe di una durezza estrema un inciso come *incolas bona civium* (*habere*). Ma neppure i *sui* sono, come propone Héron de Villefosse, i membri della famiglia di M. Valerio, perchè in tal caso egli avrebbe avuto diritto alla gratitudine dei familiari certo, non però degli altri Volubilitani esclusi dalle successioni intestate dei concittadini. Dal che scende che per *sui* debbono qui intendersi, come ha giustamente assodato il Cuq, per l'appunto gli stessi Volubilitani. Ed è stata scelta questa espressione per ragioni che il Cuq non specifica perchè paiono ovvie. Ciò sono che nella epigrafe non poteva dirsi *impetravit civibus*, perchè il merito principale di Valerio è quello d'aver ottenuto la *civitas*, e l'espressione *civitatem impetravit civibus* sarebbe ambigua, prolettica e ridicola; non *impetravit municipibus* perchè i Volubilitani son divenuti *municipes* per effetto appunto di quella prima concessione; non finalmente *impetravit Volubilitanis*, perchè questo di Volubilitani è l'etnico latino che

hanno assunto nell'atto di ricevere la *civitas* al posto del loro etnico libico o fenicio.

Non rimaneva dunque che designarli con l'espressione *suis*, con la quale si cansava ogni inciampo. Ai concittadini pertanto di Valerio Severo debbono riferirsi, indicate come sono in accusativo, tutte le concessioni ch'egli impetrò da Claudio. Le quali son cinque, disposte in ordine, due concernenti lo *status*, tre a vantaggio soprattutto della finanza cittadina: 1° *civitatem Romanam*, 2° *conubium cum peregrinis mulieribus*, dove è da sottintendere qualcosa come *quas tunc habuissent cum est civitas is data, aut si qui caelibes essent cum iis quas postea duxissent dumtaxat singuli singulis,* come è nei diplomi militari (p. e. Bruns *Fontes*[7] 98); 3° *immunitatem annorum X*, 4° *incolas*, 5° *bona civium bello interfectorum quorum heredes non extabant.*

Lasciando da parte l'ultima concessione, intendo brevemente trattenermi sulla terza e sulla quarta, in ordine inverso. Che vuol dire l'epigrafe asserendo che Valerio Severo *ab divo Claudio... incolas... suis impetravit*, e che valore ha questa concessione? Evidentemente non si allude qui a qualsiasi specie di *incolae*, cioè di residenti privi del diritto municipale, ma ad una particolare categoria di essi, quelli che compaiono nella *lex coloniae Genetivae* (*CIL.* II 5439 = Bruns *Fontes*[7] 28). Ivi al c. CIII si legge: *Quicumque in col(onia) Genet(iva) II vir praef(ectus)ve i(ure) d(icundo) praerit, is colon(os) incolasque contributos quocumque tempore coloniae fin(ium) [defen]dendorum causa armatos educere decuriones cen(suerint), quot m(aior) p(ars) qui tum aderunt decreverint, id e(i) s(ine) f(raude) s(ua) f(acere) l(iceto).* Per intendere bene questo passo sarà bene riportare la nota che vi appone il Mommsen *Ges. Schriften* I 214: *ubi agitur de colonia armis defendenda cum incolae dicantur contributi, videntur ibi intellegi non tam cives Romani originis diversae Ursone degentes (quamquam hos quoque ad defendendam coloniam adhibitos esse consentaneum est), quam populi sive Latini iuris sive peregrini novae coloniae attributi eo iure quo Carnos Catalosque Tergestinis, Camunnos Brixianis Augustus attribuit: sollemne enim est in his attribuendi sive contribuendi vocabulum nec negari potest incolarum nomine etiam eiusmodi homines recte comprehendi. Quamquam recte fortasse Huschkius suasit ut emendetur colonos incolasque contributosque.* Dove la concessione che il Mommsen

fa al Huschke con le ultime parole è dimostrata soverchia dalla nostra epigrafe, in cui questa categoria appunto di persone si designa con la parola *incolae*; e d'altra parte la *lex coloniae Genetivae* alla sua volta ci guarentisce il testo della nostra iscrizione contro la correzione *incolis* che vi si è voluta introdurre, appunto per non aver bene inteso il significato della parola e della frase. Che è ormai chiarissimo. Claudio cioè non solo ha beneficato i Volubilitani con la concessione della *civitas*, ma con ridurre alla loro dipendenza, giuridica ed economica, come *incolae contributi* alcune vicine tribù libiche. Provvedimento che s'intenderà anche meglio ricordando il rescritto di quell'imperatore (*CIL.* V 5050 = Bruns *Fontes*[7] 79) in cui, *quod ad condicionem Anaunorum et Tulliassium et Sindunorum pertinet*, egli, osservando che una parte di essi era stata già *adtributa Tridentinis*, convalida le relazioni loro col municipio dei Tridentini coi quali *id genus hominum* è *ita permixtum*, *ut diduci ab is sine gravi splendi⟨di⟩ municipi iniuria non possit.* S'intende da sè che, mentre con qualche difficoltà Claudio si rassegna a permettere che gli Anauni, Tulliassi e Sinduni esercitino i diritti di cittadinanza romana, da essi ormai usurpati nonostante la *non nimium firma civitatis Romanae origo*, è difficilissimo per non dire impossibile che allo stesso tempo concedesse così alla leggera la *civitas Romana* a tutti in corpo gli *incolae* di Volubilis sui confini estremi dell'impero, quando era passato appena qualche mese dalla concessione della cittadinanza agli stessi Volubilitani. Ma questa concessione della cittadinanza agli *incolae* di Volubilis è una ipotesi che riposa per l'appunto su una correzione introdotta nel testo della epigrafe. L'epigrafe è invece documento della concessione della *civitas* fatta ai Volubilitani pei servizî che resero essi, o almeno alcuni tra di essi, durante la sedizione di Edemone.

Ed ora è chiaro di quale *immunitas* vi si parli. Non certo della *immunitas* dai *munera municipalia* concessa agli *incolae* o a una parte degli *incolae*, che, apparentemente, non sarebbe stato un vantaggio di cui i Volubilitani dovessero essere grati all'imperatore, ma una concessione fatta ad altri a loro spese. *Immunitas* adoperato così di una categoria di persone — qui in particolare di tutti i Volubilitani — vuol dire immunità non dai *munera municipalia*, ma dalle imposte verso lo Stato. Che

se i Volubilitani volevano esentare dai *munera municipalia* tutti gli *incolae* o parte, sembra che non dovessero aver bisogno di ricorrere all'imperatore: era faccenda loro. Comunque, la epigrafe parla di tutti i Volubilitani: i quali, nell'atto di ricevere la cittadinanza, hanno ricevuto non il *ius Italicum*, che comprendeva la perpetua immunità, e neppure la immunità perpetua, ma una immunità temporanea. Senonchè qui il Cuq fa due obiezìoni. L'una è che la immunità dalle imposte era concessa nelle provincie alle sole colonie. In realtà questo non è detto mai, che io sappia, in modo troppo esplicito dalle fonti. Ed è certo bensì che quasi tutte le città immuni nelle provincie sono colonie. Ma non conviene dimenticare i due esempî di municipî immuni segnalati dal Mommsen *Staatsrecht* III 808 n. 1: Stobi, che secondo Paolo *Dig.* L 15, 8, 8 aveva il *ius Italicum* (che implica la immunità), e pur si denominava ancora nelle monete dei tempi d'Elagabalo *municipium Stobensium*; e il *municipium* Coela nel Chersoneso di Tracia, che batte moneta con la impronta della statua di Marsia, contrassegno del *ius Italicum*. In tali condizioni è anzi ben consentaneo che troviamo attribuita ad un municipio nell'atto della sua costituzione una immunità non perpetua, sì limitata nel tempo. Ma, obietta ancora il Cuq, l'immunità del suolo è perpetua; quella delle persone è temporanea; ciò dimostra Ulpiano *Dig.* L 15, 3, 1, quando dice: *personis quidem data immunitas cum personis extinguitur, rebus nunquam extinguitur*. Peraltro se questo testo dimostrasse che non si può dare alle cose una immunità temporanea, dimostrerebbe anche che non si può dare alle persone una immunità che non termini con la morte; e invece non par controverso che alle persone può anche darsi una immunità che termini prima della morte, p. e. entro due anni, o, almeno in certo senso, dopo la morte, in quanto sia continuata agli eredi. È quindi chiaro che nel testo di Ulpiano si tratta della immunità data *sic et simpliciter*, senza riserve nè aggiunte, la quale per le cose non cessa mai, per le persone cessa con la persona immune. Il che poi non vieta che a persone o a cose si possa dare una immunità specificatamente limitata. Questo punto, posto bene in sodo, mi dispensa da un'altra ricerca, che sarebbe troppo spinosa, se cioè la *immunitas* data a un municipio o ad una colonia sia veramente soltanto una *immunitas soli* o se

piuttosto non debba anche considerarsi come una *immunitas* concessa sotto condizioni determinate ad una *universitas personarum*; perchè solo in quest'ultima ipotesi si intende come nella *immunitas* potesse esser compresa — e doveva, pare, esservi compresa — la immunità dalla *capitatio*.

Ma non voglio qui mettere il piede nel ginepraio della *capitatio*. Vediamo piuttosto il significato che, interpretata come ho fatto, assume nel tutt'insieme l'epigrafe. Essa è documento insigne dei metodi della penetrazione romana nell'Africa settentrionale. Ivi l'ordinamento cittadino è stato introdotto dai Fenici, imitati più tardi, parzialmente, dai Libî. Era quindi naturale che l'opera della romanizzazione dovesse far capo alle città d'origine o d'ordinamento fenicio. All'ultima categoria apparteneva Volubilis, come mostra il nome di sufeti che vi hanno i magistrati municipali. Ad essa adunque fu data la cittadinanza romana e i diritti municipali, mentre le venivano attribuiti, in condizione d'incolato, le vicine tribù indigene che non s'erano ancora rese atte a vita cittadina.

Per la cronologia dell'incursione vandalica a Roma
(maggio-giugno 455)

Nota del Dottor ROBERTO CESSI

La dibattuta questione del supposto invito eudossiano al re vandalo, perchè occupasse Roma, nel 455, presenta ancora molte incertezze non solo rispetto all'interpretazione politica nella successione e concatenamento dei fatti, ma anche nell'accertamento cronologico di questi, per l'apparente o reale contraddizione delle fonti.

Eppure ogni ulteriore discussione può essere gravemente infirmata, o destituita senz'altro d'ogni fondamento, qualora tale accertamento risulti contrario a quello presupposto, perchè lo spostamento nel tempo di un determinato fatto concorre a profilare una data situazione in un senso od in un altro.

Se si avesse il testo genuino dei *Fasti*, facilmente tante difficoltà sarebbero superate, essendo possibile in tal caso stabilire punti di riferimento precisi, alla stregua dei quali controllare e valutare ogni altra testimonianza. Vero è che siffatta fonte è giunta attraverso compilazioni, nelle quali quei dati sono stati molto rimaneggiati, e su questi dobbiamo esercitare il nostro spirito critico per restituire colla miglior presunzione di probabilità il dato cronologico originale con prudente lavoro di comparazione, avanzando ogni rigorosa riserva, dove il dato medesimo non sia sfuggito a quelle sensibili modificazioni, la cui responsabilità ricade o sui tardivi compilatori o sugli amanuensi.

Nel nostro caso sono stati conservati integri due dati, quello della proclamazione ad imperatore di Massimo, *XVI kal. april.* (17 marzo), e quello della sua morte, *prid. kal. iunias*

(31 maggio) (1): degli altri avvenimenti importanti è caduta, nella formula superstite, l'individuazione cronologica, alla cui perdita è necessario riparare col sussidio di quelle fonti, nelle quali l'elemento cronologico cede il posto ad un criterio essenzialmente pragmatico.

Ed osserviamo che le fonti principali, utili a questo scopo, sono due: la cronaca prosperiana e quella idaziana (2). Sono le più prossime agli avvenimenti ed originali, recando così un contributo di esperienza e di conoscenza personale, anche se viziato da qualche preconcetto politico.

Le altre fonti posteriori fanno capo a queste due.

Cassiodoro, com'è noto, segue il racconto prosperiano, spulciando le frasi più caratteristiche, non senza aver presente anche il testo idaziano.

Così il termine *in campo Martio... Valentinianus occiditur* richiama ad Idazio: *Valentinianus... occiditur in campo*, mentre l'espressione *ab amicis Aetii* risale a Prospero: *Aetii amicos armigerosque*. Lo stesso termine di collegamento *post quem* è comune con Idazio; ma poi *Maximus invadit imperium* trova la sua ispirazione in Prosp.: *Maximus sumpsit imperium*, come pure tutto il resto della notizia cassiodoriana relativa al 455.

C.	P.
... qui intra duos menses a militibus extinctus in Tiberim proicitur. Eodem anno per Ginsericum omnibus opibus suis Roma vacuata est.	Qui ... post alterum mensem ... a famulis regiis dilaniatus est et membratim deiectus in Tiberim... Per quattuordecim igitur dies... omnibus opibus suis Roma vacuata est.

(1) Così nei *Fasti vindob.* e nell'*Auct.* di Prospero. S'avverta però che in una delle redazioni dei *Fasti vind.* si ha la data *prid. id. iunias* e nell'altra *II kal. iun.* Vedremo più oltre il valore della prima variante.

(2) Prescindo in questo esame da Sidonio Apollinare, non perchè la sua testimonianza sia fallace e di scarso valore, tutt'altro, che anzi è assai interessante, perchè fra l'altro rappresenta e riproduce una parte del pensiero politico contemporaneo, e le idealità e gli indirizzi d'azione di un determinato ordine di governo nei suoi diversi orientamenti e nella sua evoluzione. Ma la struttura del racconto, come la natura degli scritti, ove subentrano una finalità artistica, ben diversa che nelle altre cronache, ed una mentalità affatto divergente da quella dei cronografi, sia per i mezzi sia pel fine, sono tali da stabilire una profonda differenziazione, come documenti, per la loro utilizzazione storica, fra l'uno e gli altri: e sotto il punto di vista cronologico Sidonio non offre elementi concludenti, se non troppo indirettamente.

Più strettamente da Prospero dipende il *Chron. Gall.*, il quale però non esclude contatti col testo idaziano:

C. G.	I.
Valentinianus interficitur *foris Romae.*	... egressum *extra urbem* principem ... confoderunt.

Però in Prosp. troviamo le espressioni *interfector Aetii, interfectores Valentiniani*, mentre in Idazio è detto *Valentinianus... occiditur in campo.* Con Idazio è comune il termine di collegamento *post quem*, poi si ritorna a Prospero:

C. G.	P.
Maximus diebus LXX *adeptus imperium.*	Maximus ... *sumpsit imperium* ... septuagesimo septimo *adepti imperii* die... dilaniatus est.

Ancora la notizia dell'invasione vandalica dipende da Prospero, salvo che l'inciso *tumultu vulgi occisus est* concorda con Idazio: *tumultu populi et seditione occiditur militari*, mentre la causale, sottaciuta da Idazio (*nam terrore Wandalorum*), è ispirata al racconto prosperiano (*nuntiato ex Africa Giserici regis adventu*), come la descrizione del saccheggio di Roma:

C. G.	P.
mox ingresso Geserico sine ferro et igne Roma praedata est.	... ut ... ab igne tamen et caede atque suppliciis abstineretur.

S'avverta però che fra il *Chron. Gall.* e Cassiodoro non sussiste alcun contatto diretto, laddove non sembra che a Marcellino Conte sia rimasta ignota la cronaca cassiodoriana (1).

Il testo Marcelliniano è una rifusione di tutte le precedenti versioni: Prospero, Idazio, Cassiodoro sono evidentemente utilizzati e forse altre fonti non giunte a noi: possiamo seguire

(1) Non sorprenda l'affermazione di siffatta relazione fra i due testi, sulla quale mi riservo di interloquire nel corso dei miei *Studi* pubblicati nell' " Archivio Muratoriano ": basti per ora avvertire che nel parlare di Marcellino mi riferisco alla seconda edizione della sua cronaca, la cui redazione non è, rispetto alla prima, soltanto una continuazione, ma anche una integrazione.

parola per parola le varie derivazioni. M. *Valentinianus princeps* = P. *principem... confoderunt*; M. *dolo Maximi patricii* = P. *Maximus... patriciae dignitatis... quid animi haberet probavit*; M. *cuius etiam fraude Aetius perierat* = I. *Aetius fraudolenter... occiditur*; M. *in campo Martio* = C. *in campo Martio*; M. *per Aptilam et Thranstilam Aetii satellites* = I. *per duos barbaros Aetii familiares*; M. *iam percusso Heraclio spadone* = P. *incentore Heraclio spadone ...*, *Heraclio simul ... interempto*; M. *truncatus est* = P. *ictibus confoderunt*; M. *Idem Maximus invasit imperium* = C. *Maximus invadit imperium*; M. *tertioque tyrannidis suae mense membratim Romae a Romanis discerptus est* = P. *post alterum mensem... septuagesimo septimo adepti imperii die, a famulis regiis dilaniatus est et membratim deiectus in Tiberim.* Ed infine l'ultima notizia relativa all'incursione vandalica in Roma in Marcellino dipende contemporaneamente da Idazio e Prospero, sebbene più dal primo che dal secondo:

M.	I.	P.
Gizericus, *rex* Vandalorum, *ab Eudoxia, Valentiniani* uxore, epistulis *invitatus, ex Africa* Romam ingressus est *eaque urbe rebus omnibus spoliata* eandem Eudoxiam cum *duabus filiabus* secum rediens *abduxit.*	Gaisericus, *sollicitatus a* relicta *Valentiniani*... Romam ingreditur, direptisque opibus Romanorum Carthaginem redit, relictam Valentiniani et *filias duas* et Aetii filium Gaudentium nomine secum ducens.	uxoremque eius (Valentiniani) ... nuntiato *ex Africa* Gisirici *regis* adventu ... urbem Gisiricus optinuit ..... *omnibus opibus suis Roma vacuata* ... cum regina et filiabus eius Cartaginem *abducta sunt.*

Tutte queste fonti si rifondono poi più ampiamente in Vittore Tunnonense, che da tutti i precedenti qualche cosa qua o là raccoglie per imbastire senza originalità il suo racconto:

V. *Valentinianus imperator Romae* = I. *Valentinianus Romae imperator*; V. *Campo Martio dolis Maximi patricii et Heracl. praepositi perimitur* = M. *dolo Maximi patricii*, P. *Heraclio... interempto*; V. *idemque Maximus exconsule et patricius sumit imperium diebus LXXVII* = P. *Maximus consulatus et patriciae dignitatis sumpsit imperium, ... septuagesimo septimo adepti imperii*, I. *Maximus exconsulibus*; V. *hic itaque malum, quod latebat, apparuit* = P. *...non sero documento, quid animi haberet, probavit*;

V. *mox relictam Valentiniani* (= I. *relictam Valentiniani sibi duxisset uxorem*) *Augusti viri exitum lugere non permittens in matrimonio sumit* = P. *uxoremque eius Augustam amissionem viri lugere prohibitam intra paucissimos dies in coniugium suum transire coegerit*; V. *Sed his malis peiora succedunt, dum adventum Genserici Wandalorum regis formidat et cunctis volentibus urbe recedere licentiam tribuit, priusquam fugam, quam cogitabat, assumeret, occisus* (= I. *occiditur*) *membratimque concisus in Tiberim fluvium proiectus est* = P. *Sed hac incontinentia non diu potitus est: nam... nuntiatio ex Africa Giserici regis adventu, multisque ... ex urbe fugientibus, cum ipse quoque data cunctis abeundi licentia trepide vellet abscedere... dilaniatus est et membratim deiectus in Tiberim.*

E per l'incursione vandalica in Roma:

V. *Tertia die* (= M. *tertioque... mense*) *postquam Maximus occiditur* (= I. *Maximus occiditur*), *Gensericus, Wandalorum rex,* (= M. *Gisericus rex Wandalorum*) *Romanam urbem ingreditur* (= M. *Romam ingressus est*; I. *Romam ingreditur*) = P. *Post hunc Maximi exitum* (cfr. V. *Valentiniani viri exitum*)... *Romana captivitas et urbem ... Gisiricus optinuit.*

V. *et per XIV dies cunctis opibus nudat secumque una Valentiniani filias et uxorem ac captivorum multa millia tollit* = P. *Per quattuordecim igitur dies ... omnibus opibus... vacuata est, multaque milia captivorum ... cum regina et filiabus eius ... abducta sunt.*

V. *ut autem ab incendio tormentis et gladio abstineret papae Leonis intercessio facit* = P. *supplicatio* (*Leonis episcopi*) *ita ... lenivit, ut ... ab igni tamen et caede atque suppliciis abstineretur.*

In tal guisa le fonti più prossime e più attendibili, prima che la leggenda, sviluppandosi in più ampi lineamenti, deformi per morboso senso estetico il contenuto del fatto storico (1),

---

(1) Cfr. Morosi, *L'invito di Eudossia*, Firenze, 1888, p. 12 sgg. e la mia Memoria nell' " Arch. Storico Romano ", a. 1917, fasc. IV, di cui la presente ricerca è un necessario complemento. Non insisterò troppo sulle fonti romane più tardive. Se però Iordanes nella *Romana*, c. 344, dipende interamente da Marcellino, non egualmente nella *Getica*, XLV, 235, dove non parla affatto dell'invito, e se ripete *dolo Maximi*, come in Marcellino, sostanzialmente segue un racconto che, desumendo molti dei termini da Prospero e Idazio, si accosta al *Chronicon* di Cassiodoro: ed altrove ho messo in rilievo il probabile contatto di questo punto con le perdute *Historiae* di Cassiodoro. Quanto all' *Hist. Rom.*, XIV, 16 di Paol. Diac. la struttura

risalgono al postutto a due testimonianze che hanno fatto testo, dalle quali direttamente o indirettamente, per via mediata od immediata, dipendono anche gli elementi storici della tradizione bizantina, sia pure attraverso l'interpretazione della concezione orientale, da Procopio a Giovanni Antiocheno. E le due fonti dal punto di vista cronologico e pragmatico possono anche ridursi ad una, perchè la tradizione idaziana, pur conservando una propria originalità dal lato della interpretazione politica, non è poi del tutto indipendente dal racconto prosperiano: esistono punti di contatto che lasciano intravvedere in quella una certa conoscenza di quest'ultimo, o per lo meno una identica tradizione, corrotta solo da quelle sfumature che si introducono naturalmente nel successivo ripetersi da luogo a luogo (1).

---

del racconto non è semplice: a torto il Crivellucci, secondo i precedenti dal Brauch al Droysen, cita la *Romana* di Iordanes, mentre si ha in essa un conglobamento di Prospero, di Idazio, di Cassiodoro, di Iordanes *Getica*. D. *regni iura M. apud urbem invadens* = C. *invadit imperium*; D. *necdum duobus expletis* (= Idat. *vix quattuor regni sui mensibus expletis*) *mensibus a Romanis peremptus* (= Vict. *perimitur*) *est* = Prosp. e non già, come vuole il Crivellucci, Iord., *Rom.*, 334: si ricorda meglio Cass. *intra duos menses*. Paol. Diac. segue: *continuo adrectus — exercitu*, che ha riscontro in Iord., *Get.*, XLV, 235 e non improbabilmente (sia detto senza entrare in merito a tale questione) risalente egualmente alle *Stor.* cassiodoriane, come pure per la notizia *fultus insuper praesidio Maurorum*, di cui i *Fasti vindob. post.* ad a. 455. Il tratto di Paolo: *perculsis itaque — abducta sunt* dipende interamente da Prospero, salvo l'inciso *cum regina Eudoxia* (= P. *cum regina* ed il nome Eudossia nelle altre fonti) *quae Gensericum ad hoc facinus* (= P. *Qui concepti facinoris opportunitatem*) *invitaverat*, che fa capo a Marcellino o derivati.

(1) Non è possibile contestare l'originalità di Idazio, quando pur per contenuto (cfr. specialmente *magnorum motuum quos verebatur*, ecc., da confrontarsi con analogo concetto espresso da Prospero), ma anche per lessi (cfr. *in coniugio tradidisset*; *deserere vellet*, ecc.) qualche cosa di Prospero si ritrova in Idazio. Ma qui è viva la tradizione personale: l'accerta l'inciso *vix quattuor regni sui mensibus expletis*, che richiama ad una conoscenza cronologica ritardata, quale è propria di uno spagnolo, a cui le notizie giungono con ritardo, e quello relativo all'invito (veramente Idazio dice *sollicitatus*) eudossiano, *ut malum fama dispergit*, che congiunto all'annunzio dell'incursione vandalica in Roma perviene in Spagna dopo l'elezione Avitiana: tanto è vero che l'A. lo registra dopo questo avvenimento con avvertenza che cronologicamente deve esser preposto. Ma è notevole che la *sollicitatio* eudossiana a Genserico non è collegata al fatto recente degli avvenimenti interni romani.

Perciò la vera fonte che offre dati cronologici sicuri, dopo i *Fasti*, è la cronaca prosperiana, cui fa capo ogni altra testimonianza; ed essa reca carattere di precisione rifacendosi in qualche modo alla testimonianza dei *Fasti*. Come avvertii, questi hanno conservato due date essenziali, quella dell'elezione di Massimo ad imperatore e quella della sua uccisione (17 marzo-31 maggio): a questo lasso di tempo corrisponde la determinazione prosperiana di 76 giorni di durata del governo massimiano (*septuagesimo septimo adepti imperii*), nel cui intervallo si devono collocare tanti e gravi avvenimenti, i quali misero capo alla spedizione vandalica ed alla rivoluzione romana, che rovesciò la tirannia di Massimo.

Se essa ebbe il suo epilogo il 31 maggio, dopo l'annunzio dello sbarco di Genserico, evidentemente questo deve essersi effettuato almeno nella seconda metà di maggio, varie giornate avanti la data del terribile scoppio rivoluzionario, al quale personalmente l'imperatore soggiacque. Fra il momento dello sbarco ed il momento di grande esasperazione s'interpone un certo intervallo, nel quale in mezzo all'orgasmo si erano studiati i mezzi per provvedere alla situazione estremamente grave. Mentre i più timidi e paurosi si davano alla fuga, il governo imperiale stette nella più grave incertezza per la disorganizzazione delle forze su cui poteva contare: rimorchiato dalla gran massa dei fuggiaschi non potè più negare il consenso allo sgombero della città, decidendo alla fine, e dopo molti dubbi, di trasportare in luogo più sicuro la propria sede. Quest'ultimo atto determinò l'esasperazione fra le file dei soldati e nel popolo rimasto, perchè indicava la rinuncia ad ogni resistenza e l'abbandono della città in mano al nemico ed in preda all'anarchia.

Nel frattempo i Vandali non erano avanzati su Roma, nè si mossero all'occupazione di Roma prima della tragica rivoluzione romana. *Post hunc Maximi exitum confestim secuta est multis digna lacrimis Romana captivitas*, ricorda Prospero collocando indubbiamente dopo il 31 maggio l'avanzata vandalica su Roma, che il re Genserico occupò *omni praesidio vacua*, in seguito al malaugurato disegno di Massimo di abbandonare la città, e, se non erriamo, il 12 giugno, giusta un dato che possiamo ricavare dai *Fasti*.

I cosidetti *Fasti vind. priores* collocano la morte di Massimo *pridie idus Iunias*, dove concordemente le altre fonti (i *Fast. vind. post.* e l'*Auct.*) recano la data del 31 maggio: e qui non si tratta di un errore o di una diversa tradizione, ma di uno scambio di data desunto dalla redazione ufficiale dei *Fasti*. Subito oltre, con misto della formula ufficiale e di racconto prosperiano, i *Fasti vind.* ricordano l'entrata di Genserico in Roma (1):

> et intravit Gesericus Romam et praedavit eam per dies XIIII et tulit Theodosum [Eudoxiam] Aug.

donde è facile ricavare la formula dei *Fasti,* nella quale è caduto il termine cronologico per l'aggiunta di quegli elementi pragmatici, che, movendo da Prospero, abbiam visto ripetersi in tutte le fonti successive.

Orbene, il dato *prid. idus Iun.*, conservato da una delle redazioni viennesi, è probabilmente quello che nei *Fasti* dovea esser attribuito alla formula dell'entrata di Genserico in Roma: ed a questo termine conviene il racconto di Prospero, il quale ammette che i Vandali avanzarono su Roma qualche tempo dopo l'uccisione di Massimo, quando per reazione si era formata una coalizione più o meno legittimista intorno alla persona di papa Leone. Sfogatasi l'ira popolare e militaresca sulla persona di Massimo, i superstiti della fazione romano-bizantineggiante si raccolsero e strinsero intorno a papa Leone, per salvare quant'era possibile della città, ma con essi non erano l'imperatrice Eudossia e le figlie sue, con essi non era il figlio di Ezio, Gaudenzio, abbandonati alla loro sorte. Questa fazione, che era stata incapace, o per volontà propria, o, più e meglio, per le circostanze, di costituire un governo forte e saldamente organizzato, cercava salvare se stessa con l'ausilio del presule romano, che in nome di questa trattò e discusse alle porte di

---

(1) Mi richiamo per la ricostruzione del testo a quanto già osservai nell' " Archivio Muratoriano ,, fasc. 17-18, sul valore delle varie redazioni dei *Fasti vind.* e delle relazioni fra queste esistenti, concludendo non trattarsi di redazioni diverse, ma di copie diverse di un unico archetipo, il quale, almeno parzialmente, si può restituire alla sua lezione primitiva col sussidio di tali diversi *excerpta*, compilati da tardi successivi amanuensi.

Roma per la dedizione della città, *ut cum omnia potestati ipsius essent tradita, ab igni tamen et caede atque suppliciis abstineretur.* Nessun accordo dunque per le persone imperiali, all'infuori delle quali si erano svolte le trattative pontificie: e nessuna clausola o riserva per esse ed i loro seguaci era stata introdotta, tanto che il re vandalo trasse tutti costoro come ostaggi a garanzia di una situazione politica anormale ed incerta.

Sta però il fatto che, nell'atto di entrare in città e di prender d'essa possesso, si svolsero tra il pontefice ed il re barbaro negoziati e trattative, che conclusero in un accordo inteso ad impedire eccessi e distruzioni in danno di coloro, contro i quali si dovea presumere diretta la furia vandalica: ed è chiaro nel racconto prosperiano che fra l'atto formale di occupazione, denunciato dai *Fasti*, e quello effettivo si suppone un certo intervallo, una breve sosta alle porte della città, durante la quale si concluse l'accordo fra papa e re, fosse esso tacito od espresso. In fondo si trattava di una regolare capitolazione, convenuta la quale *per quattuordecim igitur dies secura et libera scrutatione omnibus opibus suis Roma vacuata est*: chè gli occupanti esercitarono il loro diritto di preda entro i limiti concordati d'astenersi da devastazioni ed offese alle persone, ritraendosi dalla città quando forse si delineava un nuovo orientamento politico, al quale le persone imperiali potevano non essere o non rimanere estranee. In tal guisa possiamo arrivare, attraverso alla ricostruzione dei varî frammenti cronologici, alla determinazione dell'ultimo termine, quello relativo alla partenza dei Vandali da Roma, il 29 giugno, secondo la testimonianza del sermone leonino pronunciato nell'ottava dei due apostoli a rimprovero dei Romani, che, dopo ottenuta la liberazione della città pel benevolo intervento di quelli, disertavano le chiese, richiamati alla spensierata allegria dei ludi circensi.

Fu detto che il sermone (1) fu pronunciato per lo scampato pericolo attilano, ma la identificazione è poco probabile,

---

(1) Cfr. sopratutto Solari, *Intorno alla cronologia dell'incontro di papa Leone con Attila*, in " Studi storici per l'antichità classica ", III, 88 sgg., di cui non confuto l'erronea cronologia attilana estranea al mio argomento e che altri illustrerà con larghezza di critica e d'analisi: nè mi soffermo a discutere l'origine ed il motivo della presenza degli apostoli nella leg-

perchè non si parla di un possibile pericolo scongiurato, ma di una effettiva liberazione da una tortura presente. *Religiosam devotionem*, egli scrive, *qua ob diem castigationis et liberationis nostrae cunctus fidelium populus ad agendas Deo gratias confluebat, pene omnibus proxime fuisse neglectam*, ecc. Si parla di un *dies castigationis et liberationis* che veramente non si può applicare agli avvenimenti del tempo di Attila, quando il pericolo era tanto lontano. Il papa mestamente lamentava che lo spirito religioso, che aveva animato il popolo nel momento della *castigatio* e della *liberatio*, passato il pericolo, era svanito, e quel popolo contrito ai piedi dei santi e di Dio sotto l'infuriare della tempesta, dimentico d'ogni riconoscente gratitudine, s'abbandonava tosto all'indomani della liberazione alle dolci e spensierate gioie del circo. *Quis hanc urbem reformavit salutis? quis a captivitate eruit? quis a caede defendit?* esclama il papa.

---

genda di Attila, che dipende da motivi diversi da quelli supposti. Fermo la mia attenzione solo sul sermone LXXXIV, che è documento storico (Migne, *Patr. Lat.*, LIV, 433 sg.) malamente attribuito al 452, quando il contenuto non si attaglia all'interpretazione storica data dai contemporanei stessi agli avvenimenti. Ed il Solari ha forzato significato di cose e parole e l'ha detorto dal vero, senza tener conto di ciò che era il pensiero del tempo. Nel testo dico come la concezione leonina del sermone s'adagi nella realtà di fatto e di pensiero dell'incursione vandalica. A riprova dobbiamo ricordare come i contemporanei valutavano la missione di Leone presso Attila: Prospero esclude ogni preoccupazione immediata in Roma, ed ogni senso di tumulto o di sgomento, ma contrappone una scettica calma, *ut per legatos pax truculentissimi regis expeteretur*: e, la legazione onorevolmente accolta, *ita summi sacerdotis praesertim sese gavisus est, ut et bello abstinere praeciperet et ultra Danuvium promissa pace discederet.* Nonostante ogni miglior volontà mancano gli estremi della *castigatio* e della *liberatio* del sermone leonino, come della *salus*, della *captivitas* e della *caedes* di Roma e di Roma soltanto, non delle altre terre: tanto meno poi ciò conviene ai *corda furentium barbarorum.* Il concetto della *captivitas* è poi ripreso, ma con maggior estensione, da Vittore, che afferma: *huius quoque captivitatis LXXXV die Avitus vir totius simplicitatis in Galliis imperium sumit*, la cui fonte quanto alla *captivitas* è Prospero, e quanto al resto, sia detto incidentalmente, un suo continuatore di non difficile identificazione. Solo spiegheremo che il computo degli 84 giorni integra il computo prosperiano dei 76 di regno di Massimo e sui dati di quel testo erroneamente (forse per semplice svista) interpretati. Vittore per facile scambio calcolò l'elezione di Avito a *VI idus iunii*, anzichè *VI id. iulii*, come nell'*Auct.* e nei *Fasti vind.*

E come può tutto questo riferirsi ad Attila che da Roma era rimasto tanto lontano? Prospero, l'abbiam dianzi rilevato, e non sarà male ricordarlo ancora, afferma che papa Leone era convenuto col re Genserico *ut cum omnia potestati ipsius essent tradita, ab igni tamen et caede atque suppliciis abstineretur.*

Non è forse lo stesso concetto espresso dalla parola pontificia e non è forse il medesimo fatto, che s'individua non solo nell'identità di espressione, ma anche di pensiero?

E però il papa invitando i suoi concittadini a ritornare a Dio richiama alla loro mente il senso cristiano di gratitudine, *intelligentes mirabilia quae in nobis dignatus est operari et liberationem nostram non sicut opinantur impii, stellarum effectibus, sed ineffabili omnipotentis Dei misericordiae deputantes, qui corda furentium barbarorum mitigare dignatus est.*

Le quali parole il testo prosperiano ancora una volta ci permette di chiosare, per individuarle meglio e fuor d'ogni equivoco nel tempo: *occurrente sibi* (Gisirico) *extra portas sancto Leone episcopo, cuius supplicatio ita eum deo agente lenivit, ut,* ecc.

Dopo di che io non metto dubbio a collocare il sermone leonino nell'ottava della festività degli apostoli del 455, allorchè, ad otto giorni di distanza dallo scomparso pericolo, il popolo romano, dimentico dei voti elevati nei momenti duri dell'irruzione nemica (*castigatio*) e della sua liberazione (*ob diem*, vale *durante il tempo*), ritornava volentieri ai ludi circensi piuttosto che nelle chiese a ringraziare la divina provvidenza, ed onorare gli apostoli che della liberazione erano stati autori. Evidentemente il papa celebrava il giorno della festività apostolica come il giorno della liberazione, come quello nel quale gli invasori se n'erano andati; ed il termine cronologico che di qui si ricava coincide col periodo di quattordici giorni, cui il testo prosperiano limita il soggiorno dei Vandali entro Roma dopo l'accordo con papa Leone, da calcolarsi inizialmente a breve distanza dal termine fissato dai *Fasti,* siccome quello dell'arrivo di Genserico a Roma, non dell'effettivo possesso della città da parte sua.

L'accertamento di questi dati concorre a dare un altro crollo al valore storico della leggenda: chè il supposto invito eudossiano, così com'è formulato dalla leggenda, non resiste, nonchè nel suo significato e contenuto politico, nemmeno cronologicamente.

Chè esso sarebbe stato avanzato dopo molti altri avvenimenti, dopo che cioè, proclamato imperatore, Massimo cercò di attrarre nella sua orbita gli avversari e si preoccupò di consolidare il trono con vincoli di sangue, onde disarmare conventicole e fazioni, anche in dispregio dei più sacri diritti e doveri della vedovanza. Anche qui però fra l'elezione imperiale e le nozze si deve interporre un certo lasso di tempo, che necessariamente riporta al successivo aprile. Lo sviluppo di accordi concreti e precisi col re Vandalo nel successivo breve spazio non troverebbe posto, quando, come altrove cercai di mostrare, non fossero stati anteriori e d'altra origine e con altro obbiettivo.

E solo a questa condizione riesce plausibile l'atteggiamento di Genserico, dopo l'occupazione di Roma, verso colei che l'avrebbe invitato: poichè essa non era che uno degli esponenti di un partito la cui opera era fallita, ed ora tentava risollevarsi per altre vie, minacciando, attraverso la crisi massimiana, altre combinazioni che non riuscivano di vantaggio agli interessi del regno africano. Quello stesso partito, cui Eudossia aveva aderito, che aveva caldeggiato la candidatura di Maioriano, calcolando sull'appoggio dei barbari d'Africa, ora piegava verso i barbari della Gallia, per molte ragioni antagonisti dei confratelli africani. Eudossia e le figlie sue, il figlio di Ezio, Gaudenzio, ed i prigionieri, che Genserico conduceva seco, costituivano un pegno prezioso, da far pesare nel successivo equilibrio politico del bacino mediterraneo (1).

---

(1) Cfr. la mia cit. Memoria nell' "Arch. Stor. Romano ".

Le prime scuole di metodo del Piemonte

Nota II della Sig.na LINA CAPELLO

Per comprendere le critiche mosse alla scuola di metodo è necessario un breve sguardo all'ordinamento legislativo di quella prima scuola, detta poi *superiore* nelle RR. Patenti del 1° agosto 1845 per distinguerla dalle nuove scuole istituite in quell'anno e dette *provinciali*, perchè sorte nelle antiche provincie piemontesi, miranti alla pura preparazione del maestro e non del professore di metodo, fine che proponevasi invece la scuola superiore di metodo stabilita nella R. Università di Torino, pur senza far parte di alcuna facoltà.

Questa scuola comprendeva quattro corsi, che si facevano contemporaneamente, in un anno di scuola. Il corso del professore di metodo costituiva la parte *pedagogica teoretica*; coadiuvavano il professore due assistenti: uno di essi ripeteva le sue lezioni, e " giovandosi delle scuole elementari ", esercitava praticamente gli alunni nell'applicazione del metodo, il che costituiva la cosidetta *didattica generale*; l'altro coadiutore li esercitava nella grammatica in generale, considerata, secondo il pensiero girardiano, come mezzo educativo dell'intelletto: quest'insegnamento, insieme alle lezioni di disegno impartite da uno speciale maestro, costituiva la *didattica particolare*.

Erano ammessi a tale scuola tutti coloro che possedevano l'attestato di aver *lodevolmente compiuto un corso di facoltà*, oppure, trattandosi di ecclesiastici, l'attestato del corso teologico, rilasciato dal Vescovo della Diocesi. Occorreva ancora, tanto agli ecclesiastici che ai laici, l'attestato di frequenza ai corsi di zoologia, mineralogia, botanica e chimica. Pei professori di filosofia, bastava la patente del loro grado. Quando poi condi-

zioni speciali l'avessero richiesto, potevano essere ammessi, dal Magistrato della Riforma, al " Corso superiore di metodica „ anche quegli studenti che non avessero ancora seguìto il corso di scienze naturali.

Un po' diverse da questa erano però le scuole provinciali di metodo, il cui fine, pure, non mirava così in alto. Esse comprendevano tre corsi, che facevansi contemporaneamente in due mesi e mezzo o tre, durante le vacanze estive: il *corso di metodo*, tenuto dal professore di metodo, quello di *didattica pratica*, tenuto da un assistente, e quello di *calligrafia*, tenuto da un insegnante di calligrafia.

Il professore che insegnava il metodo aveva, per quei due mesi e mezzo d'insegnamento, seicento lire di stipendio, l'assistente percepiva quattrocento cinquanta lire e il maestro di calligrafia duecento lire.

Alle scuole di metodo erano ammessi coloro che avevano già compiuto i diciotto anni e non oltrepassati i quaranta, purchè fossero maestri approvati; i maestri non approvati dovevano, per ottenerne l'ammissione, sostenere e superare uno speciale esame.

Venivano esaminati nella lettura, che doveva esser fatta " ad alta voce con giusta pronunzia e sensata „; nella scrittura sotto dettato; nel comporre in lingua italiana (l'argomento era dettato in dialetto); sulle quattro operazioni; sulle frazioni e sui numeri complessi. Verbalmente dovevano rispondere sulla storia sacra, sulla grammatica italiana, sugli elementi di geometria, sistema legale delle misure, pesi e monete; sulla geografia d'Italia, e, più particolarmente, degli stati appartenenti alla Casa Savoia, e in generale su tutte quelle nozioni indispensabili per comprendere i libri usati per l'istruzione elementare (1).

I programmi tracciavano pure in linea generale la materia da trattarsi dai professori di metodo. Essi dovevano definire e chiarire il concetto di istruzione ed educazione fisica, intellet-

---

(1) Vedere i " programmi per l'ammissione alle scuole di metodo autunnali, annessi alle R. Patenti per le scuole di metodo in Genova „. R. Archivio di Stato, pacco " Scuole di Metodo „.

tuale e religiosa; parlare della connessione dell'istruzione coll'educazione, della necessità del metodo per istruire ed educare, dei pregi di questo, dei suoi mezzi generali e della loro applicazione a tutte le parti dell'insegnamento. Passando a parlare del metodo speciale essi dovevano poi spiegare di quali parti si compone l'insegnamento, procurare che gli alunni avessero la conoscenza degli oggetti usuali, della nomenclatura, scrittura, lettura, numerazione, elementi d'aritmetica, prime nozioni di geometria, del sistema dei pesi e delle misure legali o tollerate, dell'ortografia, degli elementi di grammatica italiana, del modo di comporre, delle nozioni contenute sui libri di lettura approvati, del catechismo della Diocesi e della Storia Sacra; di tutte queste materie, poi, essi dovevano spiegare il metodo speciale d'insegnamento. Il professore di metodo doveva inoltre parlare ai maestri dei loro doveri verso gli scolari, verso i parenti di questi e verso i superiori; della disciplina scolastica; della classificazione degli scolari nelle materie d'insegnamento; delle lezioni; della qualità dei lavori e del modo di correggerli; dei premi, dei castighi e dei doveri religiosi degli alunni. Doveva infine dare uno sguardo ai regolamenti e spiegare quale dovesse essere l'orario scolastico, quale il numero degli alunni, come dovevano farsi le accettazioni, gli esami, le promozioni, le decurie, i registri, le annotazioni, gli attestati, le relazioni ai vari superiori.

Il programma si spingeva ancora all'esame dei locali scolastici, del loro arredamento e della conservazione del materiale didattico occorrente.

Concludendo le sue lezioni, alla fine del corso, il professore doveva esortare gli alunni allo studio proficuo.

Ampiissimo programma, come si vede, doveva svolgere il professore di metodo; programma farraginoso, oserei dire, per tre mesi di scuola; forse esso non potrebbe esser svolto bene neppure in tre anni! Si può immaginare quindi, quanto, malgrado la buona volontà e, ammettiamolo anche, spesso malgrado la sapienza pedagogica dei nuovi professori di metodo, quanto misero risultato potesse dare quello studio affrettato, quell'accatastamento di nozioni tronche quasi, o troppo concise e oscure, senza che vi fosse il tempo di collegare le une alle altre; mentre la bellezza dello studio pedagogico la si prova e

sente soltanto quando questo è fatto con calma, meditato, approfondito con letture filosofiche e scientifiche, quando questo studio penetra in modo tale nell'animo dello studioso da assorbirne tutte le facoltà.

La Commissione per le Scuole fuori della R. Università (1), esaminando i regolamenti per le scuole di metodo, si accorse ch'era stata fatta una cosa contraria ai bisogni della scuola elementare, e poco onorevole per le scuole di metodo, ammettendo ad esse i maestri non patentati, purchè avessero superato un esame certo non molto difficile, e... dove la fortuna, o forse anche la falsità ..., potevano concorrere in favore del candidato, rendendo poco sicuro il giudizio degli esaminatori. Quella Commissione, partendo da un altro falso principio, per rimediare a quel difetto del regolamento, dispose che i maestri non patentati fossero poi mandati a insegnare solo in quei comuni " *dove, per la tenuità dello stipendio, non volessero insegnare i maestri patentati* ". Provvedimento ingiusto e deplorabile, che ancor ora purtroppo si applica in Italia, dimostrando come, malgrado tutto quanto si fa e si dice di fare pel popolo, continui a esservi un distacco notevole fra il ricco e il povero, fra il cittadino e il montanaro, il cui comune, non potendo spremere nulla dalla sua borsa, magra come il povero corpo esulcerato dal faticoso lavoro sull'aspro terreno, che a stento produce i pochi cereali ed i legumi necessari al mantenimento suo e della famiglia, non gli può procurare un trattamento intellettuale simile a quello di altri suoi fratelli nati in terre più feconde.

Le norme per gli esami delle scuole di metodo erano già state date, in linee generali, appena esse incominciarono a funzionare; si sa, per esempio, che in quel primo anno di scuola la Commissione esaminatrice, composta dal prof. A. Peyron,

---

(1) Specie di deputazione scolastica, sorta nel 1826, che esercitava la sua sorveglianza su tutte le scuole primarie e secondarie; questa si riuniva tutte le settimane in una sala del Magistrato della Riforma per discutere i bisogni delle scuole e i provvedimenti da prendersi per esse, pei maestri, pei libri scolastici, ed era composta da alcuni riformatori e dal Segretario della R. Università. Le sue sedute, sospese per parecchi anni fra il 1830 e 40, furono riprese nel 1844.

Ferrante Aporti, Vincenzo Troya, R. Pelleri e dal Segretario del Magistrato della Riforma, aveva divisi gli esaminandi proposti a professori di metodo in due categorie: secondo i voti ottenuti, i primi venivano nominati professori di metodo, gli altri, assistenti a quella cattedra; occorreva però un vero e proprio regolamento, al quale pensò appunto la citata Commissione nella sua seduta del 30 giugno 1846.

Veniva stabilito in quel regolamento che il lavoro scritto, che ogni candidato era obbligato a fare, dovesse essere dettato in due sedute e " formare argomento di una memoria ". Ogni seduta non poteva durare più di due ore e i candidati non potevano uscire se non avevano terminato il lavoro. All'esame orale era ammesso un solo candidato per volta e l'esame non poteva oltrepassare i tre quarti d'ora. Per la votazione ciascun commissario disponeva di tre punti, e il candidato per essere nominato professore di metodo doveva ottenere almeno i tre quinti della votazione massima; se la votazione non era favorevole per il grado di professore, lo si nominava assistente o maestro di scuola elementare. A conferma poi di quanto era stabilito dalle RR. Lettere Patenti del 1845 i candidati proposti a professore di metodo non ottenevano le patenti se non facevano risultare di essersi applicati agli studi di zoologia, botanica, mineralogia e chimica generale.

Nella sessione del 13 luglio di quello stesso anno, la Commissione si occupò poi degli assistenti alle scuole provinciali di metodo, stabilendo pel loro insegnamento alcune norme generali ed altre speciali.

Non dovevano, in generale, far lezione secondo il metodo usato pei fanciulli, il quale veniva già insegnato dal professore di metodo; senza oltrepassare i limiti segnati dalla legge, dovevano ordinare le materie d'insegnamento in modo tale che gli allievi potessero intendere bene le lezioni di metodo.

Le norme speciali riguardavano ciascuna delle materie che componevano allora l'insegnamento elementare; le trascrivo su queste pagine, poichè attraverso ad esse, meglio che non nei pochi scritti che ancora si trovano, si può vedere il lavoro e lo studio che si faceva in quelle nuove scuole di preparazione, o, meglio, di perfezionamento, per gl'insegnanti elementari.

1° *Nomenclatura*: " Rammentare ai maestri che non deb-
" bono mai far leggere ai ragazzi un vocabolo senza spiegarne
" il significato; addestrarli in tali spiegazioni, e nel far inten-
" dere l'uso introducendo il vocabolo in proposizioni che invi-
" tino i ragazzi a sode riflessioni. Far sentire ai maestri il bi-
" sogno del disegno lineare per rappresentare gli oggetti che
" non si possono direttamente presentare agli occhi del fanciullo ".

2° *Lettura*: " Esercitare a leggere secondo tutte le re-
" gole generali della lettura ".

3° *Scrittura*: " Esercitare nella scrittura, la cui parte pra-
" tica è affidata al maestro di calligrafia ".

4° *Aritmetica*: " Spiegare la parte materiale delle ope-
" razioni aritmetiche, dar nozioni sulle figure di geometria e
" assegnare esercizi ".

5° e 6° *Elementi di grammatica italiana e ortografia*:
" Spiegazione del testo e aggiunta d'osservazioni che servano
" a migliorare l'erudizione degli scolari.

" Per far conoscere il bisogno dell'ortografia compilare una
" nota di vocaboli che assumano significati diversi. Esercizi
" sulla materia spiegata ".

7° *Composizione*: " Il metodo per insegnare a esprimere
" i propri pensieri appartiene al professore. Le composizioni,
" come esercitazioni a esporre con ordine e chiarezza, appar-
" tengono all'assistente ".

8° *Nozioni contenute nel libro di lettura* (corpo umano, i
tre regni della natura, geografia, storia, ecc.) " devono essere
" dall'assistente trattate con brevità ".

9° *Catechismo e Storia sacra*: " devono essere insegnate
" solo ai laici ".

Gli assistenti dipendevano direttamente dal professore di metodo; essi dovevano pure occuparsi dell'ordine della scuola, della frequenza degli alunni, dei libri di cui questi dovevano provvedersi (1), dei locali scolastici, ecc.; preparare esercizi

---

(1) Abbecedario e sillabario. — Primo libro di lettura. — Grammatica ital., parte I ad uso scuole elem. 5ª e 6ª. — Elementi di aritmetica ad uso scuole elem. — Secondo libro di lettura. — Istruz. ai maestri delle scuole elem. — Storia Sacra dell'antico e nuovo testamento. — Dottrina della Diocesi. — Esemplari di calligrafia del prof. Trossi.

scritti per coloro che aspiravano a dar esami. Negli esami orali toccava inoltre agli assistenti interrogare, per un quarto d'ora, i candidati sull'aritmetica, ristretta alle quattro operazioni, e dare il voto complessivo su questa materia.

Durante il periodo scolastico dovevano far lezione in tutti i giorni feriali servendosi della lingua italiana, ed assegnare un'ora ciascun giorno in cui gli allievi potessero consultarsi sui loro dubbi. Essi dovevano ancora proporre agli scolari dei lavori scritti, correggerli, e " oltre che intervenire negli esami „ far la nota dei promossi.

Anche pei maestri di calligrafia furono date norme speciali. Essi dovevano, come gli assistenti, far lezione tutti i giorni feriali, vigilare sulla frequenza degli alunni, proporre esercizi scritti per gli esami finali, valutare le pagine.

Nell'insegnamento dovevano adottare il carattere corsivo e passare dal tipo medio di cinque millimetri a quello comune di due millimetri. Gli esercizi dovevano essere graduali secondo le più comuni regole calligrafiche.

Contemporaneamente all'istituzione delle scuole di metodo e come complemento a queste, il Magistrato della Riforma, " perchè il metodo inculcato non avesse a servire a sole istrut- " tive lezioni, ma trapassasse praticamente nelle scuole elemen- " tari e vi fosse osservato, provvedeva per mezzo di una spe- " ciale ed efficace ispezione che sopraintendesse all'istruzione e " co' suoi consigli la dirigesse „.

Ognuno di questi ispettori, che erano in generale gli stessi professori di metodo delle scuole provinciali, doveva fare una relazione intorno le scuole visitate ed esporre i bisogni più urgenti di queste. Interessantissime riuscirono quelle relazioni, dalle quali si scopre sovente l'indole gioviale e poetica, oppure austera e filosofica di chi le scrisse. Conservate nel R. Archivio di Stato, esse sono e saranno sempre documenti preziosi dell'opera dei primi ispettori delle scuole elementari, utili e interessanti a esaminarsi da chi desideri conoscere bene lo stato delle scuole elementari in quel tempo.

Se la scarsità dello spazio non me lo negasse, vorrei io appunto esporre qui il contenuto di alcuni di quegli scritti, affinchè anche i più increduli si convincano che fin d'allora si conobbero molti difetti di quelle misere scuole elementari, fin

d'allora si proposero rimedi efficaci e geniali e, se si continuò ad ottenere da quelle scuole risultati poco buoni, fu perchè coloro che dirigevano l'istruzione non tennero nel debito conto quelle proposte, o forse anche, per cause che sfuggono alla mia indagine, il Governo non potè attuarle.

Vi fu sempre tuttavia chi s'interessò pel bene della scuola. Amedeo Peyron, per esempio, uomo colto ed energico, animo semplice e retto, cui era stata affidata la vigilanza sulle scuole di metodo, ebbe in quegli anni più volte occasione di mostrare quale fosse l'interessamento suo per esse nelle varie questioni che sorgevano fra queste e il Governo, in quale alta considerazione le tenesse pel bene dei suoi concittadini e come gli stesse a cuore il loro regolare funzionamento.

Furono poi date agli ispettori istruzioni speciali, le quali mirarono a determinare i loro doveri:

I. Aver cura che le scuole di metodo fossero provviste " della lavagna, dei cartelloni e degli altri arredi che dai re- " golamenti sono richiesti per le scuole elementari. Nel caso " di mancanza di qualche arredo avvertire il Riformatore „.

II. Accordarsi coi maestri delle scuole elementari della città " per avere a loro disposizione dieci o dodici ragazzi, ogni " qualvolta l'intervento di questi alla scuola di metodo „ fosse richiesto dal professore (Art. 6).

III. Dovevano inoltre intervenire agli esami degli aspiranti al corso di metodo e presiedere agli esami scritti, vigilare sul buon andamento del corso; intervenire agli esami finali. Per queste loro funzioni tenevano un registro degli allievi definitivamente ammessi al corso di metodo; esso doveva essere diviso in dieci caselle: " 1° Numero d'ordine; 2° Nome e co- " gnome; 3° Patria; 4° Domicilio; 5° Anno di nascita; 6° Con- " dizione domestica e professione; 7° Qualità e data delle " patenti precedentemente ottenute; 8° Voto dell'esame d'ammis- " sione; 9° Esito dell'esame d'approvazione; 10° Osservazioni „.

Anche ai professori di metodo e ai Riformatori provinciali volle pensare il Peyron; così furono stabilite per loro, come già per gli assistenti e gl'ispettori, norme precise da seguirsi nell'adempimento del loro ufficio.

Le istruzioni ai Riformatori riguardavano piuttosto l'ordine amministrativo delle scuole di metodo e il rilascio delle patenti.

I professori di metodo dipendevano dal Riformatore e dovevano concertarsi con gli ispettori per l'esecuzione materiale dei loro doveri, e con gli altri superiori pel buon funzionamento della scuola. Gli esami dovevano fissarsi dopo il primo d'agosto nelle ore libere dalla scuola e toccava al professore di metodo " dettare ai candidati dieci o dodici righe " da scriversi in calligrafia; " raccontare un fatto in volgare e farlo tradurre in " italiano; assistere gli alunni affinchè non avvenissero scambi " di lavori, e dopo un'ora e mezza raccoglierli; essere imparziale con tutti ".

L'interrogatorio orale si svolgeva sugli elementi di grammatica italiana, geometria, sistema legale di misure, pesi, monete, ecc., ed il professore procedeva quindi alla votazione.

Il professore di metodo doveva incominciare le sue lezioni al primo d'agosto e far lezione tutti i giorni feriali; alla vigilia dei giorni festivi non doveva far la lezione pomeridiana. Ogni lezione durava un'ora e mezza e doveva esser fatta in lingua italiana. Il professore doveva inoltre assegnare agli scolari " un'ora al giorno " in cui potevano consultarlo sui loro dubbi. Doveva poi fare " un rapporto al Riformatore " sulla condotta dei singoli allievi ", unirvi " il rapporto del " maestro di calligrafia ", accettare " come candidati all'esame " finale i soli datigli in nota dal Riformatore " ed esprimere il suo giudizio su di essi colle parole " buono, ottimo, insufficiente ".

L'esame orale doveva svolgersi in fine del corso, sui principî di pedagogia o di metodo generale e speciale e sulle nozioni contenute nei libri di lettura.

In una speciale relazione egli doveva dare un " esatto e " particolareggiato ragguaglio del suo insegnamento " e proporre quanto gli pareva opportuno per migliorare l'istruzione dei maestri e quella elementare.

I verbali citati contengono pure le " Norme d'insegnamento " pei professori di metodo ". Eccole:

1° Enunziare brevemente lo scopo e l'utilità del metodo.

2° " Porre in bella luce il metodo, ma non introdurre " nel suo dire tali ombre che offendano altri riguardi; il descrivere ridevolmente un passato al quale si dà il titolo di " medio evo dell'insegnamento, offende i nostri maggiori, che

" hanno i diritti di essere giudicati secondo le loro idee, i loro
" bisogni ed i loro mezzi.

" Il metodo sarebbe povero di valore intrinseco se per in-
" nalzare se stesso abbisognasse di deprimere gli altri.

" L'istruzione deve riuscire educazione dell'intelletto ep-
" però svolgere la ragione: il prostrare gl'intelletti affinchè non
" cadano, sarebbe un annientare il supremo dono che Dio fece
" all'umanità „.

Il professore doveva proclamare che " lo svolgimento della
" ragione è relativo all'età, alla capacità ed ai bisogni popolari „.

Soprattutto è raccomandata al professore la sobrietà nell'insegnamento: raccomandazione superflua, mi pare, data la vastità del programma da svolgere!

" La filosofia, che dopo Dio è la suprema ragione delle
" cose „ doveva governare tutto l'insegnamento del metodo.

" La filosofia governi le lezioni del professore, ma si oc-
" culti come — l'arte che tutto fa nulla si scopre — e si pre-
" senti sotto le forme del senso comune. Si stabiliscano i prin-
" cipî ma in dogmatico modo e senza discussioni, mediante
" definizioni precise in cui si spiegheranno quei pochi vocaboli
" scientifici che non si poterono escludere. Dai principî si de-
" rivino logicamente le conseguenze pratiche, quelle si dichia-
" rino con ordine, analisi, esattezza; ... si confrontino per mezzo
" di quegli esercizi pratici che i maestri dovranno poi eseguire
" nelle loro scuole „.

Occorreva brevità nell'esporre il metodo generale, diffusione nello speciale e, secondo l'idea dei pedagogisti dell'epoca, inculcare il dovere di connettere l'educazione morale con l'istruzione.

Negli esercizi fatti con gli allievi, o proposti ai fanciulli invitati alla scuola, il professore doveva procurare che la morale entrasse di frequente e fosse spontanea, breve, come trovata dai ragazzi medesimi. " L'insegnare a leggere i caratteri
" dei libri umani è un gran bene, ma è assai più importante
" l'indirizzare i giovanetti a leggere nei loro cuori quanto il
" dito stesso di Dio vi ferisce. La morale sia l'atmosfera invi-
" sibile che circondi e vivifichi tutta l'istruzione „.

Era poi necessario " soffermarsi nell'esporre i mezzi gene-
" rali del metodo, applicabili a tutte le parti dell'insegnamento „.

Per lo studio del metodo speciale il professore doveva in-

tendersi con gli assistenti, far conoscere il libro del Fontana: *Pedagogia ad uso dei maestri elementari e delle madri di famiglia*, che la Commissione raccomandava soprattutto perchè in esso vi era " l'insegnamento ridotto a dialogo, in modo che " al fanciullo sempre si domandano cose ch'egli già sa e per le " quali risposte sue, fatto poi egli medesimo maestro, istruiscasi " senza fatica ad alcune conclusioni in cui hanno radice tutte " le dottrine grammaticali ". Pure per l'insegnamento della grammatica il professore doveva valersi del libro " *Cours éducatif...* " del P. Girard.

Per l'insegnamento dell'aritmetica era necessario far conoscere i vari usi del pallottoliere ed avvertire " fino a qual " punto i maestri possano servirsi di esso prima di sollevare i " ragazzi all'astrazione ".

Verso la fine del corso il professore doveva poi proporre ai suoi allievi i seguenti quesiti: " 1° Qual è il primo noto o " facile, o sensibile, o concreto da cui partire? 2° Qual'è la " concatenata specie di deduzioni per cui condurrete il ragazzo " a trovare da sè la questione proposta? 3° Con quale sintesi " riconfermerete la fatta analisi, affinchè meglio s'imprima nella " mente instabile del fanciullo? ".

Il 1847 fu davvero un anno importante per la storia delle scuole di metodo; oltre a tutti questi provvedimenti presi per la continua, attiva cura del Peyron, la cattedra superiore di metodo, conservatasi fino allora come un piccolo e fecondo fiore fra le numerose cattedre universitarie, ma " facente parte per " sè stessa ", venne, dietro domanda del Magistrato della Riforma, aggregata alla Facoltà di filosofia e lettere dell'Università di Torino. Il 2 agosto poi, di quello stesso anno, con un eletto discorso del Prof. Danna, allora reggente la cattedra superiore di metodo, venne aperta anche in Torino una scuola provinciale di metodo.

Già altre città avevano avuto l'onore di raccogliere dentro le loro mura, durante i tre mesi di vacanza, i maestri della propria provincia, per aiutarli a compiere sempre meglio la loro missione.

Prime erano state Saluzzo, Cuneo, Novara, Vercelli; e nel 1847 insieme a Torino l'ebbero: Casale, Nizza, Ivrea, Alba, Mondovì, Mortara, Pallanza e Pinerolo.

Anche nel 1848, quando sui piani lombardi si pugnava per l'indipendenza nazionale, per un'Italia " tutta d'un pezzo e tutta " d'un colore ", sorsero nuove scuole di metodo ad Alessandria, Asti, Biella, Chiavari, Oneglia e Varallo, quasi come per attestare a tutti che il piccolo Piemonte, malgrado lo strazio e la desolazione della guerra, non era sfinito nè materialmente, nè moralmente; molte di quelle città vollero anche sussidiare i maestri che le frequentavano (1).

Per provvedere di professori di metodo tutte queste scuole il Re aveva firmato un decreto, col quale lo stesso intendente della provincia era incaricato di scegliere il professore di metodo per la scuola che vi si stabiliva, salvo poi l'approvazione del Magistrato della Riforma.

M'ero proposta un breve sguardo agli ordinamenti legislativi della scuola di metodo per poi passare alla critica svolta da Domenico Berti; ma la materia dei regolamenti e dei programmi mi fece dimenticare per un momento l'illustre critico.

Domenico Berti esamina anzitutto il programma per la scuola superiore di metodo ed il suo regolamento, che dimostra contradittorio in alcune parti, difettoso in altre.

" Lo scopo della scuola superiore di metodo, quale si può " raccogliere dalle parole ingarbugliate del regolamento di detta " scuola, compilato da persone che non avevano un'idea chiara " e precisa di essa, è tutto pratico " — egli dice —: " Si parla " di metodica generale, come introduzione a detto insegna" mento, ma si proibisce direttamente al professore di diffon" dersi in discussioni astratte ".

Si permetteva poi la cumulazione delle due cariche di professore di filosofia o di lettere e di metodo, il che, secondo il nostro scrittore, serviva ad " allontanare sempre più l'insegna" mento della metodica dal suo scopo naturale, che è la pra" tica ". Altro difetto del su accennato regolamento era la creazione degli assistenti al professore di metodo.

" S'intende benissimo, — dice il Berti, — l'utilità d'un as" sistente nelle scuole di chimica, fisica, ecc., perchè in queste

(1) Vedere nel R. Archivio di Stato, mazzo " Scuole di Metodo ", la lettera dell'Intendente di Novara al Magistrato della Riforma.

" scuole avendovi una parte consacrata intieramente alle espe-
" rienze, il professore può servirsi per l'esecuzione di esse di
" una persona a ciò destinata.

" Ma nelle scuole di pedagogia può egli con rigore trac-
" ciarsi il limite che separa il professore dall'assistente?

" Ripeterà questi, verbo a verbo, la lezione del professore,
" o la commenterà svolgendola, od altrimenti procederà da sè
" studiandosi di conformarsi, secondo il suo discernimento, ai
" principî del professore?

" Il primo lavoro è inutile e puerile in una scuola in cui
" la maggior parte di coloro che la frequentano hanno già fatto
" il corso di lettere, di filosofia e di teologia... ".

Il Berti continua la sua critica dimostrando impraticabili tanto il secondo che il terzo metodo di esplicare l'opera di assistente nelle scuole di metodo. Ma quanto invece sarebbe stato utile l'assistente se fosse stato un insegnante provetto e, non soltanto qualche volta, ma giorno per giorno, avesse, in una classe elementare, annessa alla scuola di metodo, applicati i principî pedagogici esposti dal professore!

Il programma stesso della scuola superiore di metodo stabiliva un procedimento simile, poichè diceva appunto che uno degli assistenti " giovandosi delle scuole elementari " esercitasse praticamente gli alunni nell'applicazione del metodo (p. 30). Ma a quanto pare questo punto di esso non veniva applicato.

Passando ora a parlare delle scuole autunnali o provinciali di metodo, sconvenientissima trova il Berti l'ammissione ad esse degli *aspiranti maestri*, " poichè — egli fa notare — per
" questo provvedimento vennero promossi maestri elementari
" moltissimi individui sforniti delle cognizioni necessarie...,
" mentre tutti convengono che nei tempi presenti l'istruzione
" elementare ha d'uopo di elevarsi per soddisfare alle condi-
" zioni dell'odierno incivilimento... Le scuole primarie sono le
" scuole del popolo, della maggioranza; ed il popolo e la mag-
" gioranza della società hanno altri bisogni che quelli di com-
" pilare e sillabare; e il Governo ha altri doveri verso questo
" popolo, questa maggioranza. L'istitutore elementare adunque,
" che è l'agente del Governo, che è il prete civile, deve essere
" fornito di mezzi necessarî per adempiere a questa sua mis-
" sione. Richiedesi perciò che le scuole destinate a preparare

" l'istitutore elementare siano ben diversamente ordinate delle " attuali scuole di metodo „.

Il desiderio del Berti si realizzò poi, ma molti anni dovevano però ancora passare prima che dalle antiche scuole di metodo, riformate in parte nel 1851, per un decreto del Ministro Gioia, si pervenisse alle attuali scuole normali, tutt'altro che perfette, ed in via di nuove trasformazioni.

Non sto a far commenti alla critica del Berti, m'accontento soltanto di ripetere che, nonostante quei difetti ed altri, forse più gravi, che chiunque può scoprire in quei programmi e regolamenti e che io non sto a citare, non essendomi proposta che l'esposizione dei fatti riguardanti le scuole di metodo, quelle scuole furono frequentatissime. Anche i giornali dell'epoca lo attestano!...

La *Gazzetta piemontese* del 2 settembre 1846, in un articolo intitolato: *Domenico Berti e la scuola di metodo a Novara*, dice che la sala dove si tenevan le lezioni era " stipata di un fatto " che ci si premeva l'un l'altro disputandosi il piacere di ascol" tarlo „. Cesare Alfieri di Sostegno si era recato da Torino a Novara per sentire la parola eletta del nuovo e pur già noto pedagogista.

Mancava ancora una scuola di metodo per le maestre. Mille ostacoli si dovettero superare per istituire dalle fondamenta l'istruzione femminile, e se non furono tutti scossi lì per lì, furono tuttavia scossi in modo tale che fin dal principio l'esito della lotta non poteva parer dubbio.

Erano già state istituite delle Commissioni speciali destinate a dare gli esami alle maestre, ma questo non era sufficiente a preparare delle buone educatrici; si voleva fondare almeno a Torino una scuola preparatoria per le maestre.

Non potendo valersi, com'era stato prestabilito, di una istitutrice lombarda, venne dall'Alfieri di Sostegno, allora Ministro della pubblica istruzione (1), incaricato il Sac. Prof. Rayneri di fare scuola nel Monastero delle Giuseppine ad una ventina di alunne religiose, col proposito di valersi poi di quelle suore come

(1) Il Ministero della pubblica istruzione fu istituito nel 1847 con l'abolizione del Magistrato della Riforma.

coadiutrici od anche professoresse di metodo nella scuola femminile di metodo che presto doveva venir aperta (1).

Tutto era pronto nel 1848, ma gli avvenimenti politici e la mancanza dei mezzi obbligarono il Ministro a far continuare l'insegnamento alle sole religiose.

Questo, benchè appartato e solitario, era il primo tentativo di scuole preparatorie per le maestre e valse a diffondere e a rendere meno sospetta l'idea dei corsi di metodo per le donne. Con ragione quindi il Romizi considera questa come una tattica dell'Alfieri, perchè il togliere subito alle suore la " privativa " dell'istruzione femminile avrebbe sollevato scandali e proteste.

Vi era però in Piemonte chi non temeva scandali; Domenico Berti raccolse intorno a sè, verso il 1848, prima in casa, poi in una sala del Museo industriale, parecchie giovani desiderose di abilitarsi nell'ufficio dell'insegnamento. Ancora l'anno dopo il Berti esprimeva il bisogno urgente di maestre e di educatrici per abbattere il pernicioso edifizio educativo costruito dai numerosi istituti monacali; idea già espressa dal Gioberti parecchi anni innanzi, in una lettera all'abate Unia, al quale raccomandava l'istituzione di un ordine, contrario a quello del S. Cuore, per l'educazione delle fanciulle.

Come infatti abbattere quegli istituti se altri non ve n'erano?

" Preparate collegi femminili, — dice il Berti —, fate che " questi collegi acquistino grandissima stima e fiducia presso i " padri di famiglia, adoperatevi perchè l'educazione in essi somministrata sia superiore a quella degli istituti monacali, e vedrete che questi non potranno reggere alla concorrenza, o se " reggeranno si modificheranno in modo da eguagliare i vostri o " forse anche da superarli ", e conclude: " Quando ciò avvenisse noi applaudiremmo di cuore alle monache, giacchè non " aborriamo l'educazione delle monache perchè data dalle monache, ma perchè cattiva, superstiziosa, fiacca, antinazionale " (2).

(1) Relazione del prof. Casimiro Danna intorno la scuola preparatoria per maestre, citata nell'opera del Romizi, *Storia del Ministero della pubblica istruzione*.

(2) Vedere D. Berti, opera citata.

Nel 1849 Agostino Fecia, direttore del giornale *L'Educatore*, apriva in Torino una nuova " scuola privata di metodica " per formare le maestre „; ed un'altra nell'aprile di quell'anno l'aprì Luigi Franchi di Pont.

" Annunziato appena l'aprirsi della scuola, sessantaquattro " tra maestre e giovani aspiranti chiesero di esservi iscritte, il " qual numero ben rivela nelle une il bisogno sentito per espe- " rienza di migliori aiuti derivati dalle dottrine di pedagogia e " metodo, e nelle altre il convincimento di aversi a preparare con " tutte le cognizioni e doti necessarie all'arduo ministero d'in- " formatrici delle fanciulle... „, scrisse Ferrante Aporti (1) dopo una visita alla scuola del conte Franchi. Dirigevano ed insegnavano in quella scuola, oltre il conte Franchi, l'ab. Rayneri, professore di metodo e pedagogia, l'ab. Volontieri, professore di religione; i professori di metodo Peyretti e Nigra; l'ispettore generale Fava ed il calligrafo Pezzi. Alcune " onorevolissime signore „ assistevano per turno la scolaresca nelle ore di lezione.

Questa iniziativa del Franchi e del Rayneri fu poi meglio, e su basi più sicure, ripresa e continuata da D. Berti ed è a lui appunto che Torino deve l'istituzione della scuola gratuita per le aspiranti maestre, aperta ufficialmente il 28 nov. 1850, alla quale, come disse il Berti stesso, " non uno dei pedagogisti " piemontesi, che si sia levato in fama, dimenticò di porgere " il suo tributo di studi e di affetto „. Valgano i nomi del Rayneri, del Troya, del Capellina, del Cavalleri, del Fava e del Capello. " La scuola tutti li accolse e di tutti si rendè degna „. L'insegnamento che in essa si diede fu largamente ideato fin dal principio e giovò ora a dare impulso all'insegnamento governativo, ora a ricevere da quello nuovo perfezionamento.

Verso il 1850 si potè così dire in Piemonte di aver organizzata, se non perfettamente e stabilmente, almeno provvisoriamente, la preparazione degli educatori dell'infanzia. I giornali scrissero ancora, e molto, intorno le scuole di metodo; numerosi pensatori continuarono a desiderarne l'estensione ed a studiarne i bisogni.

---

(1) " Giornale d'istruzione ed educazione „. Vedere la citazione del Romizi nel libro già citato.

Un certo Massimino, ispettore di scuole elementari, ritenendo anch'egli le scuole di metodo ancora insufficienti al miglioramento dell'istruzione, proponeva sulla *Concordia* (1) di supplire ai difetti della scuola di metodo con l'istituzione di una "Scuola normale„ (elementare) in cui potessero intervenire un buon numero di fanciulli, e dove i professori di metodo assumessero l'incarico per la direzione del tirocinio "per insegnare ai maestri quelle cose che dalla cattedra era loro impossibile bandire„; sarebbe inoltre, secondo lui, stata cosa buona tenere una volta al mese nel capoluogo del mandamento delle conferenze alle quali fossero obbligati a intervenire i maestri dei paesi circonvicini; per tutti i maestri, riteneva poi necessaria una guida pratica, della quale potessero valersi nel loro insegnamento.

Termino questo mio lavoro affermando che, malgrado tutti i difetti che alla scuola di metodo furono trovati, e quelli che noi, dopo un breve sguardo a questa istituzione ed ai frutti che essa diede, troveremmo, poichè tutte le cose nuove non possono d'un tratto recare maturità di frutti anche se la scienza, la fede e l'amore ne governarono lo sviluppo, le scuole di metodo meritarono e meritano ancor oggi "il plauso universale„ che accompagnava l'inaugurazione di ognuna di esse, come già aveva accompagnata quella degli asili d'infanzia, delle scuole elementari e di quelle serali, nonchè di tutte le istituzioni scolastiche ed educative che andarono man mano sviluppandosi e raffermandosi nel decennio 1840-1850.

Un vero grande moto vitale ed energico, che doveva agitare e scuotere la moderna società sorgeva in quegli anni, quasi ad allevarci a grandi cose, quasi ad annunziare l'aurora di un giorno assai vicino, in cui fra le altre verità doveva brillare di una luce più intensa la necessità e l'importanza dell'umana educazione ed istruzione.

---

(1) "Giornale politico„. V. il numero del 25 luglio 1848.

Nuove considerazioni sulla distinzione fra "debitum" e "obligatio"

Nota del Socio naz. res. GIOVANNI PACCHIONI

I.

La distinzione fra "*debitum*" e "*obligatio*" e le cosidette obbligazioni naturali

La distinzione fra *debitum* e *obligatio* che lo studio approfondito delle più antiche fonti giuridiche germaniche da prima, e di altri vasti gruppi di fonti di diritto antico e moderno di poi, ha messo in piena evidenza, trova ancora fra di noi oppositori altrettanto acerbi quanto male informati. Non già che la ricca letteratura straniera che si è venuta, nel corso di questi ultimi decenni, formando intorno alla distinzione in discorso, sia passata del tutto inosservata, chè anzi non vi è ormai cultore di diritto romano o civile che non ostenti di esserne a giorno: ma purtroppo ai più ripugna ancora il mediocre sforzo intellettuale, che pure occorre per apprenderla a fondo, onde la si tiene in conto di una dottrina per così dire decorativa, che va ricordata sì, a scopo di erudizione, per far sapere che si è al corrente, ma non proprio studiata a fondo al più complesso e faticoso ma pur doveroso intento di determinare veramente fino a qual punto essa possa chiarire tradizionali controversie, e permettere una sistemazione nuova di molti vecchi problemi. Nè, d'altra parte, mancano i misoneisti che volentieri si oppongono a tutte le novità, e gli inconsciamente interessati a non far largo alle nuove concezioni, per non vedere cadere le proprie personali creazioni, e, come se ciò non bastasse, anche la guerra ha pure

contribuito a traversare la strada alla nuova distinzione, e a negarle quella considerazione che pur si deve ad ogni scoperta che possa recar luce nelle ricerche scientifiche, giacchè, essendo essa stata constatata su fonti germaniche, è sembrata, per ciò stesso, immeritevole di ogni riguardo. E si è gridato che d'altro non si tratta se non di una fantasticheria di professori tedeschi, di una dottrina priva di ogni merito, indegna di ogni simpatia, e immeritevole del favore ad essa prodigato. Queste ultime obbiezioni hanno in loro stesse impresso il marchio della leggerezza. e certo dovrebbero essere decisamente respinte anche se prendessero le loro mosse da un fatto vero: anche cioè se la distinzione in discorso fosse veramente parto di menti speculative tedesche, creazione cioè della dottrina anzichè di vere e proprie fonti legislative. Ma affrettiamoci a tranquillizzare il lettore che per avventura fosse suscettibile di questa specie di patriottismo scientifico: la distinzione in discorso, per quanto risultante in modo irrefutabile da copiose fonti di diritto germanico, non è punto una distinzione esclusivamente germanica, o qualche cosa di rispondente in particolar modo alla mentalità, o alla psicologia germanica: è una distinzione che si trova anche nel diritto greco, nell'antico diritto inglese, nel diritto babilonese e, come io credo fermamente, anche nell'antico diritto romano, sicchè la si può e deve prendere in rispettosa considerazione senza preoccupazioni di sorta (1).

***

Io non intendo però ritornare, in questa mia nota, ad esporre la distinzione fra *debitum* e *obligatio*, e a dimostrarne la vera portata. Allo stato della dottrina sull'argomento una simile esposizione e dimostrazione possono essere, a buon diritto, considerate superflue, e basterà quindi che io rimandi alle più

(1) Con piena ragione pertanto il Gierke ebbe ad affermare nella prefazione al suo poderoso volume sull'argomento (*Schuld und Haftung im älteren deutschen Recht*, Breslau, 1910), che non si tratta di una ipotesi, ma di una vera e propria scoperta scientifica.

recenti pubblicazioni sull'argomento (1). Non superfluo invece mi sembra il fermare l'attenzione su due punti che dalla distinzione in discorso possono, a mio avviso, venir con vantaggio notevole lumeggiati, e tanto più in quanto questa particolare utilità della distinzione al riguardo è stata da recenti scrittori decisamente impugnata, o di proposito ignorata. Alludo alle discussioni sulla vera essenza delle cosidette obbligazioni naturali, e sui casi nei quali sono da ammettere secondo il nostro vigente diritto, e alle ricerche sulla successione storica delle obbligazioni *ex contractu* ed *ex delicto*.

***

Cominciando dal primo punto sarà bene ricordare che già nello scritto nel quale la distinzione fra *debitum* e *obligatio* venne per la prima volta rilevata e illustrata si trova pure anche il primo cenno intorno alla sua utilità per chiarire meglio il concetto delle c. d. obbligazioni naturali. Questa idea venne poi ripresa dallo Schwind in una sua ampia recensione del libro del Puntschart " *Schuldvertrag und Treugelöbniss des sächsischen Rechts im Mittelalter* „ (Leipzig, 1896), recensione inserita nelle " *Göttingischen gelehrten Anzeigen* „ (1897), e successivamente da me, da prima in un breve scritto sul concetto dell'obbligazione romana inserito negli " Studi giuridici dedicati ed offerti a Francesco Schupfer „ (1898), poi nell'Appendice I al vol. I della traduzione italiana " *Obbligazioni* „ del Savigny e in due articoli inseriti nella " Rivista di diritto commerciale „, e da ultimo infine da Francesco Schupfer, in un suo studio sul " debito e la responsabilità „, che costituisce un nuovo e originale contributo al miglior chiarimento della distinzione stessa, e in un altro suo originale scritto sulle contrattazioni nel libro del diritto siriaco-romano (2).

---

(1) Fondamentale in proposito è ora l'opera del GIERKE sopra citata a pag. 489, nota 1. Ma veggansi specialmente anche CORNIL, *Debitum e obligatio* nelle *Mélanges P. F. Girard*, vol. I, pag. 199 e segg., e GANGI, *Debito e responsabilità del diritto privato odierno*, I, Roma, 1914.

(2) Questi due lavori dello Schupfer sono inseriti nelle " Riviste Italiane di scienze giuridiche „, vol. 56 (1915) e vol. 58 (1917).

Che la distinzione fra *debitum* e *obligatio* serva a chiarire il concetto delle cosidette obbligazioni naturali, dando ad esse quel fondamento sicuro che sembra loro mancare nella dottrina dei secoli scorsi, pare a me così evidente da non potersi da alcuno contestare senza errore o partito preso. Che cosa era infatti che oscurava la retta visione di questo singolare istituto? Era il fatto di considerarsi l'obbligazione come un concetto unitario, sia che lo si facesse consistere nel rapporto di debito, sia che invece lo si fondasse sulla responsabilità del debitore, cioè sul diritto al creditore attribuito sulla persona o sui beni del debitore. Considerandosi l'obbligazione come costituita da un solo blocco, non poteva riescire facile considerare come vere e proprie obbligazioni anche quelle prive di azione, e tanto più che negli stessi testi romani, come già bene ebbe a rilevare il Bekker, *obligatum esse* è considerato espressione equivalente all'*actione teneri*. Assai argutamente pertanto osservava lo Scialoja che il dividere le obbligazioni nelle due categorie delle obbligazioni civili e naturali costituiva un errore molto simile a quello di chi volesse dividere gli uomini tutti in due categorie, ponendo nella prima gli uomini veri, e nella seconda le ombre di uomini. Ma lo stesso Scialoja non traeva poi da questa sua acuta osservazione quella conclusione che da essa necessariamente avrebbe dovuto essere tratta, — escludendo cioè le c. d. obbligazioni naturali dal novero delle obbligazioni, — il che può spiegarsi solo colla circostanza di non essere ancora, nel tempo al quale la osservazione qui citata veniva fatta, già messa in luce la distinzione fra *debitum* e *obligatio*.

Rilevata ora questa distinzione, e posto in chiaro che quella che noi chiamiamo obbligazione civile consta di due distinti elementi, cioè di un elemento etico e spirituale, che è *il dovere del debitore*, e di un elemento materiale e positivo, che è *il potere attribuito al creditore* (di soddisfarsi ove il *debitum* verso di lui esistente non venga adempiuto) sulla persona o sul patrimonio del debitore inadempiente, chiaro risulta che la c. d. obbligazione naturale non può essere considerata come una specie di vera e propria obbligazione, per la semplice ma decisiva ragione di essere essa costituita da uno solo di quei due elementi che riuniti costituiscono la vera e propria obbligazione. Il concetto dal quale occorre partire, per arrivare ad una classificazione lo-

gicamente fondata delle obbligazioni civili e naturali, è dunque il concetto del puro *debitum* o dovere, che può essere di contenuto patrimoniale o di contenuto non patrimoniale, e che, quando è di contenuto patrimoniale, può essere garantito o non garantito sulla persona o sul patrimonio del debitore. Il *debitum* di contenuto patrimoniale garantito sul patrimonio del debitore è l'*obligatio civilis*: il *debitum* di contenuto patrimoniale non garantito sul patrimonio del debitore è la cosidetta *obligatio naturalis*.

***

Ma qui ci si presenta una obbiezione che occorre subito affrontare. Se l'obbligazione naturale non fosse, come da noi qui si afferma, che un *debitum*, un dovere sociale, morale, spirituale, ecc., essa — si potrebbe pensare — esorbita totalmente dal sistema del diritto, non è cioè un istituto giuridico ma un istituto sociale, e allora tanto vale riconoscere senz'altro che essa non può essere posta accanto all'obbligazione civile come una sottospecie delle obbligazioni in generale. Rispondiamo, e decisamente, che il fatto di essere le c. d. obbligazioni naturali costituite da un semplice *debitum* morale, sociale, spirituale, non basta ancora per togliere ad esse il carattere di istituto giuridico, e ciò per due considerazioni egualmente decisive: l'una di carattere generale, che consiste in ciò, che molti precetti della morale sono recetti nel sistema giuridico, poichè, come scultoriamente diceva il giureconsulto romano, *praecepta iuris haec sunt: honeste vivere, neminem laedere, suum cuique tribuere*; l'altra di ordine particolare, che consiste in ciò, che le c. d. obbligazioni naturali, che non sono che semplici *debita* non garantiti, non dànno luogo a ripetizione ove siano state adempiute. Questo trattamento implica infatti un riconoscimento giuridico positivo dell'obbligazione naturale, e basterebbe per se stesso, per giustificarci nell'affermare che, pur non essendo garantita (*actione*), l'*o. n.* è tuttavia un *quid* giuridico. Ma il vero è che la distinzione fra *debitum* e *obligatio*, fra gli altri suoi vantaggi, ha avuto anche questo: di farci cioè meglio comprendere come il sistema giuridico sia costituito da norme di condotta, da una parte, e da riconoscimento o attribuzione di poteri dall'altra; e che, in quanto prescrive una certa condotta, esso non crea

che dei doveri giuridici, cioè dei rapporti giuridici fra persone e persone (sia che nel far ciò venga a confermare colla sua autorità dei precetti già esistenti, come precetti religiosi o morali, e sia che vada oltre alle norme già esistenti della religione e della morale imponendo nuovi doveri esclusivamente giuridici); in quanto riconosce o attribuisce dei poteri, crea dei diritti subiettivi, cioè assicura ad ogni singola persona la disponibilità di una frazione del mondo esteriore, a soddisfazione dei suoi bisogni e delle sue aspirazioni. Ora può ben avvenire, e anzi generalmente avviene, che i doveri giuridici siano garantiti da correlativi diritti, come è pure fuor di dubbio che al diritto di una persona corrispondono sempre dei doveri in tutte le altre, ma ritornando a considerare l'istituto dell'obbligazione, è, a nostro avviso, un vero e proprio errore (per quanto tradizionale e giustificato dall'esteriore atteggiamento dei rapporti) il considerare il dovere del debitore come termine correlativo del diritto del creditore, il ritenere, in altri termini, che solo in tanto alcuno possa essere creditore in quanto l'altro sia debitore, e viceversa. Si tratta invece di due cose diverse e distinte. Il dovere del debitore esiste solo di fronte alla norma giuridica; esso è per sua natura incoercibile e non attribuisce quindi alcun potere al creditore. Il diritto del creditore è invece un vero e proprio potere a lui riconosciuto (per quanto condizionalmente) sulla persona o sul patrimonio del debitore a garanzia dell'adempimento del dovere del debitore stesso. Ora gli è certo fuor di dubbio che questo diritto, ove competa al creditore, concorre a determinare il debitore all'adempimento del dover suo, esercitando una pressione parallela a quella che viene esercitata dalla semplice norma giuridica, ma esso è cionullameno qualche cosa che sta a sè, e che non può essere considerato come un riflesso o un termine corrispettivo del semplice dovere. E così si ritorna ancora alla stessa constatazione: che cioè l'elemento comune e permanente tanto nelle obbligazioni civili come nelle cosidette obbligazioni naturali è l'elemento *debitum*, e che l'obbligazione civile altro non è che un *debitum non solo riconosciuto da una norma giuridica di condotta, ma anche garantito mediante conferimento di un diritto subbiettivo,* e che la cosidetta obbligazione naturale non è invece che un semplice *debitum riconosciuto sì, ma non garantito sulla persona o sui beni del debitore.*

***

Come già nell'antico diritto germanico, così anche nell'antico diritto romano, altre erano le fonti del *debitum*, ed altre le fonti dell'*obligatio*: la semplice convenzione bastava a creare il *debitum*, mentre a creare l'*obligatio* occorreva in origine un altro solenne negozio giuridico, che fu da prima il *nexum* e poi la *stipulatio*, finchè da ultimo si ammise che la convenzione stessa, purchè accompagnata da una *causa civilis*, potesse creare, ad un tempo, e *debitum* e *obligatio*; e fu appunto in questo stadio, che i semplici *debita* vennero considerati come eccezionali e costituirono quelle che impropriamente furono chiamate anche (o se vuolsi prevalentemente) *obligationes naturales*. Le quali in realtà altro non erano che puri e semplici *debita* non garantiti sulla persona o sul patrimonio del debitore: puri e semplici debiti, diciamo, ma veri debiti giuridici, perchè fondati sulla convenzione che quando anche fosse *nuda* era pur sempre considerata vincolativa, e fin dalle origini (malgrado le ingegnosissime osservazioni in contrario di uno dei nostri più illustri e valorosi romanisti), onde anche il contrapposto fra pagamenti ripetibili e non ripetibili venne dai giuristi romani fondato sulla esistenza o meno di un *debitum* (*condictio indebiti*) e non di una piena obligazione civile. *Nuda pactio non parit obligationem* dice un famoso testo; ma la parola *obligatio* sta in esso ad indicare la sola e propria *obligatio* (*sensu stricto*), chè mai ad un giurista romano avrebbe potuto passare per il capo di proclamare che la *nuda pactio non parit debitum*; e solo in una società primitiva fantasticamente ricostruita può concepirsi che la parola data non sia vincolativa. Cercherà ognuno, ove vi abbia interesse, di sottrarsi ai patti che lo gravano; ma nessuno potrà pensare di elevare a principio la violazione dei medesimi, giacchè è nell'interesse di tutti che i patti vengano rispettati, in quanto tutti possono trovarsi, con eguale probabilità, nella condizione di invocarne il valore, come in quella di negarlo. Perciò lo stesso pretore romano sentì il bisogno di intervenire colla sua solenne promessa: *pacta servabo*.

*
* *

Che le c. d. *obligationes naturales* altro non fossero che semplici debiti non garantiti, debiti cioè non accompagnati da *obligatio* (*sensu stricto*), potrà meglio risultare da un rinnovato esame di tutti i testi ad esse relativi. E a questo esame dedicheremo un apposito studio. Qui basterà ora rilevare che, dato che così sia, l'*obligatio naturalis* non può più essere considerata come una creazione sottile e ingegnosa della giurisprudenza classica. Dato che così sia, l'*obligatio naturalis* deve necessariamente risalire alle più remote origini del diritto romano, nè vi è ragione alcuna per pensare che dovesse essere ammessa solo in un caso, ma al contrario ragioni molteplici concordano nel far ritenere che essa dovesse avere un'amplissima sfera di applicazione. A conclusioni diametralmente opposte è tuttavia recentemente pervenuto il Perozzi, il quale, prendendo le mosse dalla probabile interpolazione di un famoso testo, sulla quale ebbe già a richiamare l'attenzione il Gradenwitz nel suo diligente studio "*Natur und Sklave*", si è spinto fino a sostenere non avere il diritto classico ammesso altro caso di *obligatio naturalis* all'infuori di quella degli schiavi, ed essere quindi dovuti ai compilatori tutti gli altri casi registrati nelle fonti giustinianee. Anzichè essere originaria, come noi riteniamo, o quanto meno risalente alla fine della repubblica o al principio dell'impero, come hanno sostenuto altri autori, l'obbligazione naturale, concepita come puro *debitum* non garantito, sarebbe, secondo il Perozzi, creazione bizantina. Dato ciò, non a torto l'eminente nostro collega potrebbe esclamare (volgendo specialmente a noi il rimprovero): "bel modo di fare la storia il collocare nell'età romulea pensieri propri dell'età bizantina". Ma la dimostrazione della sua tesi il Perozzi l'ha promessa più volte, ma non l'ha ancora data, ed io non vorrei essere troppo audace nell'affermare che non potrà mai darla, finchè non gli riesca di cancellare il vivo ricordo che dell'istituto è conservato nelle istituzioni di Gaio (Gaio III, 119); sicchè per ora almeno il rimprovero cade, e non tarderà forse molto che potrà essere contro di lui ritorto.

***

Ritornando ora al punto di partenza di questa ricerca, dobbiamo ora rivolgere la nostra critica contro un altro autore, cioè contro il Gangi, il quale, in un discorso inaugurale (privo del resto di ogni originalità) sull'obbligazione naturale, ha bensì riconosciuto che la distinzione fra *debitum* e *obligatio* può servire a chiarire e a mettere nella sua vera luce l'istituto dell'*obligatio naturalis*, ma ha tuttavia, ad un tempo, espresso il dubbio che in base alla distinzione stessa " *si sia praticamente guadagnato qualche cosa, specialmente per la determinazione dei singoli casi di obbligazione naturale* ". Ora questo dubbio del Gangi non ha, a mio avviso, il minimo fondamento. Conviene anzitutto tener presente che tutto ciò che serve a chiarire e a lumeggiare un istituto, serve anche necessariamente a facilitarne la cognizione e l'applicazione pratica; e conviene poi anche evitare di fare confusione fra la determinazione del concetto dell'obbligazione naturale, e la determinazione dei singoli casi nei quali esso trova applicazione. Il concetto è sufficentemente determinato col dire che l'obbligazione naturale è un puro *debito giuridico non garantito sul patrimonio del debitore*. La determinazione dei casi dipende dalla determinazione del contenuto del precetto giuridico in conformità al quale si possa dire essere una persona in dovere di eseguire una data prestazione ad un'altra persona, pur non rispondendo in caso di inadempienza col proprio patrimonio. Ora i sommi precetti che dànno luogo a doveri giuridici non garantiti, sono appunto quelli che il giurista romano indicava nel suo famoso testo: *honeste vivere, neminem laedere, suum cuique tribuere*. Il Gangi afferma che non tutti tre questi precetti sono dei veri precetti giuridici, e questo suo errore dipende dal non avere egli un'esatta nozione di ciò che può essere chiamato un semplice precetto giuridico creatore di soli doveri (o rapporti giuridici) in contrapposto alle norme attributive di diritti (subbiettivi). Egli poi sostiene che tali precetti non offrono ad ogni modo un criterio sicuro e preciso per ammettere o per escludere, in un dato caso, l'esistenza di un dovere prestare, del che in fondo

mi sarei accorto anche io, in quanto ammette che il richiamo che il nostro legislatore fa dell'*obligatio naturalis* nell'art. 1237 Cod. civ. abbia il valore di una recezione dell'istituto nella forma da esso assunta nel diritto intermedio. Ma non è difficile rispondere a simili obbiezioni. I *praecepta iuris*, appunto perchè tali, sono generali ed elastici, e lasciano quindi un largo ambito alla interpretazione del giurista e del giudice. Certo potrà in singoli casi essere dubbio se alcuno debba eseguire una data prestazione a rischio di essere altrimenti considerato disonesto, o se alcuno abbia realmente leso altri in modo da *dover* prestare un risarcimento, o se infine alcuno debba dare ad altri alcunchè in base al *suum cuique tribuere*: ma questi dubbi sono una necessaria conseguenza delle generalità e astrattezze dei precetti stessi, e non possono, in alcun modo, essere considerati come un argomento sufficiente a togliere ad essi il carattere di precetti giuridici. Oscillazioni e incertezze nella dottrina e nella giurisprudenza in riguardo all'ammissione dei singoli casi di obbligazioni naturali si sono sempre avute e sempre si avranno: ma ciò non toglie che l'istituto esista ed abbia il suo puro fondamento nei succitati *praecepta iuris*. Al Gangi pare che io sia caduto in contraddizione fondando da prima l'*obligatio naturalis* sui *praecepta iuris*, e richiamandomi poi per la migliore sua determinazione alla dottrina anteriore, da me considerata come recetta in base al richiamo dell'art. 1237 cod. civ. Ma ripensando meglio lo stesso Gangi potrà facilmente persuadersi che la contraddizione non è, in ogni caso, che del tutto apparente. Il ricorso alle dottrine anteriori non ha infatti che il valore di un sussidio interpretativo dei *praecepta iuris*, perchè è sempre ad essi che la dottrina direttamente o indirettamente, consciamente o inconsciamente, ha fatto ricorso per decidere i casi dubbi dall'epoca romana più remota fino ai giorni nostri.

***

E concludendo dunque sembrami poter affermare ancora che:

1) la distinzione fra *debitum* e *obligatio* non è punto una distinzione dottrinaria, ma legislativa;

2) che essa ha il suo più profondo fondamento nella stessa composizione del sistema giuridico, che consta di norme di condotta e di attribuzione di diritti;

3) che essa serve in modo prezioso a chiarire il concetto dell'*obligatio naturalis*;

4) che non in base al concetto dell'*obligatio naturalis*, così determinato, ma in base all'interpretazione dei precetti di diritto si deve procedere alla determinazione dei singoli casi di *obligatio naturalis*.

L'Accademico Segretario
ETTORE STAMPINI

CLASSI UNITE

Adunanza del 17 Marzo 1918

PRESIDENZA DEL SOCIO SENATORE GIAMPIETRO CHIRONI
VICEPRESIDENTE DELL'ACCADEMIA

Sono presenti,

della Classe di Scienze fisiche, matematiche e naturali, i Soci D'Ovidio, Direttore della Classe, Naccari, Segre, Peano, Foà, Guidi, Parona, Grassi, Somigliana e Fusari;

della Classe di Scienze morali, storiche e filologiche, i Soci Pizzi, De Sanctis, Einaudi, Baudi di Vesme, Schiaparelli, Patetta, Vidari, Prato, Cian, Pacchioni, Valmaggi, e Stampini che funge da Segretario.

È scusata l'assenza dei Soci S. E. Boselli, Jadanza, Ruffini, Brondi e Sforza.

Si legge e si approva l'atto verbale della precedente adunanza delle Classi riunite del giorno 3 febbraio u. s.

Il Vicepresidente Chironi, con parole di vivo compianto, comunica all'Accademia la morte del Socio Senatore Antonio Manno, ricordandone brevemente le insigni benemerenze scientifiche, le quali saranno oggetto di speciale commemorazione da parte di un Socio della Classe di Scienze morali, storiche e filologiche. Poscia il Vicepresidente invita il Socio Segretario della Commissione per il XX Premio Bressa a leggere la Relazione, già distribuita a stampa a tutti i Soci nazionali residenti e non residenti dell'Accademia, sulle opere presentate o proposte

per il detto Premio. Letta la Relazione dal Socio De Sanctis, il Vicepresidente apre la discussione sulle proposte della Commissione. Nessuno chiedendo di parlare, il Vicepresidente invita l'Accademia a stabilire il giorno in cui si dovrà procedere alla votazione per il conferimento del detto Premio, avvertendo che parecchi Soci non potrebbero assistere all'adunanza che avesse luogo il giorno 24 corrente. Si stabilisce che l'adunanza per la votazione abbia luogo domenica, 7 aprile, alle ore 10.

In fine il Vicepresidente invita l'Accademia a nominare una Commissione di tre Soci appartenenti alla Classe di Scienze fisiche, matematiche e naturali la quale riferisca sui lavori presentati dal Signor Ettore Parigi, aspirante al Premio stabilito dalla Istituzione del Senatore Giovanni Morelli in Bergamo.

Prendono parte alla votazione 22 Soci, e il risultato della votazione è il seguente:

Fusari . . .	voti	22
Foà	"	21
Naccari . . .	"	20
Parona . . .	"	2

La Commissione pertanto riesce costituita dei Soci Fusari, Foà e Naccari.

Gli Accademici Segretari
Carlo Fabrizio Parona
Ettore Stampini

CLASSE
DI
SCIENZE FISICHE, MATEMATICHE E NATURALI

Adunanza del 24 Marzo 1918

PRESIDENZA DEL SOCIO SENATORE ENRICO D'OVIDIO
DIRETTORE DELLA CLASSE

Sono presenti i Soci Salvadori, Peano, Jadanza, Guareschi, Guidi, Mattirolo, Grassi, Somigliana, Fusari, Panetti e Naccari ff. di Segretario.

Scusa l'assenza il Socio Segretario Parona assente da Torino per dovere d'ufficio.

Si legge e si approva l'atto verbale della precedente adunanza.

Il Segretario dà notizia che i Soci corrispondenti recentemente nominati: Albenga, Albertoni, Artini, Berzolari, Brugnatelli, Colonnetti, Corbino, Dal Piaz, De Stefani, De Toni, Grassi, Lombardi, Maggi, Marconi, Nasini, Palazzo, Pincherle, Ricci-Curbastro, Rosa, Vialleton, hanno inviato lettere di ringraziamento.

Il Socio corrispondente Prof. Federico Enriques inviò in omaggio il 2° volume della sua opera *Teoria geometrica delle equazioni*, scritta in collaborazione col Prof. Chisini.

Il Socio corrispondente Prof. Alfonso Bovero inviò in omaggio un suo scritto intitolato: *Per uno scomparso di ieri, Lorenzo Camerano.*

Il Socio Guareschi presenta in dono all'Accademia una sua memoria stampata, che ha per titolo: *Sulla più razionale utilizzazione dei cereali con esperienze ed osservazioni sulla alimentazione col riso sbramato o naturale e a diversi gradi di depauperamento o brillatura.* Offre inoltre all'Accademia un ritratto dell'illustre fisico O. F. Mossotti, ricordandone i meriti insigni, e quello di D. Guglielmini, del quale il Socio stesso Guareschi studiò la vita e le opere.

Il Socio Mattirolo offre all'Accademia in omaggio uno studio da lui fatto col Dr. Issoglio intorno ad una specie di pane che viene preparato in Oropa con la pasta di frumento e serve a mantenere in quel santuario parecchie centinaia di profughi.

Vengono poi accolte per la pubblicazione negli *Atti* le Note seguenti:

Chiantore Dottoressa Giuseppina, *Ricerche sulla struttura della tasca faringea di " Helobdella stagnalis "*, con una tavola, presentata dal Socio Salvadori;

Rossi Giulio Andrea, *Un trasformatore dinamico per correnti alternate*, Nota quinta, presentata dal Socio Grassi;

Campetti Prof. Adolfo, *Conducibilità ed assorbimento dei vapori di sodio*, parte I, presentata dal Socio Naccari.

LETTURE

Sulla struttura della tasca faringea di "Helobdella stagnalis" L.

Nota della Dott.ª GIUSEPPINA CHIANTORE

(Con 1 Tavola)

La faringe o tromba dei Rincobdellidi è stata studiata a più riprese da vari autori (Bourne, Graf, Brumpt, Brandès, Scriban, ecc.) e la sua struttura istologica può dirsi ormai sufficientemente nota.

Sono invece assai scarsi i dati sulla struttura della guaina o tasca in cui la tromba si muove.

Essa venne ripresa in esame alcuni anni or sono da Scriban (1), il quale, correggendo le vecchie indicazioni date da Hoffmann (2), ne diede una sommaria descrizione, che riferisco qui appresso integralmente (pag. 408):

" En ce qui concerne la structure de la gaine de la trompe, " Hofmann dit aussi que même avec les plus forts grossisse- " ments on n'aperçoit pas d'épithélium sous la cuticule, de sorte " que celle-ci est placée directement sur la couche de tissu con- " jonctif, qui lie les fibres musculaires de la gaine.

" Antérieurement, en décrivant l'insertion des fibres mu- " sculaires sur la cuticule, j'ai parlé aussi de la disposition de " l'épithélium externe et interne de la trompe. La gaine con-

(1) Scriban J. A., 1907: *Notes histologiques sur les Hirudinées*, in " Archives de Zool. expér. et gén. ", (4), 7, p. 397-421.

(2) Hoffmann C. K., 1880: *Untersuchungen über der Bau und die Entwicklungsgeschichte der Hirudineen*, in " Naturk. Verband d. Holl. Mack. Wetens ", 3te Verg. Deel. IV-I. St. Harlem.

" siste en un épithélium simple formé de petites cellules apla-
" ties. Ces cellules sécrètent la cuticule de la gaine de la
" trompe. Cette gaine possède sa propre musculature repré-
" sentée par une série de fibres musculaires longitudinales in-
" timément soudées à la face profonde des cellules épithéliales.
" Quand ces fibres musculaires se contractent, l'épithélium qui
" constitue la gaine et sa cuticule forme des plis circulaires.
" Sur une coupe longitudinale dans la trompe ces plis circu-
" laires sont coupées transversalement, chaque pli ayant deux
" cellules épitéliales „.

Due figure del lavoro di Scriban illustrano la struttura della tasca faringea o guaina della tromba, e cioè la fig. 4 a pag. 406 e la fig. 5 a pag. 408. La prima riproduce una sezione trasversa, la seconda una sezione longitudinale.

Disponendo di alcuni preparati in serie di *Helobdella stagnalis* L., me ne sono valsa per approfondire lo studio della struttura della tasca faringea a complemento dei dati forniti da Scriban.

Scopo di questa Nota è appunto l'esposizione delle mie osservazioni.

Gli esemplari presi in esame erano stati fissati con diversi fissatori: sublimato bollente, sublimato nitrico acetico (Gilson, Carazzi), formolpicroacetico (Bouin), bicromato potassico e acido acetico (Tellyesniczky). Le sezioni spesse 5 o 10 μ. vennero colorate con ematossilina Heidenhain, o emallume Mayer e con coloranti plasmatici di contrasto (eosina, fucsina acida, orange g, scarlatto Biebrich, rosso Bordeaux).

Dalla sommaria descrizione di Scriban e dalle due figure che l'accompagnano risulta che la guaina della tromba di *Helobdella stagnalis* è costituita da cellule epiteliali e da fibre muscolari longitudinali. Questi due tipi di cellule prevalgono senza dubbio in modo assoluto: ho tuttavia potuto riconoscere anche la presenza di una tenue lamina connettiva che avvolge la guaina della tromba. In essa si distinguono bene i nuclei propri delle cellule connettive, di forma sempre lenticolare (fig. 1 *n. c.*), e delle robuste fibre muscolari oltre a vasi sanguigni. Detta lamina è rappresentata nella fig. 4 di Scriban, con nuclei e fibre muscolari (*m.*), ma di essa non è fatto cenno nella descrizione. Le fibre muscolari tenute assieme dalla lamina connet-

tiva sono distintamente più robuste (fig. 1 *m. pr.*) di quelle contigue (*m. l.*) all'epitelio della tasca della tromba; ma queste ultime sono assai più numerose delle prime: ne contai invero 27 in una sezione trasversa della guaina.

Le fibre muscolari situate nella lamina connettiva hanno il valore di muscoli *retrattori* o *protrattori* della guaina della tromba. I primi sono in numero di quattro, due latero-dorsali e due latero-ventrali (fig. 2 *m. pr.*); si trovano in corrispondenza della porzione più profonda della guaina della tromba e si prolungano all'indietro per inserirsi alla parete dell'esofago. I protrattori sono situati a fianco della porzione della guaina della tromba più prossima all'apertura esterna: sono formati da più di quattro fibre, ma non potei precisare con esattezza il numero.

Alle cellule epiteliali ho particolarmente rivolto la mia attenzione.

I muscoli longitudinali propri della tasca faringea esercitano predominante influenza sull'aspetto della superficie libera dell'epitelio della tasca stessa. Infatti alla loro contrazione segue un raggrinzimento dell'epitelio, con grinze disposte a mo' di anelli attorno alla tromba. Sono queste appunto i *plis circulaires* ricordati da Seriban (1) e che si potrebbero da noi chiamare *pliche anellari*.

Queste pliche sono riprodotte nella fig. 3 in sezione longitudinale, nella fig. 4 viste di prospetto.

Dall'esame di queste due figure risulta abbastanza palese la disposizione reciproca delle cellule epiteliali nelle pliche anellari. Le singole cellule comprimendosi vicendevolmente assumono la forma su per giù di un fuso con un largo piede di attacco corrispondente ad un fianco del fuso: al piede d'attacco il citoplasma è differenziato in una sottilissima lamina basale.

Se i muscoli longitudinali sono contratti, il diametro trasverso di queste cellule (15-25 μ.) supera di molto il diametro antero-posteriore (2-5 μ.).

L'altezza delle cellule è di circa 16 μ., ma essa non è uniforme, in quanto che accompagna le sporgenze o le rientranze delle pliche. La sezione di una plica lascia scorgere sovente i

---

(1) Loc. cit., pag. 408, fig. 5.

contorni " di due cellule epiteliali „ dice Scriban; ma ciò non è affatto costante.

Nelle sezioni da me esaminate posso dire che frequentissima era la presenza di tre cellule nella sezione di una plica, come risulta dalla fig. 3.

La fissazione con formol-picro-acetico (Bouin) e più ancora quella con bicromato potassico acetico (Tellyesniczky) mettono bene in evidenza i limiti fra le cellule epiteliari.

La forma di nuclei delle cellule epiteliari è in generale tondeggiante, ma non isodiametrica (potendo il diametro variare da 5 a 8 μ.); ciò va ascritto alla compressione reciproca delle cellule epiteliari in seguito al raggrinzimento dell'epitelio. La cromatina è scarsa e distribuita in piccoli granuli più addossati alla membrana e collegati da un reticolo poco distinto. Ogni nucleo possiede un nucleolo parzialmente acidofilo, di forma ovoide, spesso poco più di 1 μ. (fig. 5 *a* e *b*). Il protoplasma delle cellule è un po' più addensato in un sottile strato periferico, ma non mi fu possibile riconoscere una cuticola così spessa e ben delimitata come è rappresentata nella fig. 5 di Scriban.

Degna di nota è la disposizione alquanto regolare che possono assumere i nuclei delle cellule epiteliali negli intervalli compresi fra le fibre muscolari.

La fig. 6 mostra appunto tale disposizione in serie longitudinali (*ep*) parallele alle fibre muscolari, mentre le fig. 1 e 7 provano pure come i nuclei si addentrino negl'intervalli fra le fibre muscolari. Ogni nucleo è accompagnato da una parte del citoplasma: la parte rimanente sporge verso il lume della tasca della tromba, espandendosi più in senso trasverso che in senso longitudinale (v. sopra). Un tale ordinamento dei nuclei si ritrova nei tratti della tasca ove l'epitelio non è raggrinzato, o lo è in scarsa misura.

Dalla fig. 3 appare invece manifesto che i nuclei epiteliali possono spingersi verso la superficie libera delle cellule quando l'epitelio è raggrinzato a formare le pliche anellari. La fig. 5 di Scriban riproduce una condizione analoga e rappresenta pure i nuclei dell'epitelio compresi in uno stesso piano radiale con una fibra muscolare longitudinale, mentre la fig. 4 di Scriban e al pari le mie figg. 1-6-7 dimostrano una posizione dei nuclei epiteliali e delle fibre muscolari ***in piani radiali alterni.***

Siccome la presenza delle pliche anellari è in relazione collo stato di contrazione delle fibre muscolari longitudinali della tasca della faringe, così si può concludere che *dalla contrazione o dall'espansione di dette fibre dipende pure l'ordinamento che possono assumere i nuclei delle cellule epiteliali.*

Le fibre muscolari longitudinali della tasca della tromba corrispondono in prevalenza al tipo *assiale* o *Hirudineentypus*, tuttavia non manca fra esse il tipo *laterale* o *Nematodentypus* (1), come già ebbe a notare Des Arts (2).

Le figg. 8 e 9 riproducono rispettivamente tratti di fibre del primo e del secondo tipo. Nel primo tipo il nucleo, per la sua speciale posizione rispetto alle fibrille che lo attorniano, assume forma allungata; nel secondo tipo assume forma tondeggiante. Tuttavia non credo debba realmente parlarsi di due diversi tipi di fibre, ma piuttosto di possibile deformazione della fibra a tipo assiale nella fase di espansione.

Il lobo citoplasmatico contenente il nucleo può spingersi nell'intervallo fra due fibre (fig. 1 *l*), come pure sollevarsi in direzione opposta al lume della tasca della tromba.

Il nucleo delle fibre misura 8-13 μ. in diametro, la sua cromatina è raccolta in grani; non è riconoscibile un nucleolo.

Torino, marzo 1918.

---

(1) Cfr. Prenant A., Bouin P. e Maillard L., 1904: *Traité de histologie*, t. I, pag. 446 e 447; e Schneider K. C., 1908: *Histologisches Praktikum der Tiere*, pag. 58.

(2) Des Arts L., 1909: *Ueber die Musculatur der Hirudineen*, in " Jena Zeit. Naturw. ", 44, pag. 415-466, tav. 21-23.

Spiegazione della tavola: *Helobdella stagnalis* L.

Le figure vennero disegnate coll'aiuto della camera lucida Nachet e dell'obbiettivo a immersione omogenea 2 mm. Zeiss, ad eccezione della fig. 8, per la quale mi valsi di un obbiettivo a secco Koristka.

Abbreviazioni.

c. g. v. = catena gangliare ventrale.
ep. = cellula epiteliale.
l. = lobo di citoplasma.
m. l. = muscolo longitudinale.
m. pr. = muscolo protrattore.
n. c. = nucleo di cellula connettiva.

Spiegazione delle figure.

Fig. 1 — Sezione trasversa della parete della tasca faringea × 900.
„ 2 — Sezione della lamina connettiva che avvolge la tasca faringea × 140.
„ 3 — Sezione longitudinale dell'epitelio della tasca faringea × 900.
„ 4 *a* e *b* — Pliche anellari dell'epitelio della tasca faringea viste superficialmente × 900.
„ 5 *a* e *b* — Due nuclei di cellule epiteliali della tasca faringea × 3000.
„ 6 — Sezione tangenziale della tasca faringea per mostrare l'allineamento dei nuclei delle cellule epiteliali × 900.
„ 7 — Sezione trasversa della parete della tasca faringea × 900.
„ 8 — Porzione di fibra muscolare longitudinale della tasca faringea di tipo assiale × 1600.
„ 9 — Id. id. di tipo laterale × 1600.

Fig. 1
m. l.
l.
n. c
ep.
m. pr.

Fig. 4 a

Fig. 4 b

Fig. 3

Fig. 2
m. pr.
c. g. v.

Fig. 6
ep.
m. l.

Fig. 7

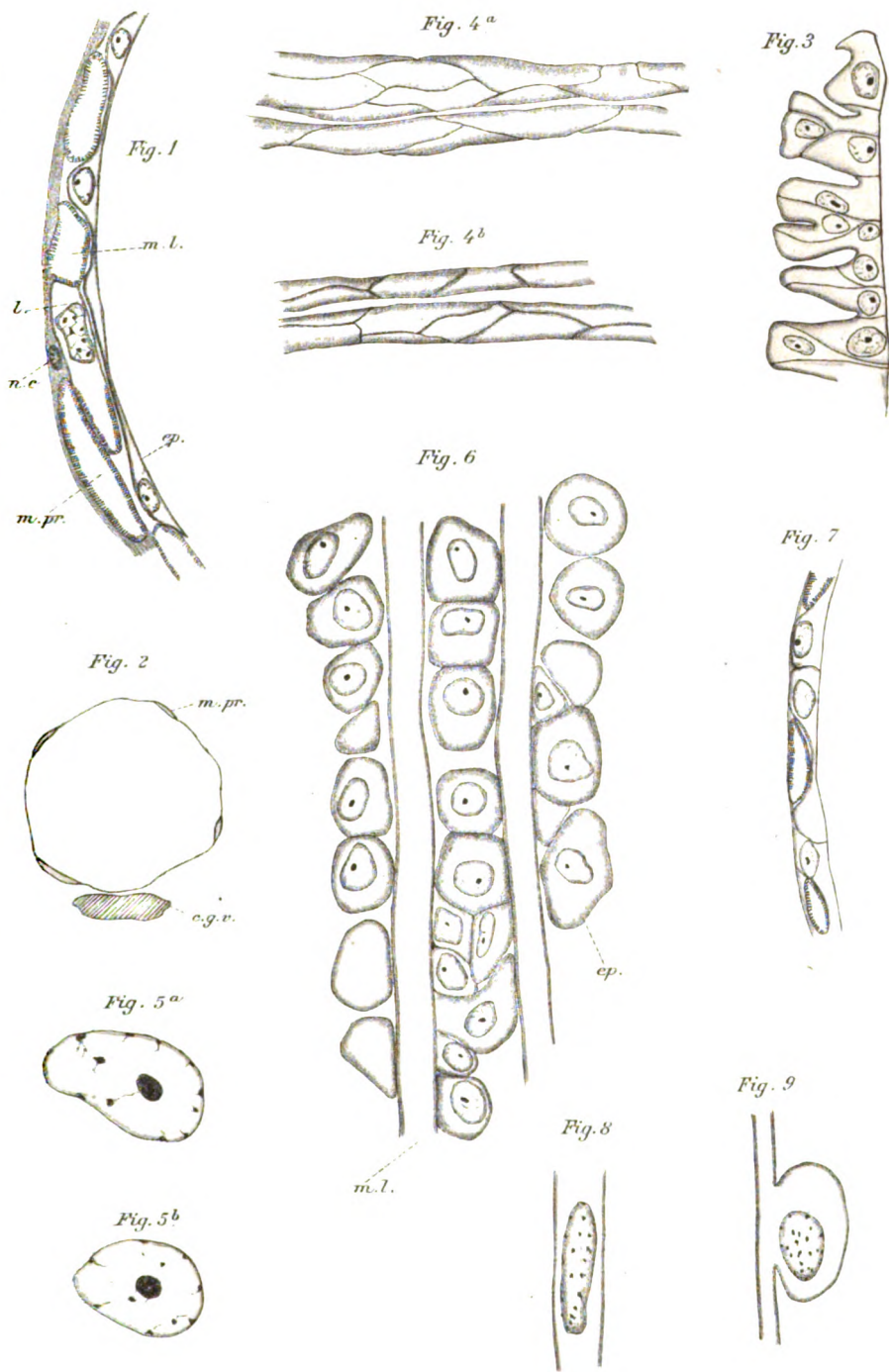
Fig. 5 a

Fig. 5 b

Fig. 8

Fig. 9

C. dis.

Lit. Salussolia, Torino

Un trasformatore dinamico per correnti alternate

Nota V di A. G. ROSSI (*)

3. Digressione. — In pratica, non conviene far funzionare *in parallelo due (o più) trasformatori statici* se non abbiano uno stesso rapporto di trasformazione delle tensioni; ed è anche desiderabile che abbiano uguali impedenze, o almeno uguali rapporti della reattanza alla resistenza (uguali *costanti di tempo*),

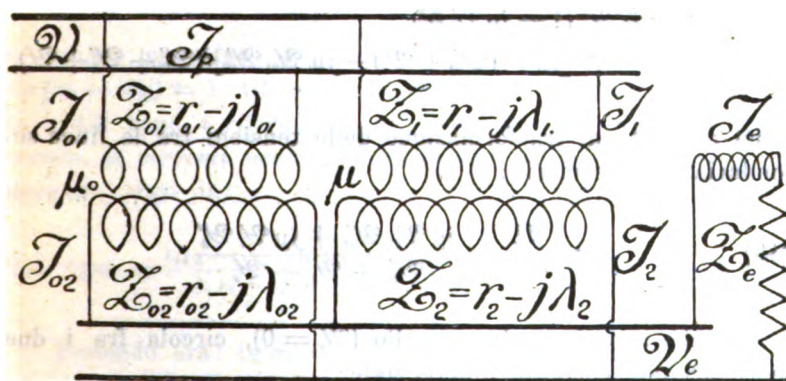



Fig. 3.

negli avvolgimenti corrispondenti. Altrimenti, come mostra la trattazione del caso generale, gli effetti si sommano in modo complicato, rendendo il funzionamento in realtà impraticabile.

(*) Sèguito della Nota IV: " Atti della R. Accad. d. Scienze ", vol. LIII, 1917-18.

Secondo lo schema e i dati della fig. 3, le equazioni del sistema sono difatti:

$$\mathcal{V}=\mathcal{I}_{01}\mathcal{Z}_{01}-j\mu_0\mathcal{I}_{02}=\mathcal{I}_1\mathcal{Z}_1-j\mu\mathcal{I}_2,$$
$$j\mu_0\mathcal{I}_{01}-\mathcal{I}_{02}\mathcal{Z}_{02}=j\mu\mathcal{I}_1-\mathcal{I}_2\mathcal{Z}_2=\mathcal{V}_e,$$
$$\mathcal{I}_p=\mathcal{I}_{01}+\mathcal{I}_1, \qquad \mathcal{I}_e=\mathcal{I}_{02}+\mathcal{I}_2, \qquad \mathcal{V}_e=\mathcal{I}_e\mathcal{Z}_e.$$

Isolando le quattro correnti e sostituendo le ammettenze apparenti $\mathcal{Y}'_i$, date dalle relazioni, analoghe alle (6), (7),

$$\mathcal{Y}_{01}/\mathcal{Y}'_{01}=\mathcal{Y}_{02}/\mathcal{Y}'_{02}=1+\mu_0^2\mathcal{Y}_{01}\mathcal{Y}_{02},$$
$$\mathcal{Y}_1/\mathcal{Y}'_1=\mathcal{Y}_2/\mathcal{Y}'_2=1+\mu^2\mathcal{Y}_1\mathcal{Y}_2,$$

si ottengono le espressioni simboliche delle correnti:

$$(18)\quad\begin{cases}\mathcal{I}_{01}=\mathcal{V}\mathcal{Y}'_{01}(1-j\mu_0\mathcal{Y}_{02}\mathcal{P})\\ \mathcal{I}_{02}=\mathcal{V}\mathcal{Y}'_{02}[j\mu_0\mathcal{Y}_{01}(\mathcal{Y}'_2+\mathcal{Y}_e)-j\mu\mathcal{Y}_1\mathcal{Y}'_2]/(\mathcal{Y}'_{02}+\mathcal{Y}'_2+\mathcal{Y}_e)\\ \mathcal{I}_1=\mathcal{V}\mathcal{Y}'_1(1-j\mu\mathcal{Y}_2\mathcal{P})\\ \mathcal{I}_2=\mathcal{V}\mathcal{Y}'_2[j\mu\mathcal{Y}_1(\mathcal{Y}'_{02}+\mathcal{Y}_e)-j\mu_0\mathcal{Y}_{01}\mathcal{Y}'_{02}]/(\mathcal{Y}'_{02}+\mathcal{Y}'_2+\mathcal{Y}_e),\end{cases}$$

e del rapporto di trasformazione delle tensioni tra la linea secondaria e la primaria:

$$(19)\qquad \mathcal{P}=\frac{\mathcal{V}_e}{\mathcal{V}}=\frac{j\mu\mathcal{Y}_{01}\mathcal{Y}'_{02}+j\mu\mathcal{Y}_1\mathcal{Y}'_2}{\mathcal{Y}'_{02}+\mathcal{Y}'_2+\mathcal{Y}_e}.$$

Anche a carico esterno nullo ($\mathcal{Y}_e=0$), circola fra i due secondari una corrente differenziale:

$$(20)\qquad \mathcal{I}_{02}-\mathcal{I}_2=\mathcal{V}(j\mu_0\mathcal{Y}_{01}-j\mu\mathcal{Y}_1)\,2\mathcal{Y}'_{02}\mathcal{Y}'_2/(\mathcal{Y}'_{02}+\mathcal{Y}'_2),$$

non nulla se non sieno: uguali i rapporti di trasformazione delle tensioni nei due singoli apparecchi, $\rho_0=\mu_0 y_{01}$, $\rho=\mu y_1$, e uguali le costanti di tempo primarie, $b_{01}/g_{01}=b_1/g_1$:

$$(20')\qquad I_{02}-I_2=2V\sqrt{\frac{\rho_0^2+\rho^2-2\rho_0\rho\cos(\alpha_{01}-\alpha_1)}{z_{02}'^2+z_2'^2+2z_{02}'z_2'\cos(\alpha_{02}'-\alpha_2')}}.$$

Per dati rapporti di trasformazione, $\rho_0 \gtrless \rho$, questa corrente di compensazione è minima quando le costanti di tempo apparenti dei due secondari sieno uguali ($\alpha'_{02} = \alpha'_2$). Ovviamente, si suppone di aver collegato in parallelo i secondari con polarità istantanee concordanti, altrimenti il denominatore della (20') diverrebbe ($z'_{02} - z'_2$) e la corrente differenziale potrebbe raggiungere valori disastrosi.

La differenza di fase delle due correnti secondarie è zero per $g_e + jb_e = 0$, cioè le correnti sono in opposizione fra loro.

Ciò accade altresì, con carico secondario non nullo, allorchè sieno soddisfatte le tre condizioni:

$$\rho_0^2/\rho^2 = \lambda'_{02}/\lambda'_2 = r'_{02}/r'_2, \qquad \lambda'_{02}/r'_{02} = \lambda'_2/r'_2 = \lambda_e/r_e. \tag{21}$$

Fra le due linee, si realizza il rapporto di trasformazione:

$$P_r = \frac{V_e}{V} = \sqrt{\frac{\rho_0^2 y_{02}'^2 + \rho^2 y_2'^2 + 2\rho_0 y_{02}' \rho y_2' \cos(\varphi_2 - \varphi_{02})}{(g_{02}' + g_2' + g_e)^2 + (b_{02}' + b_2' + b_e)^2}}, \tag{19'}$$

il quale, per dati $\rho_0 \gtrless \rho$, è il più grande quando sia $\cos(\varphi_2 - \varphi_{02}) = 1$. Gli angoli $\varphi_2 = \alpha'_1 + \alpha_2 + \pi/2$ e $\varphi_{02} = \alpha'_{01} + \alpha_{02} + \pi/2$ sono *i ritardi che, nei funzionamenti singoli di corto circuito, le correnti secondarie posseggono sulla tensione primaria applicata;* dati da:

$$\operatorname{tg}\varphi_2 = \frac{\lambda_1\lambda_2 - r_1 r_2 - \rho^2 z_2^2}{\lambda_1 r_2 + \lambda_2 r_1} = \frac{\lambda_1 \operatorname{sen}\alpha_2 - r_1 \cos\alpha_2 - \rho^2 z_2}{r_1 \operatorname{sen}\alpha_2 + \lambda_2 \cos\alpha_2}; \quad \operatorname{tg}\varphi_{02} = ,.. \tag{22}$$

Ponendo ora: $\operatorname{tg}\varphi_2 = \omega L/R$, $\operatorname{tg}\varphi_{02} = \omega L_0/R_0$, si possono considerare le (22) come i prodotti di $\omega = 2\pi f$ per caratteristiche *costanti di tempo globali*, ciascuna delle quali definisce, per una data frequenza, il ritardo della corrente (secondaria di c. c.) sulla tensione applicata (primaria). Allora si può dire che, per dati $\rho_0 \gtrless \rho$, *il rapporto di trasformazione delle tensioni* (19') *è il più grande allorchè i due trasformatori accoppiati abbiano una stessa costante di tempo globale:* $L/R = L_0/R_0$.

Ciò, in particolare, si verifica altresì se sieno separatamente uguali le costanti di tempo degli avvolgimenti corrispondenti.

Finalmente, ridotte le correnti alla forma $\mathcal{J} = \mathcal{V}(\Gamma + jB)$ e confrontando le due espressioni di $\mathcal{J}_e = \mathcal{V}_e(g_e + jb_e) =$

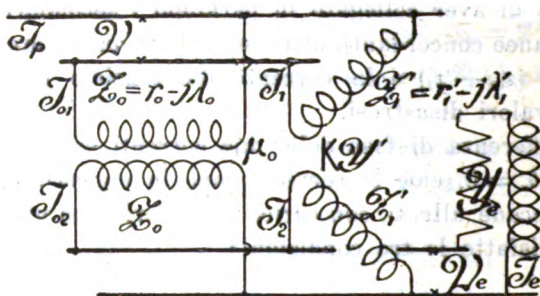



Fig. 4.

$\mathcal{V}_e[\Gamma_{02} + \Gamma_2 + j(B_{02} + B_2)]$ in funzione di φ_{02} e φ_2, se ne conclude: 1° che la corrente di carico si suddividerebbe fra i due secondari semplicemente in ragione delle rispettive ammettenze, se fosse $\rho_0 = \rho$, o se almeno sussistessero le prime due condizioni (21); 2° che il trasformatore avente una maggiore costante di tempo globale assume una componente reattiva della corrente di carico $\mathcal{J}_e$, mentre l'altro trasformatore assume una corrispondente componente attiva; 3° che gli angoli di queste componenti rispetto alla corrente di carico sono proporzionati con le ammettenze.

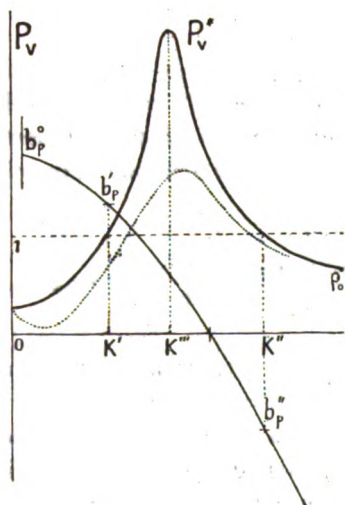



Fig. 2.

4. — Torniamo a considerare un **T. S. in parallelo con** un **T. D.**, nelle condizioni di simmetria supposte al **§ 2**: $\mathcal{Z}_{02} = \mathcal{Z}_{01} = \mathcal{Z}_0$; $\mathcal{Z}'_2 = \mathcal{Z}'_1$; e con le stesse notazioni colà adoperate (fig. 4).

La costante di tempo globale per il primo (poichè $\varphi_{02} = \alpha_0' + \pi/2 + \alpha_0$) è data da:

$$(23) \qquad \operatorname{tg} \varphi_{02} = \frac{\omega L_0}{R_0} = \frac{\lambda_0^2 - r_0^2 - \mu_0^2}{2\lambda_0 r_0} = -\frac{G_0^2}{B_0^2} = \frac{\cos 2\alpha_0 + \rho_0^2}{-\operatorname{sen} 2\alpha_0}.$$

Per il secondo, la " costante " di tempo globale è propriamente una funzione della velocità del rotore, avendosi: $\varphi_2 = \varphi_1 + \alpha' + \pi/2 + \alpha_1'$; e quindi:

$$(24) \qquad \operatorname{tg} \varphi_2 = \frac{\omega L}{R} = \frac{\lambda' 2\lambda_1' r_1' - r'(r_1'^2 - \lambda_1'^2) - r' K^2 y'^2}{r' 2\lambda_1' r_1' + \lambda'(r_1'^2 - \lambda_1'^2) - \lambda' K^2 y'^2} = \\ = \frac{P^2 \cos \alpha' + \cos(2\alpha_1' + \alpha')}{P^2 \operatorname{sen} \alpha' - \operatorname{sen}(2\alpha_1' + \alpha')}.$$

L'angolo φ_2 va decrescendo, col crescere della velocità, dal valore iniziale $2\alpha_1' + \alpha' + \pi/2$, fino a cambiar di segno; come mostrano le seguenti espressioni:

$$(24') \quad \varphi_2 = \alpha_1' + \operatorname{arc\,tg} \frac{1+P^2}{1-P^2} \operatorname{tg}(\alpha_1' + \alpha' + \pi/2), \text{ ove } \alpha_1' + \alpha' + \pi/2 = \widehat{E_2 V}; \\ = 2\alpha_1' + \alpha' + \frac{\pi}{2} - \operatorname{arc\,tg} \frac{P^2 \operatorname{sen} 2(\alpha_1' + \alpha')}{1 + P^2 \cos 2(\alpha_1' + \alpha')}.$$

Per una determinata velocità, l'angolo φ_2 può divenire uguale all'angolo φ_{02} e allora $L/R = L_0/R_0$: a tale velocità corrisponde precisamente il massimo della curva punteggiata in fig. 2, che rappresenta l'andamento generale del rapporto di trasformazione P_V delle tensioni, (12). La scomparsa del minimo iniziale di questa curva, a vantaggio del massimo (curva P_V^*), è subordinata alle condizioni $(12^*)_{1,2}$, che facilmente si riscontrano confrontando le (23) e (24) con le espressioni dei coefficienti α, γ nella (12).

La condizione (5'), $r' r_1' - \lambda' \lambda_1' = 0$, che riguarda il solo T. D., riduce φ_2 ad essere indipendente dalla velocità, $\varphi_2 \equiv \varphi_1 \equiv \alpha_1'$, e porta la forza elettromotrice indotta secondaria E_2 in fase con la tensione primaria: $\widehat{E_2 V} = \alpha_1' + \alpha' + \pi/2 = 2\pi$ (cfr. (24')). Questa condizione costruttiva per il T. D. si traduce nella forma già notata:

$$(5') \qquad \frac{\lambda\lambda_1 - r r_1 - \mu^2}{r\lambda_1 + r_1\lambda} = \frac{\mu r}{\mu\lambda - z^2}.$$

Nel primo membro v'ha la *costante di tempo globale* di ciascuno dei trasformatori statici (I, Δ), (Δ, II) che compongono il T. D., $[\omega L_\Delta / R_\Delta = \mathrm{tg}\,\psi = \mathrm{tg}\,(\alpha'_1 + \pi/2 + \alpha)]$, corrispondente cioè al ritardo, sulla tensione applicata, delle correnti indotte staticamente dagli statori sul rotore:

$$\mathcal{I}' = j\mu \mathcal{I}_1 (g + jb) = j\mu \mathcal{V}_1 (g + jb)(g'_1 + jb'_1); \quad \mathcal{I}'' = \ldots$$

Il secondo membro vale la tang. del ritardo, con segno cambiato, della forza elettromotrice indotta dinamicamente sul rotore rispetto alla corrente induttrice di statore:

$$\mathcal{E}'_2 = \kappa u \mathcal{I}_2 (1 - \mu b + j\mu g); \quad \mathcal{E}'_1 = \ldots$$

Risultano così le correnti di rotore, fronteggianti rispettivamente lo statore primario e il secondario:

$$\mathcal{I}_{R_1} = \mathcal{I}' + \mathcal{I}'_2 = j\mu \mathcal{I}_1 (g + jb) + \kappa u \mathcal{I}_2 (g + jb)(1 - \mu b + j\mu g)$$
$$\mathcal{I}_{R_2} = \mathcal{I}'' + \mathcal{I}'_1 = j\mu \mathcal{I}_2 (g + jb) + \kappa u \mathcal{I}_1 (g + jb)(1 - \mu b + j\mu g).$$

Si può dire quindi che in ciascuno dei trasformatori elementari componenti (I, Δ), (Δ, II) coesistano due trasformatori associati in parallelo, l'uno statico, l'altro dinamico, che forniscono come correnti secondarie le correnti di rotore $\mathcal{I}' + \mathcal{I}_2$ $\mathcal{I}'' + \mathcal{I}_1$: il ritardo globale nei trasformatori statici è $\psi = \alpha'_1 + \pi/2 + \alpha$; il ritardo nei trasformatori dinamici è $\mathrm{arc\,tg}\,\mu g/(1 - \mu b)$. Se consideriamo questo rapporto come proporzionale alla costante di tempo globale del trasformatore dinamico elementare, possiamo compendiare il significato della condizione (5') dicendo che: *i due trasformatori elementari statico e dinamico coesistenti nel sistema statore-disco debbano avere una stessa costante di tempo globale.* Se ne può concludere, giusta la deduzione generale fatta dianzi sulla (19'), che la (5') porterà al più grande valore il *rapporto di trasformazione delle tensioni* nel T. D.:

$$\mathsf{P} = \frac{E_2}{V} = K y' y'_1 = \frac{\kappa \mu u}{z^2} \sqrt{\frac{\mu^2 r^2 + (z^2 - \mu\lambda)^2}{(r\lambda_1 + r_1\lambda)^2 + (\lambda\lambda_1 - rr_1 - \mu^2)^2}}\,.$$

E difatti, poichè la (5') conduce in fase E_2 e V, cioè annulla l'*argomento* della $\mathcal{E}_2 / \mathcal{V} = jK \mathcal{Y}' \mathcal{Y}'_1$, essa ne rende massimo il *modulo* P.

5. — Il massimo (14) della curva P_r^*, rapporto di trasformazione delle tensioni a vuoto fra due linee comprendenti il T. S. e il T. D. in parallelo, non è molto grande se δ^2 non sia molto piccolo, tuttavia permanendo >0 come vuole la $(12^*)_1$.

Orbene, partendo di nuovo dalla equazione generale (11), supponiamo $\delta^2 = 0$, ossia che *gli avvolgimenti dei due apparecchi abbiano una stessa costante di tempo:* $b'_1/g'_1 = b'_0/g'_0$. Allora il rapporto $\mathcal{Y}'_0/\mathcal{Y}'_1$ non è più complesso:

$$\frac{g_0'+jb_0'}{g_1'+jb_1'} = \frac{g_0'}{g_1'} = \frac{b_0'}{b_1'} = \frac{g_0'g_1'+b_0'b_1'}{g_1'^2+b_1'^2} = \frac{\sigma^2}{y_1'^2} = \frac{y_0'^2}{\sigma^2};$$

introducendo tale condizione nello sviluppo della (11), si realizza una nuova espressione del rapporto delle tensioni P_r, consistente in una frazione il cui numeratore è funzione sempre crescente della velocità e il cui denominatore raggiunge un minimo, tanto più prossimo a zero quanto più l'angolo $\alpha'_1 + \alpha'$ sia prossimo a $3\pi/2$. Cosicchè, con le due condizioni:

$$(25) \qquad b'_1/g'_1 = b'_0/g'_0 \qquad \text{e (5')} \qquad b'_1/g'_1 = g'/b',$$

la funzione P_r raggiungerà un massimo ∞. Si ottiene infatti la espressione:

$$(26) \qquad P_r^{**} = \sqrt{\frac{P^2 g_1'^2 + \rho_0^2 g_0'^2 (1-P^2)^2 + 2\rho_0 g_0' g_1' P (1-P^2)\,\text{sen}\,\alpha_0}{(g_1' + g_0'(1-P^2))^2}},$$

la quale, per P crescente da zero, parte dal valore

$$\rho_0 \frac{g_0'}{g_0'+g_1'} \quad \text{col gradiente iniziale} \quad \frac{g_1'\,\text{sen}\,\alpha_0}{g_0'+g_1'} > 0,$$

e passa successivamente per i valori 1. ∞, 1 con $P =$

$$1 < \sqrt{1+\frac{g_1'}{g_0'}} < \sqrt{\left(1+\frac{g_1'}{g_0'(1-\rho_0^2)}\right)^2 - \left(\frac{g_1'\rho_0\cos\alpha_0}{g_0'(1-\rho_0^2)}\right)^2 - \frac{g_1'\rho_0\,\text{sen}\,\alpha_0}{g_0'(1-\rho_0^2)}},$$

tendendo infine assintoticamente a ρ_0.

L'espressione simbolica della (26)

$$\frac{\mathcal{V}_s}{\mathcal{V}} = -\frac{\mathsf{P}g_1' + \mu_0 b_0 g_0'(1-\mathsf{P}^2) - j\mu_0 g_0 g_0'(1-\mathsf{P}^2)}{g_1' + g_0'(1-\mathsf{P}^2)}$$

dà il ritardo di V_s su V:

$$(26') \qquad \widehat{V_s V} = \pi - \text{arc tg} \frac{\mu_0 g_0 g_0'(1-\mathsf{P}^2)}{\mathsf{P}g_1' + \mu_0 b_0 g_0'(1-\mathsf{P}^2)},$$

il quale parte da $\pi/2 + \text{arc tg}\, b_0/g_0$, come se il T. D. non ci fosse, e col crescere della velocità raggiunge, poi supera, π, con $\mathsf{P} \lesseqgtr 1$. Se non ci fosse invece il T. S. le due tensioni sarebbero ora costantemente in fase, per la (5').

L'origine del fenomeno risiede propriamente nel sistema primario: la corrente totale primaria, $\mathcal{I}_p = \mathcal{V}\mathcal{Y}_p$, con le condizioni (25) $g_0'\mathcal{Y}_1' = g_1'\mathcal{Y}_0'$, e (5') $K\mathcal{Y}'\mathcal{Y}_1' = j\mathsf{P}$, assume difatti la forma:

$$(15)^{**} \qquad \mathcal{I}_p = \mathcal{V}\frac{g_0'\mathcal{Y}_0'(1-\mathsf{P}^2) + g_1'[\mathcal{Y}_1' + 2\mathcal{Y}_0'(1+j\mu_0\mathcal{Y}_0\mathsf{P})]}{g_1' + g_0'(1-\mathsf{P}^2)},$$

onde si può intendere che la ammettenza apparente primaria $\mathcal{Y}_p = g_p + jb_p$ divenga infinita per la velocità corrispondente a

$$\mathsf{P}^2 = 1 + \frac{g_1'}{g_0'}.$$

È la conseguenza diretta delle condizioni (5') e (25).

Quando *il secondario si chiuda su di un'ammettenza esterna* $\mathcal{Y}_e$, i fenomeni sostanzialmente non cambiano; il massimo teorico di P_r vien ricondotto al finito ed ha luogo ad un'altra velocità, funzione anche di g_e, b_e:

$$(27) \quad \frac{\mathcal{V}_s}{\mathcal{V}} = -\frac{\mathcal{Y}_0'}{g_0'}\,\frac{\mathsf{P}g_1' + \mu_0 b_0 g_0'(1-\mathsf{P}^2) - j\mu_0 g_0 g_0'(1-\mathsf{P}^2)}{[g_1' + (g_0' + g_e)(1-\mathsf{P}^2)] + j[b_1' + (b_0' + b_e)(1-\mathsf{P}^2)]}.$$

L'espressione dell'ampiezza V_s ha quindi lo stesso numeratore come nella (26), e il denominatore sotto radice diviene:

$$(28) \quad [g_1' + g_0'(1-\mathsf{P}^2)(1 + g_e r_0' + b_e\lambda_0')]^2 + [g_0'(1-\mathsf{P}^2)(b_e r_0' - g_e\lambda_0')]^2.$$

Similmente, la corrente primaria

$$(29)\quad \mathcal{J}_p = \\ = \mathcal{V}\frac{\mathcal{Y}_0'}{g_0'}\,\frac{g_0'(1-\mathrm{P}^2)(\mathcal{Y}_0+\mathcal{Y}_e)+g_1'[\mathcal{Y}_1'+\mathcal{Y}_e+2\mathcal{Y}_0'(1+j\mu_0\mathcal{Y}_0\mathrm{P})]}{\mathcal{Y}_1'+(\mathcal{Y}_0'+\mathcal{Y}_e)(1-\mathrm{P}^2)},$$

ha un'ampiezza I_p con lo stesso denominatore (28), mentre le componenti del numeratore, $(\Gamma^2+j\mathrm{B}^2)$, sono:

$$(30)\quad \begin{aligned} \Gamma^2 &= g_0'(g_0+g_e)(1-\mathrm{P}^2)+g_1'(g_1'+2g_0'+g_e-2\mu_0 B_0^2\mathrm{P}), \\ \mathrm{B}^2 &= g_0'(b_0+b_e)(1-\mathrm{P}^2)+g_1'(b_1'+2b_0'+b_e-2\mu_0 G_0^2\mathrm{P}). \end{aligned}$$

Il denominatore comune (28) raggiunge un *minimo* per la velocità corrispondente a

$$(31)\quad \mathrm{P}^2-1=\frac{g_1'}{g_0'}\,\frac{1+g_e r_0'+b_e\lambda_0'}{(1+g_e r_0'+b_e\lambda_0')^2+(b_e r_0'-g_e\lambda_0')^2}=\frac{g_1'}{g_0'}\,\frac{1+s}{(1+s)^2+d^2}$$

minimo che è nullo se

$$d=b_e r_0'-g_e\lambda_0'=0,\qquad \text{ossia se}\qquad \lambda_e/r_e=\lambda_0'/r_0'.$$

Se dunque anche il circuito esterno di carico avesse la stessa costante di tempo come gli avvolgimenti dei due apparecchi in parallelo, si riprodurrebbe il massimo a ∞ della corrente primaria e della tensione secondaria, per la velocità corrispondente a

$$(31^*)\qquad \mathrm{P}^2-1=\frac{g_1'}{g_0'+g_e}=\frac{b_1'}{b_0'+b_e}.$$

Il *rendimento elettrico* (senza riguardo alla spesa di lavoro meccanico nel T. D.)

$$\eta=\frac{V_e^2(g_1'+g_0+g_e)}{V I_p\cos\varphi_p},$$

con l'uso delle (27), (29), riceve l'espressione:

$$(32)\quad \eta=\frac{[\mathrm{P}^2 g_1'^2+\rho_0^2 y_0'^2(1-\mathrm{P}^2)+2\rho_0 g_0' g_1'\mathrm{P}(1-\mathrm{P}^2)\,\mathrm{sen}\,\alpha_0](g_1'+g_0+g_e)}{\Gamma^2[g_1'+g_0'(1-\mathrm{P}^2)(1+s)]-\mathrm{B}^2 y_0'(1-\mathrm{P}^2)\,d},$$

la quale parte da un valore maggiore di zero, per P crescente da zero, ed aumenta seguendo le vicissitudini inverse del $\cos\varphi_p$ che è al denominatore.

Per $P = 1$, η è già maggiore della unità:

$$\eta_1 = \frac{g_1' + g_0 + g_e}{g_1' + g_e + 2g_0/(1 + \rho_0^2 + 2\rho_0 \operatorname{sen} \alpha_0)} .$$

Per il caso particolarissimo $d = 0$, η passa per ∞ con la velocità (31*) poichè il $\cos\varphi_p$ si annulla; poi si inverte, ecc.

In conclusione. Quando il T. D. si trovi nelle condizioni costruttive analizzate al § 1 e al § 4 e compendiate nella (5'), la f. e. m. secondaria è costantemente *in fase* con la tensione applicata primaria (e la corrente secondaria di corto circuito è in fase con la corrente primaria); e la impedenza primaria può raggiungere un *minimo nullo* per una certa velocità ($u^2 = z_1' z_2' / \kappa^2 \mu^2 y'^2$). Allora, nel funzionamento in parallelo con un T. S.: ove il *ritardo globale* di quest'ultimo, (23), sia *complementare* con quello ($\varphi_2 \equiv \alpha_1'$) del T. D., ($12_1$*), il rapporto di trasformazione delle tensioni a vuoto fra la linea secondaria e la primaria, P_r*, ha, in funzione della velocità di rotore, un andamento consimile ad una curva di risonanza (fig. 2); e il caso è analogo a quello ottenibile con un condensatore derivato sul primario. Se, in luogo di soddisfare la (12_1*), i due apparecchi abbiano semplicemente uguali costanti di tempo iniziali, (25), ciò stabilisce fra i due una specie di accordo, per il quale la impedenza primaria complessiva può ancora raggiungere un minimo nullo per una certa velocità (corrispondente a $P^2 = 1 + g_1'/g_0'$ quando per il solo T. D. sarebbe $P^2 = 1$). Questo secondo caso non apparisce però analogo al caso di una risonanza per capacità, poichè entrambe le componenti della corrente primaria si amplificano contemporaneamente alla velocità critica, mentre nel caso precedente l'amplificazione della tensione secondaria è accompagnata dalla graduale scomparsa e inversione della componente reattiva della corrente primaria.

Conducibilità ed assorbimento dei vapori di sodio

Nota di ADOLFO CAMPETTI

Parte I

Generalità e descrizione delle esperienze

1. — La questione della conducibilità spontanea del vapore di sodio e della relazione tra la conducibilità e l'assorbimento si deve ancora considerare, malgrado le numerose esperienze eseguite in proposito con vari metodi, come controversa; tanto è vero che il Kaiser nel suo trattato (1) si esprime. a questo riguardo, testualmente così: " La questione se il vapore di sodio " assorbente sia ionizzato spontaneamente od in conseguenza " dell'assorbimento si deve considerare ancora come aperta. " Esperienze che in principio venivano considerate e citate a " favore della ionizzazione, hanno adesso ricevuto un altro si-" gnificato ".

Ed in realtà, per quanto (per non parlare dei lavori più antichi) negli ultimi anni molte pubblicazioni siano state fatte sopra questo argomento, i risultati sono spesso incerti e contradittori; di guisa che ho ritenuto non inutile di eseguire in proposito nuove esperienze, mediante le quali credo di aver, se non definita la questione, portato tuttavia qualche nuova luce sopra un argomento così discusso.

Le cause delle divergenze tra i risultati delle esperienze precedenti vanno specialmente ricercate in alcune circostanze, venute a poco a poco in chiaro, come risulterà in modo assai evidente da una breve analisi critica.

---

(1) Kaiser, *Handbuch der Spektroscopie*, 1912, vol. VI, pag. 104.

2. — Tralasciando di parlare dei lavori più antichi, comincerò dal ricordare che in due memorie successive (*Freiwillige Leitfähigkeit des dunklen Natriumdampfes* e *Beziehung zwischen Jonisation der Gase und der Absorption ihres Linienspectrum*) il Füchtbauer (1) osserva che, dopo la scoperta dell'effetto Doppler nei raggi canale, è naturale di pensare che, se non in ogni caso, almeno in un gran numero di casi, i vibratori in un gas, cioè gli oscillatori emittenti lo spettro di linee, siano gli ioni positivi: perciò ioni positivi dovrebbero essere anche i centri assorbenti dello spettro di linee. In conseguenza, raggiunta la temperatura a cui lo spettro di linee viene assorbito, il gas, contenendo ioni positivi, dovrebbe manifestare una conducibilità misurabile.

Ora nel suo primo lavoro il Füchtbauer trova che alla temperatura di 190° si ha già assorbimento della doppia D nel vapore di sodio e però esamina se a questa temperatura il vapore stesso sia fornito di conducibilità apprezzabile.

Le esperienze eseguite in apparecchi di vetro completamente circondati dalla stufa elettrica di riscaldamento, restando così esclusa (a regime stabilito) qualsiasi distillazione da un punto all'altro, gli dettero come risultato che, adoperando l'elettrometro per strumento di misura, già a 200° si osservava una forte conducibilità, crescente colla temperatura: di guisa che il Füchtbauer ritiene che a 380° la conducibilità sarebbe già misurabile galvanometricamente.

Ma queste sue prime esperienze sono poco convincenti ed ancor meno decisive e ciò per molte ragioni; tra cui: 1° Il fatto che il vuoto nel tubo era fatto con una pompa ad olio. 2° Niente di preciso è detto sulla preparazione o purificazione del sodio adoperato. 3° Niente è osservato sulla natura della luce mediante la quale l'assorbimento è stato osservato e perciò è da ritenere che egli adoperasse luce bianca; d'altra parte per la presenza del sodio nel tubo le esperienze si riferiscono a vapore saturo e in queste condizioni, non essendo possibile che in tutti i punti del tubo la temperatura sia rigorosamente

(1) FÜCHTBAUER, " Phys. Zeit. ", 1909, vol. VII, pag. 374; 1910, vol. VIII, pag. 531.

uguale, non può essere a meno che in alcune parti del vapore si formino per condensazione delle goccioline di sodio, sulle quali la luce produce effetto fotoelettrico con emissione di elettroni; e del resto, come risulta da esperienze posteriori, ogni superficie di sodio fuso dà origine, anche all'oscuro, ad emissione di elettroni.

Naturalmente queste obiezioni, od almeno alcune di esse, non potevano sfuggire al Füchtbauer, che eseguì qualche tempo dopo e con molte precauzioni nuove esperienze sui vapori di cesio con un apparecchio che può però, com'è naturale, servire anche pei vapori di sodio, usando elettrodi di nichel, servendosi di un galvanometro assai sensibile per la misura della conducibilità e ricorrendo per il vuoto alla pompa di Gaede (1): in queste nuove ricerche non si accenna però ad alcuna nuova determinazione della temperatura a cui nei vapori di sodio comincia l'assorbimento. Per quanto riguarda la conducibilità già si aveva (nei vapori saturi di cesio) una corrente a 100° e a 200° la corrente era notevolmente più intensa.

Però parecchie circostanze osservate (la impossibilità di raggiungere la corrente di saturazione, la dissimmetria nella conducibilità, quando i due elettrodi hanno dimensioni differenti, la produzione di una corrente congiungendo i due elettrodi attraverso al galvanometro, anche senza interporre alcuna forza elettromotrice esterna) fanno credere ad una ionizzazione superficiale, proveniente, secondo ogni probabilità, dalla superficie del metallo alcalino. Dimodochè la questione fondamentale, se cioè, oltre a questa ionizzazione superficiale, vi sia anche una ionizzazione spontanea in volume del vapore di cesio e di sodio rimane ancora completamente insoluta.

3. — La emissione di elettroni negativi dalla superficie del potassio e del sodio fusi, che già era stata osservata dal Richardson nel 1904 (2), fu accuratamente studiata dal Fredenhagen in un interessante lavoro pubblicato nel 1911 (3). Egli nota

---

(1) Füchtbauer, *Ueber Elektrizitätsleitung in gesättigtem Alkalimetall Dampf,* " Phys. Zeit. ", 1911, vol. XII.

(2) W. Richardson, *Phil. Trans. of London*, 1904.

(3) K. Fredenhagen, " Phys. Zeit. ", 1911, vol. XII.

intanto che dalle esperienze del Richardson non risulta in modo sicuro se la conducibilità dei vapori di sodio dipenda solo dagli elettroni negativi emessi dal metallo fuso od anche da una conducibilità spontanea del vapore e pone in rilievo il grande interesse che avrebbe lo stabilire se la conducibilità in volume del vapore di sodio sia in parallelo colla proprietà dei vapori stessi di assorbire le righe *D*. Il Fredenhagen nota poi come alcuna esperienza decisiva non sia possibile con vapori saturi e perciò in tutte le sue esperienze la parte dell'apparecchio contenente il sodio fuso è mantenuta ad una temperatura inferiore di una trentina di gradi a quella della parte rimanente, ove sono gli elettrodi: del resto egli adopera per produrre il vuoto la pompa Gaede e, per produrre i vapori, sodio e potassio accuratamente depurati. Il suo lavoro però è specialmente rivolto allo studio delle correnti elettroniche dovute agli elettroni emessi dai detti metalli alcalini allo stato di fusione. Tuttavia la sua memoria contiene, relativamente alla questione che qui ci interessa, due osservazioni entrambe assai importanti.

L'una si riferisce all'assorbimento della doppia *D* nei vapori di sodio ed egli trova a questo proposito che tale assorbimento viene *straordinariamente elevato*, aggiungendo al vapore alcalino un gas come azoto, idrogeno, anidride carbonica, con effetto circa uguale per i tre gas. Se, come è da ritenere, si tratta di gas puri, ciò vorrebbe dire che non è necessaria la presenza dell'ossigeno, affinchè si produca lo spettro di assorbimento del vapore di sodio (come prima aveva ritenuto il Fredenhagen), giacchè altrimenti l'anidride carbonica dovrebbe agire ben diversamente dall'idrogeno e dall'azoto: ciò del resto è in accordo colle esperienze di Gelhoff (1) sui vapori di potassio.

L'altro risultato importante riferito in questo lavoro è che la conducibilità in volume del vapore di sodio e di potassio non saturi è, almeno sino a 350°, al disotto dei limiti dimostrabili galvanometricamente (sensibilità del galvanometro $3,7.10^{-10}$ Ampère per millimetro della scala). Nelle esperienze che hanno condotto a questo risultato i due elettrodi, di platino,

(1) Gelhoff, " Annalen der Physik ", 1909, 30.

erano collocati in un recipiente di vetro collegato mediante un tubo piuttosto lungo ad un altro recipiente di vetro contenente il metallo alcalino: il tutto era riscaldato elettricamente.

Ma conviene subito osservare che anche queste esperienze non permettono di dare una risposta decisiva alla questione della conducibilità spontanea in volume del vapore di sodio; anzitutto il limite superiore di temperatura raggiunto (350°) può non essere sufficientemente elevato: ma, oltre di ciò, per l'emissione di elettroni per parte del metallo alcalino fuso che in quantità maggiore o minore devono pur giungere nel tubo di esperienza (ciò che ho potuto riconoscere nelle mie ricerche, quando non si prendevano precauzioni particolari) il vapore alcalino esaminato dal Fredenhagen deve possedere una conducibilità tutt'altro che trascurabile (esista o no la conducibilità spontanea del vapore).

Tutt'al più dunque le sue esperienze provano soltanto che la conducibilità del vapore di sodio deve essere ricercata con metodo più sensibile del comune galvanometrico.

Di poco posteriori alle esperienze ora esaminate sono quelle del Dunoyer (1) (*Recherches sur la conducibilité de la vapeur de sodium*): il sodio qui adoperato non è stato sottoposto alla distillazione, ma purificato allo stato di fusione (separandolo dal residuo infusibile in una corrente di anidride carbonica); per il vuoto il Dunoyer usava la pompa di Gaede, ma tutte le sue esperienze sono state eseguite con vapori saturi.

Non è possibile riassumere qui tutte le numerose esperienze del Dunoyer che hanno dato risultati di grande complicazione, complicazione dovuta, a parer mio, oltre che all'uso del vapore saturo, al non avere eliminati. nelle ricerche sulla conducibilità del vapore di sodio, gli elettroni provenienti dalla superficie del metallo fuso.

Ricorderò tuttavia che nella prima parte del suo lavoro il Dunoyer giungerebbe alla seguente conclusione e cioè che " al " disopra di 300° si ha tra due elettrodi (di ferro) nel vapore " di sodio una corrente assai intensa dell'ordine di grandezza " (alla saturazione) di 10^{-10} Ampère. Però questa corrente sa- " rebbe dovuta specialmente (sempre secondo il Dunoyer) ad

(1) L. Dunoyer, " Annal. de Chimie et de Physique ", 1912-3, vol. 27.

" un fenomeno di ionizzazione superficiale (verisimilmente alla " superficie del metallo alcalino), che produce ioni negativi più " mobili dei positivi ".

Siccome però il Dunoyer ritiene che una parte almeno della ionizzazione superficiale abbia luogo sopra gli elettrodi, immagina ed eseguisce un'esperienza nella quale gli elettrodi non hanno più alcuna parte e che dovrebbe esser decisiva rispetto all'esistenza della conducibilità in volume del vapore di sodio.

Per questa esperienza egli adopera un apparecchio composto di due recipienti di vetro circa cilindrici, comunicanti tra loro mediante un tubo piuttosto lungo e stretto: in uno dei due recipienti si trova un cilindro di Faraday, aperto verso il tubo di comunicazione; nell'altro recipiente, riscaldato elettricamente, si produce il vapore di sodio. Per l'esperienza si faceva in tutto l'apparecchio il vuoto colla pompa di Gaede, si chiudeva con dispositivo speciale la comunicazione tra i due recipienti e si riscaldava quindi quello contenente il sodio nella stufa elettrica sino a 300° o 400°; allora, aperta la comunicazione, i vapori di sodio vengono proiettati, attraverso il tubo di congiunzione, nel cilindro di Faraday: perciò, dice il Dunoyer, se questi vapori trasportano con sè una carica, essa dovrà essere indicata dall'elettrometro unito al tubo di Faraday. Dal non aver constatato l'arrivo di alcuna carica all'elettrometro il Dunoyer conclude che *la conducibilità in volume del vapore di sodio è dell'ordine di grandezza delle conducibilità gassose ordinarie.*

Veramente il Dunoyer stesso osserva che alla sua esperienza può muoversi l'obiezione seguente: che cioè potrebbe, durante il tragitto, per quanto breve, del vapore di sodio nel tubo di comunicazione, aver luogo una ricombinazione degli ioni. Certamente è difficile prevedere con precisione quello che può avvenire in questo passaggio, tanto più che il vapore scende bruscamente da una temperatura assai elevata alla temperatura ordinaria; ma, a parte tutto questo, vi sono altre obiezioni assai più gravi. In primo luogo, secondo ogni probabilità, il vapore di sodio è qui accompagnato da idrogeno in misura notevole, giacchè, secondo osserva il Wood (1), *è praticamente impossibile*

(1) Wood e Okano, " Phil. Mag. ", 1917-34.

di liberare completamente il sodio dall'idrogeno anche con ripetute distillazioni nel vuoto, poichè il vapore metallico trasporta con sè idrogeno, quando, distillando, si depone sulle pareti fredde: ora nella esperienza sopra descritta non può essere asportato l'idrogeno durante il riscaldamento, perchè, una volta fatto il vuoto iniziale, la comunicazione tra i due recipienti deve essere chiusa. Ma v'ha di più: infatti il gas o vapore potrebbe anche possedere conducibilità elevata, ma se le cariche portate dagli ioni dei due segni (sia pure diversamente mobili) sono equivalenti, l'esperienza col cilindro di Faraday non darà alcuna indicazione della conducibilità, perchè entro al cilindro vengono proiettate quantità di elettricità uguali, ma di segno contrario. Più ancora, poichè dalle esperienze, specie del Fredenhagen, e da quelle pure che andrò tra breve esponendo, risulta in modo indubbio che, quando si riduce in vapore un metallo alcalino, si ha (almeno da una certa temperatura in poi) forte emissione di elettroni negativi dalla superficie metallica, appare estremamente probabile che nella corrente di vapori e gas inviata nell'esperienza del Dunoyer entro al cilindro di Faraday siano presenti elettroni: se perciò la sua esperienza prova qualche cosa, è verisimilmente solo questo che gli ioni positivi presenti nel vapore di sodio tra 300° e 400° portano una carica equivalente a quella degli elettroni ed ioni negativi.

Tralascio di insistere sul fatto che anche in queste esperienze il vapore di sodio è saturo; perciò anche i pochi tentativi sull'effetto della luce sul vapore stesso non possono (a causa dell'effetto fotoelettrico sugli eventuali nuclei di condensazione) portare ad alcuna conclusione sicura.

Riassumendo dunque, l'unico resultato importante e sicuro, relativamente alla conducibilità del vapore di sodio che può ricavarsi da tutti i lavori esaminati, è quello ottenuto dal Fredenhagen, *essere cioè, almeno sin verso i 400°, tale conducibilità al disotto dei limiti dimostrabili galvanometricamente.*

4. — Da tutto ciò che precede deriva chiaramente essere ancora opportune nuove esperienze sopra questo argomento; e tali esperienze formano appunto l'oggetto del presente lavoro. Premetto che le condizioni sperimentali da me realizzate sono lungi dall'essere quali avrei voluto, se i mezzi che in questo

periodo di tempo si hanno a disposizione me lo avessero permesso; ad esempio ho dovuto adoperare un apparato in vetro comune, mentre è noto esistere altre qualità di vetro più resistenti all'azione dei vapori dei metalli alcalini a caldo; tuttavia anche l'apparecchio da me adoperato resisteva abbastanza bene all'azione dei vapori di sodio sino a 400° e solo a temperatura superiore la colorazione bruna caratteristica, tuttavia non molto intensa, appariva con qualche maggior rapidità.

Ho voluto però che nelle mie esperienze fossero soddisfatte le due condizioni fondamentali indispensabili per ottenere resultati attendibili circa la conducibilità e l'assorbimento nei vapori di sodio e cioè:

1° *Operare con vapori non saturi* (condizione a cui finora soddisfano soltanto le esperienze del Fredenhagen).

2° *Impedire che gli elettroni emessi dalla superficie del metallo giungano nello spazio ove si eseguiscono le misure* (condizione che finora non è stata verificata in alcuna delle esperienze prima eseguite sulla conducibilità e l'assorbimento nei vapori dei metalli alcalini).

Oltre a ciò per la misura della conducibilità si lasciò il metodo galvanometrico per l'elettrometrico, per quanto il primo presenti notevoli vantaggi; tuttavia il secondo era qui da preferire, perchè permette di riconoscere conducibilità di ordine di grandezza assai inferiore a quelle che possono essere osservate coll'uso del galvanometro.

5. — L'apparecchio adoperato consisteva essenzialmente di un tubo cilindrico di vetro A, del diametro di circa cinque centimetri e lungo dodici centimetri, colle basi pressochè piane e disposto orizzontalmente; agli estremi di questo tubo erano saldati due tubi pure orizzontali, quindi cogli assi paralleli a quelli del tubo A, e l'uno sul prolungamento dell'altro, però un poco spostati verso il basso: di questi due tubi, del diametro interno di circa 2 centimetri, l'uno b era chiuso all'estremo, l'altro a era munito del maschio di un grosso giunto a smeriglio. Oltre a questi, normalmente al tubo A, era saldato, nella sua metà, un altro tubo c lungo una ventina di centimetri, disposto verticalmente; da esso tubo si diramava orizzontalmente un tubo munito di robinetto a perfetta tenuta

e di giunti a smeriglio per la comunicazione, sia colla pompa Gaede, sia (mediante il movimento di altri due robinetti) con un serbatoio di azoto conservato sopra anidride fosforica. Attraverso al tubo verticale *c* passava il filo di platino che poneva in comunicazione coll'esterno un elettrodo rettangolare *E* di platino (di 3 centimetri quadrati), situato nel tubo principale *A* parallelamente al suo asse, ma un po' al disopra di esso: il filo era protetto da un tubetto di vetro e questo circondato da un tubo di rete metallica (di nichel) comunicante coll'esterno; un cilindretto d'ambra, fissato con mastice all'estremità superiore del tubo *c*, serviva da isolante per l'elettrodo *E* e per il suo sostegno.

Nella femmina del giunto unito al tubo orizzontale *a* erano fissati, attraverso ad un tappo isolante, tenuto a posto con mastice a perfetta tenuta, tre fili di nichel racchiusi entro tubetti di vetro e disposti nello stesso piano verticale. Di questi fili il superiore terminava con un grosso filo di platino ed un elettrodo piano di platino *E'*, identico in forma e grandezza ad *E*, il secondo con un disco di nichel munito di forellini e normale al filo, l'ultimo con un piccolo cucchiaio, pure di nichel. Quando il giunto era in sito, l'elettrodo *E'* veniva a disporsi parallelamente e di fronte ad *E* nel tubo *A*; mentre il sistema del disco e del cucchiaio veniva a trovarsi entro al tubo *b*. Il tubo *A* ed una parte del tubo *a* unito ad esso e conducente al giunto erano circondati da un grosso tubo di rame e questo poteva essere riscaldato mediante una stufa elettrica tubulare a resistenza; alla sua volta il tubo *b*, contenente il sistema del disco e del cucchiaio, si trovava internamente ad un altro tubo di rame saldato al primo e pure riscaldato elettricamente con stufa separata. Il tubo di rame, oltre proteggere, quando posto a terra, l'interno dell'apparecchio dalle azioni elettrostatiche esterne, serviva a meglio assicurare la uniformità di temperatura lungo ciascuno dei tubi; la temperatura, tanto del largo tubo *A* contenente i due elettrodi *E* e *E'*, quanto del tubo *b* (contenente il sistema del disco e del cucchiaio), era indicata da due distinte coppie termoelettriche, di cui una saldatura, isolata entro un tubetto di vetro a pareti sottili, era collocata tra il tubo di rame della stufa ed il tubo di vetro.

Il sodio usato per le esperienze era purificato colla mas-

sima cura, essendo la purezza del metallo condizione essenziale per avere risultati non incerti; siccome il sodio viene ordinariamente conservato sotto olio di nafta, è molto difficile liberarlo completamente da traccie di idrocarburi; per giungere ad un buon risultato si tagliava la parte interna di un cilindro di sodio in piccoli pezzi che si ponevano in tubi di vetro con benzolo puro (prima distillato sul sodio): questi tubi venivano poi chiusi alla fiamma, quindi riscaldati sino a fusione completa del sodio: si otteneva in questo modo un cilindretto di sodio, già pressochè libero da residui di nafta: questo cilindretto si fondeva poi nuovamente entro un tubo di vetro (leggermente inclinato e affilato ad un estremo) in una corrente di anidride carbonica secca; il sodio raccolto per sgocciolamento in una capsuletta veniva ancora distillato nel vuoto della Gaede, quindi conservato in anidride carbonica in presenza di anidride fosforica e pezzi di sodio.

Per quanto, usando tutte queste precauzioni, il sodio sia secondo ogni probabilità completamente scevro di idrocarburi, tuttavia riscaldato nel vuoto svolge dapprima ancora idrogeno (conforme alle osservazioni di Wood e Okano già citate), come risulta dalla diminuzione di vuoto e dal presentarsi dello spettro dell'idrogeno in un tubetto di scarica collegato all'apparecchio: tuttavia, dopo aver portato a temperatura elevata e fatto nuovamente il vuoto, lo sviluppo di idrogeno è minimo. Ciò malgrado, è certo tuttavia che le esperienze, anche eseguite in vapori di sodio con vuoto da azoto, sono in realtà in una miscela di azoto e idrogeno a bassa pressione.

Per eseguire un'esperienza si faceva il vuoto nell'apparecchio riscaldando a temperatura di almeno 200°: poi si faceva rientrare l'aria, si toglieva il giunto a smeriglio portante il cucchiaio e si poneva in questo un pezzetto di sodio a superficie tagliata di fresco; si poneva rapidamente il giunto a posto e immediatamente dopo si faceva il vuoto: questa serie di operazioni non durava più di un minuto, di modo che il sodio non restava notevolmente ossidato.

Il sistema del cucchiaio portante il sodio e del disco traforato aveva per ufficio di arrestare gli elettroni provenienti dalla superficie del sodio fuso: a tale scopo, essendo il disco in comunicazione col suolo, il cucchiaio era collegato ad uno dei

poli di una batteria di piccoli accumulatori, di cui l'altro polo era pure in comunicazione col suolo.

Le esperienze eseguite e descritte in appresso hanno dimostrato che praticamente era sufficiente di stabilire tra il disco ed il cucchiaio una differenza di potenziale di 100-120 Volt (essendo il cucchiaio in comunicazione col polo positivo della batteria) per arrestare completamente gli elettroni emessi dalla superficie del sodio fuso.

Si sarebbe potuto tuttavia temere che un'emissione di elettroni avesse luogo per parte del sodio eventualmente condensato nelle parti fredde dell'apparecchio, emissione che avrebbe falsato ogni resultato delle esperienze. (D'altra parte, volendo usare il metodo elettrometrico, ed essendo quindi necessario un isolamento elevatissimo, era impossibile riscaldare tutto l'apparecchio). Per evitare questo inconveniente, nel tubo orizzontale in cui passano i tubetti portanti il sistema del disco e del cucchiaio si disponeva un tappo di fibre d'amianto che, mettendo a posto il giunto, veniva compresso tra i tubetti stessi e la parete interna del tubo e perciò da questa parte il vapore di sodio restava confinato nella parte calda dell'apparecchio; per quanto poi riguarda il tubo nel quale passa il sostegno dell'elettrodo E, essendo esso collegato lateralmente alla diramazione che portava alla Gaede e quindi in comunicazione permanente o ad intervalli colla pompa stessa, non si aveva su di esso visibile deposito di sodio: ad ogni modo la rete posta in questo tubo e carica positivamente di fronte alla parete interna del tubo leggermente conduttore nella parte calda e posto a terra produceva un campo capace di trattenere i pochi elettroni che qui si potessero formare.

Che colle disposizioni adottate fosse soddisfatta una delle condizioni essenziali dell'esperienza, l'assenza cioè nel tubo contenente gli elettrodi E ed E' di elettroni emessi dalla superficie del sodio, risulta dal fatto che alla temperatura di circa 300° e nelle condizioni precedentemente descritte e col sodio sul cucchiaio non si aveva dispersione maggiore che nell'aria o nell'azoto rarefatti; ma, se si invertiva il campo tra il disco ed il cucchiaio (rendendo cioè questo negativo e quello positivo), già alla temperatura di 170° la dispersione era così forte che l'elettroscopio (se caricato positivamente a 280 Volt) si scaricava completamente in pochissimi secondi.

6. — In tutte le esperienze eseguite per la misura della conducibilità del vapore l'elettrodo E era collegato ad un elettroscopio a foglia di alluminio con lettura a scala riflessa e microscopio: esso era graduato e tarato sino a 290 Volt, corrispondendo una divisione (della quale si poteva valutare il decimo) in media a 15 Volt. La capacità del sistema elettroscopio — filo di comunicazione — elettrodo E (misurata per confronto con un condensatore campione ad aria) risultò di 0,0000352 microfarad: perciò se ΔV indica la caduta di potenziale in Volt del sistema disperdente durante un secondo, la intensità totale I di corrente sarà:

$$I = 0{,}0000352 \cdot 10^{-6} \cdot \Delta V = 3{,}52 \cdot 10^{-11} \cdot \Delta V \text{ Ampère}$$

e quindi per unità di area dell'elettrodo, cioè per cm²:

$$i = \frac{I}{3} = \frac{3{,}52 \cdot 10^{-11}}{3} \Delta V = 1{,}17 \cdot 10^{-11} \cdot \Delta V \text{ Ampère.}$$

7. — Le esperienze di conducibilità eseguite colla disposizione indicata contemporaneamente a quelle sull'assorbimento per parte dei vapori di sodio della doppia D hanno mostrato uno stretto legame tra i due fenomeni, rivelando pure alcune particolarità interessanti che risulteranno da una descrizione delle singole esperienze che verrà esposta in una prossima nota.

Torino, Istituto Fisico della R. Università, marzo 1918.

L'Accademico Segretario
CARLO FABRIZIO PARONA

CLASSI UNITE

Adunanza del 7 Aprile 1918

PRESIDENZA DEL SOCIO PROF. COMM. ANDREA NACCARI
PRESIDENTE DELL'ACCADEMIA

Sono presenti, della Classe di Scienze fisiche, matematiche e naturali, i Soci D'Ovidio, Direttore della Classe, Peano, Jadanza, Guareschi, Guidi, Parona, Mattirolo, Grassi, Somigliana, Fusari, Panetti, e il Socio nazionale non residente Volterra; della Classe di Scienze morali, storiche e filologiche, i Soci S. E. Boselli, Direttore della Classe, Pizzi, De Sanctis, Brondi, Einaudi, Baudi di Vesme, Schiaparelli, Patetta, Prato, Cian, Valmaggi, e Stampini, Segretario della Classe che funge da Segretario delle Classi unite.

È scusata l'assenza del Socio Sforza.

È letto e approvato l'atto verbale dell'adunanza delle Classi unite del 17 marzo u. s.

Il Presidente Andrea Naccari, trovandosi per la prima volta a presiedere l'Accademia in adunanza di Classi unite, ringrazia i Soci per l'onore che gli vollero tributare con unanime voto chiamandolo all'alto ufficio, sebbene avesse pregato che su altri cadesse la scelta loro. Dichiara che farà tutto il possibile per corrispondere alla fiducia de' Colleghi, sull'esempio de' suoi predecessori D'Ovidio, Boselli e Camerano, del quale rimpiange l'immatura morte. E poichè i Colleghi han voluto, nell'eleggerlo a loro Presidente, tener conto del fatto che egli appartiene alle terre Venete invase dal nemico, accoglie il loro fervido augurio che cessi presto il martirio di quelle popolazioni.

Il Socio S. E. Boselli è certo di interpretare l'animo di tutti i Colleghi, affermando che l'Accademia ha scelto a suo Presidente Andrea Naccari, perchè uomo la cui eminente attività scientifica da lunghi anni onora l'Università torinese e la nostra Accademia. Anche senza lo speciale sentimento, che nelle circostanze attuali desta ne' cuori italiani il Veneto invaso e oppresso dalla barbarie nemica, la nomina del Presidente sarebbe pur sempre stata quella che fu, in omaggio al valore scientifico del Socio Naccari rifulgente altresì nelle sue numerose relazioni sui Premi che l'Accademia conferisce. S. E. Boselli termina ripetendo l'augurio che le terre del Veneto, per il valore dell'esercito e per la costanza del Paese, tornino quanto prima all'amplesso della Patria. L'Accademia applaude.

Il Presidente, dopo aver rivolto un saluto al Socio nazionale non residente Senatore Volterra, dà facoltà di parlare al Socio Tesoriere Einaudi, che legge ed illustra il Bilancio consuntivo dell'anno 1917, il quale, messo in votazione, è approvato all'unanimità. Poscia il Socio Tesoriere dà lettura del Bilancio preventivo per l'anno corrente 1918, che è del pari approvato all'unanimità; ed il Presidente rivolge parole di vivo encomio al magistrale lavoro del Tesoriere, sulla proposta del quale, già suffragata dall'approvazione del Consiglio d'amministrazione, l'Accademia approva che, durante l'esercizio corrente, le *Note* dei Soci nazionali, da pubblicarsi negli *Atti*, possano avere, ciascuna, l'estensione di 24 pagine di stampa, anzichè di 16, fermo restando che nessun Socio nazionale potrà nell'anno pubblicare negli *Atti* più di quattro sue *Note*.

Si procede alla votazione per il conferimento del XX Premio Bressa relativo al quadriennio 1913-1916, secondo le norme contenute nell'art. 7 del Regolamento interno pel conferimento del detto Premio. E questo risulta conferito al Prof. Comm. Paolo Orsi, Direttore del Museo Archeologico di Siracusa, per i profondi e larghi studi archeologici da lui pubblicati negli anni 1913-1916.

Relazione sulle opere presentate o proposte per il XX premio BRESSA.

La Commissione del XX premio Bressa deve, secondo il Regolamento, rendervi conto dei suoi giudizi intorno alle opere presentate dagli autori e proposte da soci.

Furono presentate dagli autori le opere seguenti:

1° MORANDI Dott. LUIGI, *Fièvre aphteuse*. Diversi foglietti sciolti.

2° PISANI Dott. MICHELE, *Cura del tracoma e della cheratite vasculosa superficiale con l'autosieroterapia*. Opuscolo. Cosenza, 1914. — *La Cataforesi nella terapia delle lesioni sifilitiche dell'occhio*. Opuscolo. Cosenza, 1915.

3° GORINI Prof. COSTANTINO, *Studi di batteriologia agraria*. 26 opuscoli.

4° ANASTASIA Dott. GIUSEPPE EMILIO, *Araldica Nicotianae*. 2 volumi. Scafati, 1914.

5° ROSSI Prof. ANDREA GIULIO, *Un trasformatore dinamico per correnti alternate*. Due Note.

Riferiamo i giudizi cortesemente forniti alla Commissione dai soci, che per la loro speciale competenza furono pregati di esaminare le singole opere:

1° Gli scritti del Dott. Morandi sulla febbre aftosa hanno più il carattere di annunci di giornali che quello di lavori scientifici. Alcuni di quei foglietti portano la firma del Dott. Morandi, altri hanno firme diverse, come Baccelli, Tittoni, Scotton, ecc., o hanno un'indicazione anonima come un agricoltore, un bresciano, un infelice, ecc. Tutti questi scritti hanno il fine di decantare un rimedio contro l'afta epizootica e contro il colera dei polli. Il rimedio, che fu certamente proposto già prima del 1899, consiste per l'afta in una lavatura della piaga con

acqua pura susseguita da una spugnatura d'infuso di timo serpillo.

Contro il colera dei polli si suggerisce la somministrazione di quattro cucchiaiate dello stesso infuso per ciascun pollo.

Per più ragioni evidenti tali scritti non possono nemmeno essere discussi per il premio.

2° Il Dott. Michele Pisani ha presentato due scritti di oculistica. Il primo è una brevissima Nota, in cui l'autore parla di sei casi di tracoma con cheratite vasculosa guariti con l'autosieroterapia. L'A. fonda il suo metodo sulla ipotesi molto discutibile che l'organismo del tracomatoso, reagendo come reagisce in alcune infezioni generali, produca antitossine speciali. Suppone pure che queste antitossine possano raccogliersi nel siero delle flittene prodotte da un vescicante applicato alla regione temporale del paziente. Egli estrae il siero da quelle vescicole e lo inietta con una siringa di Pravatz nel sacco congiuntivale o nella congiuntiva bulbare. Dalla descrizione soverchiamente succinta dei casi è difficile trarre un giudizio.

Il secondo lavoro è un'altra breve Nota, in cui l'A. parla di tre casi di malattie sifilitiche del bulbo oculare curate con la cataforesi e con tale sussidio terapeutico portate a guarigione o migliorate. La cataforesi consiste nel far pervenire del mercurio alla parte ammalata mediante la corrente elettrica. Le osservazioni, oltre ad essere molto scarse, sono anche troppo compendiosamente descritte e non possono convincere della bontà del metodo proposto. In conclusione nè l'uno, nè l'altro dei lavori presentati dal Dott. Pisani è tale da poter essere proposto per il premio.

3° Il Prof. Costantino Gorini della R. Scuola superiore di Agricoltura di Milano presentò 26 Note, che possono esser divise in tre gruppi. Undici di queste vennero pubblicate nel quadriennio 1913-16. Il primo gruppo riguarda i batterii del latte, il secondo l'applicazione degli studi batteriologici alla fabbricazione dei formaggi e il terzo l'applicazione degli studi stessi alla conservazione dei fieni.

È opportuno premettere che il Gorini iniziò i suoi lavori batteriologici fino dal 1894 e che l'opera sua fu feconda di buoni risultati, specialmente nel campo pratico, come fu rico-

nosciuto dall'Accademia dei Lincei, che gli assegnò il premio Santoro.

Quattro delle Note pubblicate nell'ultimo quadriennio appartengono al primo dei tre gruppi. Nel 1915 l'A. osservò che le basse temperature favoriscono l'attività proteolitica dei fermenti lattici, e che anche il substrato, in cui i batterii si sviluppano, ha influenza sull'attività stessa. In un'altra Nota dello stesso anno l'A. esaminò la resistenza dei batterii non sporigeni alle alte temperature. A spiegare la sopravvivenza di quei batterii l'A. rigetta l'ipotesi dell'esistenza di specie microbiche dotate di particolare resistenza al calore, e invece ammette un'influenza protettrice d'inviluppi caseinici formatisi intorno ai germi.

Questi scritti e anche un altro del 1916 su argomento affine, se possono avere qualche interesse per la pratica, hanno poca importanza scientifica, perchè le osservazioni e le esperienze vi sono fuggevolmente accennate e vi si dà troppo campo ad ipotesi.

Il secondo gruppo contiene dodici Note sul metodo razionale di fabbricazione dei formaggi. La batteriologia casearia ha dimostrato l'esistenza di fermenti utili e di dannosi. La buona riuscita della fabbricazione dipende dalla prevalenza dei primi sui secondi. Specialmente per merito del Gorini si riuscì a scegliere i fermenti più vantaggiosi; ma convien notare che delle dodici Note che trattano dell'argomento, tre sole vennero pubblicate nel quadriennio 1913-16.

Il terzo gruppo comprende nove Note che trattano di studi batteriologici sui fieni conservati nei silò. L'A. osservò come nei foraggi male conservati, accanto ad una microflora utile, ne esista una dannosa, la quale passa nel latte e nei prodotti che se ne ottengono. L'A. studiò poi il modo di eliminare dai silò i fermenti dannosi e di farvi sviluppare i benefici. La temperatura ha in ciò molta influenza: a 60° gradi si sviluppa di preferenza la flora dannosa, mentre al di sotto di 50° si mantiene rigogliosa la flora utile.

Dall'esame delle Note presentate dal Prof. Gorini risulta che quelle di esse le quali cadono nel quadriennio 1913-16 non sono che complementi di lavori precedenti. Nessuna di esse

tratta argomenti nuovi. Per ciò l'opera del Prof. Gorini nel detto quadriennio non può essere presa in considerazione per il premio.

4° L'opera in due volumi col titolo *Araldica Nicotianae* presentata dal Dott. Anastasia contiene gli studi fatti dall'A. intorno alla filogenesi delle varietà di *Nicotiana Tabacum* Linn. Il lavoro condotto con molta diligenza e con dovizia di osservazioni sopra numerosissime razze di Nicoziana, illustrato da circa 200 tavole e figure disegnate dal vero dall'A., costituisce un importante contributo allo studio d'una fra le più intricate questioni di filogenia. Con un esame prolungato per sette anni di moltissime razze di Nicoziana negli stabilimenti governativi dei tabacchi, l'A. s'è persuaso che nelle particolarità morfologiche degli stami e degli stimmi sieno da ricercarsi, come egli dice, le stimmate dell'ibridismo fra le razze differenti. Il nome dato al libro deriva appunto dal concetto che lo stimma sia l'organo, che raccoglie i segni specifici e si possa ritenere come lo stemma famigliare.

Il libro del Dott. Anastasia è frutto di lungo e accurato lavoro, ma non ha tale importanza da poter essere considerato come meritevole del premio Bressa.

5° Il Dott. A. G. Rossi presentò due Note intitolate: *Un trasformatore dinamico per correnti alternate.* L'A. espone la teoria di una macchina composta essenzialmente di un disco di rame, che gira in mezzo a due parti fisse o statori, portanti avvolgimenti multipolari identici, ma spostati di un semipasso magnetico, in modo da non esercitare induzione direttamente fra loro. Alimentando uno degli statori con corrente alternata, nell'altro statore non si ha corrente indotta finchè il disco di rame sta fermo; invece, se questo gira, le correnti in esso indotte dànno origine ad altre correnti indotte nel secondo statore.

Con una minuta discussione teorica l'A. cerca di porre in chiaro il modo di variare delle correnti, delle forze elettromotrici, delle loro fasi, dell'energia disponibile nel circuito secondario in relazione con quella spesa nel primario, delle resistenze, delle reattanze, ecc.

Benchè l'A. abbia dichiarato nella prima Nota che lo strumento da lui imaginato aveva uno scopo speciale e benchè nelle

figure abbia dato ad esso il nome di *relais* telefonico, manca nelle due Note ogni accenno all'importanza che la macchina può avere nelle applicazioni. Il lavoro del Rossi è certamente interessante in quanto esamina con diligenza le proprietà di un apparecchio, che potrà forse avere qualche utile applicazione, ma non vi si trovano dei risultati teorici e pratici di tale importanza da renderlo meritevole di essere preso in considerazione per il premio.

Veduto così come nessuna delle opere presentate dagli Autori sia stata giudicata degna d'essere proposta per il premio, passiamo alle opere proposte da Soci.

. . . . (1)

Fu infine proposto da Soci come meritevole del premio il prof. Paolo Orsi per gli scavi e le scoperte da lui fatte nella Sicilia e nella Magna Grecia e per le pubblicazioni, nelle quali ne ha dato ampia illustrazione. Paolo Orsi da Rovereto serve da lunghi anni con zelo indefesso la patria italiana e si è acquistato somme benemerenze verso la scienza con i suoi studi sulle antichità preistoriche della Sicilia orientale e sulla topografia di Siracusa e di molte altre città greche ed indigene di Sicilia. Egli ha reso il Museo nazionale di Siracusa, per l'importanza dei materiali raccolti e per la sapienza dell'ordinamento, uno dei principalissimi d'Italia, anzi, in genere, del mondo civile. Nell'ultimo quadriennio poi, oltre ai moltissimi scavi di minor conto, egli ha condotto larghe esplorazioni accanto al tempio di Athena Ortygia in Siracusa, feconde di risultati importantissimi per la topografia siracusana e la storia dell'arte antica. Inoltre ha esplorato sistematicamente parecchi centri archeologici della Magna Grecia, tra i quali Caulonia.

---

(1) A norma dell'art. 5 del *Regolamento interno pel conferimento dei Premi Bressa*, è qui ommessa la parte della *Relazione* stampata, distribuita ai soli Soci nazionali residenti e non residenti, che riguarda un altro candidato proposto da Soci e giudicato meritevole del premio insieme con Paolo Orsi dalla Commissione che deferì la scelta tra i due all'Accademia. Si pubblica invece la parte concernente l'Orsi, perchè ad esso fu aggiudicato il premio.

Gli Accademici Segretari
CARLO FABRIZIO PARONA
ETTORE STAMPINI

Caulonia, antica e importante colonia crotoniate, che combattè sul principio del IV secolo contro Dionisio il Vecchio e che nel III secolo si alleò con Roma per poi venire durante la seconda guerra punica in mano di Annibale, decadde dopo quella guerra a tal segno, che a poco a poco si dimenticò fin la sua ubicazione. Gli eruditi la collocarono in generale presso Castel Vetere, sulla sinistra dell'Allaro o anche nel sito dell'attuale Squillace o dell'attuale Stilo. L'Orsi per primo propose l'ipotesi che sorgesse a capo Stilo: ipotesi che ora hanno reso certezza le tre campagne di scavo, di cui l'Orsi stesso rende conto nel monumentale lavoro su Caulonia (Roma, 1916; estr. dai " Mon. Ant. dei Lincei ", vol. XXIII). L'Orsi ha rivolto anzi tutto la sua attenzione alle mura di Caulonia, di cui ha potuto seguire quasi intero il percorso e riconoscere gli ampliamenti, ed è riuscito a dare così, compiuta nel tutto insieme e nei particolari, la imagine di una piccola fortezza del secolo VI-V a. C. Ciò è tanto più importante in quanto lo studio dell'architettura militare nel territorio della Grecia e delle sue colonie è stato fin qui assai trascurato; e, come è noto, manca ancora uno studio veramente soddisfacente sulle fortificazioni di Siracusa. Quelle di Caulonia, oltre all'interesse militare, sono anche notevolissime dal lato costruttivo e costituiscono, come dice l'Orsi, una rivelazione ed un fatto nuovo nella tecnica muraria. Infatti, mentre nell'Asia Minore e nella Grecia, secondo asserisce uno dei migliori conoscitori dell'architettura greca, il Dörpfeld, non si conosce ancora verun edificio preromano, le cui mura sieno fabbricate con calce, non è dubbio che a Caulonia, in mura anteriori alla decadenza della città, cioè anteriori a Dionisio il Vecchio, troviamo la calce impiegata assai sovente per collegare i grossi ciottoli, di cui sono costituiti i paramenti delle mura, e ciò perchè i Cauloniesi, non potendo procurarsi se non con grave difficoltà e spesa la pietra da taglio, usando il materiale che il paese forniva, dovettero sviluppare originalmente la tecnica muraria adatta a quel materiale.

Oltre le mura l'Orsi ha studiato in Caulonia i resti delle abitazioni, il tempio, la necropoli.

Importante dal lato architettonico è il tempio greco entro le mura della città, rimasto fino ad ora affatto ignoto, di cui

l'Orsi ha scoperto lo stilobate, imponente rettangolo di m. 41,20 per 18,20, e illustrato accuratamente gli altri resti, concludendo che si tratta d'un tempio dorico perittero esastilo, della prima metà del V secolo a. C., con coronamento fittile di carattere ionizzante.

Con la consueta felicità d'intuizione ha saputo poi l'Orsi porre la mano anche sulla necropoli di Caulonia, sfuggita sin qui sia alla curiosità degli archeologi, sia all'avidità degli scavatori abusivi; ed ha scavato oltre cento sepolcri, in massima parte peraltro assai poveri, che si distribuiscono cronologicamente fra il VI e il IV secolo a. C., ove è degna di nota la prevalenza assoluta del rito dell'inumazione e la mancanza pel V secolo di vasi d'importazione attica.

Un'altra città, la cui ubicazione, grazie alle ricerche dell'Orsi, può dirsi ormai assodata, è Medma. Questa antica colonia locrese, ricordata già da Ecateo, veniva collocata generalmente a Nicotera presso il golfo di Gioia, e solo pochi eruditi aveano accennato all'ipotesi che dovesse essere più a sud sulla sinistra del fiume Mésima, ov'è la moderna Rosarno. Quivi l'Orsi, in due brevi ma fortunatissime campagne di scavo, rinvenne la grande favissa d'un tempio, che senza dubbio doveva essere principalissimo fra quelli di Medma, probabilmente il tempio della divinità maggiore dei Locri Epizefirii, Persefone. La favissa fornì centinaia e centinaia di oggetti fittili e metallici che sono già stati in parte illustrati dall'Orsi nelle *Notizie degli scavi.* Dell'importanza di questo materiale e dell'interesse che ne ha l'illustrazione, può dare un'idea il fatto che si tratta di una serie di terrecotte, le quali si dispongono cronologicamente dal principio del VI alla metà del V secolo a. C. e in cui si rispecchia tutta l'evoluzione della plastica dalle produzioni infantili dell'arte arcaica fino all'età dei precursori di Fidia. Vi sono in particolare, oltre a varie centinaia di teste fittili, alcune di singolare bellezza, che costituiscono un complesso di opere d'arte vasto ed omogeneo, quale forse non ha riscontro in tutto il mondo greco: importantissime non meno per la storia dell'arte che per quella del costume, permettendo esse di studiare i minimi particolari dell'acconciatura e dell'adornamento femminile circa il 500 a. C. Tutto questo materiale l'Orsi non

si è limitato a scoprirlo e a darne una parziale e provvisoria pubblicazione, ma ha cercato di utilizzarlo acutamente per la storia dell'arte antica, mostrando come si fondessero in Medma una corrente peloponnesiaca ed una ionica con una attica che nel V secolo s'impose alle precedenti, e cercando di delineare l'opera di Pitagora di Reggio nel fondere questi indirizzi e nell'utilizzarli originalmente per le sue creazioni.

Questi cenni, che potrebbero facilmente essere ampliati, bastano a mostrare l'importanza degli scavi e delle scoperte dell'Orsi, le sue doti felici di ricercatore e quelle non meno singolari d'intelligente ed erudito illustratore dei monumenti da lui rinvenuti.

. . . .

La Commissione

GIAMPIETRO CHIRONI, *Vicepresidente dell'Accademia, Presidente*
ENRICO D'OVIDIO
ANDREA NACCARI, *Relatore*
CARLO FABRIZIO PARONA
GUIDO GRASSI
CARLO SOMIGLIANA
GAETANO DE SANCTIS, *Segretario della Commissione*
FRANCESCO RUFFINI
ETTORE STAMPINI
ERNESTO SCHIAPARELLI
FEDERICO PATETTA

Gli Accademici Segretari
CARLO FABRIZIO PARONA
ETTORE STAMPINI

CLASSE
DI
SCIENZE MORALI, STORICHE E FILOLOGICHE

Adunanza del 7 Aprile 1918

PRESIDENZA DEL SOCIO PROF. COMM. ANDREA NACCARI
PRESIDENTE DELL'ACCADEMIA

Sono presenti i Soci S. E. BOSELLI, Direttore della Classe, PIZZI, DE SANCTIS, BRONDI, EINAUDI, BAUDI DI VESME, SCHIAPARELLI, PATETTA, PRATO, CIAN, VALMAGGI, e STAMPINI Segretario della Classe.

È scusata l'assenza del Socio SFORZA.

Si legge e si approva l'atto verbale dell'adunanza del giorno 17 marzo u. s.

Il Socio Direttore della Classe S. E. BOSELLI presenta alla Classe la *Prefazione* a stampa del Socio corrispondente Camillo MONTALCINI ai *Discorsi parlamentari di* RUGGERO BONGHI *pubblicati per deliberazione della Camera dei Deputati.* Tributa larghi elogi al lavoro del MONTALCINI, del quale menziona pure le monografie sulla Idea Nazionale premessa alle “ Assemblee del Risorgimento „ e quella premessa alle “ Assemblee della Cisalpina „. Osserva che il MONTALCINI ha dimostrato una rara abilità nel superare quasi tutte le non poche e non lievi difficoltà che presentava il tema preso a trattare, dovendosi in poche pagine delineare la figura di Ruggero Bonghi ritraendola dalle molteplici opere sue. La vita politica del Bonghi, la sua consuetudine

col Rosmini e col Manzoni, la sua figura di oratore, l'opera sua di ministro sono presentate dal MONTALCINI con sagacia ed imparzialità di critica. Non dimenticando la traduzione dei " Dialoghi di Platone ", la " Storia Romana ", lavoro incompiuto, e la " Vita di Gesù ", più particolarmente si sofferma a discorrere dell'opera del Bonghi rispetto alla Riforma universitaria e alle Relazioni tra la Chiesa e lo Stato; il che dà occasione al Socio S. E. BOSELLI di parlare della Legge delle guarentigie, risalendo alle sue origini e accennando alle sue deviazioni. Non sono dimenticati i sentimenti religiosi del Bonghi, ed è illustrata l'opera amorosamente consacrata al Convitto di Anagni, nonchè alla Società Dante Alighieri. La Classe ringrazia e si rallegra col referente e con l'autore.

L'Accademico Segretario STAMPINI, ricordata la multiforme opera scientifica del compianto Socio corrispondente Francesco NOVATI, presenta alla Classe il recentissimo volume che, col titolo appunto di *Francesco Novati*, gli fu dedicato dalla Società Storica Lombarda per illustrarne " sotto i principali aspetti la molteplice e meravigliosa attività ". La Classe ringrazia la Società Storica Lombarda per il dono graditissimo.

Sono presentate, per la pubblicazione negli *Atti*, dal Socio PATETTA una *Nota* intitolata *Di alcuni manoscritti posseduti dalla Reale Accademia delle Scienze*; dal Socio PRATO una *Nota* dal titolo *Le fonti storiche della legislazione luogotenenziale. Il calmiere delle pigioni*; e dal Socio VALMAGGI una *Nota* che s'intitola *Circumnavigazione della Britannia?*

LETTURE

Di alcuni manoscritti posseduti dalla Reale Accademia delle Scienze di Torino

Nota I del Socio nazionale residente FEDERICO PATETTA

L'Accademia delle Scienze di Torino, oltre a carteggi preziosissimi, ad alcuni documenti originali (1) e a molti quaderni e fogli sciolti (fra i quali si trova una quantità di lavori presentati alle Classi e non tutti stampati nelle Memorie accademiche), possiede un discreto numero di volumi manoscritti, in buona parte ignoti agli studiosi (2).

(1) Fra le poche pergamene sciolte è specialmente notevole un rotolo in un sol pezzo, di mm. 710 per 172, indubbiamente del secolo XIV e che sembra essere l'originale della così detta *Cronachetta del 1314*, conosciuta finora per una sola copia settecentesca, che è nel cod. 115 della Biblioteca del Re in Torino. La *Cronachetta* è uno dei più antichi rifacimenti del *Chronicon parvum Ripaltae*, pubblicato dal Gabotto nel fasc. 100 della nuova raccolta dei *Rer. italic. Scriptores*. Siccome nessuno dei mss. usati per l'edizione del *Chronicon* e delle *Continuationes priores* è anteriore al secolo XVII, la nostra pergamena viene per sè stessa ad avere una certa importanza. Abbiamo inoltre in essa un nuovo esempio, da aggiungersi ai pochi già conosciuti, d'un libro od opuscolo scritto nel medio evo in forma di rotolo. L'autore della copia, che è nella Biblioteca del Re, probabilmente il Terraneo, annotò d'averla tolta, il 15 settembre 1768 (non 1718, come si legge per errore di stampa nel Gabotto, *l. c.*, pag. xv), da " un volume in pergamena scritto in bel carattere antico e che pare abbia qualche segno notariale, prestatomi dal signor avv. Carena, che dice averlo avuto da una figlia o vedova d'uno scritturale delli Archivi di Savoia, e che potrebbe essere il fu Gaillard ". Il *volume di pergamena* dovrebbe essere appunto il nostro rotolo, che trovai fra carte di provenienza Gazzera, e che ha, in basso e a tergo, dei segni aventi qualche analogia con quelli usati dai notai.

(2) Nessun accenno a manoscritti posseduti dall'Accademia si trova nell'*Iter italicum* del Bluhme, in quello del Pflugk-Harttung e nelle *Nach-*

Questi volumi, molti dei quali erano frammischiati alle opere a stampa, si cominciarono a raccogliere e ad ordinare poco prima del 1890, sotto la direzione del compianto socio barone Antonio Manno (1). I codici ordinati furono posti in un armadio, nel quale occupano tre palchetti intieri, colle segnature *MM*, III, IV e V, e gran parte di altri tre, colle segnature *NN*, III, IV e V. Nei primi tre palchetti si trovano rispettivamente 23, 31 e 39 volumi; negli altri tre 16, 15 ed 11 volumi. Abbiamo così complessivamente 135 codici ordinati. Il numero sale poi a 250 e più, computando i codici trovati in seguito e ancora da ordinare, i quali serviranno a completare i palchetti delle segnature *NN* e a riempirne alcuni altri, pei quali potremo far uso delle stesse segnature *MM* ed *NN* coi numeri progressivi VI, VII ed VIII.

I codici, che erano posti fra gli stampati, sono registrati sommariamente in schede, che facevano parte del catalogo generale e ne furono tolte quando si pensò al nuovo ordinamento. Tali schede, che di regola non hanno intrinsecamente alcun valore, sono spesso importanti, perchè, quando si tratta di vo-

---

richten del Bethmann: nulla nella *Biblioth. bibliograph. ital.* dell'Ottino e del Fumagalli. Alcuni codici sono però citati qua e là nella *Bibliografia storica degli Stati della Monarchia di Savoia* e in qualche altra pubblicazione. Ricordo, per esempio, che il mss. *MM*, V, 32 fu usato dal Lumbroso, *Memorie ital. del buon tempo antico*, Torino, 1889, pag. 181, nota; il ms. *MM*, III, 23 da C. Merkel in *Rendic. della R. Accad. dei Lincei*, S. V, vol. II, Roma, 1893, pag. 451 e segg.; la storia ms. dei vescovi di Vercelli del Fileppi dal Savio, *Gli antichi vescovi d'Italia*, I, Torino, 1899, pag. 420. Il ms. degli Statuti di Ceva (fra i non ordinati) è registrato nella *Bibliografia* cit., n. 16440, e quindi nella *Bibliografia* statutaria del Fontana. Il ms. *NN*, III, 9 e alcuni altri non ordinati, concernenti Tortona, sono citati nei *Regesta pontificum romanorum, Italia pontificia*, VI, 2, Berlino, 1914, pag. 211. Il ms. *MM*, III, 8, di provenienza Vidua (G. E. Rumphius, *De Ambonsche Historie*), fu mandato in prestito, nell'aprile del 1902, all'Acc. delle Scienze d'Amsterdam, per uso del prof. J. E. Heeres, il quale ne fece cenno in *Rumphius' Levensloop*, estr. da *Rumphius Gedenkboek*, Haarlem, 1902, pagine 16 e 221.

(1) Il barone Manno aveva egli stesso intrapresa la compilazione d'un doppio schedario, per autori e per materie, così dei codici ordinati, come dei quaderni e fogli sciolti; ma il suo lavoro non fu disgraziatamente condotto a termine.

lumi appartenenti ad alcuno dei principali fondi entrati, in tempi diversi, nella biblioteca accademica, hanno in un angolo l'indicazione di provenienza.

Disgraziatamente non tutti i manoscritti erano stati registrati; ma ciononondimeno, esaminando le schede esistenti e tenendo conto delle eventuali annotazioni e di notizie varie sui singoli codici, possiamo distinguere fra i codici dell'Accademia due gruppi principali, l'uno di provenienza Vidua, l'altro facente parte del legato Gazzera.

I codici di provenienza Vidua si possono riconoscere tutti, o quasi tutti, coll'aiuto delle vecchie schede, venti delle quali hanno l'annotazione *Vid(ua)*, e diciassette quella *Vidua-Leardi*. La prima annotazione si riferisce ai codici donati dal conte Pio Vidua nel 1833 e forse anche in qualche anno successivo; la seconda deve necessariamente spiegarsi con una nuova donazione (di cui per altro non ho potuto trovar notizia), nella quale sia entrata in qualche modo la famiglia Leardi, probabilmente in persona della contessa Clara Leardi di Terzo, parente del Vidua e che finì coll'esser erede di gran parte delle sostanze di lui.

Il conte Pio Vidua, Ministro di Stato del Re di Sardegna, aveva un unico figlio maschio, Carlo, nato a Casale nel 1785, il quale, dopo lunghi viaggi in molte parti d'Europa, nella Turchia Asiatica, nell'Egitto, nell'America del Nord, nelle Indie Orientali, nella Cina, nelle Filippine, a Giava, nelle Molucche, morì il giorno di Natale del 1830, all'entrata della baia d'Amboina, vittima della sua ardente passione per la scienza (1).

---

(1) Visitando in agosto del 1830 le solfatare di Lahendon nell'isola di Celebes, egli volle avvicinarsi troppo " *contro il consiglio degli astanti* " e scivolò nel fango bollente, scottandosi orribilmente tutta la gamba destra fin sopra il ginocchio. La piaga non si chiuse mai, cosicchè il disgraziato, già indebolito da eccessive fatiche, dovette soccombere. La *Vita di Carlo Vidua* fu scritta da Cesare Balbo e premessa al volume I delle *Lettere*, che citerò. Notizie importanti sono inoltre in J. H. de Boudyck-Bastiaanse. *Voyages faits dans les Moluques, à la Nouvelle-Guinée et à Célèbes avec le comte Charles de Vidua de Conzano, à bord de la Goëlette royale l'Iris*, Paris, 1845 (citato, inesattamente, da P. Amat di S. Filippo, *Biografia dei viaggiatori italiani*, 2ª ediz., 1882, pag. 569). Si veda anche l'opuscolo intitolato *Sarcofago alla memoria del conte Carlo Vidua...*, s. l. a. et t. (Bibliot. dell'Acc., *Miscell.*, vol. 372, nº 5).

Carlo Vidua, coltissimo, molto ricco e in condizione sotto ogni riguardo privilegiata, aveva raccolto nei suoi viaggi un materiale prezioso, fra cui erano moltissimi libri stampati e parecchi manoscritti, oltre ai suoi diarii e appunti per una grande opera, ch'egli meditava, sulle regioni da lui visitate. Le carte, ch'egli spediva a mano a mano alla casa paterna, e che aveva deposto presso varie persone, dovevano però esser bruciate, per esplicito ordine suo, quando egli fosse morto in viaggio. Moltissime andarono così distrutte; ma alcuni dei depositari contravvennero pietosamente al mandato (1), e anche da parte del padre " *si sostò al bruciare* " verso la fine del 1833, essendosi Cesare Balbo offerto " *per l'ordinamento e la pubblicazione* " (2). Comparvero infatti a Torino, nel 1834, il *Discorso sullo stato delle cognizioni in Italia* e tre volumi di *Lettere*. Non si potè invece o non si volle metter mano alla pubblicazione di un breve trattato *Sulla politica* o *Della vita politica*, e specialmente delle *Relazioni* di viaggi. Intanto il padre, fin dal 1833, aveva donato all'Accademia la copiosa e pregevolissima raccolta americana fatta dal figlio nel 1825, e " alcune altre delle anteriori e posteriori " (3). Il *magnifico dono* fu annunciato dal Presidente dell'Accademia, Prospero Balbo, alle Classi unite nella seduta del 24 novembre 1833 (4).

Ad una seconda donazione può far pensare una lettera del 14 dicembre 1838, che è fra le carte d'amministrazione e dalla

---

(1) Fra i contravventori fu pure il conte d'Agliè, ministro sardo a Londra, dai cui ultimi eredi ebbi io stesso molte carte personali e molti scritti autografi di Carlo Vidua concernenti i suoi viaggi.

(2) *Vita di Carlo Vidua* cit., pp. L e LI.

(3) *Vita* cit., pag. XXXV, nota.

(4) *Atti accademici* (mss.). *Classi unite*, 1816–1866, pag. 194: " Il Presidente annunzia pure il magnifico dono fatto all'Accademia nelle passate " ferie dal Conte Vidua, Ministro di Stato, consistente in libri, codici, ma- " nuscritti, oggetti di storia naturale, armi antiche e moderne, anticaglie " e simili cose, raccolte ne' suoi lunghi viaggi dal Conte Carlo, di lui " figliuolo, morto il 25 dicembre dell'anno 1830 in Amboina (isole Mo- " lucche) ". Dagli *Atti* (mss.) *del Consiglio d'Amministrazione*, 1828-1852, pag. 88, 18 aprile 1834, risulta che *i minerali, insieme con le conchiglie e le altre cose zoologiche del dono Vidua*, furono ceduti all'Università. Anche gli altri oggetti furono in seguito alienati; cosicchè restano all'Accademia i soli libri e manoscritti.

quale risulta, che si richiedeva all'Accademia *un foglio* " comprovante il dono fatto dal fu Ministro di Stato conte Vidua... di una quantità di libri proveniente dalla sua biblioteca di Casale ". Comunque sia, nelle schede segnate *Vidua* sono registrati tutti, salvo errore, i codici orientali, che possediamo, in numero di undici (1), più alcuni codici raccolti o fatti scrivere da Carlo Vidua e concernenti i paesi da lui visitati. Tredici delle schede segnate *Vidua-Leardi* riguardano invece codici occidentali, più o meno antichi, cinque dei quali membranacei: mentre nelle altre quattro schede sono registrati scritti, appunti e disegni di Carlo Vidua, specialmente sulle Filippine e sulle Molucche, legati in 12 volumi e in un atlante. Com'è noto, buona parte delle raccolte fatte da Carlo Vidua non sono del resto possedute dall'Accademia, ma dall'Istituto Leardi, fondato a Casale, dalla già ricordata contessa Clara, con testamento del 5 dicembre 1852.

Non meno importante del gruppo di manoscritti di provenienza Vidua dev'essere quello di provenienza Gazzera, del quale per altro non si può determinare l'entità se non molto approssimativamente.

L'accademico abate Costanzo Gazzera " legò all'Accademia la sua biblioteca col carico di pagare due mila lire al suo erede ". Il legato, col relativo onere, fu accettato dalla nostra Classe nella seduta del 12 maggio 1859 (2); e poichè la biblioteca non era catalogata, l'incarico di ordinarla e catalogarla fu subito dato all'assistente di segreteria avv. Gras (3). La maggior parte

---

(1) Dieci codici si trovano fra i già ordinati, colle segnature *MM*, IV, 17 e 25 (busta con vari frammenti staccati); *MM*, V, 1, 4, 23, 24, 27, 31, 38; *NN*, V, 8. Fra i non ordinati è invece il codice più antico e il solo membranaceo, cioè un volume in-folio, attribuito al secolo XI, col titolo stampato nel dorso " *Preghiere ed inni. Ms. siriaco estranghelo* ". Testi greci non abbiamo, all'infuori dei due miseri epigrammi, che ebbi occasione di pubblicare in questo stesso vol. degli *Atti* accademici, pag. 326-327.

(2) *Atti* (mss.) *della Classe di Scienze storiche*, ecc., 1840-1867, pag. 171. Cfr. *Atti* (mss.) *del Cons. d'Ammin.*, 1852-1871, pagg. 103 e 109.

(3) *Atti del Cons. d'Ammininistraz.* cit., pag. 114 (30 marzo 1860): " Il " cav. Gorresio... informa minutamente il Consiglio sulla ricchezza della " libreria legata all'Accademia dal compianto suo socio e segretario cava- " liere ab. Costanzo Gazzera, e coglie quest'occasione per tributare i de-

dei codici non dovette però esser catalogata, così come non fu catalogata se non molto più tardi la preziosissima raccolta d'opuscoli, rilegata in 184 volumi, e conosciuta col nome di *Miscellanea Gazzera*. Certo, fra le schede dei manoscritti undici sole portano l'indicazione della provenienza Gazzera, mentre è indubitato che di tale provenienza sono parecchi altri codici non catalogati e fra essi due dei più preziosi, segnati *MM*, V, 11 ed *NN*, V, 4. In generale, credo molto probabile la provenienza dal Gazzera di tutti i codici antichi, che non sono registrati nelle schede. Ma probabilità non è certezza, e perciò indicherò eventualmente tali codici come di provenienza ignota.

Gruppi di manoscritti di qualche importanza, all'infuori dei fondi Vidua e Gazzera, non abbiamo. I codici e le carte del Vernazza ci vennero, salvo eccezioni, col fondo Gazzera. Pochi codici, non antichi, sono fra *i libri di scienza militare* lasciati nel 1837 dal socio cav. Francesco Omodei (1). I nomi di Prospero Balbo, di (Domenico) Promis, del Cibrario, dello Sclopis e di altri Accademici compaiono isolatamente su alcuni pochi manoscritti; e non significano, del resto, che i manoscritti stessi ci siano sempre pervenuti direttamente dagli antichi proprietari.

Considerando ora l'assieme dei codici posseduti dall'Accademia (esclusi gli orientali, pei quali non avrei alcuna competenza), darò qualche notizia generale, e passerò poi a trattare, più o meno diffusamente, di alcuni volumi, che mi paiono più notevoli.

Diciotto manoscritti sono membranacei. Inoltre trentaquattro pergamene originali, dal 1251 al 1569, si trovano nel ms. *MM*, III, 23, insieme con documenti cartacei più recenti.

Riguardo all'età dei codici, giudico che trentacinque siano anteriori al secolo decimosesto, e che il primo posto per antichità spetti ad un libro liturgico del secolo XII, lacero e mutilo in più parti, proveniente dal monastero aretino di S. Fiora e Lucilla ed entrato nella nostra biblioteca col fondo Vidua-

---

" biti elogi all'avv. Gras, assistente alla Segreteria, pello zelo con cui at-
" tese a ordinarla e a comporne il catalogo ".

(1) *Atti del Cons. d'Amministraz.*, 1828-1852, pag. 106 (29 marzo 1837).

Leardi. Questo libro (*MM*, IV, 21), del quale dirò meglio in seguito, è ornato di molte iniziali colorate, assai interessanti. Vi sono inoltre alcuni pochi codici miniati, fra i quali è prezioso quello segnato *NN*, V, 7, ch'ebbi già occasione di descrivere (1). Del ms. *MM*, V, 9, con alcuni disegni colorati del secolo XV, dirò fra non molto. Per la legatura e per la provenienza meritano d'esser ricordati il ms. *MM*, III, 1, esemplare di dedica a Federico Gonzaga dei principi di Bozzolo, generale di Francesco I re di Francia, e il ms. *MM*, V, 19, già di Margherita moglie del duca di Savoia Emanuele Filiberto (2).

Passo finalmente all'esame di singoli manoscritti, che indicherò con numeri romani progressivi, aggiungendo fra parentesi le note di collocazione.

I (*MM*, V, 11).

Lettera sulla spedizione in Oriente e sulla morte dell'imperatore Federico Barbarossa. — Narrazione delle imprese d'una flotta di crociati tedeschi nell'anno 1189.

Codicetto membranaceo del principio del sec. XIII, composto d'un quaderno di otto carte e d'uno di quattro, cioè di 12 carte, di mm. 160 per 103, numerate a lapis. Fu trovato ad Aix di Provenza, nel 1837, fra " *i pochi e sudici volumi di un muriciuolaio* ", e acquistato " *per pochi soldi* " da Costanzo Gazzera, il quale lo descrisse nella sua *Notizia intorno ai codici manoscritti di cose italiane delle pubbliche biblioteche del mezzodì della Francia*... (3) (Torino, 1838, pagg. 47-50), e più accurata-

(1) *Una raccolta manoscritta di versi e prose in morte d'Albiera degli Albizzi*, in questo vol. degli *Atti*, pag. 290 e segg., 310 e segg.

(2) La legatura di quest'ultimo volume fu riprodotta in eliotipia, per cura dell'amico Vincenzo Armando, a corredo del suo articolo *Alcune vecchie legature artistiche inedite*, in " Archivio dell'Assoc. ital. fra amatori di Ex-libris ", I, 1 (Torino, 1911), pag. 7, n° 5. L'aver dovuto ricordare l'Armando m'offre l'occasione di rendergli pubblicamente vive grazie per l'aiuto datomi in queste ed in altre ricerche.

(3) La *Notizia*, che si trova anche separatamente colla data del 1838, è premessa al *Trattato della dignità di* TORQUATO TASSO, pubblicato dallo stesso Gazzera, Torino, 1839. L'Accademia ne possiede un esemplare con correzioni ed aggiunte autografe dell'autore (segn. *UU*, IX, 34).

mente nella monografia intitolata *Delle memorabili imprese di una flotta di crociati partita dalle foci della Schelda l'anno MCLXXXIX...*, Torino 1840 (estr. dalle " Memorie della R. Accademia delle Scienze ", serie II, tomo II, pag. 177 e segg.).

Il Gazzera stesso fece rilegare elegantemente il volumetto in pieno vitello, con impressioni a secco e fregi dorati e nel dorso l'iscrizione " *Crociat. iter. naval.* ".

I due quaderni, che erano probabilmente gli ultimi d'un volume in gran parte scomparso, sono scritti da mano non italiana, a 25-29 linee per pagina. Rimasero in bianco parte della c. 12ª e l'intera c. 12ᵇ. A margine della c. 3ᵇ è una prova di penna, di mano del secolo XIV (" *alie sunt vocales* "). A c. 11ᵇ si vede nel margine inferiore una testa muliebre, grossolanamente disegnata, forse da mano contemporanea al codice.

Questo contiene le due seguenti operette:

I (c. 1ª-3ᵇ): lettera sulla spedizione in Asia e sulla morte dell'imperatore Federico Barbarossa. Essa comincia, senza titolo, colle parole " Credentes sanctitatem vestram esse cupidam habendi notitiam rerum circa nos gestarum... "; e, come osservò il Gazzera, fu pubblicata già dall'Urstisius (*Germaniae historicorum illustrium... tomus unus,* Francofurdi, 1585, pagg. 560-562). Fu poi ristampata più volte, e da ultimo nei *Monum. Germaniae histor.*, SS., XX, pag. 494-496, col titolo, aggiunto dall'editore, di *Epistola de morte Friderici imperatoris.* Pare che le edizioni dipendano da un solo codice, il Guelferbitano Helmstad. 206, della fine del secolo duodecimo. Il nostro codice, la cui esistenza sfuggì all'editore dei *Monumenta* nonostante la notizia datane dal Gazzera, offre, in confronto colle edizioni, una grande quantità di varianti, alcune delle quali ottime, altre, che fanno pensare a una redazione alquanto diversa dalla conosciuta. Esso inoltre ha dopo la lettera la seguente avvertenza: " Hanc cartam transmisit quidam episcopus, qui erat in exercitu imperatoris, ad omnes episcopos et barones, et inde fuit transmissa ad regem Ungarie, a quo quidam habuerunt (Gazzera *habuerat*), et nos ab eis ". La lettera, importantissima, fu infatti attribuita al vescovo di Toul o all'arcivescovo di Tarantasia (1). Il re d'Un-

(1) Cfr. A. Molinier, *Les sources de l'histoire de France,* III, 1, Parigi, 1903, nº 2322.

gheria è ricordato anche in principio di essa per la buona accoglienza fatta all'imperatore e ai suoi.

II (c. 3^b-12^a): notizia della navigazione d'una flotta di crociati tedeschi e delle loro gesta contro i Saraceni di Portogallo nell'anno 1189. È nel codice senza titolo (1), e fu pubblicata integralmente dal Gazzera nel secondo degli scritti citati, con un titolo di suo conio: " *De itinere navali, de eventibus, deque rebus, a peregrinis Hierosolymam petentibus, MCLXXXIX, fortiter gestis, narratio* ". Il testo del Gazzera, insieme colla tavola che lo accompagna, fu poi riprodotto per cura dell'Accademia delle Scienze di Lisbona, con una traduzione portoghese e con note concernenti specialmente questioni topografiche (2).

L'edizione del Gazzera lascia alquanto a desiderare. Egli corresse, senza dirlo, molti errori evidenti del codice; ma, alla sua volta, errò non di rado nella lettura. Pare inoltre, che sia stato poco fortunato nella parte topografica, per quanto *sommamente soccorso*, com'egli dice, *dalla corrispondenza dei nomi antichi e moderni fornitagli* dal portoghese cavaliere Costa de Macedo.

---

(1) Comincia nel seguente modo: " Antiquorum provide consuetudi(*ni*) " morem gerens, qui gesta sua scripture laqueis innodare satagerunt, ut " posteritatis noticiam non evaderent, itineris navalis multiformes eventus, " qui peregrinis Jerosolimam tendentibus acciderunt, simpliciter explicare " decrevi. Anno siquidem dominice incarnationis M.° C.° LXXX.° VII° as- " saahadino (Gazzera *Allahadino*: corr. *a Saladino*) rege Egipti destructa " terra promissionis, captis urbibus, captivatis vel necatis incolis, predica- " toris tuba cum indulgencia apostolice auctoritatis late per Christianorum " terminos evagata ad restaurationem miserabilis cladis innumerabilem " movit populum ". Ho riportato questo brano per notare che l'uso della parola *peregrini* ricorda il titolo di *Historia peregrinorum* dato alla sua opera dall'anonimo autore della così detta *Expeditio Asiatica Friderici*; e specialmente per far rilevare le evidenti analogie con un passo della *Historia de expeditione Friderici imperatoris* attribuita ad Ansberto, riferito dal Chroust (in *N. Archiv der Gesell. f. ä. d. Geschichtsk.*, XVI, 1891, pagina, 526, n. 1) e messo da lui a raffronto con un altro del *Chron. universale anonymi Laudunensis*, in *Monum. Germ. histor.*, *SS.*, XXVI, pag. 451.

(2) *Relação da derrota naval, façanhas, e successos dos cruzados... traduzida e annotada por* João Baptista da Silva Lopes... Lisboa, 1844. Quest'edizione, importante per le note, sfuggì così al Potthast, *Biblioth. histor. m. aevi*, 1^2, pag. 371, come al Molinier cit., n° 2320.

Non darò qui un errata-corrige, che sarebbe troppo lungo. Non voglio però tacere di un passo di speciale importanza, poichè vi è indicato il luogo di partenza della flotta. Tale passo, secondo l'edizione del Gazzera, sarebbe il seguente:

" Ab... autem undecim navibus bellatoribus, armis et cibariis sufficienter instructis, anno dominicae incarnationis M. C. LXXX. VIIII. Kal. may de Bleclerente hora nona iter movimus ".

Nel manoscritto si legge *Bleclrente* e non *Bleclerente*; ma, passando sopra a questa e ad altre minuzie che si potrebbero notare nel breve periodo, è proprio certo che *Bleclrente* sia l'isola di Walcheren, alle foci della Schelda, come volle il Gazzera? (1) È egli verosimile, che una flotta di crociati tedeschi sia partita da quell'isola? È possibile che nel secolo duodecimo Walcheren si chiamasse *Bleclrente*?

Rivolgendo queste domande alle persone competenti, posso fornir loro un dato nuovo, che forse sarà d'aiuto a rispondere. A spiegare la piccola lacuna iniziale, segnata dai puntini, il Gazzera annotò " *vox obliterata* "; ma, a dir vero, non c'è nel codice alcuna obliterazione (2), e vi si legge chiaramente *Ab^e^uia* o *Ab^e^iua*, cioè *A brevia* oppure *A breiva*. Supponendo che si tratti d'un errore, che nelle scritture del tipo di quella del nostro codice è dei più comuni e dei più facilmente spiegabili, potremmo congetturare *A Brema*, allontanandoci così sempre più dalle *foci della Schelda*, che il Gazzera, fondandosi esclusivamente sulla pretesa corrispondenza di *Bleclrente* e Walcheren, volle ricordate fin nel titolo del suo lavoro.

A Brema si accennerebbe del resto nella *Narratio* anche in seguito, secondo il testo del Gazzera; poichè vi si legge di

---

(1) Il barone di Reiffenberg, che diede conto della pubblicazione del Gazzera nei *Bulletins de l'Académie de Bruxelles*, VII, 2, 1840, pagg. 22-30, mise in dubbio quest'interpretazione, congetturando alla sua volta che *Bleclrente* sia Flessinga (*Vlissingen*). Non so però se questa nuova ipotesi sia molto più felice dell'antica.

(2) Nello stesso modo il Gazzera, a pag. 25, segnò una lacuna e annotò " *vox obliterata* ", in un punto, dove nel ms. (c. 9^v^, lin. 6) si legge benissimo la voce *tuificus*, forse corrotta: " nec panis fiebat propter deffectum " aque tuificus ". In luogo d'un'altra pretesa voce obliterata, a pag. 17, il ms. (c. 5^a^, lin. 6) ha chiaramente *corde* (*cosdroe*: l. *Chosroe*).

due *Brenienses*, vittime della loro stolta avidità, e l'editore spiega che si tratta di due " *ex urbe Brema in Germania* ", volendo forse dire con ciò che il *Brenienses* va corretto in *Bremenses*. In realtà il codice ha però *b'niẽses*, ossia, probabilmente *bernienses*; parola, che sarei del resto tentato a mutare io pure in *bremenses*.

La *Narratio*, opera senza dubbio di uno dei crociati, che presero parte alla spedizione del 1189, rispecchia, nella sua rozza semplicità, i sentimenti, non sempre nobili, dello scrittore e dei suoi compagni con una fedeltà e un'efficacia, che la rendono veramente preziosa; ed è perciò da augurare che se ne faccia presto una nuova edizione più corretta e nel medesimo tempo più facilmente accessibile a tutti gli studiosi.

II (*MM*, V, 28).

POGGIO BRACCIOLINI, *Facezie e Lettera a Leonardo Aretino sulla condanna e la morte di Gerolamo da Praga.* — COLUCCIO SALUTATI, *Declamazioni sul suicidio di Lucrezia.*

Elegante codice umanistico, scritto verso la metà del secolo XV, su pergamena bellissima, da un amanuense, che nell'ultima linea lasciò, a quanto pare, memoria del suo nome, annotando in inchiostro rosso e lettere capitali " *Dolobella scripsit* " (1). Consta di 11 quaderni di otto carte ciascuno e di due carte di guardia in principio e due in fine, cioè complessivamente di 92 carte non numerate, di mm. 186 per 134, scritte a 23 linee per pagina.

La prima pagina, ornata da un'iniziale e da fregi miniati in oro, azzurro, rosso e verde, aveva in basso uno stemma, che fu raschiato, cosicchè se ne ravvisa soltanto la forma di scudo appuntato e il colore del fondo che era rosso. Nel resto del

---

(1) Quest'annotazione, com'è posta nel nostro codice dopo le parole *Finis* e *Laus Deo*, etc., dovrebbe necessariamente indicare l'amanuense. Il nome, o soprannome, *Dolobella* non si trova nel BRADLEY, *A dictionary of Miniaturists, Illuminators, Calligraphers and Copyists...* Londra, 1887-1889, 3 volumi.

codice le iniziali, spesso di forma assai curiosa, sono alternativamente in azzurro con fregi rossi e in rosso con fregi violetti.

Nel 1457 il codice fu probabilmente mandato in dono da Milano ad un Gabriele da Guanzate, in provincia di Como. Nel secolo XVIII fu rivestito dell'attuale legatura, in tutta pergamena, con il titolo manoscritto " *Poggii Facetiae* ".

Del dono a Gabriele da Guanzate consta dalla seguente lettera, copiata da mano del tempo nel primo dei due fogli di guardia, che sono in fine del volume:

" *Jacobus be...etus* (?) *sal. d. Gabrieli de guanzate* (1) *v. modestissimo.* Libellum hunc Poggii. quem de facetiis sive confabulationibus inscribit, tibi mitto, ut pollicitus sum, donoque trado, Gabriel modestissime. Cum enim tuam egregiam in me liberalitatem sepenumero sim expertus, visum est mihi, ne omnino ingrati nomen subeam, hunc librum ad te mittere tanquam pignus aliquod amoris nostri; non tamen quod proinde tuis summis beneficiis satisfecisse me putem. Ego autem hunc ex ceteris meis libris delegi, quod tibi maxime convenire videbatur, et voluptatem etiam maximam ex eo te percepturum arbitrabar. Nam cum in magnis rerum exercitationibus continuo verseris, habebis hunc librum, cuius lectione animum tuum fessum interdum recreare poteris. Continet enim multa, utpote qui de facetiis inscribitur, et lasciva et iocunda, que te non solum oblectare sed etiam ad risum provocare poterunt. Conspicies etiam in eo summam dicendi elegantiam, quam ego longe magis admiror, quia materia ista humilis et de rebus quotidianis et vulgaribus ornatum illum orationis non recipit: quod in laudem Poggi dixerim, qui res humiles et iocosas ita commode dicat, ut elegantes *et* (2) gravissimorum virorum lectione digne videantur. Accipies igitur hunc ipsum libellum ea animi alacritate qua tibi a me condonatur: quem quandoque in manus sumes, amicitie nostre memineris te rogo, quam ego immortalem futuram et spero et opto. Vale, et me, ut facis, ama. Ex Mediolano, xxvii decembris, 1457 ".

---

(1) I nomi dello scrivente e del destinatario della lettera furono accuratamente raschiati. Cercai di farli ricomparire col solfidrato d'ammoniaca; ma per il primo cognome (*Benetus* ?) non riuscii se non in parte.

(2) *Et* è aggiunto nell'interlinea da mano antica.

Di Iacopo (*Benetus?*) e di Gabriele da Guanzate si potrà forse aver notizia scorrendo le fonti milanesi dell'epoca. Argomentando dal solo testo della lettera, nel quale s'accenna alle *magnae rerum exercitationes* di Gabriele e si fa un bell'elogio dello stile del Poggio, si direbbe che lo scrivente fosse egli stesso un letterato e il destinatario un uomo politico, forse un segretario di qualche signore.

Dirò ora più minutamente del contenuto del codice.

Le due carte di guardia in principio rimasero in bianco. Col primo quaderno cominciano le Facezie del Poggio, che sono senza titolo e terminano, senza sottoscrizione, nella c. 4ª del decimo quaderno. Le carte 4ᵇ e 5 sono bianche. Segue poi, parimenti senza titolo e senza sottoscrizione, la celebre lettera sulla morte di Gerolamo da Praga (1), la quale finisce a c. 4ᵇ dell'ultimo quaderno. Subito dopo si legge nella stessa pagina la rubrica " *Declamatio Collutii Pierii cancellarii florentini* "; quindi, dopo una succinta esposizione dello stato di fatto (" *Lucretia Sp. Lucretii filia...*), la *declamazione* dei parenti a Lucrezia per dissuaderla dall'annunciato suicidio (" *Noli te afflictare, Lucretia, ...* "). Segue l' " *Altera declamatio* ", cioè la risposta di Lucrezia (" *Nolite, pater sanctissime...* ") (2).

L'operetta del Salutati finisce nella prima pagina dell'ultima carta del quaderno; nella qual pagina si leggono ancora le parole *Finis* e " *Laus Deo eiusque gloriosissimae genitrici Mariae semper virgini* ", e l'annotazione col nome dell'amanuense. La pagina seguente è in bianco.

Le due carte di guardia, colle quali il codice finisce, contengono la lettera già riportata e alcune prove di penna non

---

(1) L'Accademia possiede, fra i codici da ordinare, un'altra copia di questa lettera di mano del secolo XV, in un quaderno cartaceo, già di sei carte e ora di cinque, essendo stata recisa la prima, forse bianca. La lettera è preceduta dal titolo " *Combustio Hieronimi* ", e finisce, a c. 5ª, colla sottoscrizione: " Finit epistola Poggii florentini ad Leonardum Aretinum " de constanti nece (!) Hyeronimi ". Nella stessa pagina e nella successiva ci sono prove di penna, insignificanti. Le carte misurano mm. 200 per 142, e sono scritte a 30 linee per pagina.

(2) Un *liber declamationum* è ricordato, fra le altre opere di Coluccio, dal Negri, *Istoria degli scrittori fiorentini*, Ferrara, 1722, pag. 129.

posteriori al secolo decimosesto, fra le quali si legge due volte, scritto da mani diverse, il distico:

" Ludere qui vultis, pueri, ientacula mecum,
Hac ego vobiscum ludere lege volo ".

Esposto così il contenuto del codice, non sarà forse inutile cercar di determinare qual posto esso occupi fra gli altri esemplari delle Facezie.

Era noto da un pezzo che il libro delle *Facetiae*, o come il Poggio voleva che si dicesse, molto più propriamente, delle *Confabulationes*, " fu composto a poco a poco dal 1438 fin verso il 1452, e pubblicato dapprima a frammenti via via che l'avida curiosità degli amici ne toglieva qualche parte di mano *dell'autore* " (1). Tutto ciò risulta infatti chiaramente, per un lato da parecchie lettere dell'epistolario poggiano, per l'altro dalla facezia 240, che comincia colle parole " *Hoc anno millesimo quadringentesimo quinquagesimo primo* ", e dalla facezia 249, nella quale è ricordato il sesto anno del pontificato di Nicolò V, eletto il 6 marzo 1447. Il Walser (2), nella sua vasta opera sul Poggio, trovò ora, che la graduale pubblicazione delle Facezie è confermata anche dai manoscritti, alcuni dei quali contengono una parte soltanto dei capitoli compresi nella redazione definitiva. Egli però non approfondì troppo la ricerca, e non la estese al testo delle singole Facezie, che pur presentano, secondo le varie redazioni, differenze assai notevoli.

Nell'edizione usata dal Walser e da me, cioè nella Parigina del 1878 (3), le Facezie sono in numero di 273, precedute da un proemio e seguite dalla *conclusio*.

Ora il Walser cita il ms. Ottoboniano lat. 2216, del 1450, con sole 117 facezie, e il Parigino *Nouv. Acquis.* 290, del 1454,

---

(1) V. Rossi, *Il Quattrocento* (nella *Storia letteraria d'Italia scritta da una società di professori*), Milano, s. a., pag. 137 (419).

(2) E. Walser, *Poggius Florentinus Leben und Werke*, Lipsia–Berlino, 1914, pagg. 263-64.

(3) *Les Facéties de Pogge traduites en français, avec le texte latin*, Paris, Liseux, 1878, 2 voll. La traduzione francese, che il Walser, pag. 263, n. 1, dice *fine* e *piena di gusto* (*feine, geschmackvolle Uebersetzung*), è però poco fedele e talvolta errata.

con 199 facezie e senza prefazione. Ricorda poi due mss., che finiscono colla facezia 178, e altri che hanno la *conclusio* dopo la facezia 220, pur essendovi in seguito trascritte altre facezie, in numero diverso. Disgraziatamente egli, di regola, non dice quali siano le facezie contenute nei singoli codici e non ci mette quindi in grado di far un esatto confronto. Comunque sia, il Codice dell'Accademia, per il numero delle facezie, che sono 177, dovrebbe porsi fra l'Ottoboniano e il Parigino. Ad esso s'avvicina grandemente un esemplare trascritto a Perugia nel 1473, appartenuto in seguito ad una *Bibliotheca Pucciana*, e vendutomi, pochi anni or sono, dalla Libreria De Marinis di Firenze (1). Quest'esemplare ha 176 facezie. Mancano nei due codici, che indicherò in seguito colle sigle *A* e *P*, le facezie 71, 72, 174, e tutte quelle che sono dopo il nº 180, fatta solo eccezione per la 204, che è posta dopo la 148. Furono inoltre omesse le facezie 29 e 30 nel mio codice, e la 99 nel codice dell'Accademia.

Comuni ai due códici sono la collocazione della facezia 81 dell'edizione dopo la 49, e la mancanza del titolo, delle rubriche delle singole facezie e della *conclusio*: particolare al codice dell'Accademia è invece la disposizione delle tre ultime

---

(1) Ms. cartaceo, colle carte numerate nel sec. XVII, da 1 a 142, di mm. 215 per 145. Venne diviso per la vendita in tre parti che acquistai, ricostituendolo così nella sua forma primitiva. La prima parte (c. 1-37) è descritta nel Catal. XII della libreria De Marinis, Firenze, 1913, al n. 1. Contiene, fra altro, il poemetto latino sulla Passione di Cristo di frate Adamo da Montaldo, trascritto a Perugia nel 1473 " per Latinum do- " mini Johannis Saxi de Asculo ... ,. Nella seconda parte (c. 38-81) sono i Trionfi del Petrarca e la vita di lui, attribuita ad Antonio da Tempo, che è già nell'edizione del Canzoniere di Roma 1471, e fu ristampata a pagg. 335-338 delle *Vite di Dante, Petrarca e Boccaccio.. raccolte dal Professore* ANGELO SOLERTI, Milano, s. a. La terza parte (c. 82-142), contenente le Facezie " scripte... per... Alexandrum Thome Marini Augustini de Terra " Montiselperi in Civitate Perusie, dum ibi erat sub Preside Domino Jo- " hanne Saxo de Asculo... sub millesimo quatricentessimo septuagessimo tertio... ,, fu descritta nel 1911 nel Catal. XI della Libreria De Marinis al n. 78. L'indicazione *Ex Bibliotheca Pucciana* è di mano del sec. XVII a c. 1ª. Non so se si tratti della raccolta dei marchesi Pucci, i cui manoscritti furono acquistati nel 1840 dal famigerato Libri, oppure della biblioteca di altra delle famiglie toscane dei Pucci.

facezie, le quali sono poste, in confronto coll'edizione, nel seguente ordine: 180, 179, 178 (1).

Riguardo al testo delle singole facezie, è naturale che, essendo l'edizione assai scorretta, si possano facilmente, coll'aiuto dei codici, proporre delle emendazioni. Così, per es., nella facezia 22 il nome del vescovo d'Arezzo *Angelicus* va corretto con *A* e *P* in *Angelus* (2); nella 43 invece di *Nerii de Paciis* si legge *Verii de Pazzis* (*Pazis*); nella 55 *Figignum* è *Fighinum* (*Fichinum P*); nella 63 *Sambacharia* dovrebbe essere *Bambacaria*; nella 74 *Hispinam* si cambierebbe in *Bisbinam*; nella 76 *Cameriensi* in *Camarinensi*; nella 99 invece di *Alter ex senatoribus meis* si legge *ex servitoribus*; nella 112 la prima parola è *Rem* e non *Item*; nella 138 si tratta di Francesco *de Ortona* e non *de Ortano*; nella 142 di *Ansuinus* e non di *Ansimirius*; nella 176 di Antonio *Raudense* e non *Raudenense*; ecc. ecc.

Qualche volta però non si tratta di errori, ma invece di ritocchi e di cambiamenti voluti, evidentemente, dallo stesso Poggio. Così nella facezia 25 *A* e *P* non hanno l'ultimo inciso, col quale il biasimo dato in origine alle sole donne di Ferrara viene copertamente esteso alle Veneziane: " cum certe plures (*meretrices*) inveniuntur hic, quam Venetiis probae mulieres "; nella facezia 35 mancano le ultime parole " *et tam ingentes* "; nella facezia 66 l'esclamazione che si dice propria dei Perugini, " *per culum asini* ", fu sostituita ad una sconcia bestemmia, che è ancora in *A* e *P*; nella facezia 126 il ridicolo aneddoto, affibbiato nelle edizioni agli *oratores florentini*, è attribuito nei due codici ai *Bononienses*; nella 140, invece di *Petrus Masini*, *A* ci dà *Gerardottus Bertoli* e *P Gherardotus Bartoli*.

---

(1) Come ho già ricordato, il Walser (pag. 264, n. 2) cita due manoscritti (i Palat. 1552 e 1795), i quali finiscono colla facezia 178, contenente un aneddoto su Pasquino Senese; ma non sappiamo se prima della 178 si trovino anche in questi codici le facezie 179 e 180, ed eventualmente la 204, come in *A* e *P*. Le facezie 71 e 72, mancanti in *A* e *P*, mancano ancora nei codici, che hanno già le facezie fino alla 220 e dopo di questa la *conclusio* (Walser, l. c.).

(2) A quanto risulta dalla serie dei vescovi d'Arezzo nel Gams e nell'Eubel, si tratta certamente d'Angelo Ricasoli, che tenne la sede aretina dal 1391 al 1403.

Un ricordo speciale merita la facezia 49, nella quale, anzichè di un *Bononiensis* innominato, si tratterebbe, secondo *A*, di Francesco Filelfo. Il codice lo nomina infatti esplicitamente e sostituisce *Tollentinus* (1) a *Bononiensis*. Che la sostituzione sia arbitraria e non imputabile, in ogni caso, al Poggio, risulta dal fatto, che alla moglie del protagonista si lasciò il nome di *Giovanna*, che avrebbe dovuto esser cambiato in Teodora (2). Non deve però trattarsi di una specialità del solo codice *A*, poichè l'edizione ha, in contraddizione col testo, la rubrica " *Fabula Francisci Philelphi* ". Il codice *P* non solo non ha qui il riferimento al Filelfo, ma ne omette il nome anche nella famosa facezia 133, che resta così attribuita ad un innominato *zelotypus uxoris*. Com'è noto, il Poggio ed il Filelfo si riconciliarono dopo la morte di Filippo Maria Visconti, avvenuta nell'agosto del 1447; e non è quindi improbabile che lo stesso Poggio possa, in qualche esemplare delle Facezie, aver cancellato il nome del suo antico avversario.

---

(1) Era scritto prima *Tollentinas*, e fu malamente corretto.

(2) Trattandosi d'una delle prime facezie, si dovrebbe naturalmente pensare alla prima moglie del Filelfo, Teodora, morta nel 1441. La seconda moglie, morta nel 1448, si chiamava Orsina; la terza, morta nel 1476, Laura. Cfr. De Rosmini, *Vita di Francesco Filelfo*, t. II, Milano, 1808, pagine 9, 12, 32, 247.

Le fonti storiche della legislazione economica di guerra

Il calmiere delle pigioni

Nota I del Socio nazionale residente GIUSEPPE PRATO

I.

La legislazione eccezionale fiorita nel presente periodo, non soltanto nei paesi direttamente coinvolti nella guerra mondiale, rimarrà certo nella storia come un singolare documento del difetto di originalità di cui i fabbricatori di decreti di tutti i tempi dan prova costante di fronte a problemi economico-sociali, in apparenza nuovi, nel fatto periodicamente ricorrenti nei secoli. Bastò invero che la formidabile perturbazione facesse inopinatamente risorgere condizioni e rapporti che si ritenevano esclusi per sempre dal trionfale procedere dell'universale progresso civile, perchè un fenomeno di rivivenza atavica, ben sconcertante per chi coltiva illusioni sulle conquiste intellettuali dell'umanità, subitamente richiamasse in onore forme ed istituti del passato, che soltanto dall'evocazione del vecchio quadro ambientale traggono la loro storica giustificazione.

Lo studio dei provvedimenti d'occasione dettati dalle necessità del momento che attraversiamo non può prescindere dalla considerazione di questi precedenti remoti; dalle cui analogie sostanziali si irradia una luce interpretativa ed illustrativa che giova all'apprezzamento delle misure attuali, illuminandone le conseguenze probabili, immediate e remote. Il che riesce particolarmente necessario mentre, per la imprevista durata del regime d'eccezione, si avverte la tendenza a consolidare in assetto definitivo, o, più del bisogno, durevole, taluni dei suoi improvvisati lineamenti, con la minaccia di un sovvertimento frammentario, parziale e disorganico, — e perciò specialmente pericolosissimo — dell'intiero sistema giuridico che ci regge.

La politica dei prezzi di imperio applicata ad ogni sorta di consumi e di cose dà, come si sperimenta da secoli, risultati quasi sempre opposti agli scopi sperati, provocando inoltre una serie logica di fenomeni secondari, di taluno dei quali rilevai la capitale importanza in una precedente nota (1). Limitato però al mercato dei prodotti immediatamente consumabili, tale metodo contiene in sè stesso discreti correttivi, per la rapidità della provocata restrizione dell'offerta e la reazione pubblica che, a brevissima scadenza, tien dietro all'inevitabile fallimento dell'empirico espediente.

Quando invece l'intervento legislativo si estende al mercato dei consumi durevoli od a quello dei coefficienti della produzione, nel quale la lentezza e profondità dei fenomeni ne rende meno immediata la sensibilità e spesso ne dissimula la visibilità al gran pubblico, le conseguenze che ne risente l'organismo economico del paese risultan tanto più gravi quanto più a lungo dissimulate, trasformandosi in permanenti fattori di indebolimento e di decadenza, paragonabili agli occulti malanni fisici onde i più robusti individui son tratti a prematura dissoluzione. Avviene in questo campo meglio che in altri che ai primi sintomi dei danni prodotti dall'artificiale turbamento di equilibrio tien dietro, anzichè il ripristino dello stato normale, una esasperazione della causa alteratrice, per l'illusione comune ai morfinomani ed agli alcoolisti, che curano le crescenti crisi nervose con dosi sempre più copiose del veleno che fatalmente li trascina alla demenza finale.

Un caso simile accenna a delinearsi in Italia riguardo al regime creato alla proprietà urbana dai recenti decreti regolatori delle pigioni; le fonti storiche dei quali essendo men generalmente note di quelle dei calmieri sulle carni o sul pane, meglio consentono alla volgare ignoranza di gabellarne l'iniziativa per originalità geniale d'un promettente futurismo economico e giuridico.

Di tale opinione apologetica torna quindi opportuna una breve revisione critica.

---

(1) Cfr. *Postilla sul costo della guerra*, in " Atti della R. Accad. delle scienze di Torino ", 1917, vol. 52, e " *Ciò che non si vede* " *del costo della guerra*, in " Riforma sociale ", 1918, n[i] 1-2.

*
* *

Il decreto luogotenenziale 30 dicembre 1917, col quale lo stato ha dettate le norme del proprio intervento nei rapporti contrattuali fra proprietari e inquilini, si impernia su due caposaldi: proroga obbligatoria, fino a due mesi dopo la pace, delle locazioni vigenti; divieto di aumento delle pigioni, ove non concorrano circostanze specialissime, da apprezzarsi da commissioni appositamente costituite. Trattasi dunque di provvedimento eccezionale e transitorio, come connesso allo stato di guerra, anzi alle condizioni particolarmente dolorose che l'affollarsi improvviso dei profughi delle provincie invase provocò, in parecchie città del regno, dopo la sciagura dell'ottobre. Nè, come tale, esso manca, oltrechè di ragionevoli giustificazioni, di caratteristici precedenti. Fra questi il più istruttivo e, per l'antichità e la durata, forse il più importante, si ritrova nella legislazione pontificia, dal 1549 in poi.

In quell'anno Paolo III, in previsione dello straordinario concorso di fedeli atteso in Roma per l'anno santo, si preoccupa del danno e del disagio che probabilmente ne risentiranno gli abitanti; onde " ne civium commoditas, ac quies turbetur: ac tam religiosi temporis iam iam appropinquantis sanctitas ac laetitia turpis lucri causa querelis ac litigiis corrumpatur ", statuisce che, per tutto l'anno precedente la sacra solennità e per la durata intiera della medesima, nessun proprietario possa licenziare qualunque inquilino, o aumentarne la pigione, anche semplicemente variandone i mezzi di pagamento. Confermato ed esteso ai due anni anteriori al santo, nel 1573, da Gregorio XIII, il decreto camerale viene integralmente riprodotto, in analoghe circostanze, da Clemente VIII, Gregorio XV, Innocenzo X, Clemente X, Innocenzo XIII, Benedetto XIV e Clemente XIV. Ultimo lo ripristina, il 20 settembre 1824, nel nome di Leone XII, il cardinale Pacca, rinnovando espressamente il divieto del licenziamento e dell'aumento di pigione, ma accordando al proprietario la facoltà di occupare egli stesso (per la durata di un anno almeno) il locale; pena, nel caso di falsa dichiarazione (da farsi con giuramento), una multa pari a due annate d'affitto,

divisibile per metà fra il fisco e l'inquilino sfrattato (1). Sono esclusi dal privilegio i subaffittanti e gli affittuari generali, i locandieri, nonchè coloro che, per precedente contratto, espressamente rinunciarono ad invocare le eventuali agevolezze previste per l'anno santo; nè la legge si applica retroattivamente ai contratti stipulati prima del 27 maggio 1824, data della proclamazione di quest'ultimo. Conoscono delle questioni attinenti alla materia i tribunali ordinari (2).

Con simili cautele, non consta che il decreto — ispirato ad una esperienza due volte secolare — abbia dato luogo a proteste o gravi inconvenienti. Una viva controversia si accende invece quando, allo spirare del termine prescritto alla sua validità, sorge la tendenza a stabilizzarlo e perpetuarlo.

Ne offre occasione l'editto 9 maggio 1826, emanato, per Leone XII, dal cardinale della Somaglia; in cui, premesse malinconiche considerazioni sulla insaziabilità rincaratrice dei proprietari, non diminuita col cessare dello straordinario concorso dei pellegrini, ed enumerate le cause demografiche ed edilizie esasperanti la richiesta di alloggi, si afferma essere intenzione del santo padre di curare radicalmente il male, favorendo con larghe esenzioni e privilegi le nuove costruzioni; ma ritenersi per intanto opportuno prorogare per un triennio (e cioè per la durata di detti incoraggiamenti) le misure eccezionali relative alle espulsioni ed agli aumenti, ferme restandone tutte le esenzioni, e con rinnovata promessa di temporaneità (3).

Il decreto rimaneva nell'ambito dei provvedimenti rigorosamente transitori; nè, in fondo, recava offesa al principio della

---

(1) L'eccezione (che ricompare nel decreto italiano odierno) si riannoda ad un diritto ben maggiore, anzi ad un inverso privilegio riconosciuto al proprietario da molti statuti comunali dell'età media, nei quali si stabiliva che la volontà del locatore di abitare in persona o di cedere a persone della sua famiglia lo stabile, rompesse le locazioni in corso, salvo, in qualche caso, il diritto dell'inquilino ad un preavviso e ad un'indennità. Cfr. A. Pertile, *Storia del diritto italiano dalla caduta dell'impero romano alla codificazione*, vol. IV, 2ª ed., Torino, 1893, p. 625 e sgg.

(2) Cfr. C. Fea, *Parere sull'aumento delle pigioni delle case in Roma*, 2ª ed., Roma, presso Vincenzo Poggioli, 1826, pp. 28, 45, 50 e sgg., 59, 125, 131, 141.

(3) Cfr. Ibid., p. 131 e sgg.

libera concorrenza, proponendosi soltanto di temperare il disagio dovuto alla deficienza di abitazioni fino a quando incominciassero a far risentire i loro effetti i rimedi naturali razionalmente apprestati, in misura veramente efficace e generosa, alla crisi progrediente.

Di questi taluni già operavano fin da quando la santità di Pio VII, imponendo, con motu-proprio 19 marzo 1801, un'imposta sulle case, ne esentava le inferiori al valore di 400 scudi, come di preferenza abitate dalle classi più povere, e conteneva la tassa sulle altre entro limiti mitissimi (2 paoli per ogni 100 scudi di valore, ottenuti capitalizzando i fitti all'8 °/₀), allo scopo di favorire gli investimenti edilizi e rendere più abbondante l'offerta sul mercato delle abitazioni (1).

Ciò non essendosi tuttavia dimostrato sufficiente, si prometteva ora l'esenzione tributaria per l'intiero secolo decimonono a tutte le case costrutte od ampliate entro tre anni dall'editto, restituendosi inoltre ai proprietari, a edifizio compiuto, l'intiero importo della gabella pagata sui materiali da costruzione. Provvedimenti tutti che attestano, in chi li dettava, una chiara percezione dei fattori positivi del problema, a cui conferivano importanza specialissima le particolari condizioni dell'urbe, perennemente affollata di visitatori e di fedeli.

Se non che, in Roma più che altrove, si affermavano in quei tempi vigorose le tendenze, che ai principî della libertà economica, e come antidoto ai temuti progressi del liberalismo politico, allora trionfante in tutta Europa, contrapponevano ostinatamente le aspirazioni misoneistiche di un tradizionale paternalismo.

L'indole del reggimento, singolare impasto di intransigenza e spesso di superstizione teologica e di ostentata bonarietà prelatizia, associava al rigore la rilassatezza, in una indulgenza sistematica verso le crescenti pretese plebee (2). Sorrideva alla teocrazia dominante l'immagine del “ buon governo veramente

(1) Cfr. *Motu-proprio sul nuovo regolamento del sistema daziale*, 29, 30, 31. Ibid., p. 120 e sgg.

(2) Cfr. A. Gori, *Gli albori del socialismo (1755-1848)*, Firenze, 1909, p. 280 e sgg.

sociale „ descritto da Gabriello Rossi in due volumi (1), che Luigi Carlo Farini disse specchio fedele " delle eteroclite idee economiche della corte pontificia „ (2). Onde trovavan favore le più ardite proposte intese a combattere il paventato andazzo liberale con le arti depravatrici del despotismo demagogico.

Uno dei problemi a cui si rivolse lo zelo dei volontari consiglieri fu quello appunto delle case a buon mercato. Riguardo al quale fiorì, dal 1826, una caratteristica letteratura polemica, fra i sostenitori della libera concorrenza e gli escogitatori di interventi vincolistici.

Anticipando i secondi le citate provvidenze del 9 maggio, in un *Parere sull'aumento delle pigioni delle case in Roma*, dovuto all'avvocato D. Carlo Fea, commissario delle antichità, e pubblicato il 25 gennaio 1826, denunziano il forte sbalzo che si osserva nelle pigioni al cessare del calmiere dell'anno santo, sostenendo la necessità di una risoluzione sovrana temperatrice degli abusi e degli eccessi scandalosissimi.

Rispondono, con validi argomenti giuridici ed economici, l'avvocato Luigi Cecconi (3), Benedetto Blasi (4) e due anonimi (5), di cui il secondo con un dialogo fra il filosofico ed il popolare; tutti negando l'asserito monopolio, e dimostrando esser cagione del fenomeno la domanda di abitazioni, continuamente in aumento.

Replican però subito, non senza acredine velenosa, gli avversari; un Girolamo Cristofori anzitutto, fervido apologista del

---

(1) Cfr. *Sulla condizione economica e sociale dello stato pontificio, confrontata specialmente con quella della Francia e dell'Inghilterra*, 1848, Società Tipogr. Bolognese.

(2) Cfr. *Lo stato romano dall'anno 1815 al 1850*, 2ª ed., Firenze, 1850, vol. I, p. 132.

(3) Cfr. *Risposta al Parere sull'aumento delle pigioni delle case in Roma*, Roma, presso Antonio Boulzaler, 15 febbraio 1826, pp. 8 in 8°.

(4) Cfr. *Sull'aumento delle pigioni in Roma. Risposta economico-legale di B. B.*, Roma, nella stamperia di Filippo e Niccola de' Romanis, 1826, pp. 31 in 8°.

(5) Cfr. *Risposta al Parere sull'aumento delle pigioni delle case in Roma*, Bologna, dai tipi del Nobili e Comp., 1826, pp. 18 in 8°; e *Lettera di un copista di un curiale al sig. avvocato Fea*, Roma, 1826, presso Crispino Puccinelli, pp. 12 in 8°.

" diritto di inquilinato " permanente (1); indi, più prolissamente e con gran sfoggio di erudizione, il Fea stesso, nella seconda edizione del suo volumetto. E si fan forti, oltrechè di massime classiche e canonistiche condannanti i monopoli, di qualche precedente analogico o generico della legislazione pontificia: o, più propriamente, di un decretale di Clemente III istituente il privilegio di inquilinato a favore dei maestri e scolari dell'università di Bologna; — di una decisione della Camera apostolica 26 ottobre 1470, portante divieto ai locatori di espellere i conduttori, tranne in caso di vendita, o quando piacesse al proprietario occupare egli stesso il locale, recandosi ad abitarlo per almeno un anno; — di un decreto di Leone X, 21 giugno 1513, nel quale si riconosce il diritto dei pigionanti delle case e botteghe ad essere in ogni caso preferiti ai nuovi concorrenti, non meno nelle locazioni che nelle vendite, purchè disposti a pagare un " giusto prezzo ", da fissarsi d'accordo, previa citazione obbligatoria di tutti gli interessati e con l'intervento, ove d'uopo, dei magistrati delle strade o del giudice (2); e di alcuni articoli della *Constitutio de aedificiis* di Gregorio XIII, che, regolando le facoltà di espropriazione degli immobili privati da concedersi a coloro che intendono riedificarli più decorosamente, accorda la preferenza nel valersene per compier l'opera agli inquilini che li occupano (3). Non mancano i proponenti di richiamare

---

(1) Cfr. *Il diritto di inquilinato. Pensieri di G. C.*, Roma, 10 febraro 1826, presso Vincenzo Poggioli, pp. 20. Riprodotto poco dopo *con addizione*, pp. 23 in 8°.

(2) Cfr. Fenzonio, *Statuta Urbis*, Roma, 1636, p. 705. Nei riguardi delle vendite tale privilegio, detto " del retratto " — del quale, per decreti di Sisto IV, Leone X e Pio IV, godevano pure i vicini che intendessero riedificare le case con miglioramento della città — era stato abrogato da un motu-proprio di Pio V, in considerazione delle infinite liti, ingiustizie ed arbitrii a cui aveva dato luogo, e nel riflesso " quod ea, quae juri com- " muni contrariantur, et ex certis necessitatibus imminentibus, et ita forsan " requirentibus, statuta et admissa sunt, perpetua esse non debent "; tenendo fermo soltanto il principio dell'espropriazione per utilità pubblica. Cfr. Mainardi, *Bollario romano*, t. IV, p. 3ª, p. 162, e Fenzonio, *Statuta Urbis*, p. 698.

(3) Cfr. Mainardi, *Bollario romano*, t. IV, p. 3ª, p. 282, e Fenzonio, *Statuta Urbis*, p. 700.

ancora l'autorità di un Lorenzo Pizzati, cameriere di S. S., che, in opera manoscritta dedicata ad Alessandro VII, si era preoccupato dell'abuso invalso tra i padroni di case di quel tempo, inclini spesso a tenerle sfitte anzichè a moderare le loro pretese: " Inconsideratus invenitur abusus in domibus, et aliis fabricis, quas compatibili et rationabili pretio domini locare deberent, potius quam desertas et vacuas pluribus annis relinquere. Ideo optimum esset edicere ut has, transactis tribus mensibus, non solum dominus non posset augere in pensione, sed deberet eam diminuere, sicuti taxatum fuerit a Iudice parte citata; nisi primum inquilinus posset cum domino amicabiliter concordare; nam quod superest non projiciendum, sed pauperibus distribuendum; cum unusquisque in hoc mundo sit rerum suarum tamquam administrator et villicus, non absolutus dominus " (1). Completa la serie delle citazioni l'accenno al " jus gazagà ", importante un dritto di inquilinato ereditario ed una fissazione legale delle pigioni a pro' degli ebrei nel ghetto (2). E, in base " a questi solidi fondamenti pratici di ogni diritto naturale, divino, pubblico e civile ", concludon i memorialisti doversi codificare stabilmente dei così provvidi istituti; non senza tracciarne senz'altro lo schema in un modulo di decreto ampiamente illustrato dal Fea. Sarebbe per esso reso permanente l'inquilinato, al cui privilegio nessuno dovrebbe poter rinunciare se non con atto notarile speciale e previo giuramento pubblico prestato dalle due parti di assoluta libertà di decisione. Nelle case di nuova costruzione o riedificate avrà facoltà il proprietario di fissare a suo arbitrio la prima pigione: ma questa rimarrà in seguito inalterabile; a meno che, per restauri od altre cause, riesca al proprietario di dimostrarla inferiore al giusto prezzo, nel qual caso sarà in potere del magistrato elevarla di $\frac{1}{5}$ o di $\frac{1}{12}$. Vietati d'ora innanzi gli affittamenti generali, genere di

(1) Cfr. Fea, *Parere sull'aumento delle pigioni delle case in Roma*, p. 13 e sg.

(2) Alludevasi, credo, alla bolla *Viam salutis* emessa nel 1606 da Clemente VIII, in forza della quale non si poteva dai proprietari espellere gli ebrei dagli alloggi che abitavano.

speculazione dannoso ai pigionanti, quelli che, ciò nonostante, si stipulassero saranno esclusi dal privilegio dell'inquilinato. Il quale invece diventerà, in via ordinaria, perfino trasmessibile, potendo il conduttore cedere a parenti od amici il proprio contratto, senza che al proprietario sia lecito negare il consenso, fuorchè per motivo ragionevole; e trattandosi di diritto acquistabile per eredità, specie riguardo a botteghe e locali in cui " si continui lo stesso negozio, studio o lavorìo, che porti una particolare comodità locale, od un avviamento lucroso, procuratosi dall'industria degli inquilini ". Andando in vigore la legge, tutte le locazioni si rinnoveranno, ripristinandosi gli affitti vigenti nell'ultimo anno santo, con facoltà di variarle soltanto se si provi che più non rispondono ad un giusto prezzo. Il quale avrà per base l'interesse dell'8 % sul valor capitale delle case, se le spese di manutenzione ordinaria spettino al locatore, il 6 se al locatario; con diritto, nella prima ipotesi, a quest'ultimo di farle eseguire in sconto della pigione, ove il proprietario le rifiuti o ritardi. Di ogni causa riguardante l'abitazione e gli affitti conoscerà un magistrato particolare, con rito sommario ed economico. Allo stesso giudice competerà pure la facoltà di prender misure generali e particolari in materia, senza richiesta di parti. I favori che il governo continuerà ai costruttori o miglioratori di case verranno di preferenza attribuiti a chi le adatti a piccoli alloggi, per la minuta gente (1).

Nel licenziare alle stampe l'operetta del Fea, i revisori ufficiali, per bocca del prof. Bencivenza Barbaro, dell'ateneo romano, ne " esaltavano la grande erudizione, i principii esatti riguardo al gius delle genti, adattato alle particolari circostanze di questa dominante " (2). Non consta però che al lodato piano siasi data, allora o poi, concreta esecuzione; se non forse con altre occasionali provvidenze amministrative, contraddicenti all'illuminato spirito pratico a cui l'editto 9 maggio e 22 giugno 1826 — uscito dopo la pubblicazione del molto pedante e presuntuoso libercolo — s'era ispirato.

Del quale complesso di misure, continuate per un periodo

---

(1) Cfr. *Parere sull'aumento delle pigioni delle case in Roma*, p. 136 e sgg.
(2) Ibid., p. 162.

quattro volte secolare, torna difficile apprezzare gli effetti; se non, quanto ai primi decreti, nelle rimostranze violente dei danneggiati e nella preoccupante fioritura di litigi privati che determinano il motu-proprio di Pio V; e, più recentemente, nella degradata condizione a cui si ridussero, attraverso simile regime, le abitazioni popolari e medie romane, oggetto di scandolezzate riflessioni ai più celebri visitatori della metropoli cattolica, che le additarono a eloquente documento del mal governo clericale dell'urbe.

Qualche miglior notizia è possibile raccogliere invece in altri paesi, dove analoghi sistemi diedero luogo a ripetuti e probanti esperimenti.

II.

Relativamente frequenti incontransi invero, nel passato, i tentativi di regolamentazione stabile del mercato delle abitazioni. Riguardan questi talora le case comuni; come la prammatica del 1772 di Carlo III di Borbone, che proibisce a Napoli e nei sobborghi, di scacciar gli inquilini e crescerne la pigione (1); — la legge di Filippo III di Spagna del 19 settembre 1601, istituente un comitato di tre tassatori con l'incarico di fissare ogni anno le pigioni di ciascuna casa di Madrid; rinnovata dallo stesso sovrano l'8 maggio 1610 (2); — il capitolo delle leggi di Modena del 1815, portante obbligo di non superare nelle pigioni il limite del 6 % del valore degli stabili, a stima di periti (3).

---

(1) Cfr. Pertile, *Storia del diritto italiano dalla caduta dell'impero romano alla codificazione*, vol. IV, p. 629 *n*. Il divieto, del resto, vigeva già da alcuni anni, e cioè dai bandi di Vicaria del 16 gennaio 1743 e 27 novembre 1749, entrambi portanti proibizione di espellere l'inquilino o di crescerne la pigione, e condannanti a 100 ducati di multa quel proprietario che usasse il pretesto di voler occupar egli la casa. Cfr. F. Perrone, *Il supremo magistrato di commercio*, Napoli, 1916, p. 95 e sgg.

(2) Cfr. *Novissima recopilacion de las leges de España, dividida in 12 libros*, Madrid, 1805, lib. 3°, tit. XIV, legge 23 e 24.

(3) Cfr. *Codice di leggi e costituzioni*, t. I, lib. 2°, tit. XXVI, n' 1, 1, 3.

Altre volte il privilegio si connette a determinati indirizzi di politica industriale, come quando Firenze, a promuovere l'arte della lana, ordina che i lavoratori di essa non possano venir espulsi dalle case e botteghe dove esercitan l'industria, nè sia lecito ai proprietari rincarar loro il canone annuo senza l'approvazione dei periti dell'arte stessa (1); — o si confonde colla sanzione del diritto di avviamento, secondo si verifica pure a Firenze, in forza e per virtù degli statuti delle singole arti (confermati, in tale parte, dalla legge di soppressione 3 febbraio 1770), che riconoscono ai loro ascritti una immunità dai licenziamenti nelle rispettive botteghe ed officine, quando, occupandole per oltre cinque anni, le abbian valorizzate (*ius stantiandi* o *entratura parva*), e perfino un diritto di trasmessione ereditaria ed un vero e proprio credito pecuniario verso il padrone, con prelazione nella vendita, allorchè le tengano in affitto da oltre trenta o quaranta (*entratura magna*) (2).

Nell'un caso e nell'altro però, non ostante le apparenze formali, la sostanza economica e giuridica del fatto, se non il suo scopo, non muta, trattandosi sempre di limitazione imposta alla possibilità del locatore di trar profitto dalle circostanze a lui particolarmente propizie (interesse dell'inquilino a rimanere in una determinata località, o del commerciante a non scostarsi dalla clientela che si è formata). Nè men facili risultan in entrambe le ipotesi, come nelle forme precedentemente citate, l'evasione e la frode, secondo suggerisce assai presto il senso pratico di Balducci Pegolotti: " A Vignone si ha una usanza, perchè così vuole la corte, che se uno avrà una sua casa, e raccettavi entro altri, si non il puoi cacciare, se tu volessi; e però è buono a provvedere acciò che quello che torna nella tua casa teco ti faccia una promessa di 100 o di 50 fiorini d'oro, o di

(1) Cfr. Pagnini, *Della decima e delle altre gravezze dei Fiorentini*, Lisbona-Lucca, 1765, vol. II, p. 88.

(2) Cfr. G. Fierli, *Del diritto dell'entratura secondo i nostri statuti delle arti*, Firenze, 1798, nella stamperia Bonducciana, p. 6 e sgg. Dopo il 1815 pare che quel privilegio cadesse in dissuetudine, nè venisse altrimenti applicato dai tribunali, fuorchè per i diritti anteriormente acquisiti. Un sistema corrispondente al *jus entraturae* vigeva a Parigi a pro dei macellai. Cfr. Denisart, *Collection de jurisprudence*, vol. II, p. 335.

quanti tu vogli, che se ad ogni tua volontà non uscisse, sia tenuto a darti quella quantità di denari „ (1).

Gli effetti di simili espedienti esclusivi appaiono con particolare evidenza nel paese dove il sistema della limitazione legale degli affitti fu più a lungo permanentemente praticato, suscitando, meglio che altrove, dibattiti che consenton di apprezzarne le conseguenze immediate e remote.

Regnando Carlo Emanuele III, Torino vide crescere rapidamente la sua popolazione e la sua ricchezza, in relazione ai successivi ingrandimenti dello stato, all'inurbarsi progressivo della nobiltà, al moltiplicarsi dei pubblici uffici. La cerchia delle fortificazioni, però, e la relativa scarsezza di capitale mobiliare creavan per due versi ostacolo a che il rinnovamento edilizio procedesse con rapidità e ampiezza adeguate alla cresciuta domanda. Onde, dal 1730 in poi, un progressivo, sensibilissimo rincaro delle pigioni, che si accelera ed intensifica dopo la pace proficua e gloriosa del 1748, induce il governo ad escogitare qualche forma di intervento; accordando varie " facilità, esenzioni e prerogative (fra cui specialmente il diritto anche ai non nobili di istituire fidecommessi sullo stabile) a chi riedifichi le vecchie case della città; ed incoraggiandone l'elevazione o la sistemazione che le renda adatte " ad alloggiare in distinti focolari un maggior numero di famiglie „ (2). Gli effetti benefici delle sensate misure, uniti a quelli della totale esenzione tributaria goduta dal territorio di Torino, si rendono ben presto visibili nel rapido rifarsi della capitale, nell'aumentata offerta d'alloggi, particolarmente nella decenza e nell'igiene introdotte in numerose abitazioni.

Se non che, continuando il rapido incremento demografico (gli abitanti in mezzo secolo raddoppiarono) mentre rimaneva immutata l'area cittadina, per i timori di atterramento delle case dei sobborghi in occorrenza di assedio, le pigioni non accennavano a scendere. Pochi essendo, d'altro lato, i proprie-

---

(1) Cfr. *Pratica della mercatura*, p. 233, cit. in PERTILE, *Storia del diritto italiano dalla caduta dell'impero romano alla codificazione*, vol. IV, p. 629 *n*.

(2) Cfr. editto 22 giugno 1736; r. patenti, 8 ottobre 1755 e 5 agosto 1757.

tari in grado di provvedere con mezzi proprii agli ampliamenti dei vecchi immobili, spesso eran intervenuti ad agevolar l'opera capitalisti anticipatori ed impresari edilizi, mediante contratti di affittamento generale di lunga durata, introducendo un nuovo elemento di speculazione in un campo economico fino allora regolato più patriarcalmente (1). Contro costoro sorgevano, in modo specialissimo, le accuse ed i clamori degli inquilini; per pacificare i quali l'autorità sovrana decideva di ricorrere a mezzi più direttamente coercitivi, e, " informata che li fitti delle case in questa metropoli prendono un eccessivo aumento, per motivo specialmente dell'indebito negozio che da diverse persone si è introdotto, di prendere in affitto un corpo intiero di casa, per subaffittarne i membri con ingordigia di guadagno, e con aggravio del pubblico, e massimamente dei poveri "; desiderosa di " impedire ogni pregiudizio che ne potesse succedere da simili monopoli, e sebbene non abbia mai inteso di togliere alli padroni delle case l'onesta libertà di ricavare un moderato e convenevole reddito dalle medesime ", determinava " di provvedervi in modo che, ovviati gli abusi e pregiudizi suddetti, si contengano tali fitti ne' limiti del dovere e di una giusta moderazione ".

Con le regie patenti 10 luglio 1749 commetteva perciò al vicario di politica e polizia la cognizione delle differenze a cui dia luogo l'esuberanza dei fitti, nonchè la facoltà di tassarli inappellabilmente " come stimerà d'equità e giustizia "; e, informato poco dopo che il rincaro, anzichè arrestarsi, s'era esasperato, imitando ormai gli stessi proprietari il malo esempio degli speculatori subaffittanti, con l'editto 2 novembre 1750 ordinava una consegna generale dei locali affittati e dei loro prezzi e condizioni, pena la multa di scudi 50 in caso di infedele denunzia; prescriveva che qualunque contratto di affittamento fosse d'ora innanzi sottoposto all'approvazione del vicario, incaricato di ridurlo a termini di equità; sopprimendo partico-

---

(1) Cfr. Dal Pozzo, *Opuscoli di un avvocato milanese originario piemontese sopra varie quistioni politico-legali*, Milano, presso A. F. Stella, 1817, vol. I, p. 125 e sgg. " Consulto sopra la questione: Se in Torino sia rinato il diritto d'insistenza a favore degli affittuali delle case ".

larmente il profitto illecito del subconduttore, con l'impedire che la pigione superasse in ogni caso la misura di quella che esigerebbe il proprietario.

Gli effetti delle " provvide disposizioni " non sono purtroppo trionfali; come è costretto a riconoscere il legislatore quando, con nuovo editto 24 aprile 1762, deve un'altra volta accingersi a reprimere l'ingordigia e la frode che avevan frustrate le sue buone intenzioni. Per porvi termine egli dichiara allora rigorosamente vietate le locazioni generali, a meno che trattisi di proprietario non dimorante in Torino. Ammette possan stipularsi, alla scadenza delle locazioni, lievi aumenti, corrispondenti " alla varietà dei tempi ed alle contingenze che di tanto in tanto accadono in tutti gli stati "; ma con facoltà nell'inquilino che si ritenga abusivamente gravato di ricorrere per la riduzione del canone al giudizio del vicario, inappellabile fuorchè con ricorso al re. Dichiara obbligatorie le locazioni scritte, pena (come per ogni altra frode alla legge) una multa di scudi 25. oltre la perdita di un'annata di affitto a pro del conduttore. Stabilisce infine che, allo scadere dei contratti " non sia lecito alli proprietari delle case il licenziare alcun conduttore, massimamente se sia negoziante, artista, bottegaio o simili, quando non vi sia un giusto motivo, dovendosi sempre preferire il conduttore attuale allo stesso prezzo, oppure con quel moderato e giusto accrescimento che potesse portare la contingenza dei tempi, o qualche considerabile riparazione, che il proprietario fosse stato in obbligo di fare alla casa; massimamente se il conduttore sia puntuale nel pagare la pigione, non porti alcun danno per sua negligenza alli membri da lui tenuti in affitto, e viva onestamente ed in pace colli vicini; locchè, come si è detto, avrà tanto più luogo negli affittamenti fatti dalli negozianti e bottegai, alli quali, oltre la spesa del trasporto dei mobili, sarebbe di troppo grave danno il dover abbandonare quelle botteghe, nelle quali hanno un avviamento già stabilito " (1).

Codesto regime, che fu chiamato " diritto di insistenza " o

---

(1) Cfr. F. A. e C. Duboin, *Raccolta per ordine di materia delle leggi... dei Sovrani della real Casa di Savoia*, Torino, 1826 e sgg., t. III, pp. 1518, 1528, 1569.

di prelazione, durò inalterato fino al tramonto della monarchia (1); nè lo revocò l'editto 8 marzo 1793 che, nell'abolire l'esenzione tributaria delle case, fece anzi espresso divieto di ripartire il nuovo onere sugli inquilini, anticipando anch'esso di oltre un secolo l'ingenua clausola annessa alla recente e così elegante decima sugli affitti. Caduto in disuso, per le invertite condizioni, durante la grave crisi iniziale del dominio francese, poscia espressamente revocato dal decreto 24 marzo 1801 della Commissione esecutiva del Piemonte, reintegrante il diritto comune per ragioni teoriche, e anche per porre in grado i proprietari di sopportare i crescenti carichi pubblici, il sistema dovette risorgere con l'editto 21 maggio 1814, restauratore dell'intiera legislazione pre-rivoluzionaria; e non mancò chi sostenne allora essere il medesimo applicabile ai contratti stipulati sotto l'impero del codice napoleonico. Alla quale pretesa rispose dottamente, nel citato opuscolo, l'avvocato Dal Pozzo, dimostrandone la giuridica assurdità, e traendone occasione a sostenere l'anacronismo ed il danno di metodi comprensibili soltanto " in un tempo in cui si credeva che il comodo d'una parte di cittadini dovesse sagrificarsi a quello di un'altra parte, e si dava una tutt'altra significazione alle voci di utilità generale ". Scienza ed esperienza ormai concordano nell'ammettere la suprema efficacia economica, oltrechè la profonda giustizia, di una egualitaria, imparziale libertà; nonchè l'assoluta incapacità della legge a intervenire nella formazione dei prezzi. Come ogni altro capitale, le case subiscono inesorabilmente le condizioni del mercato; nè si sottraggono a quel principio del tornaconto " che dà anima e vita a tutte le relazioni commerciali, senza

---

(1) La giurisprudenza del senato di Piemonte delimitò subito rigorosamente la portata dell'editto, pronunziando (in decisione 3 agosto 1765) non potersi dare al medesimo una interpretazione estensiva, perchè costituito contro il tenore di libertà, e solo per una certa utilità ed equità. Cfr. Dal Pozzo, *Consulto sopra la questione: Se in Torino sia rinato il diritto d'insistenza a favore degli affittuali delle case.* Anche più restrittiva si dimostrò poi quella del senato di Genova di fronte a tentativi di invocar soluzioni analoghe, in casi di miglioramenti attuati dall'inquilino uscente. Cfr. Magioncalda, Casanova e Gervasoni, *Giurisprudenza dell'eccellentissimo R. Senato di Genova*, 1825, p. 16; 1826, p. 201.

cui tutto cadrebbe in languore, e la società, invece di arricchire e ridondar del bisognevole, impoverirebbe „. L'alternanza di fortune che così spontaneamente si manifesta, potè osservarsi, nelle case stesse di Torino, pochi anni prima; allorchè, imperversando sul Piemonte la più dura crisi, declinarono precipitosamente gli affitti e “ gli affittuali, ad ogni scadenza, domandavano un ribasso, o abbandonavano la casa, senza curarsi nè punto nè poco dell'interesse del proprietario, e senza sapergli grado delle precedenti facilità „. Se oggi, ripopolandosi la capitale, avviene l'opposto, come lagnarsene? Il fenomeno riesce invece altamente confortante, per l'impulso che imprime alle costruzioni. A favorir le quali potrà dedicarsi di preferenza il governo, agevolando le formalità di approvazione tecnica, concedendo gratuitamente terreni, esentando dall'imposta le nuove case per parecchi anni, organizzando, a mezzo di una banca pubblica, il credito fondiario. Avrà così giovato all'esplicarsi di quelle forze naturali, dal cui spontaneo gioco dipende il vero progresso economico del paese (1).

Fosse persuasione diffusa di tale verità elementare, o potere prevalente della classe interessata, il fatto sta che, dal 1815 in poi, la legge restaurata si avviò tacitamente ad una virtuale abolizione. Una sentenza 13 ottobre 1821 del senato (in causa fra Agostino Fontana, agente di cambio e Severino Doglio, droghiere) sanziona bensì il principio, ma insistendo sulla qualità di mercante dell'inquilino, secondo i criteri quindi posti in evidenza, meglio che dalla nostra, dall' “ entratura „ fiorentina (2). In ugual senso erasi pronunziato, poco prima, il vicariato, accogliendo un'istanza di ereditarietà dell'insistenza, quando fosse in causa l'avviamento di un negozio (3). Ma la tendenza liberale, che con Prospero Balbo acquista autorità nei supremi consigli del regno, per improntar di sè, pochi anni

(1) Cfr. *Consulto sopra la questione: Se in Torino sia rinato il diritto di prelazione od insistenza a favore de' pigionanti.*

(2) Cfr. Fea, *Parere sull'aumento delle pigioni delle case in Roma*, p. 138 e sg. *n*.

(3) Cfr. *Pratica legale secondo la ragion comune, gli usi del Foro e le Costituzioni di Sua Sacra Reale Maestà*, Torino, 1819, p. 2ª, tom. I, tit. 30, p. 237 e sgg.

dopo, la politica economica di Carlo Alberto, rende di giorno in giorno più difficile il mantenimento integrale di questo, come di altri arcaici divieti (1).

Spazzandoli definitivamente, il codice civile del 1837 (2) non fa che ratificare l'ormai generale discredito prodotto dall'evidenza del loro mortificante insuccesso.

Chi voglia invero conoscere i risultati raggiunti dal vincolismo locativo a pro degli inquilini torinesi, negli anni della sua regolare applicazione, non ha che ad aprire l'interessante operetta dell'architetto Giovanni Luigi Amedeo Grossi sulle ville del suburbio, là dove egli parla della crisi delle abitazioni che si lamentò in Torino nella seconda metà del settecento. Intorno al 1790, in barba agli editti, " si può asserire francamente che le case antiche sono ad altissimo prezzo, non ostante che la maggior parte dei membri di esse siano alla peggio distribuiti, malsani, con incomode scale per l'accesso ". Le leggi protettive non servono che ad aumentare le vessazioni degli inquilini, " perchè, sebben difficilmente possansi licenziare i conduttori delle case quando pagano la loro pigione a tempo, vivono onestamente e tengono da buon padre di famiglia i membri, non tralasciano però vari proprietari di dette case di fare spendere ed inquietare i conduttori ed affittavoli, quando loro viene offerto un maggior fitto. Molti proprietari poi cercano solamente di ricavar la pigione della loro casa, e guai d'oltrepassare otto giorni; ma se si tratta di far aggiustare i gradini delle scale, riadattare lo sternito dei membri, mantener in sesto le porte e serrature, i vetri alle finestre e tante altre spese che occorrono di tanto in tanto, buona parte si fanno a lor comodo, ed altre si tralasciano. Che se i conduttori recla-

(1) Sempre in tema di case è a ricordarsi pure quello portato dalle regie costituzioni per l'università di Torino (§ 3°, tit. 13°, e § 1°, tit. 15°); in forza delle quali gli uffiziali e studenti dell'università devono, negli affittamenti, venir preferiti, a ugual prezzo di chi prima vi alloggiava; ed i proprietari posson costringersi a provvedere i prefetti delle scuole pubbliche delle opportune abitazioni, a una convenevole pigione. Il Dal Pozzo dice che di tali privilegi s'era ormai cancellata quasi la rimembranza.

(2) Quanto all'" insistenza " si dispone allora un regime transitorio di due anni a pro degli inquilini che già ne godono: cfr. Regie patenti 6 dicembre 1837, art. 21. Cfr. *Atti del governo*, v. V, p. 515.

mano, una pronta ed inumana risposta dai proprietari si fa con dire: chi vuol stare stia ecc., spese però non voglion fare, nè incontrare nella pigione; che le case vecchie di questa città sono appigionate di più, e fuor di proporzione al valor di esse, come è cosa piucchè notoria; nulla di meno è tale la popolazione, per cui tanta gente per star al coperto è obbligata di faticare tutto l'anno e viver con tutta regola per poter saziar l'ingordigia di varî proprietari... Le condanne ed esecuzioni a cui sono sottoposte le persone morose nel pagamento delle pigioni son cose che fanno pietà, e conviene rammentarlo, che, oltre il danno e all'ingiuria, ne cominciano a patire con amaro cordoglio molto tempo prima „. La sistematica resistenza dei proprietari alle richieste di riparazioni e miglioramenti si risolve in un deperimento generale degli stabili e nell'indecenza loro dal punto di vista igienico. I cortili ristrettissimi servono spesso " da vasche per l'acqua che gettasi dai poggioli o che si versa da quella che estraesi dai pozzi; per il che molti hanno più aspetto di pantani che d'altro. Giunte assieme le latrine e ricettacoli, in molte corti poco distanti da' pozzi d'acqua viva, e l'aria tenuemente ventilata, il continuo limo che regna fra gli interstizi de' sterniti delle pietre riccie cagionano soventi infermità a tanti individui „ (1).

In codesto paradiso degli inquilini, le pigioni — oggetto delle speciali sollecitudini dei decreti — toccano un livello proibitivo particolarmente pei poveri, essendo assai più alte nelle catapecchie da essi abitate, dove avvengon più frequenti i cambiamenti. Ivi, riferisce, in un progetto inedito, lo stesso autore, " un semplice camerino appena capace di contenere un letto e, come volgarmente si dice, che senza muoversi dal medesimo si scopa tutta la superficie, si paga almeno 40 lire annue „; mentre nelle nuove case di via Doragrossa (centro del commercio e dell'eleganza cittadina) i più signorili appartamenti si affittano normalmente in ragione di lire 120 per le maggiori camere (2).

---

(1) Cfr. *Guida alle cascine e vigne del territorio di Torino e suoi contorni*, Torino, 1790 (in Carmagnola, presso P. Barbiè), v. II, p. 170 e sgg.

(2) Cfr. " Arch. di stato di Torino „, Sez. I, Mat. econ. *Finanze*, m.° 5° di 2ª addiz., n° 16. " 1793. Progetti diversi per provvedere i fondi necessari alla R. Finanza per sostenere le spese della guerra „.

Nella miglior ipotesi dunque l'insistenza esercitò qualche influsso sulle pigioni soltanto riguardo agli alloggi delle classi medie e superiori, generalmente più stabili e munite di contratti scritti, mentre per le popolari (per le quali i patti verbali rimasero, malgrado ogni divieto, la regola costante) altro non ottenne che di aggravarne i carichi e peggiorarne dal punto di vista igienico le condizioni di vita. Concorre a confermarlo la scarsa disposizione che dopo il 1815 si osserva nei capitalisti alle speculazioni edilizie; onde i non grandi ampliamenti attuati in quell'epoca non si ottengono che mediante l'intervento diretto del municipio, costretto a premiare con straordinari favori e concessioni l'iniziativa privata, in un campo insidiato da tante giuridiche limitazioni (1).

L'insegnamento di tali fatti trovò nella decisione abolitrice il suo epilogo naturale. Del quale esiste un riscontro nel quasi sincrono tramonto della legislazione limitatrice degli affittamenti agrari, adottata, in seguito a minacciose agitazioni, negli anni del primo fermento rivoluzionario (2), e ripristinata nel 1815 con effetti riferiti, non senza stupefazione, dall'inviato francese a Torino (3); fino a che non la spazzò via il buon senso di Prospero Balbo, concorde con Luigi Cibrario nel ritenere rovinosa ed insensata una deroga cotanto arbitraria al diritto comune (4).

---

(1) Cfr. A. Milanesio, *Cenni storici sulla città e cittadella di Torino dall'anno 1418 al 1826, cioè da Amedeo VIII a Carlo Felice*, Torino, Stamperia Favale, 1826, p. 62 e sg.

(2) Cfr. G. Prato, *L'evoluzione agricola nel secolo XVIII e le cause economiche dei moti del 1792-98 in Piemonte*, in " Memorie della R. Accad. delle Scienze di Torino ", s^e^ 2^a^, t. LX.

(3) Cfr. A. Segre, *Manuale di storia del commercio*, Torino, 1913, v. II, pag. 272.

(4) Cfr. L. Cibrario, *Origine e progresso delle istituzioni della monarchia di Savoia*, Torino, 1845, v. II, p. 507 e seg.

Circumnavigazione della Britannia?

Nota del Socio nazionale residente LUIGI VALMAGGI

È opinione antica (si trova già in Xifilino compendiatore di Dione LXVI, 20) che nell'anno 84, per iniziativa di Agricola, una squadra romana abbia compiuto la circumnavigazione della Britannia. L'opinione trae origine dalla testimonianza di Tacito, che fu primo a scrivere delle imprese di Agricola, e sebbene qualche commentatore e qualche storico (come il Hübner in Pauly-Wissowa, *Real-Encycl.* III 872, 18) abbia avuto sentore del vero, è tuttavia opinione abbastanza diffusa, per non essersi ancora data dimostrazione compiuta, e non sarà superfluo darla, che le parole di Tacito sono state fraintese, e che l'asserita circumnavigazione è mera leggenda.

Ricordiamo gli avvenimenti. Nella campagna dell'84 (1), settima ed ultima del suo governo, Agricola riprende le operazioni in Caledonia, già iniziate l'anno innanzi (*Ag.* 25-27) con l'avanzata oltre Bodotria (*Forth*), perviene al monte Graupio (luogo non identificato, ma al nostro proposito importa poco), e mette in rotta i nemici, dopo aver corso rischio di essere travolto da un disastro, e senza conseguire con la vittoria alcun risultato definitivo. Questo naturalmente non è detto da Tacito, che bada a magnificare il successo (2); ma s'indovina facilmente, chi

(1) Sulla data non pare esservi piú contestazione; altri, anziché tra il 78 e l'84, ponevano il settennato di Agricola tra il 77 e l'83.

(2) Come aveva magnificato la vittoria riportata l'anno innanzi con la battaglia presso il campo della legione IX: *Quod nisi paludes et silvae fugientes texissent, debellatum illa victoria foret* (*Ag.* 26, 14 sg.: la numerazione delle righe è quella dell'edizione di C. Annibaldi, che sarà citata più innanzi). Ma allora fu d'impedimento il terreno, come l'anno dopo la stagione (*exacta iam aestate spargi bellum nequibat* 38, 14), e le vittorie rimasero sempre sterili.

sappia leggere tra le righe della narrazione (*Ag.* 35-38) non altrimenti che in un qualunque bollettino di guerra. Il fatto è che Agricola sospese le operazioni, e attraverso il territorio dei Boresti (tribú sconosciuta, ma certo piú a sud) si ritrasse con l'esercito nei quartieri d'inverno, marciando a piccole tappe e terrorizzando le popolazioni. Che cosa sia terrorizzare le popolazioni può insegnarlo la guerra europea. Tacito dice che tutto ciò avvenne *exacta iam aestate* (38, 14). L'autunno Agricola lo destinò a sole operazioni costiere: rinforzò la squadra con truppe da sbarco, e la mandò ad esplorare il littorale e ancora a terrorizzare (10, 16 sgg. e 38, 17 sg.). Già nella campagna dell'anno precedente egli aveva esperimentato l'utilità d'impiegare la flotta dove l'interno era pericoloso (25, 3 sgg.). La squadra partí con l'ordine di rientrare nella sua base di Trucculo (porto della costa orientale (1), ancora non identificato) prima dell'inverno (10, 21). Durante la navigazione toccò e sottomise le isole Orcadi (oggi Orkneys), e giunse pure in vista di Tule (forse Mainland, la maggiore delle isole Shetland). Poi prese la via del ritorno (10, 18 sgg.).

Questo il preciso racconto di Tacito. Il quale non solo non fa cenno alcuno della pretesa circumnavigazione, ma si esprime in modo che non potrebbe escluderla piú apertamente. Basta un'occhiata alla carta. La navigazione da un punto della costa orientale all'estremità settentrionale e l'immediato ritorno dalla estremità settentrionale al punto di partenza non sono il periplo dell' intera isola, quel periplo che a uno storico della marina militare, meritamente apprezzato, parve avere addirittura assodato la dominazione romana nella Gran Bretagna. Eh, converrà domandarne al lavoro dei successori di Agricola, converrà domandarne alle difese di Adriano e di Antonino Pio! Sennonché a chiarire come sia nato l'errore, è d'uopo riportare testualmente i passi che fanno al bisogno. Leggiamo adunque nel cap. 10, 16 sgg.: *Hanc oram novissimi maris* (il littorale della Caledonia) *tunc primum Romana classis circumvecta insulam esse Britanniam adfirmavit, ac simul incognitas ad id tempus insulas,*

(1) Si tenga presente che la costa orientale fu la direttrice strategica di tutte le operazioni di Agricola in Caledonia (cfr. 25, 2 sgg.; 29, 5 sgg.).

quas Orcades (1) *vocant, invenit domuitque. Dispecta est et Thule, quia hactenus iussum et hiems adpetebat.* Similmente, ma piú particolareggiatamente, nel cap. 38, 15 sgg.: *...in fines Borestorum exercitum deducit. Ibi acceptis obsidibus, praefecto classis circumvehi Britanniam praecipit. Datae ad id vires, et praecesserat terror. Ipse* (sc. *Agricola*) *peditem atque equites... in hibernis locavit. Et simul classis secunda tempestate ac fama Trucculensem portum tenuit, unde proximo Britanniae latere lecto omni redierat.* A prima giunta (delle varianti del secondo luogo diremo dopo) i credenti nella circumnavigazione non potrebbero desiderare di meglio. Non sono esse parole chiare nel cap. 10, *Romana classis circumvecta insulam esse Britanniam adfirmavit*? E anche piú chiare nel cap. 38, *praefecto classis circumvehi Britanniam praecipit*? Per l'appunto, e fu il veder troppo chiaro che fece veder falso, trascurando o travisando i particolari essenziali della narrazione. Lasciamo andare che Agricola non potesse ordinare alla flotta di compiere il giro dell'isola, se ancora non sapeva, e fu la flotta ad accertarlo per prima, *insulam esse Britanniam*; è lecito pensare che Tacito scrivesse " ex eventu ", ovvero, e piú verosimilmente, che per artifizio retorico esagerasse alquanto l'importanza della scoperta: che la Britannia fosse un'isola, era " communis opinio " fino da Pitea di Marsiglia (2). Ma *circumvecta* del cap. 10 ha un

---

(1) Codd. *Orcadas* (o *Orchadas*), ma questa non è morfologia di Tacito, scrittore arcaicizzante.

(2) Xifilino, ossia Dione LXVI. 20, chiama in causa la famigerata *cohors Usiporum*: *περιέπλευσαν τὰ πρὸς ἑσπέραν αὐτῆς* (sc. *Βρεταννίας*), *ὥς που τό τε κῦμα καὶ ὁ ἄνεμος αὐτοὺς ἔφερε· καὶ ἔλαθον ἐκ τοῦ ἐπὶ θάτερα, πρὸς τὰ στρατόπεδα τὰ ταύτῃ ὄντα προσσχόντες· κἀκ τούτου καὶ ἄλλους ὁ Ἀγρικόλας πειράσοντας τὸν περίπλουν πέμψας, ἔμαθε καὶ παρ' ἐκείνων ὅτι νῆσός ἐστιν.* E come spesso, lavora di fantasia. Quanto alla navigazione degli Usipi, contrariamente a quel che parve al Seiler, non è prova che invece di costeggiare il lato occidentale e meridionale dell'isola risalissero il *mare Hibernium* girando la punta settentrionale, non ne è prova né l'essere *primum a Suebis, mox a Frisiis intercepti* (*Ag.* 28, 15), perché tribú suebe erano stanziate anche a sud-ovest dei Frisii presso la Schelda, né l'essere alcuni di loro venuti a contatto coi Romani per la via del Reno (*in nostram usque ripam mutatione ementium adductos*, ib. 17), perché questi sono probabilmente soli Usipi catturati dai Frisii. L'interpretazione dell'Altenburg, che a *nostram ripam* suppliva *Oceani* invece di *Rheni*, non ebbe fortuna, e forse non fu torto altrui.

oggetto, e questo oggetto è non l'intera Britannia, sí bene il solo litorale della Caledonia, anzi a rigore l'estremo lembo settentrionale, *oram novissimi maris*. E *Dispecta est et Thule, quia hactenus iussum et hiems adpetebat*? Dove è superfluo notare la brachilogia, per cui tra *dispecta est et Thule* e *quia hactenus iussum* bisogna supplire *sed classis ultra progressa non est*, o altrettale, che spieghi *dispecta* (sc. *tantum*). Dunque avvistata Tule, cioè la terra, o Mailand o altra, cui Tacito dà il nome di Tule, la squadra non andò piú in là, ma tornò indietro. Tutto questo è di evidenza palmare. E allora? Allora si sarà forse immaginato, se qualche cosa s'immaginò, che facesse ritorno costeggiando il lato opposto dell'isola. Ma poiché l'inverno era vicino, e mancava il tempo necessario al percorso (pressapoco alcuni mesi di navigazione), la si mandò a svernare in un qualsiasi porto sconosciuto, in attesa che continuasse la rotta nella primavera dell'anno seguente. Sennonché qui si richiede piú lungo discorso.

Abbiam veduto che il capitolo trentottesimo, dove lo scrittore riparla del viaggio della flotta, si chiude con queste parole: *Et simul* (ossia mentre le truppe di terra rientravano nelle sedi invernali) *classis secunda tempestate et fama Trucculensem portum tenuit, unde proximo Britanniae latere lecto omni redierat*. Invece di *lecto*, lezione marginale del codice Esino e dei due codici Vaticani, il testo dell'Esino ha *prelecta* (sic), il Toletano e in margine anche uno dei due Vaticani *prelecto* (1); varianti che non mutano il senso. E a *latere* Pichena sostituí *litore*, seguíto da molti; ancora senza differenza nel senso. Il quale è che la squadra aveva fatto ritorno nel porto donde era partita, cioè nel porto di Trucculo, dopo avere visitato il solo litorale adiacente, cioè il solo litorale caledone. Nel costrutto *unde... redierat* abbiamo esempio di quella forma d'imprecisione stilistica per contaminazione, ossia fusione di due concetti in un inciso unico (*unde profecta erat... eo redierat*), come 42, 24 *quo plerique... inclaruerunt* (cioè *quo plerique cum pervenissent... inclaruerunt*), e simili, che io illustrai altra volta in *Rivista di filologia classica*, XXXVI, 379 sgg. E già un acuto commentatore della prima

(1) Cfr. *Ann.* II, 79; VI, 1.

metà del secolo passato, Nicola Bach (1835), aveva inteso rettamente chiosando: " unde (ex Trucculensi portu) egressa post-" quam classis proximum omne Britanniae latus legerat eo (ad " eundem portum) redierat ". Ma con scarso effetto, sí per mancanza di idee chiare su questo particolare carattere dello stile di Tacito (1), sí ancora, e soprattutto, perché la leggenda della circumnavigazione, non che malconcia, ne usciva fuori interamente sfatata. Perché se nel viaggio di andata e ritorno la flotta non esplorò che la sola costa della Caledonia (e consuona perfettamente il cap. 10: *hanc oram novissimi maris tunc primum Romana classis circumvecta*), resta escluso senz'altro che abbia compiuto l'intero giro della Britannia. Ma i filologi sono gente per lo piú ostinata, e quando un testo non risponde alle loro idee, mettono mano ai ferri. L'operazione, a non parlare di tentativi meno fortunati, fu condotta a termine dal Madvig, rassettando, o rabberciando, a questo modo: *unde proximo a n n o Britanniae litore lecto omni r e d i t u r a e r a t.* Un vero prodigio: con due bagatelle, l'applicazione d'un nuovo arto (*anno*) e la sostituzione d'un altro (*reditura erat* per *redierat*), l'insigne danese era riuscito non solo a ridurre al dovere l'incomodo *proximo litore* o *latere*, ma altresí a designare i parecchi mesi occorsi alla circumnavigazione, dei quali pareva dovere in qualche modo trovarsi traccia nel racconto di Tacito.

Ora che una tale chirurgia piacesse al tempo del Madvig, e anche nei tempi che piú da presso seguirono al Madvig, si comprende facilmente: era l'età che vide e avversò appena timidamente le aberrazioni di Emilio Baehrens. Meravigliano invece le buone accoglienze di altri filologi piú recenti, e in ispecie dell'editore che ultimamente pubblicò l'*Agricola* nella collezione paraviana diretta da Carlo Pascal, di cui è noto il programma conservatore. E tanto piú meravigliano, se anche in quella edizione l'Annibaldi non si schierò tra i fedelissimi del programma (2), tanto piú meravigliano le sue predilezioni per la rattoppatura del Madvig, quando si consideri che egli aveva innanzi a sé

(1) Gli esempi che lo stesso commentatore registra nelle note a *Hist.* I, 56 sono di altra natura.

(2) Cfr. le osservazioni di Pietro Ercole, " Riv. di filol. class. ", XLVI, 115 sgg.

l'esempio di parecchi predecessori, i quali in ossequio alla tradizione piú autorevole, ricuperata dapprima col codice Toletano, per cura del Leuze, e poi e meglio col codice Esino, per merito dell'Annibaldi medesimo, erano in questi ultimi anni tornati senz'altro alla lezione dei manoscritti. Che se qualcuno fece eccezione, come Roberto Novák (1902), pure cosí acuto interprete di Tacito, questa è semplicemente prova della tenacia con cui si perpetuano certi pregiudizî. Tale tenacia, che tra gli stessi editori e commentatori piú rispettosi della tradizione la maggior parte o chiusero gli occhi alla difficoltà, o, come il Gudeman, stettero paghi a notare la contradizione non con l'idea del periplo, su cui non pareva da muovere dubbio, ma col precedente *Dispecta est et Thule, quia hactenus iussum* del cap. 10. Vie maggior lode spetta pertanto a quei pochi che si trovarono sulla via buona. Già l'Ercole (1898) aveva inteso giustamente che girata l'estrema punta settentrionale " la flotta sicura ormai " che la Britannia era un'isola rifece il cammino ". E l'osservazione fu riprodotta da altri commentatori, ma senza rinunciar per cotesto alla circumnavigazione. Piú di recente anche lo Stuart (1909) nelle note a *circumvehi Britanniam praecipit* del cap. 38 avvertiva che dal confronto col cap. 10 " we learn that " *circumvehi* refers not to the whole island, but only to the " northern coast ". Poteva dire piú semplicemente che *Britanniam* sta per *Caledoniam*: ancora forma d'imprecisione stilistica familiarissima a Tacito, cioè imprecisione per sostituzione del tutto alla parte, come è dichiarato nella citata *Rivista*, XXXVI, 376 sg. E fu questa sostituzione la causa principale dell'errore che trasse a scambiare per navigazione intorno a tutta l'isola quella che realmente non fu se non piú modesta esplorazione di una parte della Caledonia. Né all'inganno mancò il concorso di qualche altra ragione. Cooperò ad esempio lo stesso verbo *circumvehi*, che pare fatto apposta per ingenerare l'idea della circumnavigazione, quantunque il verbo non valga sempre 'navigare attorno', ma qualche volta sia altresí 'navigare lungo', cioè 'costeggiare'. Pure a questo non si pose mente: colpa forse dei dizionari, *Thesaurus* compreso, i quali non registrano il significato, anche a dispetto di esempi non dubbi come il liviano (XXII, 31, 1): *Cn. Servilius Geminus consul cum classe... circumvectus Sardiniae et Corsicae oram... in Africam transmisit.* Quanto

a *insulam esse Britanniam adfirmavit*, se poté a sua volta ribadire l'equivoco, non è perciò meno fuor di proposito: ad accertare la forma della Britannia non occorreva in ogni caso che l'esplorazione dell'estremità settentrionale, perché le altre parti erano già conosciute.

Torniamo alla storia vera. Dopo la battaglia del monte Graupio, compreso di non potere continuare la campagna nell'interno del paese, almeno per allora, Agricola si contenta della conquista del littorale, o, per dire piú esattamente, si contenta d'un purchessia simulacro di conquista. Caso non raro nelle imprese di questo genere, e ne sappiamo qualcosa anche noi: oggi si chiamano colonie, i Romani le chiamavano provincie, ma la sostanza resta sempre la stessa, e le stesse sono le cause, gli stessi i modi e gli effetti, lo stesso lo spirito d'imperialismo, o, ch'è tutt'uno, di militarismo. Il quale, per dichiarazione dei competenti, " è un Moloch insaziabile „, e a sostenersi " ha bi- " sogno di successi continui, permanenti, inesauribili „. Roma agognava alla conquista: vi agognava da tempo (1) e ancora poco prima dei trionfi di Agricola, Plinio il vecchio si doleva " XXX prope iam annis notitiam eius „ (sc. Britanniae) " Ro- " manis armis non ultra vicinitatem silvae Calidoniae propa- " gantibus „ (*N. H.* IV, 102). Di queste aspirazioni irrequiete, di quest'aspettativa sempre piú febbrile, di questo stato oserei dire assillante dell'opinione pubblica, o almeno dell'opinione dei dirigenti, si ripercuote ancora l'eco nella scrittura di Tacito, specie nelle parti piú propriamente oratorie. *Inveniendum tandem Britanniae terminum*, proclamano le truppe dopo la prima vittoria d'oltre Bodotria (27, 3), e la concione di Calgaco addita i Romani combattenti *Britanniae... in ipsis penetralibus* (30, 11), e quella di Agricola rincalza: *finem Britanniae non fama nec rumore, sed castris et armis tenemus: inventa Britannia et subacta* (33, 14 sg.).

Gli estremi confini furono toccati, se non tenuti, per via di mare, la bellicosa Caledonia fu soggiogata, se non in effetto, al-

---

(1) VIRGILIO, *Georg.* III, 25; ORAZIO, *Carm.* I, 21, 15; 35, 29; III, 5, 3; IV, 14, 47; *Epod.* 7, 7; PROPERZIO, III, 23 (27), 5; IV (V), 3, 9. Nel *Monum. Ancyr.* c. 32 Augusto registra tra i *supplices* profughi presso di lui anche due *reges Britannorum*, Dumnobellauno e un altro di cui è incerto il nome.

meno per simbolo, e la flotta avanzò, o credette avanzare, sin presso la leggendaria " ultima Thyle ", cui già un secolo innanzi occhieggiava Virgilio (1). Ad Agricola si decretarono solenni onoranze, le maggiori onoranze che potessero essere premio di un generale vittorioso, e anche senza circumnavigazione la sua fama suonò alta per tutte le terre dell'impero. Alta suonò la fama e durevole, poiché la vita meno vertiginosa concedeva che piú tenace sopravvivesse allora il ricordo degli uomini e delle cose. E la voce di Stazio (2) e di Giovenale (3), per non parlar d'altri, ammonisce che non era freddo artifizio d'apologista se in quei primi anni di Traiano, quando compose l'*Agricola*, Tacito vaticinava allo suocero gloria immortale: " Quicquid ex " Agricola amavimus, quicquid mirati sumus, manet mansu- " rumque est in animis hominum, in aeternitate temporum, in " fama rerum: nam multos veterum velut inglorios et ignobiles " oblivio obruet, Agricola posteritati narratus et traditus su- " perstes erit " (46, 18 sgg.).

---

(1) *Georg.* I, 30.
(2) *Silv.* V, 1, 91.
(3) 2, 159.

L'Accademico Segretario
ETTORE STAMPINI

CLASSE
DI
SCIENZE FISICHE, MATEMATICHE E NATURALI

Adunanza del 14 Aprile 1918

PRESIDENZA DEL SOCIO PROF. COMM. ANDREA NACCARI
PRESIDENTE DELL'ACCADEMIA

Sono presenti i Soci D'Ovidio, Direttore della Classe, Foà, Guareschi, Guidi, Mattirolo, Grassi, Somigliana, Panetti e Parona Segretario.

Si legge e si approva l'atto verbale della precedente adunanza,

Il Segretario comunica che i Soci corrispondenti ultimamente nominati signori A. Angeli, F. O. Bower, G. Chiarugi, H. De Vries, A. Piutti hanno inviato lettere di ringraziamento. E dà lettura della lettera colla quale il Presidente della Federazione " Pro Montibus „ ringrazia per il voto di plauso e di augurio alla iniziativa per l'istituzione del Parco Nazionale nell'Appennino Centrale.

Il Socio Guareschi fa omaggio della sua Memoria *Di alcuni errori sulla localizzazione dei composti chimici nei semi di frumento e di risò e sul cosidetto aleurone.* Il Socio Guidi offre la Nota (II e III) *Sulle dighe a volta*, ed un'altra sua pubblicazione *Sulla sicurezza delle dighe di sbarramento.* Ed il Socio Mattirolo il suo studio su *I bulbi del " Muscari comosum „ Mill. (Cipollaccio col fiocco) proposti come alimento anche alle popolazioni*

dell'Italia Settentrionale. I tre colleghi dànno notizia di questi loro lavori ed il Presidente li ringrazia del dono e delle interessanti comunicazioni.

Il Segretario presenta otto pubblicazioni, citate nell'elenco dei doni, inviate dal Socio corrispondente De Toni; offre in omaggio il cenno necrologico del compianto Presidente Camerano, da lui scritto per la " Rivista del Club Alpino ", ed avverte che la Sede Centrale del Club ha cortesemente mandato parecchie copie, che sono a disposizione dei presenti.

Il Presidente ricorda che resta a provvedere per la commemorazione accademica del Camerano; e, poichè è informato dal Segretario che il Socio corrispondente D. Rosa assumerebbe l'impegno di prepararla, si dice lieto di proporre alla Classe che l'incarico sia affidato al Prof. Rosa, indicatissimo per la sua grande competenza e per i rapporti di amicizia che lo univano all'illustre defunto. La Classe approva unanime.

Sono accolte per la pubblicazione negli *Atti* le seguenti Note:

del Socio Guareschi, *Gli anelli vortici di Tait e il solfo colloidale. Con esperienze di lezione;*

dell'Ing. Filippo Burzio, *Sopra alcune formole del Mayevski relative al 2° problema balistico fondamentale*, presentata dal Socio Panetti;

del Prof. A. Campetti, *Conducibilità ed assorbimento dei vapori di sodio.* Parte II, *Resultati delle esperienze*, presentata dal Socio Naccari;

del Socio C. Somigliana, *Sulle onde di Rayleigh.*

LETTURE

Gli anelli-vortici di Tait e il solfo colloidale. Con esperienze di lezione

Comunicazione del Socio nazionale residente I. GUARESCHI

È noto che W. Thomson e Tait da lungo tempo dimostrarono la formazione dei così detti anelli a *tourbillons* o anelli *tournants* o meglio *anelli-vortici* e che ora si chiamano anche anelli di Tait o di Thomson.

Sir W. Thomson (lord Kelvin) ammise, modificando il vecchio concetto di Descartes, che la materia fosse in realtà costituita da particelle vorticose o *tournantes* di qualche cosa che riempie lo spazio, cioè di un fluido diffuso dappertutto e che ha movimento vorticoso o *tourbillonnant*. Le proprietà di questo movimento degli anelli-vortici furono studiate specialmente da Helmholtz e da Tait.

Il Tait (1) otteneva degli anelli bianchi che si muovevano nell'aria con moto vorticoso, facendo, da una cassetta piena d'aria e di vapori di cloruri di ammonio, uscire violentemente questo miscuglio da un foro circolare praticato in una parete della cassetta rettangolare e col pugno dando un colpo secco sulla parete opposta formata da un tessuto elastico. Questi anélli sono analoghi a quelli che si formano coll'idrogeno fosforato quando una bolla di questo gas (impuro di idrogeno fosforato liquido) uscendo dall'apertura di un tubo che sta sotto l'acqua, viene in contatto dell'aria.

---

(1) P. G. Tait, *Conférences sur quelques-uns des progrès récents de la physique*, 1886.

Anche durante gli esercizii di tiro delle artiglierie colla vecchia polvere pirica si notavano spesso dei grandi anelli che salivano a molti metri di altezza nell'aria senza rompersi.

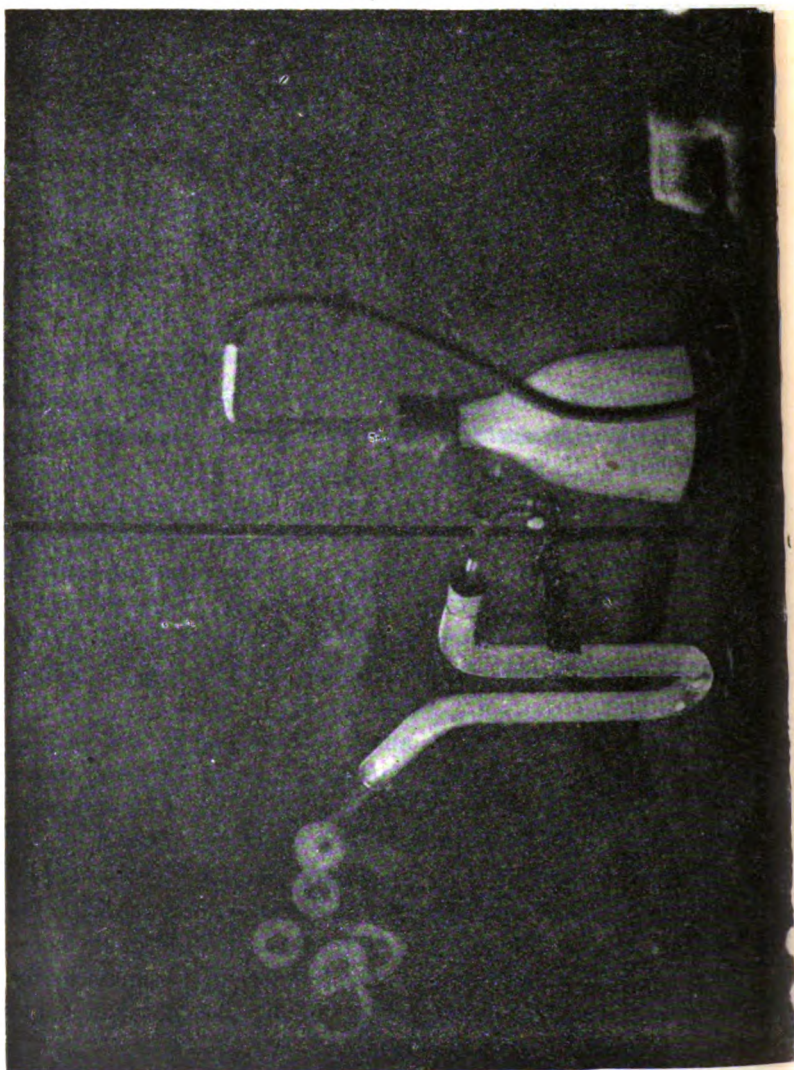



Fig. A.

Durante le mie lunghe ricerche sull'assorbimento dei gas detti asfissianti, ed intorno ai quali debbo ancora pubblicare

una ultima parte, terminata già da tempo, ho osservato vari fatti che mi sembrano non privi di interesse e che si connettono con i sovraccennati anelli-vortici.

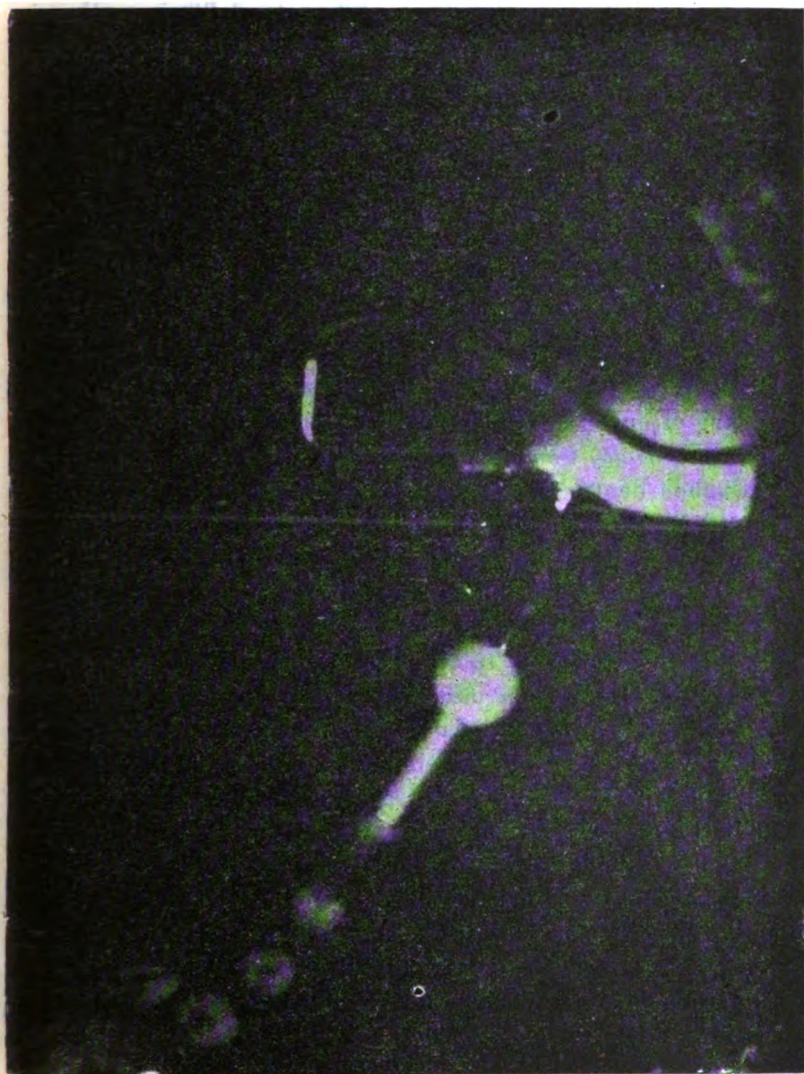



Fig. B.

Ogni anello di Tait è formato da una massa d'aria in movimento progressivo mescolata con fina polvere o nebbia di

cloruro di ammonio; è insomma una porzione definita di aria ripiena o meglio involta o involucrata di fumo del cloruro di ammonio contenuto nell'interno della cassettina. L'aria così inviluppata o involucrata dal cloruro di ammonio sarebbe quasi, come scrive il Tait, una sostanza differente dall'aria ordinaria ambiente, che si sposta rapidamente attraverso a questa proprio come un corpo solido, un corpo rigido.

Io credo che in queste condizioni il cloruro di ammonio sia allo stato colloidale. Ho osservato che questo miscuglio di aria e di cloruro di ammonio sotto forma di anello è tanto stabile che può attraversare uno e successivamente anche più strati di acqua, e di altri liquidi.

E, cosa secondo me assai curiosa, non solamente si ottengono degli anelli giranti per l'aria con il cloruro di ammonio ma ben anco con sostanze che sono avidissime d'acqua, quali sono l'*anidride solforica* e l'*anidride fosforica*. Ho già fatto cenno di alcuni di questi fatti nella mia Nota: *Delle singolari proprietà della calce sodata*, Comunicazione II [1].

Quando dentro una boccia tubulata contenente dell'acido solforico fumante, o acido di Nordhausen, con 25-30 % di anidride, si fa entrare a scatti mediante una pera o palla di gomma elastica, dell'aria, escono dalla parte opposta dei fumi bianchi di anidride solforica; e se, come indica la figura A, questi fumi entrano in tubo ad U contenente tant'acqua da fare lieve chiusura nella curvatura, allora dalla parte opposta escono gli anelli costituiti da aria involucrata da anidride solforica, la quale benchè avidissima di acqua, come è notissimo, in queste condizioni passa attraverso all'acqua stessa dando degli anelli bellissimi e più o meno grossi secondo il diametro del tubo. Si producono anelli pure assai belli se invece di attraversare l'acqua l'anidride solforica e l'aria attraversano altri liquidi, quali l'alcool metilico o l'alcool amilico; meno bene coll'alcool etilico. Bene si hanno se l'anidride solforica o il cloruro di ammonio attraversano la *α bromonaftalina*. Si hanno pure attraverso il mercurio.

---

(1) " Atti della R. Accad. delle Scienze di Torino ,, 1915, t. 51, p. 64.

Molto belli si producono se l'aria carica di S^2O^6 [1] attraversa l'acido solforico fumante contenuto nel tubo ad U. Coll'alcool metilico si hanno benissimo, sembrano più leggeri ed il movimento di rotazione si scorge benissimo.

Invece del tubo semplice ricurvo contenente i liquidi si possono avere gli anelli facendo passare S^2O^6 oppure NH^4Cl entro un tubo con grosso rigonfiamento a sfera (fig. B) entro al quale si accumula la nebbia che poi esce dalla parte opposta. Insomma si può variare l'apparecchietto come si vuole e ottenere bene gli anelli. L'apertura dalla quale escono gli anelli può essere anche quadrata anzichè circolare.

Si possono ottenere benissimo degli anelli di aria e cloruro di ammonio ponendo dentro la boccia, invece dell'acido solforico fumante, due cassaline in una delle quali si mette dell'acido cloridrico fumante e nell'altra dell'ammoniaca concentrata. Oppure si può sospendere dentro la boccia un'asta di ferro terminata da un cucchiaino pure di metallo, ove si pone un pezzetto di *fosforo* che si accende rapidamente con un filo di ferro caldo e poi si fa entrare l'aria a scatti. L'*anidride fosforica* P^2O^5, che è la sostanza più straordinariamente avida di acqua, in queste condizioni attraversa l'acqua, o altro liquido, e fornisce degli anelli bellissimi.

Le due figure precedenti possono dare una idea del nuovo apparecchietto per ottenere gli anelli di Tait, facendo passare i gas o i vapori attraverso l'acqua od altro liquido, oppure unicamente attraverso un tubo lungo con un grosso rigonfiamento a sfera.

Avevo ideato un apparecchio pure in vetro che avrebbe forse funzionato meglio, ma non ho potuto farlo costruire.

Si noterà che gli anelli si formano benissimo anche quando la nube bianca di anidride solforica o fosforica o di cloruro di ammonio ha attraversato due o tre tubi ad U congiunti insieme

---

(1) L'anidride solforica che produce la nebbia, e quindi gli anelli, probabilmente è l'anidride solida S^2O^6, o anidride disolforica, la quale a freddo reagisce più lentamente. La grandezza molecolare dell'anidride disolforica fu stabilita dal prof. Oddo mediante l'abbassamento del punto di solidificazione delle soluzioni nell'ossicloruro di fosforo.

e contenenti dell'acqua o dell'acido solforico fumante od altro liquido nelle curvature.

Si formano pure anelli molto belli facendo passare l'anidride solforica attraverso al bicloromonobromometano $CHCl^2Br$; il quale è un liquido incoloro bollente a 91°-92° e peso spec. = 1.9254. Gli anelli sono pesanti e tendono a cadere in basso sempre allargandosi in direzione orizzontale.

Col *bromoformio* $CHBr^3$, liquido bollente a 151° e del peso specifico 2.9041, si hanno pure anelli molto belli, ma che non presentano nulla di speciale.

Col *tetraclorometano* CCl^4, che bolle a 76°-77° ed ha il peso specifico di 1.599, si hanno pure anelli di anidride solforica o col cloruro di ammonio.

Gli anelli si formano molto bene anche facendo passare la nube bianca di cloruro di ammonio attraverso all'acido solforico fumante. In questo caso esce una miscela di cloruro di ammonio e di anidride S^2O^6 e forse anche di $SO^2<^{OH}_{NH^2}$, e gli anelli sono spesso visibilmente trasparenti nella metà superiore e più densi e bianco-opachi nella metà inferiore.

Noi vediamo dunque il caso singolare di sostanze quali NH^4Cl e $H^2S^2O^7$ le quali in circostanze ordinarie reagirebbero vivamente l'una sull'altra trovarsi invece allo stato di nubecola in contatto, e NH^4Cl passare oltre insieme a S^2O^6.

Si formano pure degli anelli grossi, densi, pesanti quando si fa passare la nebbia di anidride solforica attraverso l'*ammoniaca concentrata* al 20 %. Allora l'anello non sarà costituito solamente di aria involucrata di anidride, ma probabilmente anche dal composto $SO^2<^{OH}_{NH^2}$ od anche $SO^2<^{NH^2}_{NH^2}$. L'ammoniaca concentrata e l'anidride solforica sono due sostanze che nelle condizioni ordinarie reagirebbero colla massima violenza.

La nubecola o fumo di anidride solforica passa anche attraverso l'*idrato sodico* al 30 %, dando anelli che non hanno nulla di speciale. Così pure anche i fumi bianchi di *anidride fosforica* passano attraverso l'idrato sodico al 30 %. Densa nebbia e grossi anelli si ottengono anche facendo passare il gas acido cloridrico oppure il gas ammonico attraverso l'acido solforico fumante.

Ad ogni modo si possono variare le esperienze all'infinito adoperando liquidi e nebbie diverse e tubi di diametro diverso.

Non ho, sino ad ora, trovato nessuna relazione tra la facilità a fornire gli anelli ed il peso specifico dei liquidi attraversati dall'anidride solforica o dal cloruro di ammonio.

Si ottengono pure gli anelli collo stesso apparecchio o gli stessi apparecchi impiegando invece dell'aria un altro gas; coll'*anidride carbonica* CO^2 passante attraverso l'acido solforico fumante si hanno degli anelli molto pesanti (gas anidride carbonica con involucro di anidride solforica) che si muovono nell'aria, ma cadono verso terra e si rompono facilmente.

Così pure adoperando il gas *idrogeno* gli anelli si formano, ma meno bene, sono leggeri, vanno in alto e si rompono facilmente. Ciò si capisce facilmente, perchè CO^2 e H^2, dai quali sono costituiti gli anelli, tendono ad espandersi nell'aria.

Anche coi *vapori di bromo* si hanno gli anelli, ma sono molto pesanti e cadono facilmente verso terra. Anche il vapore di bromo attraversa bene l'acqua.

Se si fa passare l'aria con anidride solforica attraverso al bromo liquido, si hanno degli anelli rossi, pesanti, i quali però si rompono facilmente.

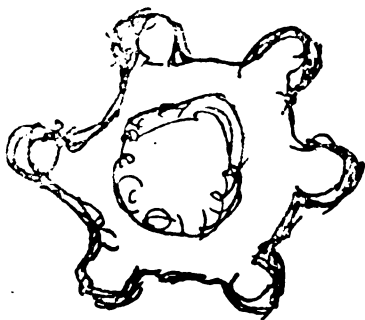
Affinchè le esperienze riescano bene fa d'uopo che siano eseguite in ambiente ove l'aria sia in quiete e non vi siano forti correnti.

Anche le nubecole degli anelli rotti cadono dall'aria a forma di fungo rovesciato, continuando a muoversi come negli anelli; analogamente a quanto accade per il solfo colloidale nelle esperienze che esporrò più avanti.

Vi deve essere una analogia fra lo stato colloidale dei solidi e questo stato speciale dell'aria o altro gas, involucrata da un sottile strato di materia solida o liquida.

Si potrà usufruire di queste osservazioni, variando anche la forma degli apparecchi in modi diversi, e trarne delle conclusioni, forse non prive di interesse, riguardo al movimento molecolare e atomico e la costituzione della materia.

Non è forse privo di importanza che io faccia notare come gli anelli quando cominciano a guastarsi od a rompersi assumono per un momento la forma esagonale, come quella di una

ruota a sei denti arrotondati, quale ad esempio nello schizzo seguente :

Fumo o nebbia prodotta insieme all'incandescenza dall'acido solfidrico attraverso la calce sodata. — Attraverso un tubo ad U del diametro di poco più di 1.5 cm. contenente 40 gr. di calce sodata di recente preparata, feci rapidamente passare un litro di gas acido solfidrico insieme a corrente d'aria. Il gas solfidrico fu rapidissimamente assorbito e la carta ad acetato di piombo posta verso la parte opposta del tubo non dava segno di acido solfidrico. La calce sodata si colora subito in bruno-scuro e rosso, e in alcuni punti in ranciato; si sviluppa molto calore, al punto che non si può toccare il tubo, e dopo pochi momenti, nel punto ove corrisponde il sesto o l'ottavo centimetro della calce sodata, questa diventa *incandescente*, manda viva luce e nel tempo stesso nella boccia di Habermann, che segue al tubo ad U, di aspirazione, si notano abbondanti fumi o nebbia bianca, intensa, che va sino entro la pompa ad acqua. L'incandescenza si propaga per cinque o sei centimetri, poi cessa, e nella parte ove si è avuta l'incandescenza tutta la massa diventa bianca; l'aria ha ossidato i solfuri. Cessata la viva reazione, feci assorbire allo stesso modo un secondo litro di gas acido solfidrico e l'incandescenza della calce sodata ebbe luogo verso la curva del tubo e si propagò per 5-6 cm. ancora, con formazione di densa nebbia bianca; nulla di acido solfidrico passò. La velocità del passaggio dell'acido solfidrico e dell'aria era pressochè quella della inspirazione.

Dunque operando in tal modo si ha la nebbia bianca che passa attraverso anche a molta acqua; ma non si ha solfo col-

loidale. Non ho più studiata la natura di questa nebbia; però la sua formazione mi fece pensare agli anelli di Tait e cercai di ottenerli in vari modi, modificando l'apparecchio e le sostanze producenti la nebbia e gli anelli. Tanto più che per spiegare la formazione della nebbia precedente feci passare l'anidride solforica S^2O^6 attraverso all'acqua e vidi che questo composto si prestava benissimo a fornire i detti anelli.

Dalla esperienza precedente dell'incandescenza prodotta coll'acido solfidrico a mezzo della calce sodata, fui condotto alle esperienze che hò esposto più sopra.

Solfo colloidale dall'acido solfidrico con miscela di ossido di mercurio e calce viva oppure con acido solfidrico e gas solforoso. — È noto da lungo tempo (Fr. Selmi e Sobrero) che per l'azione dell'acido solforoso sull'acido solfidrico si produce del solfo in particelle minutissime, che ha proprietà colloidali.

Io l'ottenuto nel modo seguente producendo l'*incandescenza* per l'azione dell'acido solfidrico su una miscela di calce viva ed *ossido mercurico giallo.*

Gr. 10 di calce viva bianca, comune, molto buona e conservata in vasi chiusi alla lampada, mescolati con gr. 6 di *ossido mercurico giallo* (che da lunghissimo tempo era stato preparato in questo laboratorio), furono trattati con 1 litro di gas H^2S e corrente d'aria. La massa annerisce; una parte del solfidrico passa subito oltre nella boccia di Habermann e nel boccione che serve da aspiratore. Si produce molto calore e poco dopo si manifesta una *vivissima incandescenza* [1] con produzione di molto gas solforoso. La temperatura è tale che il vetro del tubo ad U si rammollisce. L'acqua della boccia di Habermann diventa lattiginosa per solfo colloidale che si forma tra H^2S e SO^2 e il solfo pure colloidale si deposita entro il boccione, producendo un curioso fenomeno di precipitazione di solfo minutissimo

---

[1] Si noterà che HgO è fra gli ossidi che sviluppano più calore per l'azione dell'acido solfidrico: circa 45.300 cal. secondo Thomsen (" J. pr. Chem. ", 1879 (2), t. 19, p. 17) e 48.700 secondo Berthelot (" C. R. ", 1874, t. 78, p. 1176).

in forma di arborescenza che cade dalla superficie dell'acqua e va al fondo in spirali, ognuna delle quali è terminata da un anello, che sembra un anello di Tait: al centro del vaso, o per meglio dire al centro della superficie dell'acqua, non si deposita solfo, se tutto rimane in quiete. La vista della caduta di questo solfo colloidale lattiginoso a guisa di grappoli o di stalattiti è bellissima. Nel tubo ad U si trova del mercurio ridotto a specchio metallico e del solfuro di mercurio.

La fig. (C), benchè non ben riuscita, causa il lento e continuo movimento del solfo che cade dall'alto, può dare un'idea dell'interessante fenomeno.

I fumi bianchi che si formano dunque nell'interno dell'apparecchio sono costituiti in questo caso da minute particelle di solfo colloidale, provenienti dalla reazione fra l'acido solfidrico ed il gas solforoso che si produce durante l'incandescenza e che non può venire assorbito dalla calce o dalla barite (perchè l'incandescenza avviene anche colla barite e l'ossido mercurico); invece i fumi o nebbia che si osservano colla calce sodata e l'acido solfidrico sono di natura affatto diversa; questa nebbia non contiene solfo, perchè tanto l'acido solfidrico quanto l'acido solforoso prodotto durante l'incandescenza, vengono assorbiti dalla calce sodata, che si distingue dai miscugli appunto pel suo straordinario potere assorbente; ed invero l'acqua della boccia Habermann, come quella dell'aspiratore, col riposo ridiventa limpidissima.

Visto questo fenomeno curioso, ho voluto provare a far agire i due gas: solfidrico e solforoso, in modo che lo solfo formatosi cadesse lentamente dall'alto dell'acqua.

Mediante un aspiratore a caduta d'acqua, in forma di grossa boccia con tubolatura al fondo, ho fatto passare una corrente dei due gas H^2S e SO^2 contenuti in due boccie diverse, una di circa 1 litro di H^2S e l'altra di $^1/_2$ litro di SO^2. Quando i due gas entrano nel boccione reagiscono appena in contatto dell'acqua, la quale devesi fare scolare con getto moderato dalla tubulatura in basso, munita di un tubo di vetro e pinza. Così si produce del solfo colloidale di un bel colore *azzurro celeste*, quasi si direbbe fluorescente, a forma di glomeruli terminati ad anello come quelli di Tait. Se l'acqua del boccione non è perfettamente tranquilla ed ha, ad esempio, un lieve movimento

rotatorio o giratorio da sinistra a destra, allora il solfo si precipita lentamente quasi come in sottili fili di cotone azzurro-

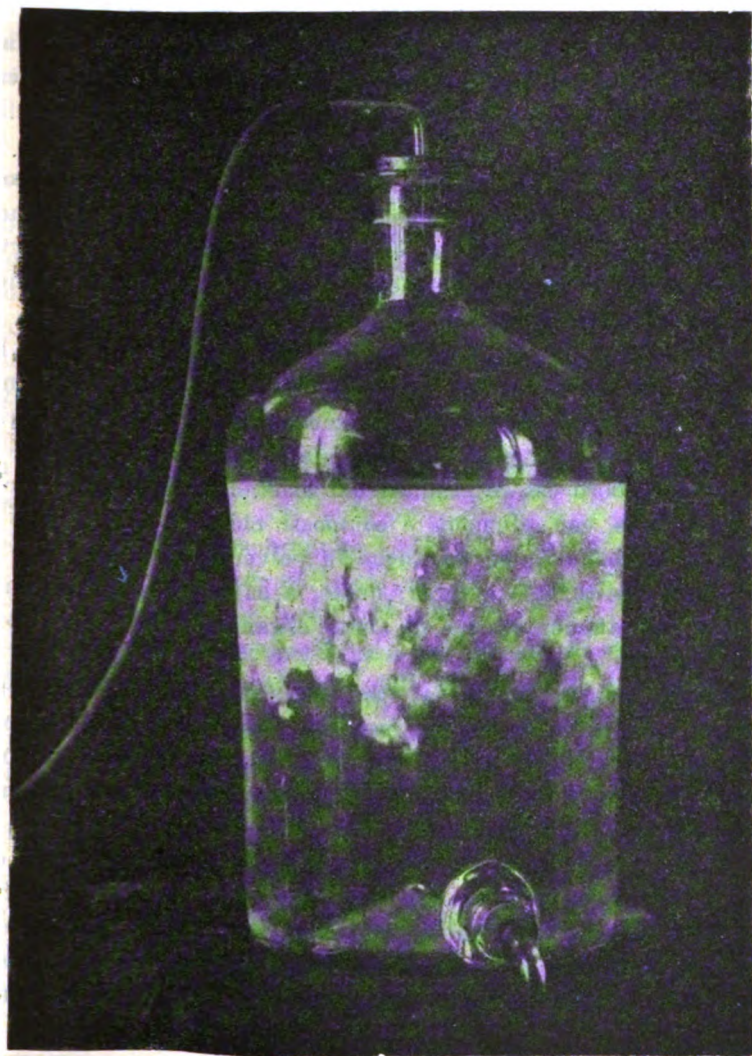



Fig. C.

gnolo. In un modo o nell'altro il fenomeno è molto bello e può costituire una elegante e persuasiva esperienza di lezione sul

solfo colloidale e sul modo di separarsi quando l'acqua è in leggero movimento dall'alto al basso, o rotatorio.

Questo ed altri fenomeni analoghi, come quelli degli anelli, dovrebbero essere cinematografati.

Bisognerebbe esperimentare anche con liquidi diversi dall'acqua, per vedere quale influenza vi sarebbe sul modo di caduta del solfo. In questo senso non ho fatto delle esperienze.

La teoria di Lord Kelvin e di Helmholtz degli atomi-vortici non tiene in conto le cariche elettriche degli atomi e non soddisfa più in tutto alle moderne conoscenze. Però, osserva Tunzelmann, la teoria più generale degli elettroni non esclude quella degli atomi-vortici (1).

I fenomeni di rapida rotazione degli anelli-vortici che ho descritti più sopra insieme a quelli del solfo colloidale in movimento che si possono effettuare con composti chimici diversi, e probabilmente con elementi allo stato colloidale, quale è il solfo, dovrebbero essere studiati dai fisici. Bisognerebbe anche esperimentare con elementi e composti chimici allo stato di finissima nebbia o fumo od anche in polvere colloidale, ma di valenza e costituzione diverse; quale, a cagion d'esempio, una serie di sali ammoniacali e di amine organiche e di altri composti organici.

Meglio poi se si potesse sperimentare in larghi ambienti diversi dall'aria; in camere chiuse ove fossero dei gas diversi dall'aria e farvi penetrare gli anelli. Io non ho a mia disposizione i mezzi per fare queste esperienze, che però credo non sarebbero prive d'importanza.

Come pure sarebbe da esperimentare in ambienti in cui l'aria o altro gas potesse essere rarefatto a diversi gradi. E così mettersi in condizione di produrre i vari anelli in ambienti diversi dall'atmosfera. Tanto più perchè noi esperimentando solamente nell'atmosfera terrestre non possiamo con sicurezza trarre

---

(1) G. W. De Tunzelmann, *La teoria elettrica ed il Problema dell'Universo considerato dal punto di vista fisico*. Trad. ital., 1914, pp. 65-66.

Si vegga anche il capitolo IX, *La nuova teoria della materia e le sue basi sperimentali* in *Nuova Enciclopedia di Chimica*, vol. I.

delle conclusioni che valgano per tutto l'Universo, per tutta la Natura.

Noi sappiamo che la composizione chimica dell'atmosfera terrestre (che è un nulla relativamente all'Universo!) varia molto coll'altezza, e secondo Wegener [1] l'atmosfera nostra a diverse altezze avrebbe la composizione chimica seguente in 100 volumi:

	al livello del mare	a 80 chilom. Pressione 0,0193	a 100–120 chilom. Pressione 0,0106–0,0090
Geocoronium	0,00058	19	29
Idrogeno	0,0033	55	67
Elio	0,0005	4	4
Azoto	78,1	21	1
Ossigeno	20,9	1	—
Argon	0,937	—	–

E a 500 chilometri e pressione 0,00162 mm. si avrebbero solamente:

Geocoronium	93
Idrogeno	7.

Secondo Jean Becquerel la nostra atmosfera a 100 chilom. deve contenere essenzialmente dell'idrogeno e in 100 volumi:

Idrogeno	99,44
Elio	0,46
Azoto	0,10
Altri gas	0,00.

Dunque a me pare che le esperienze degli Autori da me citati, e quelle da me ideate ed eseguite, sempre operando nell'aria atmosferica, non possano forse servire a generalizzazioni

[1] A. Wegener, *Die Erforschung der obersten Atmosphärenschichten* in " Phys. Zeits. ", 1911, XII; " Rev. Scient. ", 1° febbraio 1911, p. 595; " Zeits. f. anorg. Chem. ", 1912, t. 75, p. 107; e I. Guareschi, *La vita dell'idrogeno nell'armonia della Natura*. Conferenza tenuta il 20 marzo 1914.

sulla costituzione della materia, per quanto siano interessanti sotto vari riguardi.

Ad ogni modo è un campo sperimentale da non essere trascurato, usando mezzi e materiale adeguati. Nè va trascurato di esaminare quale possa essere l'influenza elettrica o magnetica sulla formazione, sul movimento e sulla stabilità degli anelli [1].

Torino, R. Università, Laboratorio di Chimica farmaceutica e tossicologica. Marzo 1918.

---

[1] Ho tralasciato la bibliografia dei lavori sugli anelli di Tait, perchè tutti i fisici che se ne sono occupati sino ad ora esperimentarono solamente col cloruro di ammonio.

Sopra alcune formole del Mayevski relative al 2° problema balistico fondamentale.

Nota dell'Ing. FILIPPO BURZIO.

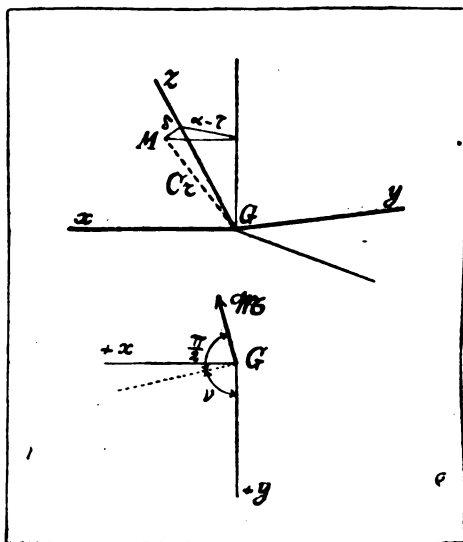
Il 2° Problema fondamentale della Balistica esterna, cioè la determinazione del moto del proietto relativo al suo baricentro, presenta analogia col cosidetto problema della trottola studiato da Lagrange e Poisson, se alla verticale passante per il punto fisso di quest'ultima si faccia corrispondere la tangente alla traiettoria del baricentro del proietto. Le differenze consistono in ciò, che quella verticale è una retta fissa, mentre la tangente modifica la propria orientazione nello spazio, e che la coppia acceleratrice nel caso della trottola è dovuta alla gravità, la quale è, agli effetti specifici, una forza costante, mentre nel caso del proietto è dovuta alla resistenza dell'aria, che è variabile in modo complesso.

Il metodo seguìto da taluni Autori per poter applicare al problema balistico la soluzione dell'altro consiste nel supporre la tangente immobile e la coppia costante: ipotesi che non è giustificata nemmeno entro limiti di larga approssimazione.

Quando, pertanto, nello studio della questione, s'intenda seguire tale indirizzo, della riduzione al moto della trottola, e, cioè, del riferimento alla tangente, un metodo rigoroso è il seguente.

Teniamo conto del fatto che la tangente è dotata di un moto di abbassamento nel piano di tiro (la cui velocità angolare, $-\frac{d\tau}{dt}$, se τ è l'inclinazione della tangente sull'orizzonte, è data dal Problema balistico principale) riferendo il proietto a un triedro trirettangolo $Gxyz$, mobile nel corpo e nello spazio, in cui l'asse x sia perpendicolare al piano di tiro, che sarà quindi il piano yz, e l'asse z coincida con la parallela alla tangente condotta per il baricentro G. Questo triedro è dotato di

un moto di rotazione conosciuto, che si effettua attorno all'asse x, ed ha per velocità angolare $-\frac{d\tau}{dt}$.

Se indichiamo rispettivamente con PQR, $\sigma_x \sigma_y \sigma_z$, $S_x S_y S_z$ le componenti, sugli assi xyz, della velocità angolare del triedro $Gxyz$, del momento della quantità di moto del proietto, del momento $\mathfrak{M}$ della coppia perturbatrice dovuta alla resistenza dell'aria, le equazioni del moto, ottenute applicando il Principio del momento della quantità di moto, sono le seguenti (¹):

$$
(1) \quad \left\{ \begin{aligned} \frac{d\sigma_x}{dt} + Q\sigma_z - R\sigma_y &= S_x \\ \frac{d\sigma_y}{dt} + R\sigma_x - P\sigma_z &= S_y \\ \frac{d\sigma_z}{dt} + P\sigma_y - Q\sigma_x &= S_z \end{aligned} \right.
$$

Siano B, C rispettivamente il momento d'inerzia equatoriale ed assiale del proietto, pqr le componenti della velocità

(¹) V. Appell, *Traité de Mécanique Rationnelle*, vol. II.

angolare del proietto sui 3 assi $\xi\eta\zeta$ principali centrali d'inerzia, di cui ζ coincida con l'asse di figura GA: il momento GM della quantità di moto vale

$$GM = \sqrt{B^2(p^2+q^2)+C^2r^2}.$$

Facciamo l'ipotesi semplificativa fondamentale del 2° Problema, che, cioè, GM e GA coincidano, giustificata dalla considerazione che, per la rapidissima rotazione del proietto attorno all'asse di figura, questo, e gli assi di rotazione istantanea e del momento della quantità di moto, devono essere assai vicini: essa porta di conseguenza:

$$GM = Cr.$$

Abbiamo allora, per le quantità che figurano nelle equazioni (1), indicando con δ l'angolo dell'asse di figura con la tangente, e con ν l'angolo del piano di tiro col piano individuato dalla tangente e dall'asse di figura del proietto, piano che contiene la coppia perturbatrice, e che perciò è detto *piano di resistenza*:

$$\begin{cases} P = -\dfrac{d\tau}{dt} \\ Q = R = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} \sigma_x = Cr \operatorname{sen} \delta \operatorname{sen} \nu \\ \sigma_y = Cr \operatorname{sen} \delta \cos \nu \\ \sigma_z = Cr \cos \delta \end{cases}$$

$$\begin{cases} S_x = \mathfrak{M} \cos \nu \\ S_y = -\mathfrak{M} \operatorname{sen} \nu \\ S_z = 0 \end{cases}$$

Le equazioni (1) diventano:

$$\begin{cases} Cr \dfrac{d(\operatorname{sen}\delta \operatorname{sen}\nu)}{dt} = \mathfrak{M} \cos \nu \\ Cr \dfrac{d(\operatorname{sen}\delta \cos\nu)}{dt} + \dfrac{d\tau}{dt} Cr \cos\delta = -\mathfrak{M} \operatorname{sen}\nu \\ -Cr \operatorname{sen}\delta \dfrac{d\delta}{dt} - \dfrac{d\tau}{dt} Cr \operatorname{sen}\delta \cos\nu = 0 \end{cases}$$

Dalla 3ª equazione abbiamo subito:

$$\frac{d\delta}{dt} = -\frac{d\tau}{dt}\cos\nu.$$

Dalle 2 prime equazioni, moltiplicando la prima per cos ν, la 2ª per sen ν, e sottraendo m. a m.:

$$\frac{d\nu}{dt} = \frac{\mathfrak{M}}{Cr\,\mathrm{sen}\,\delta} + \frac{d\tau}{dt}\,\frac{\mathrm{sen}\,\nu}{\tan\delta}.$$

Ricorrendo alla 3ª:

$$\frac{d\nu}{dt} = \frac{\mathfrak{M}}{Cr\,\mathrm{sen}\,\delta} - \frac{\tan\nu}{\tan\delta}\,\frac{d\delta}{dt}.$$

Risulta il sistema delle 2 equazioni differenziali negli angoli δ e ν che individuano la posizione del proietto rispetto alla tangente:

$$(2)\qquad \begin{cases} \dfrac{d\delta}{dt} = -\dfrac{d\tau}{dt}\cos\nu \\[2ex] \dfrac{d\nu}{dt} = \dfrac{\mathfrak{M}}{Cr\,\mathrm{sen}\,\delta} - \dfrac{\tan\nu}{\tan\delta}\,\dfrac{d\delta}{dt}. \end{cases}$$

Le $\frac{d\nu}{dt}$, $\frac{d\delta}{dt}$ sono chiamate rispettivamente, per analogia con le locuzioni astronomiche: velocità angolari di *precessione* e di *nutazione* del proietto.

***

Si sono dedotte così, con metodo rigoroso e particolarmente semplice, due formole fondamentali per il moto dei proietti relativo al baricentro, già date dal gener. MAYEVSKI [1], il quale le dimostra però in modo affatto diverso, e utilizzando espressioni cui era pervenuto risolvendo dapprima il problema nell'ipotesi della tangente fissa, il che rende meno persuasivo il procedimento. Ciò spiega forse perchè esse non siano citate in

---

[1] N. MAYEVSKI, *Traité de Balistique extérieure*, pag. 172.

Opere posteriori, le quali tornano a dare, come espressione della velocità angolare di precessione del proietto, le formole della trottola, rispetto a cui, come si disse, queste rappresentano un progresso.

La dimostrazione sopra indicata adotta invece la sola ipotesi semplificativa, e molto approssimata, della coincidenza dell'asse di figura col momento della quantità di moto, e conferisce quindi, sotto questo riguardo, alle formole del Mayevski lo stesso grado di esattezza della teoria del De Sparre (1), di cui quell'ipotesi è il fondamento: con la differenza, a favore della prima, che il de Sparre considera poi il moto sferico di un punto come un moto piano, il che è ammissibile solo pei piccoli valori dell'angolo $\mathfrak{d}$; mentre la nostra dimostrazione non ricorre ad altre approssimazioni.

Le formole del Mayevski appaiono quindi le più approssimate che si abbiano attualmente nella soluzione del 2° Problema balistico: *anzi la prima, relativa alla velocità di nutazione* $\frac{d\mathfrak{d}}{dt}$, *può astrarre anche dall'ipotesi della coincidenza degli assi di figura e del momento della quantità di moto.*

La loro integrazione è, però, ardua, e i metodi approssimati indicati dal M. assai laboriosi. Esse hanno invece applicazioni indirette, e servono anche per dimostrare importanti proprietà del moto dei proietti, alcune delle quali sono diverse, od opposte, a quelle comunemente enunciate sulla base dell'analogia col problema della trottola.

Ad esempio:

I. **Teorema del massimo scostamento.** *Il massimo scostamento* $\mathfrak{d}$ *dell'asse di figura dalla tangente si ha quando il piano di resistenza è normale al piano di tiro.*

II. *La velocità di precessione non è indipendente dalla nutazione.*

III. *La velocità di nutazione non è grande, anzi è sempre minore della velocità di abbassamento della tangente.*

Torino, 9 aprile 1918.

---

(1) Cfr. Charbonnier, *Balistique extérieure rationnelle*, vol. II, pag. 310 e seg.

Conducibilità ed assorbimento dei vapori di sodio

Nota di ADOLFO CAMPETTI

Parte II.

Resultati delle esperienze

1. — In una nota precedente è stato descritto il dispositivo sperimentale per la misura della conducibilità del vapore di sodio, collegando uno degli elettrodi E ad un elettroscopio a foglia di alluminio (con lettura a scala riflessa e microscopio) e ponendo l'altro elettrodo affacciato E' in comunicazione col suolo, ed è stato stabilito che, tenuto conto della capacità del sistema, la intensità di corrente per unità di area è data da:

$$i = 1{,}17.10^{-11} \Delta V \text{ Ampère}$$

se ΔV rappresenta la caduta di potenziale in Volt dell'elettrodo E durante un secondo.

Contemporaneamente alla determinazione della conducibilità del vapore se ne determinò pure l'assorbimento per la doppia D, cercando sopratutto di stabilire con sicurezza la temperatura a cui, a seconda delle circostanze, tale assorbimento si inizia. A tale scopo si usò come sorgente luminosa o la porzione gialla dello spettro di una lampada ad arco da 15 Ampère, ovvero la luce dell'arco stesso filtrata attraverso ad una soluzione satura di bicromato potassico (spessore 15 centimetri), che, sotto tale spessore, lascia passare soltanto una zona dal rosso all'inizio del verde dello spettro, o infine in qualche caso la luce bianca dell'arco senz'altro.

Il fascio luminoso era in ogni caso reso parallelo mediante un sistema di lenti in modo da attraversare il tubo longitudi-

nalmente tra i due elettrodi E ed E', penetrando ed uscendo dalla stufa mediante due aperture affacciate praticate nei tappi di amianto di chiusura delle stufe stesse, aperture munite poi di lastrina di vetro; il fascio emergente era inviato od eventualmente concentrato mediante una lente cilindrica sopra la fenditura di uno spettroscopio Krüss (con prisma di Rutherford) alquanto difettoso come costruzione meccanica, ma assai luminoso e adatto quindi per esame di spettri di assorbimento.

In tutte le esperienze, affine di essere sicuri di operare con vapore non saturo, si manteneva una differenza di temperatura di una trentina di gradi tra il tubo contenente il sodio e il tubo più largo contenente gli elettrodi; perciò nelle tabelle è indicata soltanto la temperatura del tubo contenente gli elettrodi.

2. — Anzitutto si eseguirono esperienze preliminari per esaminare la dispersione a bassa temperatura ed a temperatura elevata nel vuoto dato dalla Gaede, senza sodio: naturalmente qui la dispersione dipende in grande misura dal maggiore o minore isolamento dell'elettrodo E mediante il cilindretto di ambra e perciò non può essere del tutto identica in tutte le esperienze: tuttavia si constatò che nell'aria o nell'azoto rarefatti non si ha ionizzazione sensibile sino a 470° (temperatura massima raggiunta in queste esperienze); infatti per una differenza di potenziale di 280 Volt tra i due elettrodi la intensità i di corrente era, tanto alla temperatura ordinaria quanto a 470°, intorno a $0{,}04 \, . \, 10^{-11}$ Ampère, senza alcun carattere di conducibilità unipolare.

3. — Diamo ora qui i resultati solo di alcune delle esperienze relative alla conducibilità ed all'assorbimento a varie temperature: tralascio le esperienze in cui l'assorbimento si esaminava colla luce gialla dello spettro dell'arco, perchè meno sicure, data la poca intensità della luce che giungeva sulla fenditura dello spettroscopio: perciò qui ci si riferisce sempre per l'assorbimento alla luce dell'arco filtrata attraverso la soluzione di bicromato.

Nelle tabelle che seguono, V indica il potenziale medio dell'elettrodo E in comunicazione coll'elettroscopio, θ la temperatura nel tubo contenente gli elettrodi, i la intensità media di

corrente e precisamente con i_0 si indica la intensità quando il vapore di sodio è all'oscuro, con i_l la intensità quando è attraversato dalla luce: il segno + o — si riferisce al segno della carica dell'elettrodo *E*. Le intensità sono espresse in Ampère $\times 10^{-11}$.

θ	V	i_0 +	i_l +	i_0 —	i_l —	*Osservazioni*
20°	279	0,015	0,015	0,014	0,015	—
406°	279	0,051	0,080	0,035	0,060	—
460°	279	0,78	0,85	0,60	0,65	assorbimento nettissimo
405°	—	—	—	—	—	assorbimento netto
307°,7	—	—	—	—	—	ancora traccie di assorb.
300°	—	—	—	—	—	cessa l'assorbimento

Da questa prima esperienza appare intanto che la conducibilità del vapore di sodio, anche all'oscurità, cresce rapidamente al disopra di 400° e che soltanto assai al disopra di 400° si inizia l'assorbimento della doppia *D*. È però opportuno riferire per disteso i resultati di una seconda esperienza nella quale le determinazioni si succedono ad intervalli di temperatura più ristretti.

θ	V	i_0 +	i_l +	i_0 —	i_l —	*Osservazioni*
20°	279	0,016	0,017	0,018	0,018	—
300°,5	"	0,015	0,016	0,015	0,018	—
369°	"	0,018	0,018	0,020	0,021	nessun assorbimento
415°	"	0,050	0,062	0,060	0,063	" "
451°,5	"	0,70	0,71	0,68	0,70	assorbimento nettissimo
461°,5	"	0,91	0,94	0,85	0,90	" "
335°	"	—	—	—	—	assorbimento debole
305°	"	—	—	—	—	nessun assorbimento

Da queste esperienze, che sono state eseguitè facendo il vuoto colla Gaede sino alla temperatura di circa 300° e poi chiudendo la comunicazione, si possono trarre parecchie conseguenze. In primo luogo l'effetto fotoelettrico appare con questa luce filtrata nullo o minimo: la conducibilità, che fino a 400° si mantiene dell'ordine di grandezza di quella di un gas ordinario, cresce assai rapidamente al disopra di 400° senza notevole carattere unipolare: l'assorbimento per le D comincia soltanto ad una temperatura compresa tra 415° e 450°; però, una volta iniziato, si mantiene, per temperature discendenti, sino verso i 300°. Ulteriori esperienze, qui non riferite per disteso, hanno permesso di fissare con maggior precisione a circa 430° la temperatura a cui si inizia l'assorbimento e a circa 310° quella a cui sparisce a temperatura discendente.

Potrebbe nascere il dubbio che la persistenza dell'assorbimento sino a circa 310° a temperatura decrescente dipenda da ciò, che, in tali condizioni, la densità del vapore sia, per ogni temperatura, superiore alla densità corrispondente durante l'aumento di temperatura: insomma si potrebbe dubitare che, quando aumenta la temperatura, l'assorbimento tardi a manifestarsi, soltanto perchè non si è ancora vaporizzatata una quantità sufficiente di sodio; ma, a parte la considerazione che la lentezza di riscaldamento e la lunga permanenza dell'apparecchio alla temperatura a cui si esperimenta permettono al vapore di raggiungere in ogni caso la densità di equilibrio, l'obiezione è completamente distrutta dalle esperienze eseguite tenendo l'apparecchio in comunicazione permanente colla pompa Gaede in azione; anche in queste condizioni infatti l'assorbimento comincia a manifestarsi verso i 430° e sparisce intorno a 310°.

Anche nelle esperienze eseguite senza alcuna differenza di potenziale tra E ed E', che erano invece entrambi in comunicazione col suolo, i resultati relativi all'assorbimento furono del tutto identici ai precedenti. Questo era in realtà da attendere; poichè, avendo impedito agli elettroni emessi dalla superficie del metallo fuso di giungere nel tubo attraversato dal fascio luminoso, una ionizzazione per urto per fatto di questi elettroni (quando esiste il campo), e quindi una dipendenza dell'assorbimento dall'esistenza del campo non era da aspettare.

4. — Di fronte ai resultati precedenti circa la temperatura di assorbimento, era naturale intanto di farsi questa domanda, cioè come mai l'assorbimento delle D nei vapori di sodio sia stato osservato di frequente a temperature assai inferiori, tanto è vero che il Füchtbauer (*l. c.*) asserisce di aver potuto constatare l'assorbimento già a 190°. Escludo intanto che nelle mie esperienze io abbia avuto ritardo nell'osservare l'assorbimento per avere adottato un dispositivo di troppo scarsa sensibilità: e lo escludo sia per la bontà della parte ottica dell'apparecchio, sia anche perchè il fascio luminoso attraversava uno spessore di vapore di ben dodici centimetri.

Ma a quella domanda si può rispondere osservando che in generale nelle esperienze precedenti e in particolare in quelle del Füchtbauer si lavorava con vapore saturo ed oltre a questo: 1° non è certo che il sodio fosse in stato di grande purezza e le esperienze già citate del Fredenhagen hanno mostrato che piccole quantità di gas estranei mescolati al vapore di sodio aumentano enormemente l'assorbimento; tale effetto potrebbe perciò essere prodotto pure da residui vaporizzati dell'olio di nafta, dal quale il sodio adoperato non fosse stato depurato completamente; 2° gli elettroni provenienti dalla superficie del metallo sono presenti nello spazio attraversato dal fascio luminoso; 3° le esperienze di assorbimento furono, a quanto pare, eseguite con luce bianca.

5. — Era perciò opportuno di esaminare intanto se, operando in luce bianca, si avessero, sia riguardo alla conducibilità del vapore, sia relativamente alla temperatura di primo assorbimento, resultati differenti da quelli precedentemente riferiti.

Una prima esperienza dette i resultati registrati nella tabella che qui segue, nella quale θ, V i_0, i_l hanno lo stesso significato che nelle tabelle precedenti, mentre $i_b +$ e $i_b -$ rappresentano (sempre in Ampère $\times 10^{-11}$) le intensità di corrente ottenute con luce bianca (a seconda del segno della carica dell'elettrodo E).

θ	V	$i_0 +$	$i_l +$	$i_0 -$	$i_l -$	$i_b +$	$i_b -$	*Osservazioni*
20°	279	0,017	0,016	0,017	—	—	—	—
254°,9	"	0,017	0,027	0,035	0,037	—	—	—
326°,3	"	0,016	0,030	0,032	0,037	0,19	0,11	nessun assorbimento
405°,7	"	0,050	0,080	0,035	0,070	1,50	0,80	assorb. netto in luce bianca, osservabile poi anche colla luce filtrata

Non essendo però in questa esperienza abbastanza bene definita la temperatura a cui si inizia l'assorbimento, ripeto la determinazione, operando ad intervalli di temperatura più piccoli.

θ	V	$i_0 +$	$i_0 -$	$i_b +$	$i_b -$	*Osservazioni*
20°	279	0,015	0,014	0,016	0,015	—
286°	"	0,019	0,016	0,019	0,016	—
310°	"	0,031	0,016	0,17	0,017	—
345°	"	0,042	0,020	0,50	0,027	nessun assorbimento
370°	"	0,050	0,030	0,70	0,040	" "
406°	"	0,060	0,040	1,60	0,80	assorbimento netto, che permane anche osservando con luce filtrata

Queste esperienze mostrano che, operando con luce bianca, si manifesta l'assorbimento a temperatura inferiore, cioè verso i 400°: sempre però l'assorbimento è accompagnato da notevole conducibilità del vapore, che si presenta però in questo caso con carattere manifesto di dissimmetria, cioè assai più elevata per la elettricità positiva che per la negativa; questa dissimmetria trova la sua naturale spiegazione ammettendo un'*azione fotoelettrica della luce sugli atomi di sodio*, con emissione quindi di elettroni negativi.

Riguardo all'assorbimento osservato in queste esperienze, si presenta facilmente questa obiezione, che cioè l'assorbimento si osservi a temperatura più bassa in luce bianca, solo perchè sono così migliori le condizioni di osservazione allo spettroscopio: ma quest'obiezione perde ogni valore per questo fatto costantemente osservato, che cioè, *una volta manifestatosi* (e si potrebbe dire provocato) *l'assorbimento in luce bianca, questo si riconosce evidentissimo alla stessa temperatura anche interponendo il filtro di soluzione di bicromato.*

È anche notevole che per abbassamento di temperatura l'assorbimento cessa di essere visibile, anche in luce bianca a 310°, come in luce filtrata.

6. — Esaminato, nel paragrafo precedente, quale differenza si ha nei risultati delle esperienze di assorbimento e di conducibilità, quando l'assorbimento si esamini in luce bianca anzichè in luce filtrata, conviene ora tener conto dell'altra circostanza, che cioè in tutte le esperienze precedenti era mantenuta tra il cucchiaio contenente il sodio e il disco una differenza di potenziale, come si disse, di circa 120 Volt, capace di arrestare gli elettroni emessi dalla superficie del sodio fuso. Che cosa accadrà invece se questo campo si sopprime?

In queste condizioni parecchie esperienze del tutto concordanti provarono che l'assorbimento cominciava a manifestarsi nettamente già verso i 340°, sparendo poi per raffreddamento a circa 310°: contemporaneamente si ebbero a queste temperature conducibilità assai elevate con carattere di dissimmetria assai notevole: ad esempio operando all'oscuro in luce bianca si ottenne in una determinazione:

θ	V	$i_0 +$	$i_b +$	$i_0 -$	$i_b -$
345°	279	0,73	5,8	0,6	2,3

Se invece poi di collocare il sodio nel cucchiaio apposito, tenendolo quindi ad una temperatura inferiore di una trentina di gradi a quella che si ha nel tubo contenente gli elettrodi e

attraversato dal fascio luminoso, lo si pone direttamente nel tubo contenente gli elettrodi, in modo cioè da avere il vapore saturo, già a 280° si osservava facilmente l'assorbimento accompagnato da conducibilità notevole. Inoltre, per raffreddamento, poteva ancora osservarsi l'assorbimento a 260°; risultato questo in sufficiente accordo colle più recenti determinazioni del Dunoyer (1), il quale, con uno spessore di vapore di trenta centimetri, ha potuto cominciare ad osservare le righe *D* per assorbimento a 246°.

Queste ultime esperienze hanno per sè poca importanza ed era inutile l'insistervi, perchè non permettevano di giungere ad alcuna útile conclusione positiva; esse sono però interessanti, perchè ci spiegano come altri osservatori, ed ultimo tra questi il Füchtbauer, abbiano potuto osservare l'assorbimento e la conducibilità, a seconda delle condizioni sperimentali, anche a temperature enormemente inferiori a quelle in cui l'assorbimento e la conducibilità si presentano, quando si operi con vapori non saturi e nelle condizioni opportune indicate nelle mie precedenti esperienze.

7. — Le esperienze sopra riferite mostrano dunque che, quando per la misura della conducibilità si scelga il metodo elettrometrico, capace di svelare correnti debolissime, la conducibilità del vapore di sodio non saturo, ottenuto da metallo puro, è (anche eliminando gli elettroni emessi dalla superficie del metallo fuso) all'oscuro e al disopra di 400° gradi notevolmente superiore a quella di un gas rarefatto alla stessa temperatura: di più, nelle condizioni sopradette, l'assorbimento delle *D* è legato strettamente con la conducibilità del vapore e si presenta soltanto quindi al disopra di 400°.

Questo, si intende, quando per esaminare l'assorbimento si adoperi la luce gialla dello spettro continua dell'arco oppure la luce dell'arco filtrata attraverso un forte spessore di soluzione satura di bicromato potassico, nel qual caso non si opera veramente con luce gialla, ma con una regione limitata dello spettro del rosso all'inizio del giallo verde, restando però completamente estinta la parte più rifrangibile.

---

(1) Dunoyer, " Journal de Physique ", 1914.

Se invece si opera in luce bianca, la temperatura a cui si inizia l'assorbimento si abbassa e si eleva la conducibilità con prevalenza di ioni negativi, il che sta a indicare che l'effetto fotoelettrico (nullo sulle pareti od elettrodi colpiti solo da luce diffusa, come lo provano le esperienze senza vapore di sodio) si manifesta anche sugli atomi di sodio allo stato di vapore.

Le presenti esperienze presentano pure qualche relazione con quelle recentissime di Wood e Okano (1) (*Sul potenziale di ionizzazione del vapore di sodio*) e più ancora con quelle di Tate e Doote (2) (*Risonanza e potenziale di ionizzazione del vapore di sodio*): i primi trovano che quando i vapori di sodio sono bombardati da elettroni emessi da un catodo incandescente, viene emessa la doppia D per una velocità degli elettroni corrispondente a 0,5 Volt. Questo risultato, in disaccordo colla teoria dei quanti, viene contradetto da Tate e Doote, i quali asseriscono che invece elettroni aventi una velocità corrispondente a 2,12 Volt collidono, senza ionizzazione, cogli atomi del vapore di sodio e l'energia perduta dall'elettrone collidente è probabilmente irradiata come luce di lunghezza d'onda corrispondente alla riga D, mentre quando gli elettroni hanno una velocità corrispondente a 5,13 Volt il vapore di sodio rimane ionizzato con emissione anche della serie subordinata.

Non è qui il caso di discutere per quale differenza nelle condizioni sperimentali possano essere stati ottenuti risultati così discordanti: certamente, poichè nelle mie esperienze al disopra di 400° la conducibilità del vapore di sodio all'oscuro appare poco differente per le cariche dei due segni e sono esclusi, pel dispositivo adottato, gli elettroni provenienti dalla superficie del sodio fuso, bisogna ammettere che al disopra di questa temperatura abbia luogo una ionizzazione spontanea del vapore, con emissione di elettroni negativi, che potranno verisimilmente unirsi in parte ad atomi neutri formando atomioni negativi, rimanendo poi degli atomioni positivi per quegli atomi che hanno perduto un elettrone.

Se poi il primo assorbimento e quindi la prima emissione

---

(1) Wood e Okano, " Philosophical Magaz. ", vol. 34, settembre 1917.
(2) Tate e Doote, " Washington Acad. Sc. J. ", ottobre 1917.

della riga *D* sia dovuto alla collisione degli elettroni cogli atomi di vapore di sodio, o se invece, conforme alle idee di Stark e Wien, funzionino direttamente da vibratori gli atomioni positivi contenuti nel vapore, le mie esperienze non sono in grado di decidere: sembra però verisimile che i vibratori debbano essere ad ogni modo gli atomioni positivi, giacchè, anche dal punto di vista di Tate e Doote, le collisioni debbono essere più frequenti, per causa del segno opposto delle cariche, e anche più energiche tra gli elettroni e gli atomioni positivi che non tra gli elettroni e gli atomi neutri.

8. — Riassumendo i resultati ottenuti in queste ricerche, posso concludere:

1° Nel vapore di sodio non saturo, tenuto all'oscurità e liberato dagli elettroni emessi dalla superficie del metallo fuso, ha luogo a temperatura elevata una ionizzazione spontanea in volume, ionizzazione che si rende assai ben manifesta al disopra di 400° senza notevole dissimmetria per quanto riguarda il segno della carica dispersa.

2° Questa conducibilità in volume è legata strettamente all'iniziarsi dell'assorbimento della riga *D*, che nelle condizioni sopra dette si manifesta solo verso i 430°, permanendo però, sino a temperatura notevolmente inferiore, a temperatura discendente. La ragione del presentarsi, nelle condizioni comuni di osservazione, l'assorbimento a temperatura assai più bassa, viene chiaramente indicata nella presenza degli elettroni provenienti dalla superficie del metallo fuso o emessi per effetto fotoelettrico sugli atomi del metallo allo stato di vapore.

3° Rimane tuttora molto verisimile che i vibratori emittenti od assorbenti nel vapore di sodio siano per la riga *D* gli atomioni positivi.

Torino, Istituto Fisico della R. Università.
Marzo 1918.

Sulle onde di Rayleigh

Nota del Socio nazionale residente C. SOMIGLIANA

In alcune Note pubblicate recentemente nei Rendiconti della R. Accademia dei Lincei ho dimostrato che le onde di Rayleigh, dette anche onde superficiali, le quali hanno assunto una particolare importanza nella teoria dei fenomeni sismici, si presentano naturalmente nello studio del problema generale della propagazione delle onde piane in un suolo piano. Mi propongo in questa Nota di studiare l'origine di queste onde direttamente sulle equazioni generali del moto, senza tener conto cioè di alcuna condizione superficiale; il che equivale allo studio della loro propagazione in un mezzo in ogni senso illimitato. Si può così pervenire ad una definizione di queste onde più generale di quella originaria, dovuta al loro scopritore, e se ne possono mettere in luce caratteri notevoli ed interessanti sia dal punto di vista cinematico che dinamico.

Conviene richiamare anzitutto le relazioni fondamentali relative alla propagazione delle onde piane.

Siano

$$s = Lx + My + Nz = \text{cost.}$$

le equazioni dei piani d'onda, dove L, M, N sono costanti date qualunque. Siano u, v, w le componenti di un vettore vibrante di direzione fissa nello spazio; perchè la vibrazione sia per onde piane, dovremo avere

$$(1) \qquad u = A\varphi(s, t) \qquad v = B\varphi(s, t) \qquad w = C\varphi(s, t)$$

ove A, B, C sono costanti, φ una funzione da determinarsi. La sostituzione di queste espressioni nelle ordinarie equazioni del moto

$$(\lambda + \mu) \frac{\partial \theta}{\partial (x, y, z)} + \mu \Delta_2 (u, v, w) = \rho \frac{\partial^2 (u, v, w)}{\partial t^2}$$

(λ, μ le costanti di Lamè, θ la dilatazione cubica, ρ la densità) porta subito alla seguente condizione

$$\frac{\partial^2 \varphi}{\partial t^2} : \frac{\partial^2 \varphi}{\partial s^2} = p^2 \tag{2}$$

ove p è una costante; e inoltre alle equazioni

$$\begin{aligned}
&(\lambda + \mu)(AL + BM + CN)\, L + \mu (L^2 + M^2 + N^2)\, A = A\rho p^2 \\
(3)\quad &(\lambda + \mu)(AL + BM + CN)\, M + \mu (L^2 + M^2 + N^2)\, B = B\rho p^2 \\
&(\lambda + \mu)(AL + BM + CN)\, N + \mu (L^2 + M^2 + N^2)\, C = C\rho p^2.
\end{aligned}$$

Da queste equazioni devono risultare i valori di A, B, C, p mentre la (2) dà

$$\varphi = \varphi(s \pm pt).$$

Le equazioni (3) sono lineari ed omogenee in A, B, C; per essere soddisfatte da valori non tutti nulli, dovrà essere nullo il determinante del sistema, il che porta ad un'equazione che determina p. Ponendo

$$L^2 + M^2 + N^2 = \Delta \qquad \frac{\mu\Delta - \rho p^2}{\lambda + \mu} = h$$

e chiamando $D(p)$ il determinante si ha

$$\frac{1}{(\lambda + \mu)^3} D(p) = \begin{vmatrix} L^2 + h & LM & LN \\ LM & M^2 + h & MN \\ LN & MN & N^2 + h \end{vmatrix} = 0,$$

ossia sviluppando

$$h^2 (h + \Delta) = 0$$

da cui risulta per determinare p

$$D(p) = (\mu\Delta - \rho p^2)^2 ((\lambda + 2\mu)\Delta - \rho p^2) = 0.$$

I valori della velocità di propagazione p sono quindi:

$$p_1 = \sqrt{\frac{\mu\Delta}{\rho}} \qquad p_2 = \sqrt{\frac{(\lambda + 2\mu)\Delta}{\rho}}$$

i quali, quando sia $\Delta = 1$, come è ordinariamente lecito di supporre, dànno i ben noti valori delle velocità di propagazione delle onde trasversali e longitudinali in un mezzo isotropo. Ma per le applicazioni che abbiamo di mira conviene supporre Δ diverso dall'unità.

Ai valori precedenti di p corrispondono per A, B, C valori che sono proporzionali ai minori di 2° ordine del determinante (4). Si trova così

$$\frac{A}{h + M^2 + N^2} = \frac{B}{-LM} = \frac{C}{-LN}$$

e si ha quindi, per $h = 0$, $p = \sqrt{\frac{\mu}{\rho}\Delta}$, ed all'infuori di un fattore costante,

$$A = M^2 + N^2 \qquad B = -LM \qquad C = -LN, \tag{4}$$

ed è perciò soddisfatta la condizione di trasversalità

$$AL + BM + CN = 0.$$

Invece per $h = -\Delta$, $p = \sqrt{\frac{\lambda + 2\mu}{\rho}\Delta}$ si ha

$$\frac{A}{L} = \frac{B}{M} = \frac{C}{N} \tag{5}$$

e la corrispondente onda è longitudinale [1].

---

[1] A queste formole si può arrivare anche ponendo

$$u, v, w = \operatorname{grad} \Phi(s, t).$$

Si ha allora

$$(L^2 + M^2 + N^2)\,\frac{\lambda + 2\mu}{\rho}\,\frac{\partial^2 \Phi}{\partial s^2} = \frac{\partial^2 \Phi}{\partial t^2}$$

e quindi

$$\Phi(s, t) = \Phi\left(s - t\sqrt{\frac{(\lambda + 2\mu)\Delta}{\rho}}\right).$$

E analogamente ponendo

$$u, v, w = \operatorname{rot}(\Psi_1, \Psi_2, \Psi_3)$$

Ora l'analisi precedente sussiste sempre qualunque siano i valori L, M, N, purchè non tutti nulli, e continua quindi a sussistere anche se noi supponiamo che siano L, M, N rappresentati da numeri complessi.

Possiamo perciò porre

$$L = l + i\alpha \qquad M = m + i\beta \qquad N = n + i\gamma$$

ove l, m, n, α, β, γ sono nuove quantità arbitrarie, soggette alla sola condizione di non essere tutte simultaneamente nulle. Gli integrali (1) delle equazioni del moto assumono allora forma complessa; ma poichè tali equazioni sono a coefficienti reali, sia la loro parte che la immaginaria forniranno separatamente dei nuovi integrali del movimento. I piani d'onda scompaiono, o almeno vengono sostituiti dalle rette intersezioni dei piani

$$lx + my + nz = \text{cost.} \qquad \alpha x + \beta y + \gamma z = \text{cost.}$$

cioè dalle parallele alla normale comune alle due direzioni (l, m, n) (α, β, γ). Gli elementi che conservano inalterata la loro rigidità durante il moto non sono più piani paralleli, ma rette parallele. Queste onde si potrebbero perciò chiamare *onde rettilinee.* Il procedimento indicato conduce in tal modo alle espressioni complete di infinite nuove forme inattese di movimenti vibratori. Le onde di Rayleigh ne sono un caso particolare.

Per studiare questi nuovi tipi d'integrali del moto, possiamo, senza perdere in generalità, supporre che la direzione (l, m, n) coincida coll'asse delle z. Avremo allora

$$L = i\alpha \qquad M = i\beta \qquad N = n + i\gamma$$

---

le Ψ_1, Ψ_2, Ψ_3 devono soddisfare all'equazione

$$(L^2 + M^2 + N^2)\frac{\mu}{\rho}\frac{\partial^2\Psi}{\partial s^2} = \frac{\partial^2\Psi}{\partial t^2}$$

e quindi si ha

$$\Psi_i = \Psi_i\left(s - t\sqrt{\frac{\mu\Delta}{\rho}}\right) \qquad i = 1, 2, 3.$$

È facile dedurre da queste espressioni le formole trovate.

e per considerare tutti i casi possibili dovremo tener conto delle (4) ed anche delle altre analoghe determinazioni che se ne deducono per simmetria.

Troviamo così le tre seguenti determinazioni pei coefficienti A, B, C nel caso della trasversalità

$$\begin{array}{lll} A=n^2-\beta^2-\gamma^2+2in\gamma & A=\alpha\beta & A=-(n+i\gamma)i\alpha \\ B=\alpha\beta & B=n^2-\alpha^2-\gamma^2+2in\gamma & B=-(n+i\gamma)i\beta \\ C=-i\alpha(n+i\gamma) & C=-i\beta(n+i\gamma) & C=-(\alpha^2+\beta^2) \end{array}$$

$$s=nz+i(\alpha x+\beta y+\gamma z).$$

Se poi supponiamo che il piano zx sia orientato in modo da contenere la direzione (α, β, γ) avremo $\beta=0$; ed i valori precedenti pei coefficienti A, B, C divengono, sopprimendo i fattori comuni ad una stessa terna,

$$\begin{array}{lll} A=n+i\gamma & A=0 & A=n+i\gamma \\ B=0 & B=n^2-\alpha^2-\gamma^2+2in\gamma & B=0 \\ C=-i\alpha & C=0 & C=-i\alpha \end{array}$$

$$s=nz+i(\alpha x+\gamma z)$$

dando luogo così a due soli casi distinti, nei quali il vettore vibrante giace nel piano zx, oppure è parallelo all'asse delle y. Nel primo caso abbiamo per le componenti di questo vettore

$$(5)\qquad \begin{aligned} u&=(n+i\gamma)\varphi(nz+i(\alpha x+\gamma z)-p_1 t) \\ v&=0 \\ w&=-i\alpha\varphi(nz+i(\alpha x+\gamma z)-p_1 t) \end{aligned}$$

e nel secondo

$$\begin{aligned} u&=0 \\ v&=\varphi(nz+i(\alpha x+\gamma z)-p_1 t) \\ w&=0 \end{aligned}$$

mentre in entrambi

$$p_1=\sqrt{\frac{\mu}{\rho}(n^2-\alpha^2-\gamma^2+2in\gamma)}$$

e la velocità di propagazione assume così forma complessa. Noi porremo $p_1 = p + iq$.

Per avere un'idea più precisa delle vibrazioni che sono rappresentate dalle formole precedenti conviene prendere per φ un'espressione esponenziale

$$\varphi(\xi) = e^{\xi}.$$

Avremo allora dalle (5)

$$u = (n + i\gamma)\, e^{(nz - pt) + i(\alpha x + \gamma z - qt)}$$
$$w = -\, i\alpha e^{(nz - pt) + i(\alpha x + \gamma z - qt)}$$

e quindi, separando la parte reale,

$$u = e^{(nz - pt)} \{ n \cos(\alpha x + \gamma z - qt) - \gamma \operatorname{sen}(\alpha x + \gamma z - qt) \}$$
$$w = e^{(nz - pt)}\, \alpha \operatorname{sen}(\alpha x + \gamma z - qt).$$

La parte immaginaria dà luogo ad una vibrazione che non differisce da questa che per un cambiamento di fase.

Sono queste vibrazioni assai notevoli in quanto possono essere considerate come onde piane propagantisi nella direzione della normale al piano

$$\alpha x + \gamma z = \text{cost}.$$

ma che nello stesso subiscono uno *smorzamento* nel tempo, e un *assorbimento* nella direzione z, mentre la velocità q di propagazione dipende dalla direzione della propagazione.

Se supponiamo $\gamma = 0$, possiamo porre

$$\text{(6)} \qquad \begin{aligned} u &= n e^{nz} \cos(\alpha x - qt) \\ w &= \alpha e^{nz} \operatorname{sen}(\alpha x - qt) \end{aligned} \qquad q = \sqrt{\frac{\mu}{\rho}(\alpha^2 - n^2)}$$

supponendo $\alpha^2 - n^2 > 0$. Sono queste le vibrazioni trasversali di Rayleigh; e noi possiamo mettere meglio in evidenza la dipendenza fra la velocità di propagazione ed il coefficiente di assorbimento e la frequenza ponendo

$$\alpha = \frac{2\pi}{\Lambda} \qquad q = \frac{2\pi}{T}.$$

Sarà così Λ la lunghezza d'onda, T il periodo; ed avremo, indicando con V la velocità di propagazione dell'onda, che avviene in questo caso nella direzione dell'asse x,

$$V = \frac{q}{a} = b\sqrt{1 - \frac{\Lambda^2 n^2}{4\pi^2}}$$

ove b rappresenta la ordinaria velocità di propagazione delle onde trasversali. Quando sia nullo il coefficiente di assorbimento n, la velocità V diviene uguale a b, ed indipendente dalla lunghezza d'onda Λ.

La formola precedente concorda colle formole a cui porta la teoria ordinaria dell'assorbimento (1), ma vi è nel caso nostro una differenza sostanziale nelle condizioni del fenomeno. Difatti nella ordinaria teoria l'assorbimento è essenzialmente connesso con una dispersione d'energia, che nell'ipotesi elettro-magnetica dipende da una parziale conducibilità del mezzo dielettrico, e che viene compensata da una produzione di calore per effetto Joule. Nel caso nostro invece le equazioni fondamentali del moto ammettono senza restrizione il principio della conservazione dell'energia, e tuttavia nelle vibrazioni si ha assorbimento e dispersione, nel senso ottico, cioè dipendenza della velocità di propagazione dalla lunghezza d'onda. Ed è questa la caratteristica più notevole dal punto di vista dinamico delle onde che abbiamo studiato. La possibilità di un tal fatto si spiega osservando che in questo caso assorbimento e dispersione vengono a compensarsi energeticamente fra loro, così che l'un fenomeno si presenta come il compenso energetico esatto dell'altro, nè vi è necessità di ricorrere ad una produzione di calore per rispettare il principio della conservazione dell'energia.

Si può anche pensare che in ogni caso questo principio di compensazione energetica possa dare, almeno in parte, una spiegazione delle relazioni che effettivamente esistono fra i due fenomeni dell'assorbimento e della dispersione. Ma le vibrazioni in discorso hanno caratteri troppo speciali, perchè possano pre-

---

(1) Drude, *Lehrbuch der Optik*, Absch. II, Kap. IV, o anche Drude-Boll, *Précis d'Optique*, T. II, Troisième Partie, Chap. VI.

starsi come fondamento di una tale spiegazione da un punto di vista generale.

Notevole è anche il fatto che per queste onde non possiamo più considerare i raggi corrispondenti come determinati dalle normali ai piani d'onda, $x = \text{cost.}$, nelle equazioni (6). Se infatti ricorriamo, per determinare il raggio, corrispondente alla vibrazione, al concetto dinamico di linea di propagazione dell'energia, come ha indicato recentemente il prof. Maggi [1], con un felice ravvicinamento delle idee di Kirchhoff e Poynting, troviamo linee ben diverse dalle normali, e che non sono nemmeno rette.

Secondo la ricordata definizione il flusso unitario d'energia attraverso un elemento superficiale ds di normale n, risulta uguale all'espressione

$$-\left(X_n \frac{\partial u}{\partial t} + Y_n \frac{\partial v}{\partial t} + Z_n \frac{\partial w}{\partial t}\right) ds$$

ove X_n, Y_n, Z_n, sono le componenti della tensione corrispondente a quell'elemento. Perciò gli elementi superficiali attraverso ai quali il flusso è nullo sono definiti dall'equazione

$$P \frac{\partial x}{\partial n} + Q \frac{\partial y}{\partial n} + R \frac{\partial z}{\partial n} = 0 \tag{7}$$

ove

$$P = X_x \frac{\partial u}{\partial t} + X_y \frac{\partial v}{\partial t} + X_z \frac{\partial w}{\partial t}$$

$$Q = Y_x \frac{\partial u}{\partial t} + Y_y \frac{\partial v}{\partial t} + Y_z \frac{\partial w}{\partial t}$$

$$R = Z_x \frac{\partial u}{\partial t} + Z_y \frac{\partial v}{\partial t} + Z_z \frac{\partial w}{\partial t}.$$

La relazione (7) non definisce un elemento superficiale unico, ma un fascio di elementi, il cui asse è da considerarsi come la direzione del raggio nel punto che si considera, in quanto è l'unica secondo cui possa avvenire un flusso d'energia. Le equazioni differenziali del raggio sono perciò

$$\frac{dx}{P} = \frac{dy}{Q} = \frac{dz}{R}.$$

---

[1] Maggi G. A., *Sulla definizione del raggio luminoso nell'ottica fisica*, " Nuovo Cimento ", vol. VII, 1914.

Nel caso della vibrazione rappresentata dalla (6), ponendo per brevità

$$h = e^{nz} \operatorname{sen} (\alpha x - qt) \qquad k = e^{nz} \cos (\alpha x - qt)$$

si trova

$$X_x = -2\mu n \alpha h \qquad Z_z = 2\mu \alpha n h \qquad X_z = \mu (\alpha^2 + n^2) k$$

mentre le rimanenti componenti di tensione sono nulle; inoltre

$$\frac{\partial u}{\partial t} = nqh \qquad \frac{\partial w}{\partial t} = -\alpha q k.$$

Perciò

$$\begin{aligned} P &= -\mu \alpha q \,\}\, 2n^2 h^2 + (\alpha^2 + n^2) k^2 \,\{ \\ Q &= 0 \\ R &= -\mu n q (\alpha^2 - n^2) hk. \end{aligned}$$

I raggi sono quindi linee giacenti nei piani zx, definite dalla equazione

$$\frac{dz}{dx} = \frac{n}{\alpha} \frac{(\alpha^2 - n^2) hk}{2n^2h^2 + (\alpha^2 + n^2) k^2} . \tag{8}$$

Se poniamo

$$\frac{h}{k} = \operatorname{tang} (\alpha x - qt) = \xi \qquad \frac{n}{\alpha} = \omega$$

l'equazione precedente diviene

$$\frac{\alpha}{\omega} \frac{dz}{d\xi} = \frac{(1 - \omega^2)\xi}{(2\omega^2\xi^2 + \omega^2 + 1)(\xi^2 + 1)}$$

ed è facilmente integrabile. Si trova

$$Ce^{\frac{2n}{\omega^2}z} = \frac{\xi^2 + 1}{2\omega^2\xi^2 + \omega^2 + 1}$$

ove C è una costante arbitraria. I raggi hanno quindi per equazione

$$Ce^{-\frac{2a^2}{n}z} = 2n^2 - (\alpha^2 - n^2) \cos^2 (\alpha x - qt) .$$

Il caso longitudinale può essere trattato in modo analogo. Orientando l'asse delle z secondo il vettore (l, m, n) possiamo porre

$$A = i\alpha \qquad B = i\beta \qquad C = n + i\gamma$$

e prendendo anche in questo caso $\varphi(\xi) = e^{\xi}$, si hanno per le componenti del vettore vibrante le espressioni

$$\begin{aligned} u &= i\alpha e^{nz - pt + i(\alpha x + \beta y + \gamma z)} \\ v &= i\beta e^{nz - pt + i(\alpha x + \beta y + \gamma z)} \\ w &= (n + i\gamma)\, e^{nz - pt + i(\alpha x + \beta y + \gamma z)} \end{aligned}$$

colla condizione

$$p^2 = \frac{\lambda + 2\mu}{\rho} (n^2 - \alpha^2 - \beta^2 - \gamma^2 + 2in\gamma).$$

Si possono avere da queste formole, come caso speciale, delle vibrazioni longitudinali analoghe alle (6), facendo $\beta = 0$ $\gamma = 0$.

Si trova così, colla solita separazione delle parti reali dalle immaginarie,

$$(6') \qquad \begin{aligned} u &= \alpha e^{nz} \cos(\alpha x - qt) \\ v &= n e^{nz} \operatorname{sen}(\alpha x - qt) \qquad q = \sqrt{\frac{\lambda + 2\mu}{\rho}(\alpha^2 - n^2)}, \end{aligned}$$

oppure vibrazioni che differiscono da queste per un cambiamento di fase.

L'equazione differenziale dei raggi corrispondenti è

$$\frac{\alpha}{n} \frac{dz}{dx} = \frac{(\lambda + 2\mu)(\alpha^2 - n^2)hk}{(\lambda n^2 - (\lambda + 2\mu)\alpha^2)h^2 - 2\mu n^2 k^2}$$

ove h, k hanno lo stesso significato stabilito nel caso trasversale. Questa equazione è della stessa forma della precedente (8) ed ammette perciò un integrale analogo a quello trovato.

Riassumendo possiamo dire che le onde studiate sono caratterizzate dalle due direzioni (l, m, n) e (α, β, γ), le quali possono essere comunque inclinate fra loro. La prima è in certo modo una direzione di assorbimento, la seconda di propagazione.

Noi abbiamo considerato particolarmente il caso in cui queste due direzioni sono ortogonali fra loro. È questo il caso delle onde di Rayleigh. L'altro caso, che potrebbe sembrare più interessante dal punto di vista fisico, in cui le due direzioni coincidono, non porta ad alcun risultato notevole.

Come è noto, le onde di Rayleigh sono state assunte dai sismologi per rappresentare quelle onde sismiche che sembrano, per quanto risultà dalle osservazioni, propagarsi con velocità costante lungo la superficie terrestre e che sono dette *onde lunghe*. Il carattere di un rapido smorzamento al di sotto della superficie del suolo è appunto il criterio che ha guidato lord Rayleigh alla loro scoperta, ed è noto che diverse verifiche numeriche hanno confermato questi concetti teorici.

Dal punto di vista fisico sarebbe interessante di trovare un procedimento sperimentale atto a riprodurre queste onde ed a porci quindi in grado di verificarne le singolari proprietà.

L' Accademico Segretario
CARLO FABRIZIO PARONA

CLASSE
DI
SCIENZE MORALI, STORICHE E FILOLOGICHE

Adunanza del 21 Aprile 1918

PRESIDENZA DEL SOCIO PROF. COMM. ANDREA NACCARI
PRESIDENTE DELL'ACCADEMIA

Sono presenti i Soci BAUDI DI VESME, PATETTA, VIDARI, PRATO, PACCHIONI, VALMAGGI, e STAMPINI Segretario della Classe.

È scusata l'assenza dei Soci CHIRONI, Vicepresidente dell'Accademia, S. E. BOSELLI, Direttore della Classe, SFORZA e CIAN.

Si legge e si approva l'atto verbale dell'adunanza precedente del giorno 7 aprile corr.

Per invito del Presidente l'Accademico Segretario STAMPINI dà lettura della lettera con la quale il Prof. Paolo ORSI ringrazia l'Accademia per il XX Premio Bressa a lui conferito.

L'Accademico Segretario, per incarico di S. E. BOSELLI, Direttore della Classe, presenta l'opera di Estella CANZIANI: *Piemonte. Versione dall'inglese di* E. SACCHI, *preceduta da un autografo di* Paolo BOSELLI (Milano, Hoepli, 1917), e ne riassume

brevemente l'interessante contenuto. La Classe ringrazia per il dono pregevole e gradito.

Il Socio PATETTA presenta una seconda *Nota* sul tema *Di alcuni manoscritti posseduti dalla Reale Accademia delle Scienze*; e il Socio PRATO pure una seconda *Nota* su *Le fonti storiche della legislazione economica di guerra. Il calmiere delle pigioni.*

LETTURE

Di alcuni manoscritti posseduti dalla Reale Accademia delle Scienze di Torino

Nota II del Socio nazionale residente FEDERICO PATETTA

III (*MM*, IV, 1).

GAUFREDI ANGLICI *Poetria novella et Liber de questionibus et responsionibus Gaufridi et Aprilis.* — *Anonymi Confessio lupi, vulpis et asini.* — BERNARDI GESTENSIS *Palpanista.*

Codice membranaceo del sec. XIV-XV, di 74 carte di mm. 230 per 153, scritte da una sola mano, probabilmente italiana, a 30-32 linee per pagina, e numerate da me a lapis. È composto di quaderni di 12 carte, fatta eccezione per il quinto, nel quale fu strappata la seconda carta, e per l'ultimo, che è di sole tre carte mancanti delle corrispondenti, forse rimaste in bianco e state recise. I quaderni non sono numerati, ma hanno i richiami a metà del margine inferiore dell'ultima pagina. La legatura, forse originale, è fatta di assicelle coperte esteriormente di cuoio, ed aveva fermagli ora perduti. La prima assicella è foderata all'interno con un frammento di codice membranaceo, press'a poco sincrono e che doveva contenere dei commenti a qualche testo di filosofia scolastica; la seconda con un frammento, probabilmente d'atto notarile, scritto su pergamena della quale è visibile il solo rovescio, rimasto originariamente in bianco. Questa pagina bianca servì ai proprietarii del codice per prove di penna e per scrivervi, in principio del secolo XV, prima un'avvertenza in latino sui giorni (1), nei quali è pericoloso cavar

(1) " *VII kll. aprilis, die lune intrante agusto, die lune exientis* (!) *decembris* ". Per il significato ristretto, che possono avere le espressioni *intrante agusto, exientis decembris*, cfr. il glossario del Du Cange (ed. FAVRE), alla v. *mensis intrans, stans et exiens*.

sangue agli uomini e agli animali, poi un breve testo in dialetto, probabilmente dell'Alta Italia occidentale, che credo un esercizio scolastico di traduzione dal latino di varie proposizioni, che dovrebbero esser staccate l'una dall'altra: " Le lectio da fi metudi inanz dal mister ay scoler per davi studia ase themi recrescant a to fradel spoiant Zohan de libri compradi da quest soldat per vinti soldi. s'aperten a mi ".

La provenienza immediata del codice non è nota; ma nella prima pagina vi si legge, di mano del secolo XVII (1): *Ex libris Monasterij B. Mariae de Interc(ession)e Montisgrossi*. Il pensiero corre subito a Montegrosso d'Asti, sia per l'attuale sede del manoscritto sia anche per il testo dialettale già riferito. A nulla però approdarono le poche ricerche intraprese da me e quelle gentilmente fatte nell'Archivio di Stato di Torino (2) per accertare di che monastero e, per conseguenza, di che paese si tratti.

Il contenuto del codice è il seguente:

I. Nella c. 1 comincia, senza titolo, la *Poetria* di Goffredo Anglico, la quale finisce, a c. 37[b], colla sottoscrizione in rosso " Explicit poetria novella magistri Gaufredi Anglici. Sicut promisi poetriam scribere, scripsi ". L'iniziale del primo verso della *Poetria*, che comincia colle parole *Papa, stupor mundi*, è miniata, con una figura in mezzo, che deve appunto rappresentare il papa, ma che fu raschiata e lavata. Le iniziali dei capitoli successivi della *Poetria* e delle altre opere contenute nel codice sono delle solite maiuscole, alternativamente azzurre, con fregi a penna in inchiostro rosso, e rosse con fregi violetti.

---

(1) Nella stessa pagina, e forse della stessa mano, è l'avvertenza: " *Liber hic est curiosissimus* ".

(2) Le ricerche all'Archivio di Stato furono fatte dall'egregio conte Gian Carlo Buraggi, il quale ebbe la cortesia di scrivermi, in data 28 marzo: " Le mie ricerche sul Monastero *S. Mariae de Intercessione Montisgrossi* sono riuscite infruttuose. Mi è risultato soltanto che il Monastero di Santa Maria delle Grazie di Asti aveva dei possessi a Montegrosso. Che si tratti di questo Monastero? Esso era degli Agostiniani ". Prescindendo da Montegrossi nel Senese (anticamente *Mons Grossuli*), il *Dizionario geografico postale del Regno d'Italia* registra soltanto due *Mongrosso* e tre *Montegrosso* in Piemonte e due *Montegrosso* in Liguria. Il noto *Dizionario ... degli Stati di S. M. il Re di Sardegna*, pubblicato dal Casalis, e il *Dizionario geografico* del Garollo hanno soltanto Montegrosso d'Asti e Montegrosso d'Oneglia.

Fanno eccezione la prima iniziale della seconda operetta e la prima della quarta, per ciascuna delle quali l'amanuense fece uso di tutti tre i colori.

Su Goffredo Anglico o *de Vino Salvo* (*de Vinsauf, de Vinesauf, de Vine saf, de Vinesalf*, ecc.) è inutile fermarci (1). La sua *Poetria*, scritta nei primi anni del sec. XIII e dedicata a papa Innocenzo III, fu stampata dal Leyser (o. c., pag. 862-978) e consta, secondo l'edizione, di 2114 esametri. Se ne conoscono molti manoscritti (2), fra i quali non pare che il nostro possa

---

(1) Cfr. su di lui Polycarpi Leyseri *Historia poetarum et poematum medii aevi decem, post annum a nato Christo* CCCC, *seculorum, Halae Magdeb.*, 1721, pagg. 855-986; Fabricius-Mansi, *Biblioth. mediae et infimae latinitatis*, Padova, 1754, alla v. *Galfridus sive Gualterus de Vino Salvo*; Jöcher, *Allgem. Gelehrten-Lexicon*, Lipsia, 1750, II, coll. 1088-1089 (alla v. *Gottfried*); Amaury Duval, nell'*Hist. littéraire de la France*, vol. XVIII, 1835, pagine 305-312; Potthast, *Bibliotheca*², alla v. *Galfridus de Vino salvo*; Chevalier, *Bio-bibliogr.*², alla v. *Geoffroy de Vinsauf*; T. Casini, *La coltura bolognese dei secoli XII e XIII*, nel " Giorn. stor. della letter. ital. ", I, 1883, pagg. 9-12; G. Manacorda, *Storia della Scuola in Italia*, I, 2, Milano-Palermo-Napoli, (1913), *passim* e specialmente a pagg. 232-234.

(2) Il Casini (*l. c.*, pag. 10, n. 1) indica almeno una ventina di manoscritti: due ne aggiunge il Manacorda (*l. c.*, pag. 233), uno dei quali, della Comunale di Perugia, era già stato segnalato dal Bethmann nell'" Archiv der Gesell. f. ä. deutsche Geschichtk. ", XII, 1874, pag. 547. Un altro ms. non indicato dai due scrittori precedenti, cioè l'Ottobon. lat. 1472, è registrato nello stesso volume dell'" Archiv ", a pag. 366. Manoscritti delle biblioteche di Reims, di Basilea, di S. Gallo, parimenti non indicati dal Casini e dal Manacorda, sono registrati dall'Haenel, *Catalogi librorum manuscriptorum, qui in bibliothecis Galliae, Helvetiae, Belgii ... asservantur*, Lipsia, 1830, coll. 405, 519, 714; e di parecchi altri si potrebbe certo aver notizia scorrendo i più recenti cataloghi a stampa delle singole biblioteche. Un manoscritto, non registrato nel catalogo a stampa, e forse non ancora segnalato, è posseduto dalla Nazionale di Torino. È cartaceo, in-folio, del sec. XIV, di carte 64, segnato *F*, IV, 11. Contiene, a c. 1-14, un *Auctor modorum significandi* (" *Incipit a. m. s. Cum cuiuslibet artificis principia... Explicit a. m. s. Deo gratias. amen. a magistro Martino de Datia editus.* "); a c. 15-41 la *Poetria* con glosse latine e volgari (" *Incipit liber poetrie novelle tradite a magistro gualfredo anglie* ". I versi 2075-2094, diretti all'imperatore, sono posti in fine, dopo l'ultimo verso); a c. 42-44, quarantatre piccoli componimenti, ciascuno di quattro versi latini, di soggetto biblico, da Adamo ed Eva alla risurrezione di Cristo (" *De adam et eva existentibus in paradiso. (E)va columba fuit tunc candida, nigra deinde...* ");

per sè stesso avere grande importanza, non essendo nè molto antico nè molto corretto. Esso mi sembra invece abbastanza interessante per le sue glosse, quantunque sia glossato solo in minima parte, cioè, salvo qualche rara eccezione, pei soli versi 43-321, 569-607, 927-933 (a carte 1^b-6^b, 11 e 17^b). Le glosse appaiono scritte nella prima metà del secolo XV; ma, a giudicare da parecchi errori evidenti, non debbono essere originali ed autografe, ed essere invece state copiate da un altro codice, il quale fu probabilmente usato anche per qualche correzione eseguita dalla stessa mano. Sono ordinariamente semplici interpretazioni di parole, talvolta in un latino quanto mai barbaro e in un'ortografia singolarissima, più spesso in volgare con forme dialettali, le quali, al pari dell'ortografia di alcune parole latine, ci conducono, credo, molto lontano dal Piemonte, probabilmente a sud dell'Appennino toscano. Cito, per esempio, *piensi, tiempo, abunni, annamenti, gamma* per *gamba, ambla* per *ampla, avitatrice* per *abitatrice*, e *amulator, amulatrix, ammulet* per *ambu-*

---

a c. 45^a, note grammaticali („ *Adsit principio virgo maria meo. A. N. M. CCCXXXVIIII die primo octubris. (O)rthographya est membrum grammatice scripture perfectionem discribens...* „); a c. 45^b e 63^b, temi in volgare e traduzioni in latino; a c. 46-62, brevi scritture e consigli legali di Baldo, Bartolo, Francesco Tigrini da Pisa, Guglielmo da Perugia, Dino da Mugello, Uberto da Bobbio. La c. 63^a è in bianco. Nella c. 64, oltre a prove di penna, c'è una serie di parole latine colle loro corrispondenti italiane. A c. 41^b, dopo la *Poetria*, si legge „ Iste liber est mei iohanoti de georgis, qui vado ad scollas domini euxobi de vercellis, qui est bonus magister in sua gramtica (!) „. Questo *Euxobus* è probabilmente il *magister Yssobus de Vercellis* rettore delle scuole di Torino nel 1406. Cfr. il *Dizionario dei maestri di grammatica, che insegnarono in Piemonte prima dell'anno 1500*, in Gabotto, *Lo Stato sabaudo da Amedeo VIII ad Emanuele Filiberto*, vol. III, Torino, 1895, pag. 348. M'avvedo, nel correggere le prove di stampa, che l'operetta senza nome d'autore, contenuta nel ms. a c. 42-44, è semplicemente, con qualche lacuna, il *Dittochaeon*, comunemente attribuito a Prudenzio. Cfr. M. Schanz, *Gesch. der röm. Litteratur*, IV^2, Monaco, 1914, pag. 250 e segg.; e i prolegomeni a Prudenzio in Migne, *Patrol. lat.*, LIX, col. 611 e segg. Nella raccolta del Migne, vol. LXI, col. 1075-1080, il *Dittochaeon* è pure pubblicato, non integro, come opera dell'immaginario poeta *Amoenus*. Cfr. W. S. Teuffel, *Gesch. der röm. Litter.*^{5}, Lipsia, 1890, § 474, 2. Martino *de Dacia*, autore del trattato *De modis significandi*, è ricordato dal Jöcher e dallo Chevalier (alla v. *Martin de Danemark*).

lator, *ambulatrix*, *ambulet*. Notevole *acoctia* (1) per *osa* (lat. *aude*). Della patria e dell'importanza delle glosse giudicheranno del resto i filologi, ai quali ne offro qui un'ampia scelta (2):

v. 44 *impetuosa* manus : *trascurrevile*.
v. 48 est prius *archetipus* : *figuratus*.
v. 52 mens ... *preambula* facti : *ante amulatrix* (per *ambulatrix*. Cfr. v. 112, 229).
v. 53 ut melius *fortunet* opus : *piensi* (per *pensi*, come *tiempo* per *tempo* nel v. 267?).
v. 55 *precircinet* : *circundeat*.
v. 92 *posterius* : *più dereto*.
v. 95 more *faceto* : *acustumato*.
v. 104 *limes salebrosus* : *via oscura*.
v. 112 *precursor ydoneus* : *ante amulator nobilis* (cfr. v. 52).
v. 119 *facetum* : *acustumato*.
v. 120 *prestrigiatrix* (!) : *giocatrice*.
v. 124 *candida* : *resprendeiuli* (per *resprendevili*. Cfr. v. 571, 576, 582).
v. 127-128 caput *edat* — altius : *altiet*.
v. 135 de *trunco* quarum quasi *surculus* exit : *dello cepo ... la piantolina*.
v. 137 *in latebris ... obaudit* : *in gructis ... fingnit non audire*.
v. 145 *venustas* : *bonitas*.
v. 148 *artior* : *più strecta*.
v. 164 *venustas* : *pulcritudo*.
v. 166 *elicit* : *scielglie*.
v. 167 *seditio ... seducit* : *tradimentum ... tradidit*.
v. 191 *egressus ... regressum* : *entramento ... retornamento*.
v. 194 *nubilus exundat* aer sub sole sereno : *turpis habundat*.
verso che è solo nel ms., dopo il v. 202 dell'edizione: distinctis *methodis* procedit carminis ortus : *vioctole*.
v. 203 *ulterior* : *più oltra*.
v. 205 *ampla* : *id est mangnia*.
v. 206 vel *tractius* ibis : *tarto*.
v. 214 *ingenium* : *gengnio*.
v. 216 *ductilis ... quicquid* : *ducebile ... homne cosa*.
v. 217 *amplificet* vel *curtet* : *id est facit amblam, facit brevem*.

---

(1) Cfr. M. G. Bartoli, *Das Dalmatische*, Vienna, 1906, I, pag. 290; C. Salvioni, nei " Rendic. dell'Istit. Lomb. ", S. II, vol. XL, 1907, pag. 1049; Meyer-Lübke, *Röm. Etym. Wörterb.*, Heidelberg, 1911 e segg., n° 2287 (alla v. *cottizare*).

(2) Il numero dei versi è dato secondo l'edizione del Leyser, il testo secondo il manoscritto. Le parole del testo stampate in corsivo sono quelle, su cui sono scritte le glosse.

v. 221 *resume* : *repilglia.*
v. 223 *dissimuletur* : *infengnia.*
v. 225 *serieque morosa* : *reposata.*
v. 226 *longius* : *magis longnie.*
v. 229 *perambulet* : *ante ammulet* (Cfr. v. 52).
v. 230 sed rem *circueas*, longis *ambagibus ambi* : *id est intornii* ... *circusionibus, id est circundeas.*
v. 248 *insita* : *tramessa.*
v. 250–251 videtur — *inde* : *de chi.*
v. 252 *fluctuat* : *flutia.*
v. 252–253 intus — et *foris*, hic et *ibi*, *procul* et prope, *distat et astat*: *dafore* ... *chi* ... *da longna, stat longnie, stat presens.*
v. 255 *iocundior* : *magis aleger* (?).
v. 264 *delecteris* : *delectate.*
v. 265 *egregie* ... mense : *regalis.*
v. 267 *diutius* : *più longo tiempo.*
v. 269 *sapidus* : *saporosus.*
v. 279 (mens) *emula* sit Iani : retro *speculeris* et ante : *anatrice* (?) ... *respicies.*
v. 281 *a casu* ... non *solis ab ortu* : *dalla tramuta* ... *a nascimento solis.*
v. 284 *sirenes* : *sirene, que stant in mari.*
v. 285 *caveto* : *tu guardaraite.*
v. 288 *inflet* : *infii.*
v. 289 *inflaturam* ... *unge* : *infiamento* ... *aongni.*
v. 290 *gressus* ... *preconsule* : *annamenti* ... *ante colsule.*
v. 291 *metire* ... *aude* : *mesura* ... *acoctia.*
v. 292 *grandia* ... *humeris* : *id est mangnia* ... *alle spalle.*
v. 293 *mediocris* ... *mediocria, sumere* : *mecana* ... *mecana* (per *meçana*), *nalsare* (per *innalzare*).
v. 294 *sumis* ... *presumis* : *nalsi* ... *tabassi.*
v. 295 *imprime* menti : *ficcha.*
v. 296 *finge* : *infengnia.*
v. 297–298 nec ... — *deicies* (corr. in *deicias*) alios : *noli* (no li?) *giectari.*
v. 299 minuit *iactantia* famam : *laudandtia.*
v. 306 sit timor *hospes* ibi, non *incola* : *abergato* ... *avitatrice.*
v. 310–311 *nutrit* et *impinguat* et gaudia *suggerit* illi — *exugens* (corr. da *exurgens*) tua membra dolor : *not'ca* (*notreca* o *notrica*) ... *ingrassi* ... *sucha* ... *sucante.*
v. 312 *simulatio* : *infingnatio.*
v. 318 exiguas vires *supplere* memento : *nalfalre*, corretto in *nalfare* e da correggersi in *nalsare*. Cfr. v. 293, 294 e 588.
v. 571 *irrutilet* : *resprendeat.*
v. 571–573 *lilia vernent* — in specula frontis, *vaccinia* nigra *coequet* — forma supercilii : *le cilglia rident* ... *li peli delle cilglia* ... *adoralgli.*
v. 573 *geminos intersecet artus* (leggi *arcus*) : *duos intrapone larchi.*
v. 574–575 castiget regula nasi — *ductum* : *ad pennello.*

v. 576-577	*radient* utrinque *gemelli* — ... ocelli : *resprendent* ... *dello huechio.*
v. 578-579	nec *rubicunde* — nec *nitide* : *roscia* ... *pallida.*
v. 580	*cicli* : *crierchio.*
v. 581	pregnantia labra *tumore* : *enfiamento.*
v. 582	*rutilent ignita* : *resprendant roscie.*
v. 583	*compaginet* : *congnioga.*
v. 588	*speculum* vultus *supportet* in altum : *spiechio* ... *nalci.*
v. 589	*gutture* : *gargarneco.*
v. 592-593	ne iaceant quasi *descendant,* nec stent quasi *surgant* — sed recti sedeant *humeri* : *pendant ante* ... *inchrenat' allareto* ... *le spalle.*
v. 595	*confluat* : *abunni* (per *abundi*).
v. 599	virgineas producat *utrinque papillas* : *dalluna parte et dallaltra le tinde* (cioè *le protenda ?*).
v. 600	*zone* : *centure.*
v. 602	*aptius* : *più aconcio.*
v. 604	*tibia* : *gamma.*
v. 606-607	*a summo* capitis ... — *ad unguem* : *a cima* ... *ad ongnia.*

Noto ancora che la *Poetria* è divisa nel manoscritto dell'Accademia in una quantità di capitoletti, che non corrispondono affatto alle divisioni dell'edizione e le cui rubriche derivano in gran parte da semplici annotazioni marginali di un codice più antico, innalzate da qualche amanuense ad un onore del tutto immeritato.

II. Da c. 37^b a c. 52^a il nostro manoscritto contiene un poemetto in distici latini preceduto dalla rubrica " Incipit liber de questionibus et responsitionibus (!) Gaufridi et Aprilis. Rubrica. Rubrica. Rubrica " e seguìto dalla sottoscrizione " Explicit Gaufridus et Aprilis ". Anche questo poemetto, in forma di dialogo fra *Gaufridus* e *Aprilis* " *hispana gente profectus* " (1), è quasi certamente opera di Goffredo Anglico.

---

(1) Secondo il Duval cit., si tratterebbe d'un Aprile, morto nel 1269, dopo essere stato arcidiacono di Salamanca, cappellano di Innocenzo IV (1243-1254) e vescovo d'Urgel. Nel poemetto esso è ancora rappresentato povero, dopo quindici anni di studio, e diretto per la prima volta a Roma, di cui ignorava affatto la vita e i costumi. Goffredo, in cui s'incontra e che gli dà informazioni e consigli, ritornava invece in patria dopo un lungo soggiorno a Roma, " *tota cognitus urbe diu* ". D'altra parte un cardinale Gaietanus ricordato nel poemetto dovrebbe essere il futuro papa

I manoscritti non sono comuni, come quelli della *Poetria*, libro scolastico; sembrano anzi relativamente rari. Ne conosco, oltre al torinese, tre, tutti del secolo XV; cioè due a Modena, nella Biblioteca Capitolare e nell'Estense, e uno a Cesena nella Malatestiana, dopo il *De rerum natura* di Lucrezio (1).

Il poemetto fu pubblicato, con intendimenti diversi, da Matteo Flacio Illirico e dal Mabillon.

Il Flacio, noto teologo protestante, lo pose infatti fra i *Varia doctorum piorumque virorum de corrupto ecclesiae statu poemata*, stampati a Basilea nel 1557 (e ristampati nel 1754), dandogli il titolo " GANFREDUS, *De statu curiae romanae et de eius ironica recommendatione* ", e considerandolo come una satira contro la corte papale. Invece il Mabillon, pubblicandolo nel 1685 da un *codex Einsidlensis*, nel tomo IV degli *Analecta* (2), lo intitolò senz'altro: *Veteris poetae carmen apologeticum adversus obtrectatores Curiae Romanae* ".

È giustizia notare, che a far credere al Flacio d'esser in presenza d'una satira contro la Corte Romana dovettero contribuire le particolarità del suo manoscritto, delle quali dirò in seguito; e che del resto l'opinione da lui sostenuta doveva esser già diffusa nel secolo XV, poichè l'operetta di Gualfredo è intitolata nel ms. della Capitolare di Modena " *Yronia super Ro-*

Nicolò III, assunto alla porpora nel 1243; e secondo il Mabillon il poemetto stesso dovrebbe esser posteriore al Concilio di Lione dell'anno 1245, nel quale si concesse ai cardinali l'uso del cappello rosso, poichè, nel v. 613, come loro unico distintivo è precisamente indicato il colore del cappello: " Vestibus incedunt communibus; attamen illud, — Quod caput insignit, ut rosa verna rubet ". In conclusione, il tempo, a cui il poemetto si riferisce, si potrebbe determinare con molta approssimazione, prendendo per termine *a quo* il 1245 e per termine *ad quem*, ignorando la data della nomina d'Aprile a cappellano d'Innocenzo IV, l'anno della morte di questo papa, cioè il 1254.

(1) Cfr. BETHMANN, in " Archiv " cit., pagg. 588, 698-699, 700; R. ZAZZERI, *Sui codici e libri a stampa della Bibl. Malatestiana*, Cesena, 1887, pag. 425. (Lo Zazzeri dice che il poemetto è *di scrittore anonimo e tuttora inedito*).

(2) Gli *Analecta* furono ristampati a Parigi, in un solo volume in-folio, nel 1723. In quest'edizione, che è quella di cui mi valgo, il poemetto è stampato a pagg. 369-376 e consta di 1026 versi.

mana curia „ e nel ms. dell'Estense “ *Ironicon in curiam Romanam* „.

Riconosciuta, in ogni modo, la vera natura del poemetto, che è uno scritto apologetico, il Mabillon non poteva certo pensare a farne ricerca nella raccolta del Flacio; e non fa quindi meraviglia che abbia creduto di pubblicare un testo sconosciuto. Può sembrare più strano che egli non si sia ricordato affatto di Goffredo Anglico come possibile autore, e si sia piuttosto fermato nelle sue ipotesi su Corrado de Mure (1). Ma a far dimenticare Goffredo Anglico contribuì forse il fatto, che il *Gaufridus et Aprilis* dev'esser posteriore alla *Poetria* di molti anni. Appunto per questa ragione sembra che il Leyser, nel suo latino tutt'altro che elegante e tutt'altro che chiaro, ne metta in dubbio l'attribuzione all'autore della *Poetria* (2); ma tale attribuzione è ormai generalmente accolta senza discussione, e il nostro manoscritto, dando le due opere l'una accanto all'altra, viene, in certo qual modo, a confermarla (3).

---

(1) *Analecta*, pag. 376: “... Conradus de Mure, praecentor ecclesiae Tigurinae, unde parum distat Monasterium Einsidlense ubi hoc carmen invenimus „. Il Mabillon osserva pure, che nel ms. da lui pubblicato le iniziali dei due interlocutori del poemetto, *G* e *A*, erano sempre accompagnate da una *C* (che manca affatto nel ms. torinese). Anche la *C* gli richiama evidentemente alla mente un *Conradus*. Non si potrebbe invece pensare a *clericus*? O non avrà qualche amanuense cambiato in semplici *C* i segni dei paragrafi?

(2) *O. c.*, pag. 857: “ Verum siquidem synchronismi adducti non aliter sese habuerint, tamen videtur potius alius fuisse Poetriae, alius carminis de Statu curiae Romanae auctor „.

(3) Sembra che anche il manoscritto posseduto dal Flacio contenesse le due opere, e che non fosse molto antico, poichè egli le attribuisce ad uno stesso autore vissuto verso la fine del secolo XV. Scrive infatti nel suo *Catalogus testium veritatis*, stampato a Basilea, colla data di Strasburgo, nel 1562: “ Gamfredus, vir sane non indoctus, ut ex scriptis eius apparet, scripsit versu Poeticam et Romanae Curiae laudes, antiphrastico, vel ironico potius praeconio; in quo prolixe omnes Romanistarum virtutes depingit. Vixit, ut opinor, ante annos 70. Scripti eius utriusque exemplaria habeo: nondum arbitror edita esse „. Poichè dovrò citare ancora il *Catalogus* più volte, ricordo fin d'ora, che esso ebbe parecchie ristampe, l'ultima delle quali è di Francoforte, 1666, accompagnata da un secondo volume o *Auctarium*, colla data *Cattopoli*, 1667. Ho appunto presente questa ristampa (nella quale il passo riportato è a pag. 824 del primo volume). Non co-

Le differenze fra l'edizione del Flacio, di cui ho presente la sola ristampa del 1754 (1), e quella del Mabillon sono elencate dal Leyser, da pag. 979 a pag. 985. Principalissima è questa, che nell'edizione più antica mancano i primi 48 versi, nei quali l'autore dice chiaramente d'aver scritto per ordine e in difesa del papa, e sono viceversa aggiunti in fine due versi, evidentemente apocrifi, e che non si riattaccano affatto alla chiusa, di carattere narrativo, del poemetto (2):

" Opto, Ganfrede, quod sint tibi mille valete.
GAN. O miser Aprilis, hic fuit antiphrasis ".

Questi versi, secondo i quali sembrerebbe che Gaufridus si fosse preso giuoco della semplicità del suo interlocutore (3), mancano nel ms. torinese; ma vi mancano pure i primi 48 versi, che sono nel Mabillon e nei tre altri manoscritti citati, e questa concordanza dell'edizione del Flacio col codice torinese serve a dissipare il dubbio, che potrebbe nascere, della loro omissione in mala fede da parte dell'editore. Del restante, il manoscritto torinese s'accorda a volta a volta coll'una o coll'altra edizione; e non vi mancano errori e lacune. Trovo, fra altro, che furono omessi i versi 95 e 97. Mancano inoltre i versi 827-889, essendo stata strappata, come ho detto, la seconda carta del quinto quaderno, fra le attuali carte 49 e 50.

Il poemetto, come già la *Poetria*, è diviso arbitrariamente in capitoli, con rubriche derivate da annotazioni marginali. Tale divisione manca affatto nel testo del Mabillon, e corrisponde solo in parte a quella dell'edizione del Flacio. Non credo quindi inutile trascrivere le rubriche, che dànno un'idea del contenuto del poemetto, forse troppo dimenticato, e aggiungervi fra pa-

---

nosco invece l'edizione di Lione, 1597, a cura di Simone Goulart, la quale deve contenere numerose aggiunte. Cfr. in proposito il *Manuel du libraire* del Brunet o il *Trésor* del Graesse, alla v. *Flacius*.

(1) *S. l. et t.*, pagg. 431-466.

(2) " Hic (*cioè Gaufridus*) patriam repetit; hic (*cioè Aprilis*) sacram tendit in urbem; — Hunc loca nota vident, hunc peregrina domus ".

(3) Cfr. l'" *hic fuit antiphrasis* " dell'ultimo verso coll'espressione del Flacio, nel passo citato a pag. 639, n. 3, " *antiphrastico vel ironico potius praeconio* ".

rentesi il numero, che hanno nell'edizione Mabilloniana i versi, con cui cominciano i singoli capitoli del codice torinese:

" De fidelitate hospitum (125) : De procuratoribus (137) : De diversitate officiorum et officiatorum (203) : De officio correctoris (271) : Quid facturus sit de petitione sua si cassetur (291) : De eodem, videlicet de auditore contradictarum (319) : De officio vicecancellarii. Rubrica (343) : Si notarii recipiant aliquid pro labore (357) : De symonia. Rubrica (447) : Ubi habitet Symon. Rubrica (475) : Iste non fuit ille qui fuit in Samaria (499) : De advocatis. Rubrica (507) : De cardinalibus. Rubrica (577) : De factis pape. Rubrica (661) : De capellanis domini pape, quomodo disputant coram papa (773) : De penitentiariis. Rubrica (961) : De bulla. Rubrica (977) „.

III. Da c. 52ª a c. 58ᵇ si legge nel ms. un poemetto di circa 400 versi, preceduto dalla rubrica " *Confessio lupi, vulpis et asini* „ e seguìto dalla sottoscrizione: " *Explicit liber de confessione lupi, vulpis et asini* „. In esso si narra come, avvicinandosi un giorno festivo, gli animali bruti accorressero a confessare i loro peccati (1). Si trovano così insieme il lupo, la volpe e l'asino. Il lupo comincia ad accusarsi d'innumerevoli delitti, fra gli altri d'aver ucciso e divorato i genitori e il fratello dell'asino; ma la volpe giudica le sue colpe assai leggiere e glie ne dà piena assoluzione. Alla sua volta essa narra le sue furfanterie ed è assolta dal lupo. Quando invece il povero asinello svela, fra altre inezie, d'esser stato costretto dalla fame a strappar coi denti un po' di paglia, che pendeva dalle scarpe d'un pellegrino, il lupo lo dichiara sacrilego e reo confesso di delitto capitale; quindi, in compagnia della volpe, l'uccide e lo divora.

La chiave dell'apologo ci è data dagli ultimi sei versi (2):

" Premia dat corvis hec fabula, flagra columbis,
Ditat serpentes, delocupletat aves.

---

(1) Comincia:

" Instabat festiva dies : animalia bruta
Conveniunt culpas depositura (ms. *deposuere*) suas „.

(2) Questi sei versi formano nel ms. il capitolo IX, e sono preceduti da un'antica annotazione trasformata in rubrica: " *Concludit fructum huius fabule. C. IX* „.

Qui (1) nitet exterius, tenebris qui volvitur intus,
Sit procul a rectis, lux tenebrosa, viris.
Et lupus est miles, mercator subdola vulpes;
Rusticus est asinus. Hec tria iunge tribus „.

La *Confessio*, piccolo capolavoro di malizia e d'arguzia, potrebbe dunque esser annoverata fra i documenti letterari sulle varie classi della società medievale, o esser posta fra le parodie sacre, alle quali il Novati dedicò un lungo studio (2), trascurando però quasi del tutto quelle precisamente, che hanno rapporto colla confessione sacramentale. Tale non fu tuttavia il giudizio del primo editore della *Confessio*, unico da me conosciuto, cioè del Flacio. Questi, oltre ad aver pubblicato il poemetto nella citata raccolta del 1557, ne scrisse nel *Catalogus testium*, asserendo che il lupo è il papa, e che nella volpe sono simboleggiati i prelati e nell'asino i laici (3). Tali conclusioni sono rese possibili dal fatto, che in luogo dei sei versi, coi quali la *Confessio* finisce nel ms., l'edizione ha questi due:

" Quis terget verbis quod mens accusat? Inanis
Sit procul a rectis vox sine mente viris „.

Ma anche chi volesse accettare per genuina questa strana chiusa e considerasse quindi gli ultimi due versi del manoscritto come un'aggiunta apocrifa, non avrebbe che a leggere il poemetto per convincersi che l'odio luterano del Flacio contro la chiesa cattolica lo mise in traveggole. L'unico passo della *Confessio*, che egli cita a sostegno della sua tesi, fa precisamente prova contro di lui, poichè il lupo vi parla del papa come di

---

(1) I due *qui* di questo verso debbono probabilmente cambiarsi in *quae*. A stretto rigore si può per altro considerare *lux tenebrosa*, come un'apposizione, e tradurre: " Colui, che, quasi luce tenebrosa, risplende esteriormente ed è internamente avvolto nelle tenebre, stia lontano dagli uomini retti „.

(2) *La parodia sacra nelle letterature moderne*, in " Studi critici e letterari „, Torino. 1889, pagg. 177-310.

(3) *Ed. cit.*, pagg. 764-765, n. CCCXIII: " ... voluit ostendere quam facile in sua scelera mutuo clerici et praelati conniveant, et solos laicos premant et opprimant... Lupus haud dubie est ipse papa... vulpeculae alii praelati... „.

terza persona, cioè come del naturale protettore del pellegrino offeso dall'asino (" *De papa taceo, cuius protectio talem — Conduxit* ").

Nell'edizione del Flacio la *Confessio* è intitolata " *Poenitentiarius lupi, vulpis et asini* " ed è seguìta dalla sottoscrizione " *Explicit poenitentiarius lupi, vulpis et asini completus Anno Domini 1343* ". Il Flacio stesso, nel *Catalogus* (1), dice di non sapere se tale data debba riferirsi alla composizione del poemetto o alla sua trascrizione nel ms. da cui egli lo trasse. Il Leyser s'attenne senz'altro alla prima ipotesi (2); ma essa non mi pare la più probabile, e suppongo invece che la *Confessio* possa esser assegnata al secolo XIII.

Aggiungo ancora, che la *Confessio*, di cui non trovo citati altri manoscritti, è divisa nel nostro in nove capitoletti; e che all'asino è dato più volte il nome di *Brunellus*, come nel notissimo poema di Nigello, cantore della chiesa di Canterbury, vissuto verso la fine del secolo XII, nei *Carmina Burana* e in numerose altre fonti (3).

IV. A c. 58ᵇ, colla rubrica " *Incipit Palpanista Bernardi* ", incomincia un poemetto di circa 960 versi, e più precisamente di 964 se tutte le pagine di quest'ultima parte del ms. hanno 32 linee, come quelle che ho esaminate per saggio. Il poemetto,

---

(1) *L. c.*: " ... dubito an de descriptione aut prima compositione ".

(2) *O. c.*, pag. 2042. Il Leyser aggiunge che il poemetto " *extat et in Grynaei vel Goalartii Catal. Test. verit. Tom. 2* ". Questa citazione, fatta di seconda mano, cioè rinviando a " *Christoph. Hendreich Pandectar. Brandenb. p. 308. b.* ", dovrebbe riferirsi all'edizione del 1597, che ricordai già a pag. 639, n. 3. Ho qualche sospetto che non si tratti di ristampa integrale del testo, ma solo di qualche brano. Cfr. quanto dirò in seguito a pag. 644, n. 2.

(3) Lo *Speculum stultorum* di Nigello, pubblicato nel 1872 dal Wright, in *The Anglo-Latin satirical poets and epigrammatists of the 12 century*, volume I, è appunto intitolato nei mss. *Brunellus*, *Speculum Brunelli*, ecc. (Cfr. Leyser, *o. c.*, pagg. 751 e segg.). Vedi anche: *Carmina Burana*, ediz. Schmeller, nº LXIX, pag. 40, e Du Méril, *Poésies inédites du moyen âge*, Parigi, 1854, pag. 127, n. 1. Nel Crollalanza, *Dizionario storico-blasonico delle famiglie ... italiane*, I, Pisa, 1886, pagg. 176-177, trovo che la famiglia Brunelli di Brescia ha nel cimiero " un asino nascente posto di profilo ". Deve ciò porsi in relazione coll'antico significato della parola *Brunellus*?

di cui esiste copia nel ms. Vatic. Palat. 1024, del sec. XIV (1), fu stampato a Colonia nel 1501, poi, nel 1660, a Zwickau, da Cristiano Daum. Una terza edizione, la cui esistenza non mi pare certissima, è indicata nell'opera più volte citata del Leyser e nella *Bibliotheca latina mediae et infimae aetatis* del Fabricio colle aggiunte del Mansi (2). Disgraziatamente non mi fu possibile procurarmi i testi a stampa (3); e quanto dirò in seguito in aggiunta ai brevi cenni, che si trovano nelle opere citate, deriva quindi interamente, e senza possibilità di confronti, dal nostro manoscritto.

---

(1) Bethmann, in " Archiv „ cit., pag. 350. Il Bethmann dice, evidentemente sulla fede del Leyser, che il poemetto fu stampato dal Flacio, pag. 1156. Cfr. la nota seguente.

(2) Il Leyser, pag. 2002, afferma che il poemetto in questione è pubblicato nell'*Auctarium testium veritatis*, a pag. 1156. Nel Fabricio-Mansi si legge per di più che la stampa contenuta nell'*Auctarium* è posteriore all'edizione del Daum: " nec omittendum, quod *Palponista* post Daumium iterum lucem vidit in auctario ad Flacii Catal. testium veritatis „. Ora nell'*Auctarium* del 1667, pag. 44, si trovano nove soli versi a conferma del preteso spirito anticlericale del poemetto. Se questo fu veramente stampato nell'*Auctarium*, lo si deve cercare non nell'edizione più recente, ma in quella del 1597. Ma forse si tratta d'un equivoco del Leyser, che citava di seconda mano, e il cui errore sarebbe ancora stato aggravato, probabilmente dal Mansi. Cfr. sopra pag. 643, n. 2. Nel *Gelehrten-Lexicon* del Jöcher, alla v. *Geystensis*, sono citate le due sole edizioni del 1501 e del 1660. Nell'*Auctarium* del 1667 cit. è data come edizione principe quella del 1660. Il Panzer, riferendosi a Ioh. Christoph. Hennings, *Bibliothecae seu notitiae librorum rariorum pars* I, Kilae, 1766, pag. 245, registra l'edizione del 1501 in questi termini: " Bernardi Geystensis, alias Palponistae, de vita privata et aulica libri 2, versibus leoninis cum glossis. Coloniae, per Henricum Quentel M. D. D. I (!). 4 „ (*Annales typogr.*, VI, Norimberga, 1798, pag. 349, n° 17).

(3) Chi volesse occuparsi di proposito del *Palpanista*, oltre alle edizioni citate, dovrebbe consultare il così detto *Florilegus*, cioè i *Flores poetarum de virtutibus et vitiis*, nella qual raccolta ne sono inseriti dei brani, come fu osservato dal Reines ed è riferito dal Fabricio. La raccolta, secondo il Fabricio (II, 173) sarebbe della fine del sec. XIII o del principio del XIV. Oltre all'edizione di Colonia, 1505, sola citata dal Fabricio, ne esistono moltissime altre, a partire all'incirca dal 1470. Sulla fede di questa raccolta è attribuito a Bernardo anche un *Carmen de sagaci nuntio*, come si può vedere nello stesso Fabricio, I, 231. Il Leyser ed il Jöcher non ne parlano.

L'autore del *Palpanista* svela egli stesso il suo nome nella chiusa del poemetto:

" Sed dextre pausare mee libet : ergo valete,
Bernhardique stilo Gestensis, queso, favete.
Simplicibus quia simpliciter mea carmina scripsi,
Iure meo lector ignoscere debet eclipsi ".

Così ha il ms. Nelle edizioni si legge, a quanto pare, *Geystensis*, che lo Chevalier traduce in *de Geist.* Nel Leyser e nel Fabricio compaiono anche le forme *Ceytensis* e *Glystensis.*

Di Bernardo e del suo poema pare che pochi si siano occupati, poichè il suo nome si cerca invano nel Potthast, e il repertorio dello Chevalier non contiene se non il puro e semplice rinvio al Fabricio ed al Leyser. Nel Jöcher si afferma che visse nel secolo XII. Il Fabricio accolse invece un'osservazione, assolutamente errata, di Tommaso Reines (1) (*Reinesius*) e ritenne che vi sia nel poemetto un accenno all'ordine francescano e al domenicano e che l'autore si debba quindi porre nel secolo XIII. La stessa opinione fu espressa dal Leyser. Ma i Francescani e i Domenicani non hanno proprio nulla a vedere coi " *monachos albos, griseos et opacos* ", dei quali è menzione nel verso citato dal Fabricio (2), poichè tutti sanno che i Francescani e i Domenicani non sono monaci, e che *monachi albi* sono i canonici regolari dell'Ordine di S. Agostino, *monachi grisei* i Cistercensi, *monachi nigri* i Benedettini (3). L'argomento potrebbe quindi, fino ad un certo punto, ritorcersi contro coloro, che lo invocarono. Un indizio cronologico, per dir vero assai vago, trovo poi nel verso, con cui Bernardo è accusato d'eccessiva severità di dottrina (*Ms.*, c. 60ª):

" Aut es beginus, Bernarde, vel es katerinus ":

nel qual verso, non potendo consultare gli altri testi, non oso decidere se debba cambiarsi l'ultima parola in *paterinus* o ve-

(1) In una lettera al Daum, al quale aveva dato il manoscritto, che servì per l'edizione. Tale lettera è stampata fra le altre dirette al Daum; ma io la conosco soltanto per le citazioni fattene dal Fabricio.

(2) È il v. I, 429 dell'edizione Daum, e si trova nel ms. a c. 65ᵇ.

(3) Cfr. il Du Cange, alle v. *ordo niger*, *ordo albus*, *ordo griseus*.

dervi invece una forma speciale, determinata in parte dall'obbligo della rima, della parola *cathari*.

Più che nell'osservazione già ricordata, fu fortunato il Reines nella congettura, del resto molto ovvia, che Bernardo fosse tedesco; quantunque questa congettura, riferita anche dal Fabricio, non abbia procurato all'autore del *Palpanista* l'onore d'aver un posticino nell'ora compiuta *Allgemeine deutsche Biographie*, pubblicata dall'Accademia delle Scienze di Monaco (Lipsia, 1875-1912, 56 voll.). Il Reines fondava la sua ipotesi su due versi, in cui si parla di Vestfaliani e di Sassoni:

" Westfalus et Saxo vilipendunt damna minuta,
Perdita maiora repetunt, sunt vilia tuta „ (1).

Ora il nostro manoscritto ci offre in più un dato nuovo, che conferma l'ipotesi e la precisa, ed ha inoltre una certa importanza anche per la questione dell'epoca in cui Bernardo visse. Si legge infatti dopo il poemetto: " Explicit Palpanista Bernhardi canonici ecclesie sancti Mauricij extra muros Monasteriensis. Deo gratias „. Bernardo era dunque canonico a Münster, il che spiega com'egli potesse parlare dei Vestfaliani con piena conoscenza di causa. Qualche notizia di lui si potrà forse trovare nelle fonti storiche e nei documenti monasteriensi, specialmente nel *Necrologium ecclesiae collegiatae S. Mauritii* o in altre parti del *Liber rubeus* di detta chiesa, manoscritto, della fine del secolo XV, conservato nell'archivio provinciale di Münster (2). Va intanto osservato, che la chiesa di S. Maurizio potè dirsi *extra muros* solo dal 1186 all'incirca, cioè da quando il vescovo Ermanno II (1174-1203), divenuto signore temporale di Münster dopo che il duca Enrico il Leone fu messo al bando dell'impero (1180), cinse la città di mura e di fossi (3).

---

(1) Sono i versi II, 117-118 dell'edizione, quali si leggono, con riferimento al Reines, nella *Bibliotheca* del Fabricio, I, 231. Il ms., a c. 70ª, li dà con gravi varianti, come dirò in seguito (pag. 651, n. 1).

(2) Cfr. Potthast, *Biblioth.*, II², pag. 829 (*Necrologium Monasteriense*). Le fonti antiche della storia di Münster sono assai scarse. Le *Cronache dei vescovi* furono pubblicate dal Ficker nel primo volume delle *Geschichtsquellen des Bisthums Münster*, Münster, 1851; ma io non ho modo di consultarle.

(3) Cfr. Wetzer *und* Welte, *Kirchenlexicon*, 2ª ediz., vol. VIII, Friburgo in B., 1893, col. 1087 (alla v. *Münster*): " Da ... die vorhandenen

Scorrendo il *Palpanista*, troviamo che il suo autore narra, a c. 71b-72a, d'aver vissuto a corte, d'aver operato strenuamente in occasione d'una *guerra* mossa contro il suo Signore, e d'essersi visto posposto, appena fatta la pace, agli antichi nemici:

" ..... quondam curio vixi.
Guerra suusque comes, ignis, mors, plaga, rapina,
Temptavere meum dominum graviore ruina.
Per gladios, per fata (?), negocia fortiter egi;
Pro domino res et vires et corpora fregi.
Tandem, pace data, fuit adversis data meta (1);
Per me perque suos consedit sede quieta.
Ut prius adversis, ita participare secundis
Speravi; frustra, quando secus est placitum Dis (2).
Postquam preda, faces mea predia, me mala mille
Propter eum consumpserunt (3), quid reddidit ille?
Pro requie, pro re, pro redditibus michi dandis,
Clausit utrumque, cor atque manum: proh (4) fractio grandis!
Utque magis ledat, capiuntur (5) tempus et hora,
Dum petitur frisca ne quid lucrer eius in hora (6).
Qui cuiusque pater sua probra, pericula, mortem
Sperarat, subiit mea lucra, meam quoque sortem.
Dimisit me devotum prolemque iugalem
Ecclesie, sumens non debeo dicere qualem.
Hiis illis dat ea; michi dat minimo minus asse.
Erigit adversos se deiecisse volentes,
Precipitatque suos se sublimare studentes ".

Il fatto che Bernardo si dica *devotum prolemque iugalem* (7) *ecclesiae* e si lagni d'esser stato congedato per dare il suo posto

---

Ansiedlungen der Sicherung bedurften, so wurden letztere mit Mauer und Graben umgeben, jedoch die Mauritzkirche von dieser Befestigung ausgeschlossen ". V. anche Meyer, *Konversations-Lexicon*, 5a ediz., vol. XII, 1897, pag. 630.

(1) Cioè ebbero fine le avversità del Signore.

(2) Il ms. ha *placidum Diis*. L'ultima parola deve contrarsi in *Dis* per la rima con *secundis* e per la metrica.

(3) Il ms. ha *quem sumpserunt*.

(4) Nel ms. si legge *proch*.

(5) Il m. ha *capiatur*. Invece di *ledat*, sarebbe forse preferibile *ledar*.

(6) Suppongo che *hora* abbia qui il senso di *terra, regione*; e che *frisca* significhi *incolta*. Cfr. il Du Cange, alla v. *friscum*, interpretato appunto " *ager incultus, eremus, nondum proscissus* ".

(7) Cioè, se non erro, *figlio non ribelle, sottomesso al giogo della chiesa*. Mi parrebbe infatti fuor di luogo credere che Bernardo parli di sè e della

ad una persona, che egli non vuol qualificare, cioè, evidentemente, a colui che, al pari del padre, aveva voluto il disonore e la morte del Signore, mi fa credere che questo signore fosse per l'appunto uno di quei principi-vescovi di Münster, che nel sec. XIII, in difesa della loro giurisdizione non riconosciuta dai diocesani, ebbero a sostenere lotte sanguinose (1). Forse si tratta di Dietrico III (1216-1226), al quale, meglio che ai suoi successori, sembra convenire la notizia d'una pace vittoriosa e del tranquillo possesso della sua sede (*consedit sede quieta*). Ma su questi particolari non voglio insistere, non avendo, come ho detto, conoscenza delle fonti locali.

Determinato in ogni modo, almeno approssimativamente, il tempo e il luogo in cui fu scritto il *Palpanista*, vengono ad esser messi in giusta luce ed acquistano valore di dati storici i molti passi del poemetto, che accennano ai costumi dei tempi; allo sfarzo e alla pompa della vita principesca (2); alle angherie e alle estorsioni fatte alla plebe rustica, e ai doni a buffoni e a parasiti vaganti per le varie corti, e che possono quindi vantare o diffamare i signori (3); alle difficoltà, in cui si trova il

---

sua *prole,* e per conseguenza che egli possa esser stato un semplice *canonicus honorarius*, come Odilone di Mercœur, di cui scrissi altrove, citando il Du Cange, *ad v.*, e Hinschius, *Kirchenrecht*, vol. II, Berlino, 1878, pag. 76-77. (V. i miei *Studi storici e note sopra alcune iscrizioni medievali*, Modena, 1907 (Estr. dalle *Memorie* dell'Accademia, S. III, vol. VIII), pag. 264, n. 2). Cfr. pag. 650, n. 4.

(1) Cfr. Wetzer *und* Welte, *Kirchenlexicon* cit., specialmente alla col. 1089. Per quanto riguarda il vescovo Dietrico III, v. anche la *Allgem. d. Biographie* cit., vol. V, pag. 189.

(2) Per esempio, a c. 73ª del ms.:

" Quanti pendis, ait, quod princeps quando movetur,
Suavi fertur equo velut in libra trutinetur?
Circa se lusus habet et cantus iuveniles;
Falco, canis, velter, suus est venamine (ms. *venanime*) miles.
Cui latus iste vel ille facit, recitatque iocosa,
Fit brevis et facilis domino via, non onerosa.
Fama preit, " dominoque ", refert, " assurgite nostro ".
Etas omnis eum recipit; picto sedet ostro ".

(3) Ms., c. 67ª:

" Dante tua plebe, que sudat in ubere glebe,
Fac summam grandem de parvis crescere tandem.
Carpe tuos, tonde quoque: tonsa cespite, fronde

principe quando deve sostenere una guerra, perchè quasi tutti i suoi *milites* cercano pretesti per sottrarsi all'obbligo del servizio militare, e accampano, durante e dopo la guerra, pretese d'ogni genere, pur evitando di combattere ogniqualvolta il pericolo si fa serio.

Poichè già altra volta, occupandomi incidentalmente della cavalleria e del così detto spirito cavalleresco (1), ebbi a fare le più ampie riserve sulla fedeltà, sul valore, sul disinteresse e sulle altre miracolose virtù dei *milites* medievali, e poichè d'altra parte la guerra, oltre che il primo nostro pensiero, è il tema obbligato del giorno d'oggi, non so resistere alla tentazione di trascrivere un lungo brano, in cui Bernardo, sia pure esagerando, espone sulle guerre dei tempi suoi quello che doveva aver appreso per esperienza e che non è precisamente conforme a ciò che leggiamo nei poemi cavallereschi, od anche nelle solenni narrazioni di cronisti e di storici. Vediamo da tale brano (Ms., c. 69[b]-70) in quale grave imbarazzo si trovassero i principi ogniqualvolta dovevano richiedere dai loro vassalli quel servizio militare, che era pur stato causa e scopo precipuo dell'istituto feudale, e come in certi casi, più che sui *milites*, dovessero far assegnamento sui *viles*; il che spiega come essi finissero coll'assoldare milizie mercenarie, dando così origine a quella peste che furono le compagnie di ventura:

" ..... Surgit princeps, inopinaque guerra:
Mars furit, impetitur herus, impetitur sua terra.
Omnes poscit opes, qui debent iure iuvare:
Omnes pene negant, fingunt causas sibi quare.
Si quem vincit (2), ait: " Solo sum corpore presto:
Cetera non habeo ". " Satis est ", herus inquit; " adesto.

Arbor pubescit et germine plure recrescit:
Instat, ut ablata restauret, apis solidata.
Villanus quo plus dederit, relaborat eo plus.
Talibus eripito: da scurris, da parasito
Parta colonorum multo sudore tuorum,
Qui te diffamant tuaque preconia clamant.
Nam qui scurrantur, longe lateque vagantur,
Perlate memorem tibi preconantur honorem ".

(1) Negli *Studi storici* cit., pagg. 48-116.

(2) Cioè se il principe riesce a vincere la riluttanza di qualche *miles*.

His emito marcis que Martis (1) exigit usus.
Obsequio sis largus; ero mercede profusus „.
Deesse sibi queritur, cum iam proficiscitur heros (2),
Et servos et equos, loricas, scuta, galeros.
Tunc nec habet nec habere potest quod det; sed habere
Cogitur, et rem non existenti dare de re (3).
Ergo capellanus dominusve fit ipse pedester,
Miles, utroque minus audax (4), ut fiat equester.
Perflua dona petit miles; dum venerit hospes,
" Pone vades „, inquit, " ut res mea sit tibi sospes „.
Debilis, infirmus sit equus, sine carne, macrosus,
Qui (5) perit, iurat quod erat bonus et preciosus.
Si brevibus treugis in tuto turma quiescit,
Si de sede quietis eam Mars turbidus excit (6),
Rursus eget, rursus sua pignera sunt redimenda,
Rursus adoranda est (7) prece, munere rursus emenda.
Inter eos maior pugne cum iam venit hora,
" Hostibus „, exclamat, " sunt agmina nostra minora.
Sponte necem subeat, qui mente furit male sana.
Non tanti michi vel dominus vel gloria vana „.
Esto quod obsideat castrum, tonat illico miles:
" Muros impetere non nos, sed precipe viles.
Quam totum bellum, sunt mors et vulnera pluris
Militis unius. Equites, discedite muris.
Miles campester decernere debet agone (8) „.

---

(1) Il ms. ha *Hiis ... multis*.

(2) *Eroe* è detto per ironia. La prosodia e la rima vietano di leggere *herus*.

(3) Il principe deve far miracoli per dare ciò che non ha.

(4) L'*eroe* è vinto in audacia perfino dal cappellano! Chi sa che il nostro Bernardo, il quale, come abbiam veduto, sapeva *negotia fortiter agere* anche fra le spade nemiche, non sia stato egli stesso il cappellano costretto a cedere il suo cavallo a qualche poltronaccio. Se parlando del *dominus*, rimasto egli pure a piedi, Bernardo pensava, com'è probabile, ad un altro ecclesiastico, cioè al vescovo di Münster, la cosa appare meno inverosimile, e nel medesimo tempo risulta più giustificata e più piccante l'espressione " utroque minus audax „.

(5) Il ms. ha *quod periit*; e forse è da leggersi *quum*.

(6) Il ms. ha *exgit*. La rima di *excit* con *quiescit* non è delle più regolari; ma Bernardo, in fatto di rime, era d'assai facile contentatura.

(7) Il ms. omette *est*.

(8) Il *miles* deve combattere in campo aperto, in pianura. Il ms. ha *discernere* e *agnone*. Sarei anche tentato a cambiare *campester* in *campestri*; ma tale correzione non è strettamente necessaria.

Sic nichil in plano, nichil audet in obsidione.
Quisquis adest finis, confusio sive corona (1),
" Perdita restitue „, clamat, " donaria dona „.
Corrigias, strigiles gens climatis inferioris
Computat, et reputat precii quoque dampna minoris.
Westfalus et Saxo levipendunt damna minuta:
Perdita maiora reputant; sunt vilia tuta (2).
Bruma venit: " Bello sudavi „, clamat, " et alsi.
Da vestes. Tibi servivi sine crimine falsi „.
Adde quod innumeri comitantur bella reatus.
Vulnera, preda, faces, cedes suus est comitatus „.

Si tratta, non dimentichiamolo, delle guerre di settecento anni fa. D'allora in poi la Germania ha fatto nella via della civiltà gli enormi progressi, che tutti sanno, e i suoi nobili signori si vergognerebbero d'una guerra accompagnata da *innumerevoli delitti*, da ruberie, da incendii, da stragi d'innocenti e di inermi!

Non volendo andar troppo per le lunghe, non accennerò ad altri passi del *Palpanista* non privi d'interesse. Mi restringerò invece a pochi cenni sul titolo, sull'argomento e sul metro del poemetto.

Il titolo, se non erro, è dato in forma corretta dal solo nostro manoscritto, poichè nel Fabricio e nel Leyser in luogo di *Palpanista*, si legge *Palpista* o *Palponista*. La forma *palpanista*, che compare più volte anche nel testo (3), è la sola registrata dal Du Cange, il quale tuttavia non sa darne che un

---

(1) Comunque finisca la guerra, con una sconfitta o con una vittoria, il *miles* vuol essere indennizzato dei danni sofferti e ricevere dei doni.

(2) I *milites* della *regione inferiore* (cfr. il Du Cange, alla v. *clima*), volevano esser indennizzati anche delle perdite di minima importanza, mentre i Vestfaliani e i Sassoni non si curavano dei piccoli danni, ma solo dei grandi, che forse nei loro computi facevano apparire grandissimi, per esempio trasformando, come s'è visto, le rozze in nobili destrieri. Ho già riportato, a pag. 646, i due versi sui Vestfaliani e sui Sassoni quali si leggono nell'edizione del 1660. Delle varianti ho accolte le sole due, che mi parvero indiscutibilmente migliori, cioè *damna* nel primo verso, dove il ms. ha *dona*, e *sunt* nel secondo in luogo di *sua*. Viceversa *levipendunt* non può certo esser cambiato in *vilipendunt*, la cui prima sillaba è lunga.

(3) " Plus palpanista placet altercante sophista „: " Sed palpaniste iam sufficiat modus iste „ (*Ms.*, c. 60ᵛ e 68ᵛ).

esempio (1). Si tratta evidentemente d'una forma medioevale del classico *palpo* o *palpator*, dal verbo *palpo*, nel senso di *adulare, lusingare*. Il poemetto non è infatti che un lungo contrasto fra Bernardo e un vecchio cortigiano, perfetto *adulatore* dei principi. Bernardo inizia il poema (2) colle lodi della vita tranquilla, ch'egli conduce lontano dalle corti, le quali sono per lui morte d'ogni virtù e rovina dell'anima (3). Il vecchio cortigiano esalta invece la magnificenza e i piaceri delle corti ed espone colla massima impudenza quali siano le arti, con cui si può piacere ad un principe, cioè l' " usus adulandi dominis et eos hebetandi ":

" Ungo, titillo cor et aures palpo cavillo:
Quicquid agit laudo, simulator eum sibi fraudo.
Non sino se nosse (ms. *nosce*) nec eum sino noscere posse.
Stulta fit insana mens per preconia vana,
Et fastidit herum qui vult nimis edere verum.
. . . .
Incipe palpare dominos et disce fricare.
Incipe fucare: sua crimina disce probare " (4).

La disputa non finisce, come suole accadere nei trattati morali e nei dialoghi filosofici, col trionfo della sana dottrina dell'autore. Ciascuno degli antagonisti mantiene le sue opinioni, forse perchè Bernardo, che ha per ultimo la parola, interrompe bruscamente il suo poemetto coi versi già riportati.

Nel Fabricio il poemetto è indicato col titolo: " *duo libri de vita privata ed aulica* ". La divisione in due libri è nell'edizione del Daum, ma nel manoscritto non ve n'è traccia, e l'ordine della trattazione non la giustifica affatto. Vedo invece,

---

(1) Dagli *Acta S. Godelevae*, nei " Bollandisti ", luglio, II, pag. 422: " puellam hanc adulatricem, palpanistam et mendacem... ".

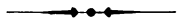
(2) " Rure (ms. *iure*) suburbano, sub vere, sub aere sano,
Si volo sub divo, vel si volo sub lare privo,
Vivo private; me iudice vivo beate.
Namque michi vivo (ms. om. *vivo*), totus meus, immo revivo;
Postque tuum fletum, vaga curia, me gero letum ".

(3) " Vita palatina scelus est animeque ruina:
Curia virtutis mors est animeque salutis " (*Ms.*, c. 59[b]).

(4) *Ms.*, c. 60[a], 59[a], 60[v].

argomentando dalla numerazione dei versi citati dal Fabricio, che il principio del secondo libro corrisponde ad un cambiamento nella metrica. Per quanto infatti nelle opere citate, a cominciare dall'*Auctarium* del 1667, si parli di poemetto in versi leonini, sta in fatto che Bernardo ad un certo punto (a c. 68ᵛ del ms.) sostituì ai versi leonini degli esametri rimati a due a due, come appare già dai versi, che ho riportato. In questi esametri lo spondeo finale rende le rime di Bernardo più tollerabili al nostro orecchio. Invece nei versi leonini, come in parte s'è potuto vedere, per sentire la rima dovremmo spesso cambiare affatto la pronunzia delle parole, accentuandole tutte sull'ultima sillaba. Troviamo infatti, per esempio:

" Si quid agit temere vel agit michi fingo placere ".
" Sed complet numerum macer plerumque dierum ".
" Quos dolor et satira, livor consumit et ira ".
" Mox tibi materias et laudum categorias ".
" Quod dominis socia semper solet esse sophia ".
" Cogit eam sapere, cogit ante retroque videre ".
" Quando palam loqueris, totus legista videris ".
" Cum neutrum regere, neutrum sciat ille tenere ".
" Pes sequitur monachos albos, griseos et opacos ".

Non parlo della prosodia di Bernardo, anche perchè, a giudicarne con sicurezza, sarebbe necessario ristabilire prima il testo del *Palpanista*, molte volte corrotto. Noto tuttavia la grande frequenza dei versi, nei quali una sillaba breve è considerata come lunga per effetto della cesura. Quanto alla lingua e allo stile del poemetto, i brani riferiti sono più che sufficienti per illuminarci in proposito.

Le fonti storiche della legislazione economica di guerra

Il calmiere delle pigioni

Nota II del Socio nazionale residente GIUSEPPE PRATO

III.

Il rapido sguardo ai precedenti storici che ho enumerati — i quali ulteriori ricerche potrebber certo moltiplicare — non giova, s'io non erro, ad aumentare la nostra ammirazione per quanto di analogo si è fatto e si propone di fare oggi in Italia.

Lasciando a più competenti di apprezzare comparativamente il valore delle varie leggi dal punto di vista della tecnica giuridica, mi limiterò ad osservare, dal lato strettamente economico, la superiorità manifesta di provvedimenti brevemente temporanei, o almeno esclusivamente locali, a soluzione d'un próblema immensamente vario e mutevole, con le circostanze e coi paesi. Le legislazioni che abbiamo esaminate, anche quando, come a Torino, Modena, Napoli, Madrid, costituiscono un sistema normale, riguardan tutte una sola città. Diversamente avviene soltanto per l' " entratura " toscana, soggetta però, per l'indole sua, ad una diversa limitazione di carattere personale: trattandosi di privilegio riconosciuto " non ai luoghi ma alle persone che sono descritte alle università delle arti ed in riflesso dell'esercizio ed avviamento procurato alla bottega, senza distinguere se questo si faccia nella città, oppure nei borghi e villaggi, mentre in qualunque luogo si eserciti l'artefice, siccome produce vantaggio ed aumento o maggiore o minore di commercio, così merita di godere dei moderni privilegi e benefizi " (1).

(1) Cfr. Fierli, *Del diritto dell'entratura secondo i nostri statuti delle arti*, p. 14. Per il carattere giuridico di quell'istituto, che riconosceva nel mercante che con l'esercizio suo avesse aumentato il valore d'un fondo il diritto di far suo questo nuovo valore, cfr. A. Sraffa, *La locazione d'un negozio e l'avviamento*, in " Diritto commerciale ", v. X (1892), n. 1.

Estendere ad un intiero stato od a tutte le classi di inquilini misure emanate con stretto riferimento a fenomeni particolari è un genere di stoltezza di cui i vecchi legislatori, appunto perchè seguaci di un empirismo sistematico, non si resero che raramente colpevoli. Vale in generale per tutto il complesso della politica vincolistica ciò che lo Schmoller (1) e il Supino (2) osservarono per il mercantilismo: che i postumi apprezzamenti dell'oggi non devon prescindere dalle circostanze ambientali e peculiari che quelle misure suggerirono e provocarono.

In un sistema di equilibrii artificiali e di compensi dosati autoritariamente, qualunque provvedimento non può prospettarsi isolato dal complesso di privilegi e di oneri che lo accompagnano e circondano. E, rispetto alla proprietà urbana, nei casi dianzi illustrati, l'esistenza di simili contrappesi ad una così grave violazione della libertà contrattuale si scorge palesissima. A Roma le agevolezze tributarie concesse agli immobili (3) e la parte innegabile rappresentata dal governo nel creare i lucri eccezionali dell'anno santo vengono invocati come primi argomenti dai fautori del diritto di inquilinato, rigorosamente limitato alla cerchia dell'urbe. La classe dei proprietari, favorita da un monopolio naturale per la difficoltà di estendere le costruzioni, e per giunta privilegiata in confronto di altri gruppi di contribuenti — come conferma in realtà l'alto tasso di rendimento (l'8 %) che i proponenti medesimi vorrebbero mantenuto alle case — trovasi già nel fatto sottratta al diritto comune puro e semplice; nè v'ha chi contesti la legittimità delle altre limitazioni cui viene assoggettata, per scopi di bene pubblico, nella libertà sua (espropriazione, regolamentazione edilizia, occupazione temporanea o permanente in caso di bisogno, ecc.). Male si applican quindi i fondamentali criteri della concorrenza

---

(1) Cfr. *The mercantile system and its historical significance*, trad. ingl. New-York, 1910.

(2) Cfr. *La giustificazione storica del mercantilismo*, nella Raccolta di studi in onore di A. Wagner, 1904.

(3) Quelli di valore inferiore a 400 scudi godono perfino dell'esenzione totale " pei riguardi dovuti all'indigenza „ che più viene a soffrire degli aumenti. Esenti son pure i fabbricati inservienti ad imprese industriali o commerciali. Cfr. *Motu-proprio sul sistema daziale*, 19 marzo 1801.

ad una categoria di redditi nella formazione dei quali torna spesso difficile discernere la parte dovuta all'azione diretta e cosciente dei loro possessori (1). Uguali argomenti valgono, a più forte ragione, per Torino, dove alla totale immunità tributaria, durata fino alla vigilia della catastrofe rivoluzionaria, si aggiunge, da quando la popolazione si accresce, uno stato di monopolio dovuto alla stretta cerchia delle fortificazioni ed ai limiti di precarietà imposti dal governo alle fabbriche esterne. Da tali circostanze particolarissime traeva origine il vincolismo locativo; coerente d'altronde alla tradizione che qui creava alla proprietà urbana della capitale una condizione giuridica *sui generis*, di cui il piano di espropriazioni adottato nel secolo precedente per l'ampliamento della città verso il Po offre, per altro verso, un saggio non meno caratteristico (2). Nessuno tuttavia sognò mai di estendere simili criteri di eccezione ai centri provinciali, dove la crisi degli alloggi era ignota. L'adattarsi della legge a peculiarità o precedenti di ambiente risulta altrettanto manifesto a Firenze, che, col diritto di entratura, prosegue un indirizzo di politica industriale importante, non pei locatori soltanto, molteplici restrizioni. Generalizzò forse troppo lo Sraffa, quasi identificando tale istituto con un riconoscimento di massima del diritto del mercante al valore acquistato alla bottega col suo avviamento (3); perchè il privilegio è attribuito soltanto agli iscritti di poche arti (lana, seta, medici e speziali, vasai e quoiai, linaioli, Por S. Pietro e fabbricanti); nè, per espresso responso della Rota fiorentina, gli uni posson pretendere di goderne nella forma e modo degli altri, dovendo " la loro interpretazione farsi il più strettamente che sia possibile ", come di statuti " odiosi, esorbitanti e correttorii del jus comune ", e lesivi " delle libertà naturali e civili " (4). L'origine delle singo-

---

(1) Cfr. Fea, *Parere sull'aumento delle pigioni delle case in Roma*, pp. 8 e sgg. e *passim*.

(2) I contributi di miglioria riscossi in tale occasione si risolsero in molti casi in confische pure e semplici. Cfr. L. Einaudi, *Corso di scienza delle finanze*, 2ª ed. Torino, 1914, pp. 152 e sgg.

(3) Cfr. *La locazione d'un negozio e l'avviamento*

(4) Cfr. Fierli, *Del diritto dell'entratura secondo i nostri statuti delle arti*, p. 115.

lari norme ne illustra d'altronde ancor meglio la portata precisa. L'arte della lana, allogata, d'ordine del comune, in determinate strade e quartieri, acquista *perciò* il diritto a non essere espulsa dalle case occupate, nonchè ad un certo calmiere delle pigioni, sottoposte al controllo dei periti dell'arte (1). Una localizzazione legale non meno rigorosa tiene concentrata in poche vie la prospera arte Por Santa Maria o della seta; per la quale il diritto ai fondaci entro quella zona (distanza di 200 braccia dalla casa della corporazione) comprende la facoltà di farne espellere qualunque mercante di altra categoria, previa congrua indennità. Nelle arti men disciplinate territorialmente, per contro, l'entratura si attenua assai, divenendo, nei linaioli e nei quoiai, un semplice obbligo del proprietario di non affittar ad altro mercante dello stesso mestiere la bottega, per due anni dopo il licenziamento dell'inquilino, o, in difetto, di compensare quest'ultimo per lo spostato avviamento (2).

In sostanza dunque l'istituto, svolto e perfezionato nei secoli XVI e XVII da una copiosa giurisprudenza, si connette per un lato indissolubilmente alla distribuzione locale delle arti nella città, parte integrante a sua volta della struttura politica del comune; per l'altro risponde a due capisaldi dell'universale ordinamento corporativo: il privilegio giurisdizionale, che consentiva spesso ai maestri dell'arte di sottoporre ai magistrati delle loro consociazioni le controversie con estranei; e la massima di impedire fra gli immatricolati nello stesso mestiere ciò che ritenevasi concorrenza sleale, disdicevole ai doveri della buona colleganza (3).

---

(1) Cfr. Pagnini, *Della decima e delle altre gravezze dei Fiorentini*, v. II, p. 88. Era il principio applicato pure dovunque ai *ghetti* israelitici, in correlazione coll'obbligo di dimora coattiva.

(2) Cfr. Fierli, *Del diritto dell'entratura, secondo i nostri statuti delle arti*, pp. 116 e sgg.

(3) Infatti l'obbligo imposto al proprietario dello stabile si completa con le severe proibizioni comminate ai membri della corporazione di non cercar di sostituirsi ad un collega nell'occupazione d'un negozio, e colle pene che colpiscono i trasgressori. In realtà tutta la politica corporativa tende a ridurre al minimo la concorrenza fra i mastri, regolamentando e limitando gli acquisti di materia prima, l'assunzione di mano d'opera, la pubblicità, la ricerca dell'altrui cliente. Cfr. G. Renard, *Syndicats, trade-unions et corporations*, Parigi, 1909, pp. 48 e sgg.

In regime regolamentare di quasi tutti i rapporti economici fra le classi, i gruppi e gli individui, siffatti metodi, più che scusabili, appaion logici e naturali. Prima il comune crea ai fabbricati di un dato quartiere una posizione monopolistica; quindi interviene a regolarne le condizioni e le tariffe, nel senso d'un supposto pubblico vantaggio. Si può discutere sull'esistenza effettiva di quest'ultimo; ma, anche da un punto di vista scrupolosamente ortodosso, non può contestarsi la legittimità della conseguenza derivata da quella premessa, specie quando si pensi che anche ai proprietari si accordano garanzie e risarcimenti, nel caso di prematuro abbandono dell'alloggio da parte dell'occupante.

Estratto dal suo sfondo ambientale, il fenomeno fiorentino subisce dunque, anche peggio del romano e del torinese, un pericoloso travisamento. Nè l'intiero indirizzo si spiega dove lo si disgiunga da quel concetto di " giusto prezzo „ che, risorto nel medio evo a contrastare vittoriosamente la libertà contrattuale romanistica (1), già era stato nell'antichità, e tornava ad essere una forma di reazione morale e giuridica contro un privilegio economico, determinato a sua volta dalle imposizioni di un sistema sociale (2).

Lo stato pontificio, dove impera, non soltanto nella dottrina, la teoria canonistica, dà naturalmente al principio l'applicazione più vasta. Onde su esso sopratutto si fonda l'argomentazione apologetica del Fea quando, richiamando in gran copia massime di giureconsulti e di dottori, esorta a pensare che " siamo sotto leggi non meramente politiche, ma ancora ecclesiastiche; leggi le quali non solo hanno per base la rigorosa giustizia, ma la equità, la carità cristiana, l'ospitalità tanto liberalmente praticata anche dai Gentili ai forestieri, quali noi per tanti titoli, ecclesiastici e profani, invitiamo; la società sotto il dominio e la protezione del principe degli Apostoli; società nella quale devono campeggiare tutte le virtù religiose e patriotiche; dove l'egoismo, l'amor delle ricchezze non deve mostrarsi in aria trionfale coll'oppressione dei fratelli „; dove

---

(1) Cfr. W. J. Ashley, *An introduction to english economic history and theory*, 4ª ed. v. I. Londra, 1901, pp. 132 e sgg.

(2) Cfr. G. Arias, *Principii di economia commerciale*, Milano, 1917, p. 61.

dunque " le massime economiche-politiche posson ritenersi estranee ", come " sovversive d'ogni buon ordine in uno stato ecclesiastico " (1).

È difficile negare che quegli obliati precursori del socialismo cattolico — assai anteriore, nei suoi postulati e nei suoi tentativi, all'epoca studiata dal Nitti (2) — si muovessero almeno in un campo più logico di taluno fra i loro discepoli attuali; i quali, a rinfrescare la sdruscita teorica del " giusto prezzo ", annaspano senza costrutto in cerca di fantastiche equivalenze fra i " valori intrinseci " dei beni scambiati (3).

***

In conclusione si può ritenere:

che il diritto di inquilinato, accolto in varia forma da parecchie antiche legislazioni, fu quasi sempre provvedimento temporaneo eccezionale, o di carattere personale rispetto a speciali categorie di pigionanti;

che ebbe indole e portata rigorosamente locale, non estendendosi oltre determinati centri abitati e perfino a strade e quartieri;

che si propose per lo più intenti di perequazione compensatrice, in relazione a concessioni, agevolezze, immunità o monopoli creati dalla legge a favore dei proprietari;

che i tentativi di renderlo normale, nell'intento di disciplinare in modo stabile i rapporti fra proprietari ed inquilini, o non ebbero seguito, o generarono inconvenienti gravissimi, peggiorando singolarmente la condizione dei secondi;

---

(1) Cfr. *Parere sull'aumento delle pigioni delle case in Roma*, pp. 6, 148.

(2) Cfr. *Il socialismo cattolico*, Torino, 1891, pp. 53 e sgg., 296 e sgg. Dai primi canonisti, nei quali appaiono idee di comunismo cristiano, il N. passa direttamente ai moderni banditori dell'azione sociale cattolica. Un capitolo interessante avrebbe però potuto aggiungere al libro — tuttora freschissimo — studiando i ripetuti tentativi dei papi per un governo di paternalismo evangelico e gli incoraggianti risultati ottenuti per tale via nel campo dell'educazione popolare!

(3) Cfr. C. Antoine, *Corso di economia sociale*, trad. it. Siena, 1901, p. 277.

che gli argomenti con cui fu sostenuto suonano per sè stessi assoluta condanna dei principî invocando i quali oggi si vorrebbe risuscitarlo.

IV.

Se l'anima timorata di Lorenzo Pizzati, cameriere di S. S. Alessandro VII, potesse gettare uno sguardo scandolezzato sui misteri di iniquità perpetrati nella Roma italiana, certo essa sarebbe lietamente sorpresa scorgendo che il suo reietto piano per infrangere il criminale monopolio dei padroni di casa accenna ad esser ripreso, in ben più vasta forma e portata, dagli agenti dell'esecrando usurpatore, raccolti nel pio istituto che, forse in omaggio alla fedeltà con cui perpetua la tradizione del paternalismo pretesco, Maffeo Pantaleoni suol chiamare monastero d'agricoltura.

Precede invero di tre mesi lo scoppio della guerra europea un disegno di legge dei deputati Lucci, Altobelli, Ciccotti, Sandulli, Labriola, che, nel generoso intento di estendere a tutto il regno i benefizi da conquistarsi ai loro feudi elettorali napoletani, prevede l'istituzione presso ogni pretura di una commissione mista di equo trattamento, a cui incomba di fissare inappellabilmente il giusto fitto per la durata di tre anni (1). Risale però a data ben più remota un'altra proposta, modestamente comparsa fra le rassegne anonime della *Nuova antologia* fin dal 1° marzo 1908, per vietare prima di un decennio ai locatori qualunque aumento o disdetta delle stipulate pigioni (2); idea accolta con ilarità rispettosamente sommessa dai lettori esterrefatti; non però dal direttore della grande rivista, che volle assumerne, con rara abnegazione, la misteriosa paternità.

La crisi delle abitazioni provocata, in alcuni centri, dallo

---

(1) Quasi contemporaneamente l'on. Perrone interpellava chiedendo l'introduzione dell'equo trattamento nel contratto locativo, limitatamente però alla città di Napoli, in vista delle specialissime sue condizioni edilizie, e soltanto in via transitoria.

(2) Ho esaminata allora la genialità del sistema. Cfr. *Amenità nazionalizzatrici in Inghilterra... ed altrove*, in " Riforma sociale ", 1908, marzo-apr.

stato di guerra, ha rinfrescata una proposta, sepolta, per allora, nell'apparente indifferenza di cui si veste non di rado il pubblico buon senso.

Fin dal 1915 un progetto di legge di Giacomo Ferri per la nomina di una commissione arbitrale regolatrice degli affitti veniva preso in considerazione dalla camera. Poco dopo a Bologna, dove il rincaro della vita toccò il massimo, l'ente provinciale dei consumi suggeriva che " durante la guerra e fino ad un anno dopo la conclusione della pace dovessero aversi per nulli di pien diritto gli aumenti delle pigioni urbane, nonchè i licenziamenti non causati da inadempienza legalmente accertata ".

Facevan eco calorosa i sindaci di Bologna, di Roma, di Napoli, di Milano, rivolgendo fervide istanze al governo, con l'appoggio di una violenta campagna di stampa (1). Resosi poi improvvisamente acuto il disagio per il tragico affollarsi dei profughi nel novembre del 1917, la Lega dei consumi, d'accordo col municipio di Bologna, redigeva un completo disegno di legge, commettendo di presentarlo al deputato Casalini. La proroga unilaterale dei contratti in vigore il 30 settembre ultimo, doveva, per esso, estendersi a due anni dopo la pace. Si stabiliva la formazione di una commissione presieduta dal sindaco per stabilir l'equa misura dei nuovi affitti. Era ammesso il principio della requisizione forzosa. Gravi pene venivan comminate ai trasgressori (2). Dell'agitazione crescente intorno a tali proposte fu frutto il decreto 30 dicembre 1917, che non occorre riassumere; espediente che sarebbe accettabile a condizione di non uniforme universalità — notandosi in molti luoghi circostanze inverse a quelle che lo provocarono (3) —, ed a patto

---

(1) Cfr. *Il proprietario di casa* (organo della F. N. P. C.), 15 febb. 1918. Pare anzi che il sindaco di Bologna abbia anche firmato un manifesto eccitante a non pagare le pigioni e non rinnovare gli affitti. Cfr. F. Perrone, *La finanza e i grandi problemi di imposte, di dogane e di trasporti*. Discorso alla camera dei deputati, 22 febbraio 1918. Roma, 1918, p. 15.

(2) Cfr. G. Contursi-Lisi, *Il decreto per le pigioni*, Rocca San Casciano, 1918, pp. 13 e sgg.

(3) Ciò rilevò giustamente la protesta dell'Associazione milanese fra i proprietari di case: " La protesta intende opporsi al criterio ingiusta- " mente livellatore del decreto, applicabile, senza distinzione, a tutte le

che la rigorosa temporaneità non ne venisse menomamente posta in dubbio. Se non che la inattesa vittoria ha subitamente rinverdite le speranze dei vincolisti sistematici, non ammaestrati neppure dallo spettacoloso fallimento dei loro metodi nell'esperienza, inauditamente grandiosa, a cui la guerra ha dato luogo in ogni campo. E così leggiamo, in un recente articolo dell'on. Maggiorino Ferraris, espresso timidamente il voto che il calmiere delle pigioni, " atto di savia legislazione ", abbia, dopo la guerra, a mantenersi (1).

Ignoro se dell'autorevole suggerimento potranno esser riconoscenti all'illustre senatore i rappresentanti d'ogni classe dell'industria edilizia. Ma altrettanto sicuro sono invece che, contro le ingannevoli apparenze, dovrebbero sapergliene grado gli attuali padroni di casa, che il successo della proposta investirebbe automaticamente d'un monopolio magnificamente favorevole alla percezione di " rendite non guadagnate " rapidamente crescenti.

Nell'annuario milanese del 1916 l'ingegnere capo del comune constatava la condizione di grave crisi del mercato edilizio innanzi la guerra, dovuta alla diserzione crescente dei capitali, insufficientemente ed incertamente retribuiti (2). Non dissimili rilievi faceva per Firenze l'ingegnere Bellesi (3); il quale, considerando poco dopo il problema da un punto di vista più generale, dimostrava con dati copiosissimi le ragioni della

---

" località, qualunque fosse la condizione del mercato edilizio al 30 dic. 1917. " Cosicchè, se in una città si fossero determinati prezzi di monopolio, " questi rimarranno a beneficio e gloria dei monopolisti, mentre là dove " si avessero prezzi di crisi, dovranno ugualmente rimanere immutati, per " completare la rovina. Affitti che risalgono ad un mese sono parificati a " quelli che, per avventura, risalissero ad anni ". *Il proprietario di casa*, 15 febbraio 1918. La Federazione nazionale p. c. poi, in un memoriale assai pregevole presentato il 20 dicembre al presidente dei ministri, documentava nel modo più convincente lo stato di crisi in cui versa tuttora, perfino in grandi centri come Milano, la proprietà edificata.

(1) Cfr. *Il costo della vita nel dopo guerra*, in " Nuova antologia ", 16 gennaio 1918.

(2) Cfr. " Annuario storico statistico ", XXXII, 2, Milano, 1916, pagine LXXI e sgg.; G. Masera, *Il mercato edilizio dei terreni.*

(3) Cfr. " Giornale dei lavori pubblici ", agosto 1916.

crescente indesiderabilità della proprietà urbana, colpita da carichi sempre più forti e più sperequati, e minacciata a breve scadenza da sorti disastrose, ove non mutasse l'andazzo tributario e politico da alcuni anni prevalente (1). Quasi contemporaneamente E. Arbib, analizzando comparativamente le condizioni create al reddito edilizio dall'enormità ed arbitrarietà delle sovrimposte, frutto spesso di finanza partigiana (2); dall'aumento incessante delle tasse sugli affari, in tanta parte indirettamente sopportate dalla proprietà edificata; dai maggiori costi dei materiali e della mano d'opera, non compensati in molti luoghi dalle accresciute pigioni, per la crisi che soffrono parecchie città, dimostrava inevitabile l'orientarsi progressivo dei capitali verso investimenti o totalmente immuni (come i titoli di debito dello stato), o gravati in proporzione notevolmente minore (come la maggior parte degli altri redditi) (3). Un esame anche più vasto e minuto dei fattori formativi dei costi aveva, già tre anni innanzi, indotto Lanfranco Maroi a conclusioni ben poco incoraggianti circa l'avvenire tracciato allo sviluppo edilizio dal rincaro dei materiali e del lavoro e dall'assurda fiscalità (4).

Un diffuso pregiudizio dipinge il proprietario di casa in odiosa figura di piovra parassitaria, la cui avidità insaziabile legittima le più spietate rappresaglie.

La verità è tuttavia che, non da oggi e non in Italia soltanto, le sue condizioni economiche non sono fra le più liete. È già parecchio tempo che il Leroy-Beaulieu, nei suoi aurei prontuari di pratici consigli ad uso dei risparmiatori, ha cancellate le case di affitto dal novero dei valori preferiti dai medi capitalisti. La proprietà urbana ha perduto ormai, secondo il suo autorevole avviso, la semplicità di gestione, la stabilità di apprezzamento e di reddito, la facilità di eventuale liquidazione

(1) Cfr. " Giornale dei lavori pubblici ", dicembre 1916.

(2) A Milano, dal 1911 al 1917, l'aliquota complessiva aumentò dal 33,93 al 53,10.

(3) Cfr. *Le vere condizioni dei proprietari di case*, in " La proprietà fondiaria ", settembre 1916.

(4) Cfr. *Il problema delle abitazioni popolari nei riguardi popolari e finanziari*, Milano, 1913, pp. 167 e sgg.

di cui godeva per il passato, quando i gusti eran semplici e le abitudini sedentarie. Una concorrenza assai viva delle nuove località e dei nuovi tipi tende alla rapida svalutazione dei vecchi fabbricati. Le agevolate comunicazioni sopprimono o sconvolgono i valori di situazione. La quota di deduzione per spese e sfitti deve calcolarsi oggi in misura doppia che trent'anni addietro. La costruzione e la gestione di immobili, non più attraente per gli ordinari risparmiatori, diviene oggetto di speculazione per tecnici specializzati, che soli riescon ancora a trarne profitti normali (1). Scrittori che considerano il problema dall'esclusivo punto di vista del tornaconto degli inquilini non giungono, in linea di fatto, a conclusioni diverse; riconoscendo la scemata convenienza, sotto ogni aspetto, di un impiego, per l'addietro ricercatissimo (2). Ma se, in regime di mercato libero, ogni temporanea sperequazione nel tasso di impiego dei varî investimenti tende automaticamente a scomparire per l'azione delle forze perennemente equilibratrici (e cioè, nel caso nostro, con il progressivo elevarsi del saggio dei precedenti fabbricati, determinato dal rallentamento nella offerta di nuovi), ben scarsa speranza rimane di veder prontamente risolta la crisi, quando artificialmente si elimini l'azione delle energie compensatrici, proprio nel momento in cui, per eccezionali circostanze, tutti gli elementi rallentatori agiscono con iperbolica violenza. Costi quintuplicati, deprezzamento del danaro, oneri fiscali grandinanti aggravano, non meno di quelle degli altri produttori, le condizioni dei venditori di alloggi. Ma ad essi soltanto, o in modo particolarissimo, è vietato trasferire, ripartendolo sui consumatori, il carico improvviso, che devon sopportare rassegnatamente, anche se la località dei loro immobili, oltre ad escluder la possibilità di precedenti guadagni esorbitanti, implichi per essi un disavanzo economico manifesto; e pure quando nessun dubbio sia plausibile circa la discrezione dei precedenti contratti. Che tale risulti, in sostanza, la portata dei varî provvedimenti in tema di affitti che precedettero in Italia il decreto del 30 dicembre 1917,

---

(1) Cfr. *L'art de placer et de gérer sa fortune*, Parigi, edizione 1912, pp. 20 e sgg.

(2) Cfr. Georges Cahen, *Le logement dans les villes. La crise parisienne*, Parigi, 1913, pp. 9 e sgg.; 56 e sgg.

lo mostrò, con la competenza e profondità di dottrina che gli è propria, Gino Segrè (1). Ed è noto che, in Francia, la conseguenza delle numerose moratorie sulle pigioni, per virtù delle quali i diritti dei proprietari sono da quattro anni virtualmente soppressi, equivale ad un atto di confisca, che i suoi fautori stessi non sanno giustificare se non allegando che gli invasori tedeschi farebbero ben peggio! (2).

Mentre però colà la voce del senso comune trova degli interpreti perfino fra le classi politiche, dettando al senato un ordine del giorno per il ritorno al codice civile, " come unico mezzo di restaurare la pace sociale ed il pubblico credito „ (3); mentre in Germania la legislazione di guerra si preoccupa fin dal principio specialmente della sorte dei proprietari, anche in vista della crisi disastrosa che la loro rovina apporterebbe agli istituti ipotecari, mercè i quali avvenne in massima parte il rinnovamento edilizio (4); e mentre dovunque, in ogni caso, le facilitazioni concesse agli inquilini sono subordinate, caso per caso, alla loro provata incapacità di pagare o di traslocare, esclusivamente imputabile al servizio militare od allo stato di guerra (5), in Italia soltanto può trovar favore l'idea di rendere permanente, come già è assurdamente universale, il discutibilissimo regime transitorio, le cui incongruenze tecniche fin d'ora abbondantemente si rivelano nel breve esperimento.

Ho detto che, se la proposta attecchisse, i soli a non lagnarsene dovrebbero essere i padroni di casa attuali; troppo

---

(1) Cfr. *Le recenti disposizioni sugli affitti dei fondi urbani*, in " Rivista del diritto commerciale e del diritto generale delle obbligazioni „, XV, nn. 3-4, parte I.

(2) Cfr. A. Reboul, *Propriétaires et locataires de la guerre*, Parigi, Sirey, 1916, p. 141.

(3) Cfr. Reboul, *Propriétaires et locataires de la guerre*, p. 33.

(4) Cfr. V. Porri, *L'organizzazione dell'economia germanica e la crisi della guerra*, in " Riforma sociale „, febbraio-marzo, 1915.

(5) In Francia, dove la resistenza del senato ha finito per cedere testè alle reiterate espressioni della volontà della camera, la legge votata non ha vulnerato il principio della temporaneità, nè quello del diritto dei proprietari danneggiati a un risarcimento dello stato, sia pure in misura assai ridotta. Ma l'idea d'una limitazione e tariffazione delle pigioni, da continuarsi in tempi normali, è di marca prettamente italiana.

essendo evidente che dalla nuova causa aggiunta ai formidabili ostacoli ritardanti il rifiorire dell'industria delle costruzioni nascerà per la medesima uno stato di vera paralisi, a tutto profitto dei fabbricati già esistenti. La storia economica intiera ci insegna che nessuna fissazione arbitraria di prezzi resiste, a non lungo andare, alla contrazione dell'offerta, infiniti essendo gli espedienti per eludere le più draconiane ingiunzioni. Ed il rinnovato tentativo di realizzare, in materia di pigioni, il " giusto prezzo „ (1), oltre a suscitar litigi e discordie infinite, null'altro otterrebbe ben presto fuorchè l'esasperazione della crisi, attraverso la stasi edificatoria ed il deperimento dei precedenti stabili, al sicuro dalla concorrenza (2).

Le antiche leggi proibitive del prestito ad interesse non ebbero notoriamente altro effetto che di sviluppare esose forme di usura, praticate da specialisti, disposti ad affrontare il rischio particolarissimo dietro leonino compenso. Qualcosa di simile avverrà per le abitazioni, quando, tolta la prospettiva di guadagni normali nell'investimento di capitali che le riflettono, o circondatane la proprietà di alee eccezionali d'indole politica, indipendenti dalle fluttuazioni del mercato, questo campo economico diverrà dominio esclusivo di speculatori poco scrupolosi, non alieni dalle transazioni continue, dalle frodi, dagli occultamenti illegali, il cui guadagno è in ragione delle sopportate

(1) Questa pretesa, economicamente fantastica, risulta inoltre, nel caso nostro, un puro eufemismo. Le leggi papali invero stabilivano un tasso di rimunerazione abbondante sul valore dei fabbricati. Alquanto più basso, ma sempre rimunerativo, era quello previsto dagli editti modenesi e torinesi. In molte città d'Italia invece, all'ora attuale „, un " giusto prezzo „ così inteso dovrebbe elevare, non stabilizzare od abbassare, le pigioni. Intendono in tal modo il còmpito delle commissioni i benemeriti proponenti?

(2) Un socialista di buona fede e di buon senso, occupandosi, anni addietro dell'idea, oggi così trionfalmente maturata, scriveva: " La fissazione " di un calmiere delle pigioni non potrebbe avere che un'efficacia nulla e " transitoria e dannosa agli inquilini stessi, analoga all'efficacia di coali- " zioni miranti ad impedire il rialzo delle pigioni... infine determinerebbe " la cessazione dell'investimento di capitale nell'industria edilizia; la cre- " scente domanda di fronte all'invocata offerta, dopo un breve periodo " transitorio, dovrebbe necessariamente, non ostante ogni divieto, riportare " la pigione ad un livello pari o superiore al precedente „. Cfr. D. Bachi, *Leghe di inquilini*, in " Critica sociale „, 1905, p. 325.

molestie e dell'affrontato pericolo. E, come vittima dei peggiori strozzini fu sempre la minuta gente, così saranno fatalmente le classi più umili che, per l'instabilità della loro dimora, le necessità di tolleranze per le more, l'irregolarità e breve durata dei contratti, sopporteranno tutto l'onere senza godere dei benefizi delle tutele legali, imprudentemente invocate dai loro zelanti patroni.

Confortante indizio di benessere crescente e di civile progresso fu, nell'ultimo ventennio, il rapido rinnovarsi delle città italiane, per aspetto, comodità, igiene di private abitazioni. La guerra ha recato allo spontaneo fenomeno un tremendo colpo. La ripresa sarà lunga e laboriosa. Ma se alle difficoltà naturali si aggiungesser gli ostacoli di interventi assurdi, che confermassero l'opinione, non rara nè troppo ingiustificata fin d'ora, della inferiorità comparativa di tali investimenti, la pausa attuale si risolverebbe in marasma permanente, indi in regresso precipitoso.

Nè il trattamento privilegiato che — seguendo la fatale concatenazione di arbitrii propria di questi sistemi — già si studia ed annuncia fin d'ora per i nuovi edifici potrà riuscire ad altro che ad uno squilibrio anche più grave del mercato edilizio; facendo passare le case nella categoria dei beni a cui cause naturali o artificiali assegnano una durata economica breve; e così inducendo a costruire in vista soltanto di uno sfruttamento provvisorio, che reintegri prontamente il capitale arrischiato nell'aleatoria operazione e preveda il rapido deperimento dell'immobile prima del tempo nel quale incomincierà per il medesimo il fondato pericolo di un inverso regime di eccezione. Il tipo di fabbricati che prevale in città dove la speculazione edilizia ha carattere temporaneo (come avviene in gran parte di Londra, per la separazione fra la proprietà del suolo e quella delle case) illustra a sufficienza le inevitabili conseguenze del paradosso economico al quale la logica del sistema, ora come sempre, trascina.

Il problema dei limiti entro i quali verrà continuato nella vita economica europea il vincolismo ingigantito dallo stato di guerra non si risolverà in base a formule teoriche o prevenzioni dottrinarie.

Un'autorità non sospetta di intransigenza liberistica, quella

di J. M. Clark, ha testè riassunte le direttive tracciate al gran còmpito della ricostruzione post-bellica nella necessità di adottare la politica che meglio conferirà alla efficienza delle forze produttive superstiti; dichiarando che la compressione dell'iniziativa capitalistica, in vista dei suoi possibili eccessi, non è che un atto di sabotaggio demagogico (1). Ed in un identico spirito si delinea in Germania una potente reazione contro il militarismo economico, dalla pronta eliminazione del quale dipende, a giudizio stesso dei suoi precedenti fautori, la rinascita delle facoltà produttive prostrate, suscettibili di risveglio soltanto mercè l'appello fiducioso all'individualismo rinfrancante e rigeneratore (2).

Codesto spirito pratico — e non i preconcetti dottrinari di cui gli economisti vengono ogni giorno accusati — è d'uopo si affermi anche in Italia, a pronto antidoto del senso funesto di panico che incontestabilmente si va propagando negli ambienti economici, fra gli " uomini d'affari " — nel senso buono della parola — per i minacciati ed iniziati esperimenti della legislazione giacobina.

Che se al paese bramoso di riprendere il ritmo della sua laboriosa ascensione la sapienza burocratica della terza Roma non sapesse apprestare, a corroborante rimedio delle gloriose ferite, che i rancidi cerotti della farmacopea sociale pontificia, sabauda o borbonica, peggiorandoli per adattarli agli intenti partigiani d'una miope politica di classe, la nemesi deprecata alla infedele Italia dai suoi implacabili nemici riceverebbe dall'incoscienza nostra il suggello finale.

Aprile 1918.

---

(1) Cfr. *The basis of war-time collectivism*, in " The American economic review ", dicembre 1917.

(2) Cfr. C. Bresciani-Turroni, *La reazione contro il militarismo economico in Germania*, in " Giornale degli economisti e rivista di statistica ", marzo 1918. Cfr. anche: *La faillite de l'organisation allemande* in " Nouvelles de France et bulletin des français résidant à l'étranger ", 18 aprile 1918.

L'Accademico Segretario
Ettore Stampini

CLASSE

DI

SCIENZE FISICHE, MATEMATICHE E NATURALI

Adunanza del 28 Aprile 1918.

PRESIDENZA DEL SOCIO PROF. COMM. ANDREA NACCARI
PRESIDENTE DELL'ACCADEMIA

Sono presenti i Soci D'Ovidio, Direttore della Classe, Segre, Peano, Jadanza, Guareschi, Guidi, Mattirolo, Grassi, Somigliana, Panetti, Ponzio, Sacco, Majorana e Parona Segretario.

Si legge e si approva l'atto verbale della precedente adunanza.

Il Presidente si dice lieto di vedere presenti i nuovi Soci nazionali residenti Professori Ponzio, Sacco, Majorana, dà loro il benevenuto nella sicura fiducia ch'essi coopereranno all'attività scientifica e al prestigio dell'Accademia. — Annuncia la morte del Prof. Paolo Pizzetti, esprime il cordoglio per la perdita dell'ottimo nostro Socio corrispondente, che era decoro della scienza e degli studi, e invita il Socio Jadanza a leggere il necrologio del compianto collega. L'elogio, accolto con vivi segni di approvazione, sarà pubblicato negli *Atti*.

Il Segretario legge la nobilissima lettera colla quale Paolo Orsi ringrazia del premio " Bressa „ conferitogli dall'Accademia, e le lettere del nuovo Socio corrispondente V. Reina e dei Soci nazionali residenti Ponzio e Sacco, ultimamente eletti, che ringraziano la Classe della loro nomina.

Sono accolte per la pubblicazione negli *Atti* le seguenti Note:

del Socio JADANZA: *Determinazione geodetica del Castello di Trana e del campanile del Comune*;

del Socio PEANO: *Interpolazione nelle tavole numeriche*;

del Prof. Matteo BOTTASSO: *Generalizzazione della trasformazione di Combescure per le curve*, presentata dal Socio PEANO;

del Dott. Giovanni ISSOGLIO: *La composizione chimica del riso naturale e del riso brillato italiano*, presentata dal Socio GUARESCHI;

del Socio corr. Salvatore PINCHERLE: *Sulle catene di radicali quadratici*, presentata dal Socio Segretario.

LETTURE

CENNI NECROLOGICI
SU
PAOLO PIZZETTI

del Socio NICODEMO JADANZA

Alle ore $0^h\,15^m$ del giorno 14 corrente cessava di vivere in Pisa, a soli 57 anni, il nostro Socio corrispondente PAOLO PIZZETTI, professore ordinario di Geodesia teoretica in quella R. Università.

La perdita di Paolo Pizzetti è stata appresa con rammarico da tutti i cultori della Geodesia e Scienze affini in Italia. Essi riconoscevano in Lui un merito incontestato, essenzialmente per l'acume con cui ha trattato moltissimi argomenti inerenti a dette Scienze, giungendo a risultati nuovi ed importanti.

Nato a Parma il 24 luglio 1860, ottenne il Diploma di Ingegnere civile nella Scuola degl'Ingegneri di Roma a soli 20 anni nel 1880. Da questa epoca rimase nella Scuola stessa quale assistente del prof. Pucci fino al 1886. Avendo vinto in quell'anno il concorso relativo, passò come professore straordinario alla Cattedra di Geodesia nella R. Università di Genova, dove divenne Ordinario il 1° giugno 1890. Nel 1900 fu trasferito alla stessa Cattedra nella R. Università di Pisa, dove ottenne, nell'anno successivo, anche l'incarico della Meccanica superiore. In quei due insegnamenti egli portò il massimo zelo, grande chiarezza ed efficacia e notevoli perfezionamenti.

L'attività scientifica del prof. Pizzetti si è manifestata con numerosi lavori i quali si possono raggruppare in tre categorie:

a) sui minimi quadrati;
b) sulla Geodesia;
c) sulla Meccanica superiore.

Nel 1886 pubblicò il primo suo libro: *La determinazione degli azimut*, diretto ad estendere e semplicizzare ad uso della

Geodesia pratica quei metodi astronomici che convengono al caso di determinazioni di precisione, per modo da renderne possibile l'applicazione anche al topografo, il quale d'ordinario dispone di poco tempo e di mezzi limitati d'osservazione.

Nel 1892 negli *Atti* della R. Università di Genova pubblicò un interessante volume: *Fondamenti matematici per la critica dei risultati sperimentali* e nel 1906 nella *Enciclopedia delle Scienze matematiche* pubblicò un lungo articolo nel quale presentò un quadro scientifico, storico e bibliografico dei progressi della Geodesia.

Nel 1905 pubblicò il *Trattato di Geodesia teoretica*, che contiene la materia che era solito esporre nelle sue lezioni all'Università. In esso è tenuto conto dei progressi e dei nuovi risultati delle odierne ricerche geodetiche, facendo moderato uso delle *coordinate curvilinee*, le quali, sebbene forniscano soluzioni più generali di molti problemi geodetici, pure sono considerate come appartenenti alle *matematiche superiori* e quindi non adatte alla maggioranza di quelli che studiano la Geodesia, che sono gli allievi ingegneri.

L'attività del prof. Pizzetti in Meccanica superiore fu forse più spiccata.

In un bel lavoro, che nomino per primo, perchè tratta un argomento che non si riannoda con gli altri, Egli si occupò del moto *omografico* nel problema degli n corpi, e riuscì a dimostrare che nel caso in cui gli n punti non si muovono nello stesso piano, *l'unico modo di spostamento omografico è quello omotetico avente come centro di omotetia il baricentro del sistema.* Ne trasse la conseguenza che nel caso di quattro corpi la configurazione del tetraedro regolare, studiata pochi anni prima dal Lehmann, era l'*unica possibile.*

Le ricerche più importanti del prof. Pizzetti in Meccanica superiore vertono sulla teoria della figura dei pianeti e del potenziale Newtoniano. In un suo breve lavoro egli cominciò a correggere una dimostrazione data dal LAPLACE e priva di rigore per mancanza di convergenza nelle serie. In questa ricerca infatti il Laplace aveva considerato il potenziale come somma di due serie di funzioni sferiche, procedenti la prima secondo le potenze positive e l'altra secondo le potenze negative del raggio vettore. Ma, poichè in generale le due serie non con-

vergono simultaneamente, il risultato a cui il Laplace era giunto, non poteva ritenersi come rigoroso. Il Pizzetti modificò la dimostrazione di Laplace e potè quindi mostrare che il teorema era valido, benchè il calcolo fosse imperfetto.

Continuando le stesse ricerche e partendo dal teorema di STOKES sulle figure di equilibrio, che si può a buon diritto riguardare come il fondamento della teoria meccanica della forma dei pianeti, il Pizzetti pervenne ad assegnare l'espressione del potenziale di un pianeta nel caso in cui la superficie esterna sia un ellissoide rotondo; e, l'anno seguente, estese il risultato all'ellissoide a tre assi. Queste formole hanno importanza grandissima in Meccanica Celeste, perchè ci dànno una espressione rigorosamente esatta della funzione perturbatrice dovuta allo schiacciamento polare e alla non omogeneità della costituzione interna dei pianeti.

L'Armellini, che ebbe per il prof. Pizzetti affetto e venerazione grandissima, prese queste formole come punto di partenza nei suoi studi sulle perturbazioni del V° satellite di Giove, e nella introduzione della sua memoria mostrò la grande superiorità della teoria del Pizzetti sopra le vecchie teorie analoghe di Laplace e di Clairaut.

Una nuova e geniale ricerca del Pizzetti riguarda lo studio della distribuzione delle masse nell'interno dei pianeti, conoscendone il potenziale all'esterno. Egli cominciò a dimostrare che se la funzione potenziale *esterna* è simmetrica intorno ad un asse, anche la distribuzione delle masse nell'*interno* del pianeta dev'essere simmetrica intorno allo stesso asse. Estendendo poi le sue ricerche, dimostrò che conoscendo il potenziale *esterno* di un pianeta noi siamo in grado di determinare: la sua massa totale; il suo centro di massa; la direzione degli assi centrali d'inerzia; la differenza tra i momenti centrali d'inerzia. La importanza di questa teoria per lo studio della costituzione interna dei pianeti non ha bisogno di essere posta in luce.

Tutte queste ricerche furono poi riunite e fuse insieme con le teorie di Clairaut, di Laplace, di Stokes, di Radau nel volume *Principii della Teoria Meccanica della figura dei pianeti* pubblicato nel 1913, nel quale il prof. Pizzetti espone il vasto argomento con grande rigore e con chiarezza impareggiabile.

Un'ultima nota riguarda il problema dei due corpi di masse

variabili. Tale problema, già studiato dal prof. Armellini, che ne aveva messo in luce l'importanza negli studi riguardanti l'origine dei sistemi planetari e dei sistemi stellari e aveva trovato le leggi del moto e determinato la natura della traiettoria, fu ripreso dal Pizzetti, il quale, *limitandosi al caso delle masse crescenti,* dimostrò un bel teorema che collega *il raggio vettore nel moto perturbato con quello nel moto non perturbato.*

Così si chiuse la carriera scientifica di Paolo Pizzetti, che ha lasciato una traccia luminosa nella scienza ed una larga eredità di affetti in quanti lo conobbero.

Torino, 28 aprile 1918.

Pubblicazioni del Prof. PAOLO PIZZETTI

Memorie.

1) *Sulla Compensazione delle Osservazioni secondo il metodo dei minimi quadrati,* 1887 (Rendiconti della R. Accademia dei Lincei, vol. III).

2) *Contribuzione allo studio geometrico della superficie terrestre,* 1887 (nel Giornale della Società di letture e conversazioni scientifiche in Genova).

3) *Gli azimut reciproci di un arco di geodetica,* 1888 (Atti della R. Accademia delle Scienze di Torino, vol. XXIII).

4) *Note relative all'uso della così detta formula esponenziale nella statistica matematica,* 1891 (Ateneo Ligure).

5) *Nota relativa alla statistica matematica* (Atti della Società Ligustica di Scienze naturali).

6) *Sur le calcul du Résultat d'un système d'observations directes,* 1887 (Mémoires de la Société royale des sciences de Liège, 2ᵉ série, t. XV).

7) *Sopra il calcolo dell'errore medio di un sistema di osservazioni,* 1889 (Rendiconti della R. Accademia dei Lincei, vol. V).

8) *Sulla traiettoria dei raggi luminosi,* 1890 (Ateneo Ligure, fascicoli IV e V).

9) *Sur le calcul des triangles géodésiques,* 1891 (Memorias de la Sociedad Alzade de Mexico, tomo IV).

10) *Sviluppo in serie relativo alle geodetiche dell'ellissoide di rotazione schiacciato*, 1895 (Atti della R. Accademia delle Scienze di Torino, vol. XXX).

11) *Osservazioni intorno alla Nota del prof.* NOBILE: *Abbreviazione del calcolo di una linea geodetica*, 1896 (Rendiconti della R. Accademia delle Scienze fisiche e matematiche di Napoli).

12) *Sulla correzione da fare alle latitudini osservate per tener conto dell'altezza dei punti di stazione sul livello del mare*, 1899 (Rendiconti del Circolo matematico di Palermo, tomo XIV).

13) *Influsso della Geodesia sul progredire delle Scienze fisiche e matematiche in generale*, 1901 (Discorso per la inaugurazione degli Studi nella Università di Pisa, addì 3 novembre 1901).

14) *Di alcuni casi di semplificazione nella compensazione delle reti geodetiche*, 1901 (Rivista di topografia e catasto, vol. XVI).

15) *Relazioni fra i momenti d'inerzia di un corpo*, 1905 (Rendiconti della R. Accademia dei Lincei, vol. XIV).

16) *Paragone fra due triangoli geodetici a lati uguali*, 1907 (Ibidem, vol. XVI).

17) *Le misurazioni fisiche e la teoria degli errori di osservazione*, 1907 (Rivista di Scienze, vol. II, n. III).

18) *Corollari del teorema relativo al paragone fra due triangoli geodetici di eguali lati*, 1907 (Rendiconti della R. Accademia dei Lincei, vol. XVI).

19) *Confronto fra gli angoli di due triangoli geodetici di eguali lati*, 1907 (Rendiconti del Circolo matematico di Palermo, tomo XXIII).

20) *Sul significato geometrico del secondo parametro differenziale di una funzione sopra una superficie qualunque*, 1909 (Rendiconti della R. Accademia dei Lincei, vol. XVIII).

21) *Sopra un punto della teoria di* LAPLACE *relativa alla figura di equilibrio di una massa fluida rotante*, 1896 (Ibidem, vol. V).

22) *Notizie riassuntive intorno ai Rendiconti della XIV Conferenza dell'Associazione Geodetica Internazionale*, 1905 (Rivista di topografia e catasto, vol. XVII).

23) *Commemorazione di* ROBERTO DAUBLEBSKY VON STERNECK, 1911 (Rendiconti della R. Accademia dei Lincei, vol. XX).

24) *Sopra un procedimento di* HELMERT *in un particolare caso di applicazione del metodo dei minimi quadrati*, 1911 (Ibidem, volume XX).

25) *Intorno ad un preteso errore di Galileo*, 1908 (Rivista di Astronomia e scienze affini).

26) *Cenni sull'opera scientifica di* ROBERTO DAUBLEBSKY VON STERNECK, 1911 (Ibidem, anno V).

27) *Corpi equivalenti rispetto alla attrazione Newtoniana esterna,* 1909 (Rendiconti della R. Accademia dei Lincei, vol. XVIII).

28) *Tabelle grafiche per la risoluzione approssimata di una equazione di* GAUSS *che s'incontra nel calcolo delle orbite,* 1910, Pisa, Tipografia succ. fratelli Nistri.

29) *Sul moto di rotazione della terra* (a proposito di una recente comunicazione del prof. CERULLI), 1917 (Rendiconti della R. Accademia dei Lincei, vol. XXVI).

30) *Della probabilità nelle prove ripetute,* 1914 (Ibidem, vol. XXIII).

31) *Commemorazione di* GIORGIO HOWARD DARWIN, 1913 (Ibidem, volume XXII).

32) *Rilevamento ottico del Campanile di Pisa* (Commissione tecnica per lo studio delle condizioni presenti del Campanile di Pisa), 1912 (Annali della Società degli Ingegneri e degli Architetti italiani, n. 19, 1° ottobre 1912).

33) *Sur la théorie des observations arrondies* (Abdruck aus den Astr. Nachr., Bd. 124).

34) *Geometria delle superficie e geometria della sfera,* 1917 (Rendiconti della R. Accademia dei Lincei, vol. XXVI).

35) *Sulla media dei valori che una funzione dei punti dello spazio assume alla superficie di una sfera* (R. Acc. Lincei, 21 febbr. 1909).

36) *Nuova dimostrazione di taluni teoremi relativi alle funzioni sferiche contenuti in una Nota del prof. Paci* (Rendiconti del Circolo di Palermo, 1898).

Libri.

Ing. PAOLO PIZZETTI, *La determinazione degli azimut.* Metodi per l'orientamento cogli strumenti geodetici e topografici, 1886 (Torino Ermanno Loescher).

ID., *Trattato di geodesia teoretica,* con 71 figure intercalate nel testo, 1905 (Bologna, Ditta Nicola Zanichelli).

ID., Professore ordinario della R. Università di Pisa, *Principii della teoria meccanica della figura dei Pianeti,* 1913 (Pisa, Enrico Spoerri libraio-editore).

Determinazione Geodetica del Castello di Trana e del Campanile del Comune

Nota del Socio naz. res. NICODEMO JADANZA

1. — Il *Castello di Trana* (oggi monumento nazionale), o, meglio, la *torre del Castello*, che sola rimane tra i ruderi di esso, non potè essere determinata geodeticamente dall'Istituto Geografico Militare, quando furono fatti i lavori geodetici nella *Valle del Sangone*, per la sua ubicazione, la quale non permette la sua visibilità da punti geodetici sufficienti a fissarne la posizione.

Si è dovuto fare quindi una triangolazione apposita consistente in un quadrilatero convenientemente scelto P, C, S, T (vedi fig. 2ª), dai vertici del quale è stata possibile la determinazione per doppia intersezione non solo della torre del Castello ma anche del *Campanile del Comune di Trana* e della torretta della *Casa Nouvelle* che si trova alla destra di chi percorre la strada nazionale prima di arrivare al Santuario (Madonna della Stella).

Dei quattro vertici del quadrilatero P, C, S, T, il primo P è un paracarro di forma cilindrica che trovasi alla prima svolta della strada rotabile *Trana-Reano* e propriamente il *quarto* dei tanti paracarri cilindrici che si trovano ivi cominciando dal più orientale; il secondo C è un picchetto posto su di un'altura a Sud della fermata *Cave* del Tramvai; il terzo S è il punto geodetico *Campanile del Santuario di Trana* ed il quarto T è un palo telegrafico che si trova alle falde del monte *Moncuni* verso Nord.

Il punto P venne collegato coi punti geodetici *M. Pietraborga*, *Belvedere*, *Colombè*, *Santuario di Trana* [1] col metodo

[1] Cfr. *Determinazione geodetica di alcuni punti nella Valle del Sangone*. Memoria di Nicodemo Jadanza (" Memorie della Reale Accademia delle Scienze di Torino ", vol. LXIII, 1912).

di Snellius. Da tale collegamento fu dedotta la lunghezza del lato P S che servì per il calcolo del quadrilatero e quindi dei punti Torre del Castello-Campanile del Comune-Casa Nouvelle.

Le osservazioni *azimutali e zenitali* nei vertici P, S, C, T furono fatte nei giorni 20 e 21 settembre 1917 dal Prof. Cesare Aimonetti con un teodolite a microscopi con vite micrometrica, avente l'approssimazione di 10″, della Casa Simms di Londra, di proprietà del Gabinetto di Geodesia della R. Università di Torino. Ringrazio l'egregio Professore della valida e sapiente collaborazione.

Ecco qui le medie delle osservazioni azimutali eseguite dall'Aimonetti.

Stazione a Paracarro (P) (in centro)

Pietraborga (asse della Croce) . . .	00° 00′ 00″.00
Belvedere (asse del campanile) . . .	48 03 23 .56
Colombè (asse del campanile) . . .	66 37 25 .50
Santuario (asse del campanile). . .	90 03 14 .50
Cave (picchetto)	1 59 48 .31
Castello (spigolo Est della torre) . .	27 17 04 .92
Campanile del Comune (asse) . . .	42 12 52 .83
Casa Nouvelle (asse della torre) . .	77 02 40 .08
Palo telegrafico	115 37 02 .81

Stazione a Cave (C) (in centro)

Castello (spigolo Est della torre) . .	00° 00′ 00″.00
Campanile del Comune (asse) . . .	23 31 32 .50
Santuario (asse del campanile). . .	39 39 53 .58
Casa Nouvelle (asse della torre) . .	45 10 00 .08
Palo telegrafico	57 55 39 .00
Paracarro	76 08 11 .75

Stazione a Santuario (S) (fuori centro)

Palo telegrafico	00° 00′ 00″.00
Paracarro	28 02 15 .42
Cave	83 38 14 .25
Centro trigonometrico	222 34 00 .00

$r = 2^{m}.013$

Stazione a Palo telegrafico (T) (fuori centro)

Paracarro	00° 00′ 00″.00
Cave	48 25 07 .75
Castello (spigolo Est della torre) . .	68 44 25 .83
Campanile del Comune (asse) . . .	76 06 57 .42
Casa Nouvelle	90 05 43 .66
Santuario (asse del campanile). . .	127 08 27 .66
Centro trigonometrico	279 35 00 .00
	$r = 1^m.943$

2. — Il punto P, come è stato detto, fu determinato col metodo di Snellius dirigendo le visuali ai 4 punti geodetici Pietraborga, Colombè, Belvedere e Santuario di Trana i cui elementi si trovano nella già citata nostra memoria e che qui riportiamo (fig. 1).

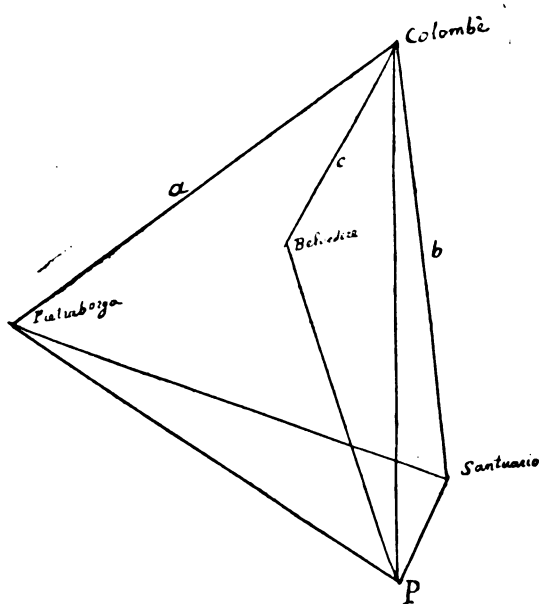



Fig. 1.

log. $a = 3.4362040$ log. $b = 3.3513170$ log. $c = 3.0679141$

B = Pietraborga-Colombè-Santuario = 51° 47′ 56″.44

B_1 = Belvedere-Colombè-Santuario = 35 21 37 .12

Angoli misurati in P:

α = Pietraborga-P-Colombè = 66° 37′ 25″.50
β = Colombè-P-Santuario = 23 25 49 .00
γ = Belvedere-P-Colombè = 18 34 01 .94

Mediante un calcolo provvisorio ed una compensazione col metodo dei minimi quadrati si sono avuti per α, β, γ *corretti* i valori seguenti:

α = 66° 37′ 30″.59
β = 23 25 47″.55
γ = 18 33 55 .50

ed i valori degli angoli dei triangoli *Paracarro-Pietraborga-Colombè; Paracarro-Colombè-Santuario; Paracarro-Belvedere-Colombè* che servono alla determinazione di P sono risultati i seguenti:

Paracarro	=	66° 37′ 30″.59
Pietraborga	=	67 12 47 .18
Colombè	=	46 09 42 .23
		180 00 00 .00

Paracarro	=	23° 25′ 47″.55
Colombè	=	5 37 14 .21
Santuario	=	150 56 58 .24
		180 00 00 .00

Paracarro	=	18° 33′ 55″.50
Belvedere	=	131 41 41 .59
Colombè	=	29 44 22 .91
		180 00 00 .00

da cui sono stati dedotti:

log. Paracarro-Pietraborga = 3.3315094
" " -Colombè = 3.4381030
" " -Belvedere = 3.2604931
" " -Santuario = 2.7428061

Distanza Paracarro-Pietraborga = 2145.40
" " -Colombè = 2742.22
" " -Belvedere = 1821.77
" " -Santuario = 553.10

Quest'ultima distanza è stata adoperata per il calcolo del quadrilatero P, C, S, T e quindi per il calcolo dei punti Castello; Campanile del Comune; Casa Nouvelle (fig. 2).

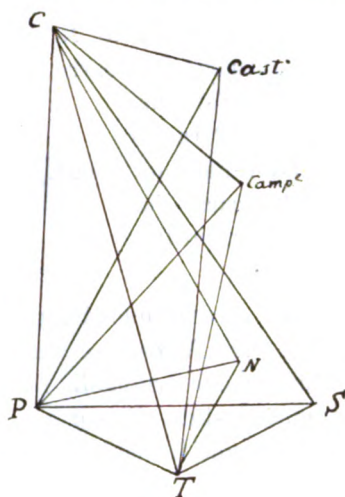



Fig. 2.

3. — Un calcolo provvisorio è stato fatto per avere valori provvisorii dei lati che dovevano servire per la riduzione al centro trigonometrico delle due stazioni *fuori centro Palo telegrafico* e *Santuario* e quindi i tre triangoli C, S, P; T, P, C; T, C, S dalle osservazioni risultano come è indicato qui appresso:

C = 36° 28′ 18″.17	T = 48° 10′ 06″.97	T = 78° 27′ 24″.72
S = 55 27 57 .42	P = 113 37 14 .50	C = 18 15 40 .42
P = 88 03 26 .19	C = 18 12 37 .75	S = 83 17 35 .65
179 59 41 .78	179 59 59 .22	180 00 40 .79
errore di chiusura:		
ε = — 18″.22	ε = — 0″.78	ε = + 40″.79

Per rendere geometrica la rete si è fatta la compensazione del quadrilatero col metodo delle *osservazioni condizionate*. I suddetti triangoli compensati sono risultati come qui appresso:

C = 36° 28′ 25″.59	T = 48° 09′ 47″.26	T = 78° 27′ 12″.64
S = 55 28 05 .83	P = 113 37 14 .45	C = 18 15 27 .30
P = 88 03 28 .58	C = 18 12 58 .29	S = 83 17 20 .06
180 00 00 .00	180 00 00 .00	180 00 00 .00

Il calcolo di essi ha dato il risultato seguente:

log.	base (dedotta al N. 2) =			
log.	Santuario-Paracarro	= 2.7428061	Distanza	S-P = 553^m.10
„	Cave-Santuario	= 2.9684378	„	C-S = 929 .90
„	Cave-Paracarro	= 2.8845157	„	C-P = 766 .52
„	Cave-Palo del telegr.	= 2.9743310	„	C-T = 942 .61
„	Paracarro-Palo	= 2.5073258	„	P-T = 321 .61
„	Santuario-Palo	= 2.4732628	„	S-T = 297 .35

4. — Ciascuno dei punti *Castello* (torre), *Campanile del Comune*, *Casa Nouvelle* è stato determinato per doppia intersezione mediante due triangoli. La differenza tra i logaritmi del lato comune è stata distrutta con una compensazione empirica. Si sono ottenuti i risultati seguenti:

Castello (Spigolo Est della torre) (fig. 3).

I due triangoli mediante i quali è stato determinato sono:

Castello	23° 12′ 12″.41	Castello	78° 34′ 31″.64
Palo del telegr.	68 27 49 .70	Paracarro	25 17 16 .61
Paracarro	88 19 57 .89	Cave	76 08 11 .75
	180 00 00 .00		180 00 00 .00

Per differenza Δ tra i logaritmi del lato comune si è ottenuto Δ = —345 (unità della 7ª decimale). I due triangoli *compensati empiricamente* sono risultati:

Castello	23° 12′ 12″.41	Castello	78° 34′ 31″.64
Palo del telegr.	68 27 23 .90	Paracarro	25 16 50 .81
Paracarro	88 20 23 .69	Cave	76 08 37 .55
	180 00 00 .00		180 00 00 .00

Essi sono stati ottenuti dai precedenti *aumentando* uno e *diminuendo* l'altro degli angoli adiacenti alla base di 25″.8 ottenuti dalla equazione

$$x = -\frac{\Delta}{d\beta + d\gamma}$$

dove $d\beta$ e $d\gamma$ sono le differenze tavolari per 1″ degli angoli opposti al lato comune nei due triangoli.

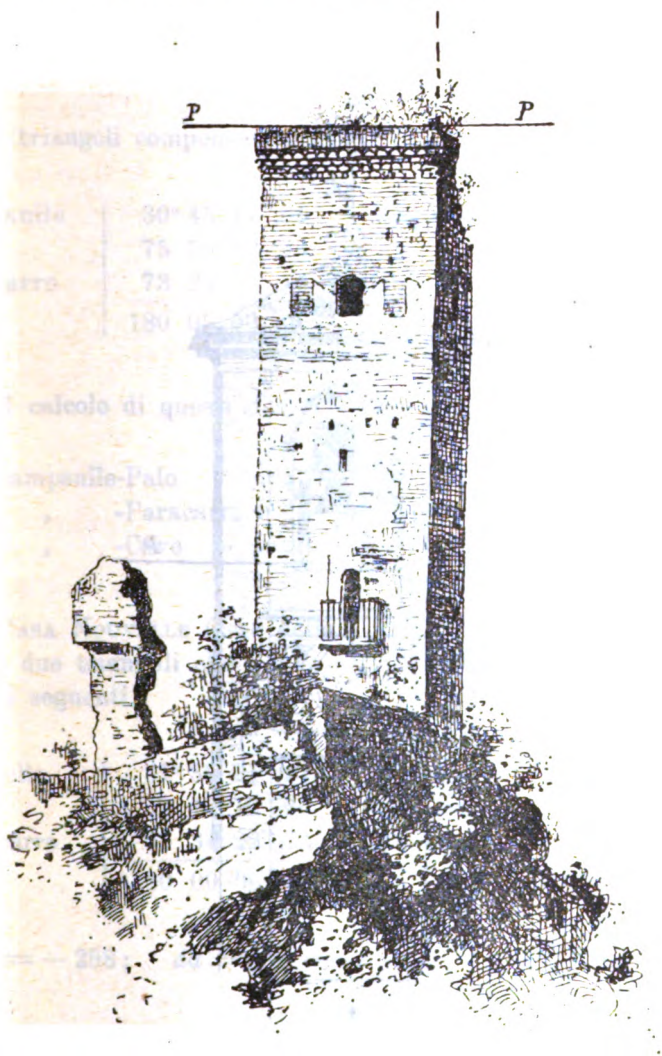



Fig. 3.

Il calcolo dei due triangoli compensati dà:

log. Castello-P	= 2.8803813	Distanza Castello-P	= 759m.24
„ „ -C	= 2.5237228	„ „ -C	= 333 .98
„ „ -T	= 2.9116504	„ „ -T	= 815 .93

CAMPANILE DEL COMUNE (asse) (fig. 4).

I due triangoli mediante i quali è stato determinato sono:

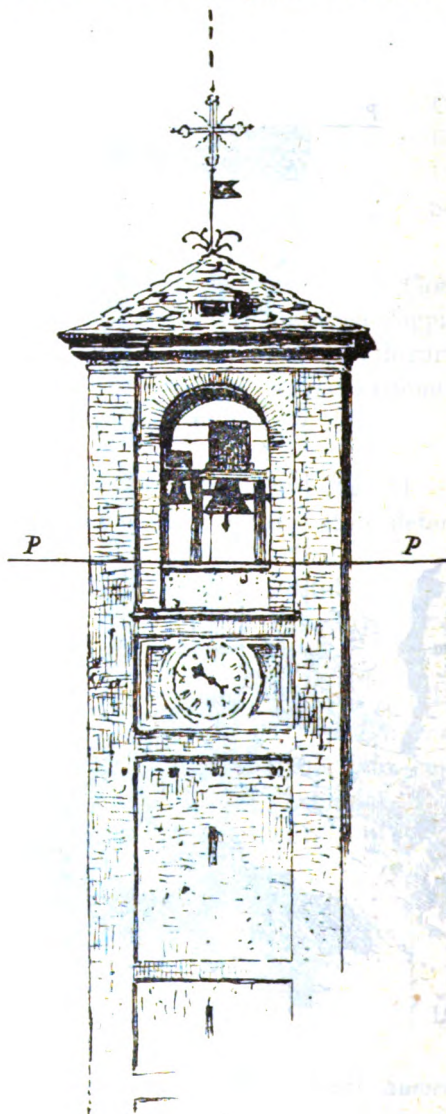



Fig. 4.

Campanile	30° 45′ 14″.06
Palo	75 50 35 .94
Paracarro	73 24 10 .00
	180 00 00 .00

Campanile	117° 55′ 10″.46
Palo	27 40 48 .04
Cave	34 24 01 .50
	180 00 00 .00

Per Δ è stato ottenuto il valore $\Delta = +239$ e $d\alpha = +6.3$ $d\Upsilon = +30.7$ e quindi

$$x = -\frac{239}{37} = -6''.5.$$

I triangoli compensati sono:

Campanile	30° 45′ 14″.06	Campanile	117° 55′ 10″.46
Palo	75 50 42 .44	Palo	27 40 41 .54
Paracarro	73 24 03 .50	Cave	34 24 08 .00
	180 00 00 .00		180 00 00 .00

Il calcolo di questi due triangoli compensati ha dato:

log. Campanile-Palo	= 2.7801200	Dist. Camp.-P	= 602ᵐ.73
„ „ -Paracarro	= 2.7852158	„ „ -P	= 609 .84
„ „ -Cave	= 2.6950631	„ „ -C	= 495 .52

Casa Nouvelle (asse della torre) (fig. 5).

I due triangoli che hanno servito alla sua determinazione sono i seguenti:

Nouvelle	51° 36′ 21″.21	Nouvelle	73° 58′ 56″.56
Palo	89 49 16 .06	Paracarro	75 02 51 .77
Paracarro	38 34 22 .73	Cave	30 58 11 .67
	180 00 00 .00		180 00 00 .00

$$\Delta = -298; \quad d\alpha = 0 \quad d\Upsilon = +35 \quad x = \frac{298}{35} = 8''.51$$

ed i triangoli compensati sono:

Nouvelle	51° 36′ 21″.21	Nouvelle	73° 58′ 56″.56
Palo	89 49 24 .57	Paracarro	75 03 00 .28
Paracarro	38 34 14 .22	Cave	30 58 03 .16
	180 00 00 .00		180 00 00 .00

dai quali si ottiene:

log. Casa	Nouvelle-Palo		=	2.4079659
„	„	„ -Paracarro	=	2.6131420
„	„	„ -Cave	=	2.8867578

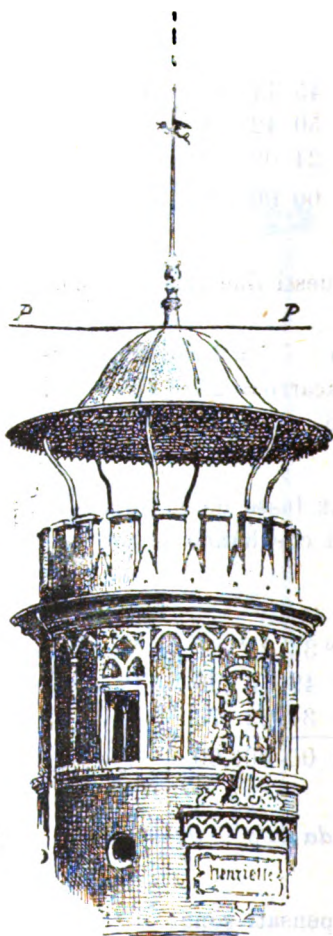



Fig. 5.

Distanza Casa	Nouvelle-Palo		=	255^{m}.84
„	„	„ -Paracarro	=	410 .34
„	„	„ -Cave	=	770 .47

Esattezza delle precedenti determinazioni.

5. — Si può facilmente trovare l'errore relativo nelle determinazioni di ciascuno dei punti determinati ricorrendo alla nota formola:

$$d \log. x = \frac{dx}{x} M \qquad (M \text{ è il modulo } 0.4342945)$$

donde $\frac{dx}{x} = \frac{d \log x}{M}$.

Si ottiene per ciascuno dei lati determinati:

$$\begin{array}{lll} \textit{Castello-P} & \text{errore relativo} & = \frac{0,0000345}{0,4342945} = \frac{1}{12588} \\ \textit{Campanile-P} & \text{"} \quad\quad \text{"} & = \frac{0,0000239}{0,4342945} = \frac{1}{18171} \\ \textit{Casa Nouvelle-P} & \text{"} \quad\quad \text{"} & = \frac{0,0000298}{0,4342945} = \frac{1}{14574}, \end{array}$$

risultato soddisfacentissimo.

Calcolo delle coordinate geografiche.

6. — Trattandosi di punti la cui distanza non eccede tre chilometri sono state adoperate le formole:

$$\varphi' - \varphi = \frac{s \cos z}{\rho \operatorname{sen} 1''},$$

$$\theta' - \theta = \frac{s \operatorname{sen} z}{N \operatorname{sen} 1'' \cos \varphi'},$$

$$m = (\theta' - \theta) \operatorname{sen} \frac{1}{2} (\varphi + \varphi'),$$

$$z' = 180 + z + m,$$

che servono a calcolare le coordinate geografiche di $B(\varphi', \theta')$ quando sono note le coordinate geografiche di $A(\varphi, \theta)$, e le coordinate geodetiche polari (s, z) di B rispetto ad A. La prima dà la latitudine φ', la seconda la longitudine θ' e la terza la con-

vergenza dei meridiani tra A e B che serve poi a calcolare l'azimut z' del punto A in B ossia l'azimut reciproco della geodetica AB.

Partendo dalle coordinate geografiche già note di *Pietraborga* e di *Santuario* che si trovano nella già citata nostra memoria si sono calcolate le coordinate geografiche di *Paracarro* e di *Cave*, le quali poi sono state adoperate al calcolo delle coordinate geografiche degli altri punti.

Le coordinate geografiche dei punti geodetici Pietraborga e Santuario sono:

$$\text{Pietraborga} \ldots \begin{cases} \varphi = 45^\circ\, 01'\, 15''.861 \\ \theta = -\ 1\ \ 29\ \ 59\ .976 \end{cases}$$

$$\text{Santuario di Trana} \begin{cases} \varphi = 45\ \ 02\ \ 25\ .776 \\ \theta = -\ 1\ \ 30\ \ 23\ .069 \end{cases}$$

(le longitudini sono contate dall'Osservatorio dell'Istituto Idrografico della R.ª Marina a Genova *positive* ad Est, *negative* ad Ovest).

Dalla citata nostra memoria si ricava che l'azimut di *Colombè* su *Santuario* $= 242^\circ\, 16'\, 00''.70$ e che l'azimut di *Colombè* su *Pietraborga* $= 294^\circ\, 03'\, 46''.48$. Togliendo dal primo l'angolo tra *Colombè* e *Paracarro* (fig. 1) ed aggiungendo al secondo l'angolo a Pietraborga tra *Colombè* e *Paracarro* si sono ottenuti gli azimut di *Paracarro* su *Santuario* $= 91^\circ\, 19'\, 02''.46$ e quello di *Paracarro* su *Pietraborga* $= 1^p\, 16'\, 33''.66$.

Le formole precedenti hanno dato per gli azimut di *Santuario* su *Paracarro* $z' = 271^\circ\, 19'\, 20''34$ e per azimut di *Pietraborga* su *Paracarro* $= 181^\circ\, 16'\, 49''.11$.

La posizione geografica di *Paracarro* è risultata:

$$\text{Paracarro} \begin{cases} \varphi' = 45^\circ\, 02'\, 25''.356 \\ \theta' = -\ 1\ \ 29\ \ 57\ .797. \end{cases}$$

Lo stesso si è fatto per *Cave*, partendo da *Paracarro* e da *Santuario*, e si è ottenuto:

Azimut di *Santuario* su *Paracarro*	$= 271^\circ\, 19'\, 20''.34$
Angolo a *Paracarro* tra *Cave* e *Santuario*	$= \ \ 88\ \ 03\ \ 28\ .58$
Azimut di *Cave* su *Paracarro* z	$= 183\ \ 15\ \ 51\ .76.$

Azimut di *Paracarro* su *Santuario* $=$ 91° 19′ 02″.46
Angolo a *Santuario* tra *Paracarro* e *Cave* $=$ 55 28 05 .83

Azimut di *Cave* su *Santuario* $= x =$ 146 47 08 .29.

Il calcolo ha dato:

azimut di *Paracarro* su *Cave* $=$ 3° 15′ 50″.35
azimut di *Santuario* su *Cave* $=$ 326 47 24 .76;

e la posizione geografica di *Cave* è risultata:

Cave $\left\{ \begin{array}{l} \varphi' = 45^\circ\, 02'\, 00''.56 \\ \theta' = -\ 1\ \ 29\ \ 59\ .79. \end{array} \right.$

Analogamente sono state calcolate le posizioni geografiche di *Castello, Campanile del Comune* e di *Villa Nouvelle* partendo da *Cave* e da *Paracarro.*

I risultati sono i seguenti:

Posizione geografica di *Castello* (spigolo Est della torre) (fig. 3):

Latitudine $\varphi =$ 45° 02′ 03″.75
Longitudine $\theta = -$ 1 30 14 .37.

Azimut di *Castello* su *Cave* $=$ 287° 07′ 12″.70
Azimut di *Castello* su *Paracarro* $=$ 208 32 42 .57.

Posizione geografica di *Campanile del Comune* (asse) (fig. 4):

Latitudine $\varphi =$ 45° 02′ 11″.00
Longitudine $\theta = -$ 1 30 16 .98.

Azimut di *Campanile* su *Cave* $=$ 310° 38′ 43″.96
Azimut di *Campanile* su *Paracarro* $=$ 223 29 02 .71.

Posizione geografica di *Casa Nouvelle* (torretta) (fig. 5):

Latitudine $\varphi =$ 45° 02′ 22″.66
Longitudine $\theta = -$ 1 30 16 .16.

Azimut di *Casa Nouvelle* su *Cave* $=$ 332° 17′ 47″.09
Azimut di *Casa Nouvelle* su *Paracarro* $=$ 258 18 52 .04.

Posizione geografica di *Palo telegrafico*:

Latitudine $\varphi =$ 45° 02′ 30″.06
Longitudine $\theta = -$ 1 30 10 .90.

Azimut di *Palo* su *Cave* = 345° 02′ 51″.96
Azimut di *Palo* su *Paracarro* = 296 53 06 .21.

Altezze.

La quota trigonometrica di *Paracarro* fu determinata mediante la misura delle distanze zenitali dei piani di paragone (P. P.) di *Pietraborga, Colombè* e *Santuario* che ha dato i risultati seguenti:

Stazione a Paracarro ($\Delta I = 1^m.42$).

Distanza zenitale di *Pietraborga* (sommità della colonna che sostiene la croce) . . . = 76° 32′ 36″.5
Idem di *Colombè* (base cupolino) . . . . . = 88 53 27 .0
Idem di *Santuario* (sommità della balaustrata) = 88 05 16 .75

(Distanza zenitale di *Paracarro* (suolo) misurata a *Santuario* ($\Delta I = 0^m.30$) . . . = 92 11 53 .0)
Idem di *Cave* (suolo) . . . . = 92 19 23 .75
Idem di *Castello* (sommità della torre) . . . = 88 55 01 .75
Idem di *Campanile del Comune* (soglia finestroni) = 91 22 25 .25
Idem di *Casa Nouvelle* (sommità cupolino). . = 91 54 32 .00

La quota trigonometrica di *Cave* fu determinata colle distanze zenitali misurate a *Cave* di *Paracarro* e *Santuario* e colle zenitali reciproche misurate a *Santuario* e a *Paracarro*.

Stazione a Cave ($\Delta I = 1^m.32$).

Distanza zenitale di *Paracarro* (suolo) . . . = 87° 50′ 47″.5
Idem di *Santuario* (sommità della balaustrata) = 86 58 02 .5

(Distanza zenitale di *Cave* (suolo) misurata a *Santuario* ($\Delta I = 0^m.30$) . . . . . = 93 08 44 .7)
Idem di *Castello* (sommità della torre) . . . = 82 25 12 .0
Idem di *Campanile del Comune* (soglia finestroni) = 88 13 28 .25
Idem di *Casa Nouvelle* (sommità del cupolino) = 88 47 46 .75

Pel calcolo delle altezze si è adoperata la formola solita:

$$h' - h = s \cot (z - \beta s) + \Delta I - \Delta M$$

nella quale h è l'altezza sul mare del punto dove si fa stazione ed h' quella del punto di cui è stata misurata la distanza zenitale z; s è la distanza geodetica tra i due punti, ΔI l'altezza del centro del circolo verticale dell'istrumento sul *piano di paragone* (P. P.) del punto in cui si fa stazione e ΔM l'altezza della linea mirata sul P. P. del punto di cui è stata misurata la distanza zenitale. Per $\log \beta$ si è ritenuto il valore $\log \beta = 8.15147 - 10$ conveniente al Piemonte.

Le quote dei P. P. dei punti geodetici *Pietraborga*, *Colombè*, *Santuario di Trana* sono state prese dalla già citata nostra memoria e che qui riportiamo:

Pietraborga (sommità della colonna che sostiene la croce) 927m.30
Colombè (base del cupolino del campanile) . . . . 467 .01
Santuario di Trana (sommità della balaustrata) . . 432 .63.

Eseguito il calcolo, si sono ottenuti i risultati seguenti:

Quota altimetrica di *Paracarro* (suolo). 412m.16
" " di *Cave* (suolo). . . . . 382 .13
" " di *Castello* (sommità torre) . . . 427 .88
" " di *Campanile* (soglia finestroni) . . 398 .90
" " di *Casa Nouvelle* (sommità cupolino) 399 .80.

I prospetti della *Torre del Castello*, del *Campanile del Comune* e della torre della *Casa Nouvelle* furono espressamente disegnati dall'Ingegnere Ludovico Perrachio; ringrazio cordialmente l'egregio Ingegnere della cortesia usatami.

Sulla strada nazionale *Trana-Avigliana* furono messi, fin dal 1910, parecchi caposaldi consistenti in piastre rettangolari di bronzo, e fu eseguita una livellazione di precisione tra *Avigliana* ed *Orbassano* dall'Ing. Carlo Iorio. Due di tali caposaldi si trovano uno sulla testata nord-ovest del ponte sul Sangone ed ha la quota 370m.4441, l'altro sulla soglia della porta nodr

di entrata al Campanile del Santuario di Trana (Madonna della Stella), la cui quota è 394m.9339 [1].

Si presentava propizia l'occasione di ottenere le quote di precisione tanto di *Paracarro* quanto del *Campanile del Comune*. L'Ing. Iorio volle gentilmente (e di ciò lo ringrazio di cuore) eseguire due livellazioni di collegamento, una dal caposaldo sul ponte del Sangone alla *soglia* della porta d'ingresso del Campanile del Comune, l'altra dal caposaldo del Santuario alla *sommità del Paracarro* sulla strada di Reano. Tali livellazioni, eseguite il 30 maggio 1918 collo stesso livello di precisione adoperato per la livellazione *Avigliana-Trana-Orbassano*, hanno dato i risultamenti seguenti:

1° Differenza di livello tra la *soglia della porta di entrata* al Campanile del Comune ed il *caposaldo* sul ponte del Sangone = 9m.0124. Perciò *l'altezza sul mare della soglia della porta di entrata* al Campanile del Comune è

metri 379.46.

Aggiungendo ad essa l'altezza della soglia dei finestroni sulla soglia della porta d'ingresso che è 18m.70 si ottiene per quota della soglia dei finestroni del Campanile del Comune

metri 398.16.

2° Differenza di livello tra la *sommità del Paracarro* ed il *caposaldo* che si trova sulla *soglia della porta Nord* del Santuario di Trana (Madonna della Stella) = 17m.3592. Quindi *l'altezza sul mare della sommità del Paracarro* è

metri 412.29.

Essendo l'altezza del paracarro = 0m.30, si può ritenere come altezza della base del paracarro (suolo) = metri 412.00.

---

[1] Cfr. N. Jadanza, *Trattato di geometria pratica*, 2a ed., 1914, pag. 560.

Interpolazione nelle tavole numeriche

Nota del Socio nazionale residente GIUSEPPE PEANO

Lo scopo della Matematica è di dare il valore numerico delle incognite che si presentano nei problemi pratici. Newton, Eulero, Lagrange, Cauchy, Gauss, e tutti i grandi matematici sviluppano le loro mirabili teorie fino al calcolo numerico delle cifre decimali necessarie.

È di somma importanza che le teorie matematiche che si insegnano nelle scuole di vario grado siano coronate dal calcolo numerico.

Per facilitare questi calcoli si sono pubblicate numerose tavole. È utile che in tutte le scuole si facciano conoscere le tavole più convenienti, in modo che ogni studioso sappia servirsene a tempo opportuno, e gli siano risparmiati dei calcoli noiosi.

Le tavole numeriche, che precedono i varii manuali degli ingegneri (1) hanno assunto una forma quasi identica, quale la lunga esperienza ha dimostrato essere la migliore.

Queste tavole sono utili ad ogni studioso di matematica. Però esse, per la mole del libro e per il prezzo, non sono comode pel pubblico non ingegnere.

L'Unione Tipografica Editrice Torinese ebbe ora la felice idea di pubblicarle in un fascicolo a parte, e di metterle in vendita a prezzo minimo (2).

(1) Colombo, Dubbel, Garuffa, Hospitalier, Hütte, de Laharpe, Malavasi, Mazzola, ecc.

(2) Tavole numeriche, Quadrato, Cubo, Radice quadrata e cubica, Logaritmo, Reciproco d'un numero, Seno, Coseno, Tangente, Cotangente, Logaritmi naturali, Sviluppo dell'arco, Tavole di interessi. Estratto dal Manuale l'" Ingegnere ", dell'Ing. Garuffa. U. T. E. T., anno 1918. Prezzo centesimi 60.

Queste tavole, di applicazione universale, sono così rese accessibili a tutti coloro che debbono fare calcoli, e possono essere adottate dagli studenti di ogni grado di scuola. Essi acquisteranno gusto ai calcoli numerici, ed al rigore, e si avvieranno all'uso delle tavole speciali più costose.

Spesso i numeri, su cui si opera nei problemi pratici, non sono contenuti esattamente nelle tavole. Allora si ricorre all'interpolazione.

I libri che trattano dell'interpolazione determinano, per via sperimentale, l'errore che essa produce, e affermano che l'interpolazione, condotta con quelle regole, produce un errore di *alcune* unità dell'ultimo ordine decimale. Io mi propongo di calcolare di *quante* unità dell'ultimo ordine può essere l'errore; e applicherò questi risultati alle tavole citate, che chiamerò tavole UTET.

§ 1. — Tavole dei quadrati e dei cubi.

Le più antiche tavole di quadrati e di cubi, che siano pervenute a noi, si trovano al British Museum di Londra; sono scritte in terra cotta, e provengono dagli scavi di Babilonia; esse rimontano ad almeno 1600 anni prima di Cristo. Sono in base 60; la tavola dei cubi è ancora ben conservata.

Il prodotto di due numeri si può esprimere come differenza di due quadrati, colla formula:

$$(a+b)\times(a-b) = a^2-b^2,$$

ovvero

$$a\times b = [(a+b)/2]^2-[(a-b)/2]^2,$$

che già trovasi in Euclide, libro II prop. 5.

Avendosi, ad esempio, la tavola dei quadrati dei numeri da 1 a 1000, quale si trova nelle tavole UTET, si potrà ricavare il prodotto di due numeri di tre cifre, come risulta dagli esempi che seguono.

Esempio 1°. — Calcolare $a \times b$, ove $a = 981$ e $b = 223$ sono dispari.

$$\begin{array}{rll} a+b = 1204, & (a+b)/2 = 602, & (\text{questo})^2 = 362404 \\ a = 981 & & \\ b = 223 & & \\ a-b = 758, & (a-b)/2 = 379, & (\text{questo})^2 = 143641 \\ & & a \times b = 218763. \end{array}$$

La somma e differenza di a e b si fanno come d'ordinario, come pure la loro divisione per 2; i quadrati si leggono nella tavola.

Esempio 2°. — Se i due numeri sono pari, si può procedere come prima, oppure si possono dividere per 2:

$$\begin{array}{lrl} & (a+b)/2 = 6{\cdot}50, & (\text{questo})^2 = 42{\cdot}2500 \\ a = 9{\cdot}86, & a/2 = 4{\cdot}93 & \\ b = 3{\cdot}14, & b/2 = 1{\cdot}57 & \\ & (a-b)/2 = 3{\cdot}36, & (\text{questo})^2 = 11{\cdot}2896 \\ & & a \times b = 30{\cdot}9604. \end{array}$$

Esempio 3°. — Se i numeri sono l'uno pari e l'altro dispari, come $9{\cdot}87 \times 3{\cdot}14$, calcolo come prima:

$$\begin{array}{ll} & 9{\cdot}86 \times 3{\cdot}14 = 30{\cdot}9604 \\ \text{Aggiungo:} & \phantom{9{\cdot}86 \times 3{\cdot}14 = 30{\cdot}9}314 \\ \text{Trovo:} & 9{\cdot}87 \times 3{\cdot}14 = 30{\cdot}9918. \end{array}$$

L'uso della tavola dei quadrati per calcolare i prodotti fu indicato dai matematici arabi, e da Ludolff nel 1690. Per eliminare la divisione per 2, si sono costrutte delle tavole di quarti di quadrati; la più antica è del Voisin, anno 1817; permette di calcolare il prodotto di due numeri di 4 cifre. Utilissime per i calcolatori sono quelle di F. Perfetto ([3]) che dànno i prodotti di due numeri di 5 cifre. In questo libro si trovano pure i prodotti di due numeri da 1 a 1000.

([3]) *Multiplicator Perfettus.* Milano, Aliprandi a. 1910.

Le tavole dei quadrati servono, come le logaritmiche, a ridurre un prodotto ad una somma algebrica; ed hanno il vantaggio di dare i prodotti esatti.

Anche il prodotto di tre numeri si può scomporre nella somma algebrica di cubi. GERGONNE, negli " Ann. d. M. ", anno 1816, t. 7, pag. 163 diede la formula:

$$24abc = (a+b+c)^3 - (a+b-c)^3 - (a+c-b)^3 - (b+c-a)^3;$$

ma essa è meno pratica. Nei manoscritti di LAGRANGE, conservati all'Accademia delle Scienze di Parigi, e che io potei esaminare, grazie al prof. Jordan, trovasi, tomo 6, anno 1782, la formula che esprime il prodotto di n fattori come somma algebrica di potenze n-esime, riportata nel mio " Formulario ", t. V, pag. 129, prop. 4·2.

§ 2. — Interpolazione.

Se fx è una funzione di primo grado in x, conoscendo per due valori a b della variabile, i valori fa e fb della funzione, ogni altro suo valore fx sarà dato dalla formula di interpolazione

$$fx = fa + (x-a)\times(fb-fa)/(b-a).$$

La x è in generale compresa fra a e b; se x è fuori, la formula dicesi di estrapolazione.

Questa formula, pressochè intuitiva, era nota agli Arabi; LEONARDO PISANO, nel libro del 1202, pag. 318, tradusse la parola araba Elchatayn in " duarum falsarum positionum regula ", perchè per determinare fx, si dànno alla variabile due valori a e b diversi da x, cioè falsi.

Se la funzione non è di primo grado, la formula deve essere completata con un resto, che, trattandosi di funzioni semplici, si può calcolare coll'analisi finita, e che in generale si può esprimere colla derivata seconda.

Inoltre il prodotto di $x-a$ pel rapporto incrementale $(fb-fa)/(b-a)$, se uno dei fattori contiene infinite cifre, dovrà essere eseguito in qualche modo abbreviato, e così si ha un altro resto.

E se poi i valori della funzione contenuti nelle tavole sono solo approssimati ad un certo numero di cifre, si avrà un terzo resto a considerare.

§ 3. — Notazioni.

Le proposizioni matematiche contenute in questa Nota, come nelle mie precedenti dal 1889 in poi, sono completamente espresse in simboli. Questi simboli permettono di dare alle proposizioni forma chiara e precisa, e sono strumento indispensabile in molte ricerche.

I simboli di cui qui faccio uso sono:

ϵ e $\supset$, che rappresentano rispettivamente la proposizione singolare e la universale, secondo la nomenclatura di Aristotele, *καθ' ἕκαστον, καθόλου*. Essi appartengono alla logica matematica.

Le cifre 0, 1, ... 9, ed i segni di aritmetica $+$, $-$, $\times$, ecc., $=$, $>$, $<$.

$X =$ dieci, base della numerazione.

$Q =$ quantità, o numero reale positivo.

$N =$ numero naturale, o numero intero positivo.

$n =$ numero intero positivo o nullo o negativo.

Q, N, n indicano delle classi; le variabili $a, b, \ldots n, \ldots x, y, z$ sono lettere corsive.

Se a e b sono quantità, e $a<b$, $a^{-}b$ indica l'intervallo da a a b, gli estremi esclusi; $a^{\vdash}b$, $a^{\dashv}b$, $a^{\vdash\dashv}b$ indicano lo stesso intervallo, incluso a, o b, o a e b.

$$\theta = 0^{-}1, \qquad \theta_0 = 0^{\vdash}1.$$

θ rappresenta le quantità comprese fra 0 e 1, o le frazioni proprie; θ_0 rappresenta lo stesso intervallo, incluso 0.

Se x è una quantità numerica, Vx indica " il valore intero di x ".

1. $\quad x \epsilon Q . \supset . Vx \leq x < Vx+1.$

2. Def. $\quad x \epsilon Q . r \epsilon n . \supset . V_r x = X^{-r} V(X^r x).$

" Essendo x una quantità numerica, ed r un numero intero positivo o negativo, $V_r x$ si può lèggere ' il valore con r decimali di x ', ed ha il valore scritto ".

Così $V_2 \pi = 3{\cdot}14$, $V_0 \pi = 3$, $V_{-1} \pi = 0$.

3. Def. $x \in Q . r \in n . \supset . M_r x = x - V_r x .$

" Avendo ancora x ed r lo stesso significato, $M_r x$, che si può leggere 'mantissa d'ordine r di x', è la differenza fra x ed il suo valore con r decimali ".

4. Def. $x \in Q . r \in n . \supset . T_r x = V_r x - V_{r-1} x .$

" $T_r x$, che si legge 'il termine di grado decimale r in x', è definito come sopra ". Si noti che la r che figura in $V_r x$, $M_r x$, $T_r x$, può essere tanto positiva quanto negativa.

5. Def. $a, b \in Q . r \in n . \supset . a \times_r b = \Sigma T_p a \times T_q b$, ove p e q assumono tutti i valori interi tali che $p + q \leq r$.

$a \times_r b$ si legge " il prodotto di grado r di a per b ", ed è la somma di tutti i prodotti dei termini di a pei termini di b, il cui grado $p+q$ sia però $\leq r$.

Il prodotto $a \times b$ di due numeri con infinite cifre trascende l'analisi finita; esso può essere sostituito per approssimazione col prodotto graduale, che ha importanza fondamentale nelle approssimazioni numeriche.

Una esposizione storica del prodotto graduale si trova nella mia Nota " Approssimazioni numeriche ", " Atti " di questa Accademia, 25 febbraio 1917. Altre esposizioni recenti, notevoli per la loro chiarezza, sono dovute ai prof. MACCAFERRI [4] e VESIN [5].

Sostituendo al prodotto ordinario il prodotto graduale, si ha un errore, o resto. Pongasi perciò:

6. Def. $a \in Q . \supset . \Sigma$ cifre $a = \Sigma X^r T_r a$, ove r assume tutti i valori interi n.

Σ cifre a si può leggere " la somma delle cifre di a ", ed ha un valore finito, se a ha un numero finito di cifre non nulle.

---

(4) E. MACCAFERRI, *Approssimazioni numeriche*, Periodico di Matematica di Lazzeri, anno 1917. Questo articolo, che fu scritto prima del mio, fa parte di un apposito trattato, in corso di stampa.

(5) V. VESIN, *Prodotti approssimati*, Periodico di Matematica, a. 1917.

7. $a, b \in Q \,.\, r \in n \,.\supset.\, a \times b \geqq a \times_r b.$

" Il prodotto ordinario supera il prodotto graduale ".

8. $a, b \in Q \,.\, r \in n \,.\supset.\, a \times b - a \times_r b < X^{-r} \Sigma$ cifre a.

Questa limitazione della differenza fra prodotto ordinario e il graduale si applica quando a ha un numero finito di cifre.

Se i due fattori a e b hanno infinite cifre, fra le espressioni del resto nel prodotto graduale, la più semplice e più generale è quella dovuta alla prof. Vesin (6):

9. $a, b \in Q \,.\, p, q \in n \,.\supset.\, a \times b - a \times_{p+q} b <$
$(\Sigma$ cifre $V_p a + \Sigma$ cifre $V_q b + 1)\, X^{-p-q}$;

cioè la differenza fra il prodotto ordinario ed il prodotto d'un certo grado, si ottiene scomponendo questo grado nella somma $p+q$ di due interi, positivi o negativi; allora questa differenza è minore dell'espressione scritta.

Se p e q sono degli n, e $p < q$, allora $p \cdots q$ indica l'insieme dei numeri interi $p, p+1, \ldots q$. Qui si presenterà spesso $0 \cdots 1$, che significa un numero eguale o a 0, o a 1; e $0 \cdots 2$ che è l'insieme dei numeri 0, 1, 2.

Nel § 6 si userà pure la notazione:

10. Def. $x \in Q \,.\, r \in n \,.\supset.\, V'_r x = V_r(x + X^{-r}/2).$

$V'_r x$ si legge " il valore arrotondato ad r decimali di x ".

§ 4. — Interpolazione nella tavola dei quadrati.

Si ha l'identità:

1. $a, b \in Q \,.\, a < b \,.\, x \in a^{\frown} b \,.\supset.$
$x^2 = a^2 + (x-a) \times (b^2 - a^2)/(b-a) - (x-a)(b-x).$

" Date due quantità a e b, la prima minore della seconda, e se x è un valore compreso fra a e b, allora il quadrato di x

(6) V. Vesin, *Proprietà del prodotto graduale*, " R. Accad. dei Lincei ", 6 gennaio 1918.

è eguale al valore che si ottiene interpolando il quadrato fra a e b, meno $(x-a)(b-x)$, che è il resto dell'interpolazione „.

E siccome $0 < (x-a)(b-x) \leq (b-a)^2/4$, si ha:

2. Nell'ipotesi precedente $.\supset.$

$$x^2 \in a^2 + (x-a)\times(b^2-a^2)/(b-a) - (1-\theta_0)(b-a)^2/4.$$

Qui $1-\theta_0 = 0 \dashv 1$, cioè frazione propria, compreso 1, valore che assume questa espressione per $x = (a+b)/2$.

Per applicare questa formula al calcolo pratico, suppongo che la quantità numerica x, di cui si vuole il quadrato, sia compresa fra 1 e 10, caso cui ci possiamo sempre ridurre, moltiplicando, se occorre, per una potenza positiva o negativa di 10.

Sia $v = V_2 x$ il valore con 2 decimali di x, e $z = M_2 x$ la mantissa rimanente. Nella tavola UTET leggo v^2, e la differenza tabulare $\Delta = (v+X^{-2})^2 - v^2 = 2vX^{-2} + X^{-4}$. La formula 2, in cui al posto di a e b leggo v e $v+X^{-2}$, diventa:

$$x^2 \in v^2 + \Delta\times X^2 z - (1-\theta_0)X^{-4}/4.$$

Sostituisco il prodotto trascendente $\Delta\times X^2 z$ col prodotto di grado 6:

$$\Delta\times X^2 z \in \Delta\times_6 X^2 z + \theta_0 X^{-6}\Sigma \text{ cifre } \Delta.$$

Ora Δ varia da 0·0201 per $v=1{\cdot}00$, a 0·1999 per $v=9{\cdot}99$; la massima somma delle cifre è 28. Conchiudo:

$$x^2 \in v^2 + \Delta\times_6 X^2 z + [(-25)\vdash 28]X^{-6}.$$

Prendo il valore con 4 decimali, ed ho:

$$V_4 x^2 \in v^2 + V_4[\Delta\times_6 X^2 z] \pm (0\cdots 1)X^{-4}.$$

La proposizione completa si può scrivere:

3. $$x \in 1{\frown}X .\supset. V_4(x^2) \in (V_2 x)^2 + V_4\{[(V_2 x + X^{-2})^2 - V_2 x)^2]\times_6 X^2 M_2 x\} \pm (0\cdots 1)X^{-4},$$

e anche:

4. $$x \in 1{\frown}X .\supset. V_4(x^2) \in V_4\{(V_2 x)^2 + [(V_2 x + X^{-2})^2 - (V_2 x)^2]\times_6 X^2 M_2 x - 25X^{-6}\} + (0\cdots 1)X^{-4}.$$

Esempio. — Calcolo di π^2, ove $\pi = 3{\cdot}141592...$
Dalla tavola ho:

$$
\begin{aligned}
3{\cdot}14^2 &= 9{\cdot}8596\,, \qquad \Delta = 0{\cdot}0629 \\
\Delta\times 0{\cdot}1 &= \quad 629 \\
\Delta\times 0{\cdot}05 &= \quad 3145 \\
(V_3\Delta)\times 0{\cdot}009 &= \quad 558 \\
(V_2\Delta)\times 0{\cdot}0002 &= \quad \underline{\ \ 12} \\
v^2 + \Delta\times_6(X^2x) &= 9{\cdot}869605.
\end{aligned}
$$

Conchiudo colla regola 3:

$$V_4(\pi^2) \,\epsilon\, 9{\cdot}8696 \pm (0\cdots 1)X^{-4},$$

e colla 4:

$$V_4(\pi^2) \,\epsilon\, 9{\cdot}8695 + (0\cdots 1)X^{-4}.$$

Continuando il calcolo, si ha $V_4(\pi^2) = 9{\cdot}8696$.
Volendo maggiore approssimazione, osservo che:

$$x \,\epsilon\, 1^{-}X \,.\!\supset.\, x\times_4 x = (V_2 x)^2 + 2\times T_0 x\times T_3 x + \\ + 2(T_0 x\times T_4 x + T_1 x\times T_3 x),$$

ossia se a $(V_2x)^2$, che leggo nella tavola, aggiungo i termini scritti, si ottiene il prodotto di grado 4 di x per x; e così si possono determinare i successivi prodotti graduali con regole note, e giudicare del resto.

§ 5. — Interpolazione nella tavola dei cubi.

Si ha l'identità:

1. $$a, b \,\epsilon\, Q \,.\, a < b \,.\, x \,\epsilon\, a^{-}b \,.\!\supset. \\ x^3 = a^3 + (x-a)\times(b^3-a^3)/(b-a) - (x-a)(b-x)(a+b+x),$$

che esprime il cubo di x mediante la formula d'interpolazione pei cubi di a e di b, e un resto.

Osservo che $0 < (x-a)(b-x) \leqq (b-a)^2/4$, e $3a < a+b+x < 3b$; onde:

2. Nell'ipotesi precedente $.\!\supset.$
$$x^3 \,\epsilon\, a^3 + (x-a)\times(b^3-a^3)/(b-a) - \theta(b-a)^2(a^{-}b)\times 3/4.$$

Per applicare questa formula al calcolo pratico, suppongo che la quantità x, che si deve elevare a cubo, sia compresa fra 1 e 10; caso cui possiamo sempre ridurci. Posto $v = \mathrm{V}_2 x$, e $z = \mathrm{M}_2 x$, nella tavola UTET leggo v^3, e la differenza tabulare $\Delta = (v + \mathrm{X}^{-2})^3 - v^3$. La formula 2, in cui al posto di a e b leggo v e $v + \mathrm{X}^{-2}$, diventa:

$$x^3 \in v^3 + \Delta \times \mathrm{X}^2 z - \theta(v + \theta \mathrm{X}^{-2}) \mathrm{X}^{-4} \times 3/4,$$

e siccome $v \leq 9{\cdot}99$, sarà:

$$x^3 \in v^3 + \Delta \times \mathrm{X}^2 z - \theta \times 0{\cdot}75 \times \mathrm{X}^{-3}.$$

Essendo l'errore $< \mathrm{X}^{-3}$, calcolo il prodotto di grado 5:

$$\Delta \times \mathrm{X}^2 z \in \Delta \times_5 \mathrm{X}^2 z + \theta\, \mathrm{X}^{-5} \Sigma \text{ cifre } \Delta.$$

Ora Δ varia da $0{\cdot}030301$ per $v = 1{\cdot}00$, a $2{\cdot}997001$ per $v = 9{\cdot}99$. La somma delle sue cifre è ≤ 56:

$$\Delta \times \mathrm{X}^2 z \in \Delta \times_5 \mathrm{X}^2 z + \theta \times 0{\cdot}56 \mathrm{X}^{-3}.$$

Conchiudo:

$$x^3 \in v^3 + \Delta \times_5 \mathrm{X}^2 z + (-0{\cdot}75 {}^{-} 0{\cdot}56) \mathrm{X}^{-3},$$

e

$$\mathrm{V}_3 x^3 \in \mathrm{V}_3 [v^3 + \Delta \times_5 \mathrm{X}^2 z] \pm (0 \cdots 1) \mathrm{X}^{-3}.$$

La proposizione completa si può scrivere:

3. $$x \in 1{}^{-}\mathrm{X} \;.\supset.\; \mathrm{V}_3(x^3) \in \mathrm{V}_3 \{ (\mathrm{V}_2 x)^3 + [(\mathrm{V}_2 x + \mathrm{X}^{-2})^3 - (\mathrm{V}_2 x)^3] \times_5 \mathrm{M}(\mathrm{X}^2 x) \} \pm (0 \cdots 1) \mathrm{X}^{-3}.$$

Esempio. — Calcolo di π^3.

Leggo nella tavola:

$$3{\cdot}14^3 = 30{\cdot}959144, \qquad \Delta = 0{\cdot}296731$$

$$\Delta \times_5 0{\cdot}15926 = \left\{ \begin{array}{r} 2967 \\ 1480 \\ 261 \\ 4 \end{array} \right.$$

$$\overline{31{\cdot}00626}$$

Conservo 3 cifre decimali, e conchiudo $V_3 \pi^3 \in 31\cdot006 \pm (0\cdots1)X^{-3}$. Continuando il calcolo si verifica che: $V_3\pi^3 = 31\cdot006$.

La regola seguente dà 5 cifre decimali del cubo d'un numero ridotto ad essere compreso fra 1 e 10:

4. $x \in 1^-X \,.\, v = V_2 x \,.\, z = M_2 x \,.\, d = 3v^2 + (3v)\times_5 z \,.\supset.$
$V_5(x^3) \in V_5(v^3 + d\times_7 z) + (0\cdots1)X^{-5}$.

Esempio. — Calcolo di π^3.

Si ha $v = V_2\pi = 3\cdot14$, e $z = M_2\pi = 0\cdot00159265...$

$$\text{Sarà } 3v = 9\cdot42\,;\ (3v)\times_5 z = \left\{\begin{array}{r} 0\cdot00942 \\ 470 \\ 81 \\ \hline 0\cdot01493 \end{array}\right.$$

Leggo v^2 nella tavola, e calcolo: $3v^2 = 29\cdot5788$

$$d = 3v^2 + (3v)\times_5 z = 29\cdot59373.$$

$$\begin{array}{lr}
V_4\ d\times 0\cdot001 = & 0\cdot0295937 \\
V_3\ d\times 0\cdot0005 = & 147965 \\
V_2\ d\times 0\cdot00009 = & 26631 \\
V_1\ d\times 0\cdot000002 = & 590 \\
V_0\ d\times 0\cdot0000006 = & 174 \\
V_{-1} d\times 0\cdot00000005 = & 10 \\
\hline
d\times_7 z = & 0\cdot0471307
\end{array}$$

Leggo nella tavola $v^3 = 30\cdot959144$

$$v^3 + d\times_7 z = 31\cdot00627\,..$$

Ne prendo 5 cifre decimali: $V_5\pi^3 \in 31\cdot00627 + (0\cdots1)X^{-5}$.

Continuando il calcolo, si verifica che la 5ª cifra decimale è proprio 7, ossia la correzione X^{-5} non si presenta in questo caso.

Volendo un maggior numero di cifre decimali, applico la regola:

5. $x \in 1^-X \,.\, v = V_2 x \,.\, z = M_2 x \,.\, r \in 1\cdots50 \,.\supset.$
$V_{r+3}(x^3) \in V_{r+3}\{v^3 + [3v^2 + (3v+z)\times_{r+4} z]\times_{r+5} z\} + (0\cdots1)X^{-r-3}$.

* Se x è una quantità compresa fra 1 e 10, detto v il suo valore con 2 decimali, e z la parte rimanente, se r è un numero fra 1 e 50, si ha il valore con $r+3$ cifre di x^3, colla

regola seguente. Calcolo $v^3 + [3v^2 + (3v+z) \times_{r+4} z] \times_{r+6} z$. Questa espressione, se in vece dei prodotti graduali immagino i prodotti ordinarii vale x^3. Cancello le ultime tre cifre, cioè prendo $r+3$ cifre di quella espressione. Tutte le cifre rimanenti saranno giuste, salvo l'ultima che forse si deve aumentare di una unità „.

Questa regola permette di determinare fino a 53 cifre decimali del cubo.

§ 6. — Radice quadrata.

Tutti i manuali degli ingegneri, già citati (1), dànno le radici quadrate e le cubiche dei numeri da 1 a 1000 con 4 cifre decimali. L'ultima è arrotondata. Quindi in pratica quell'approssimazione è ritenuta sufficiente.

Vogliamo stimare il resto nell'interpolazione di questa tavola.

Dalla formula 1 del § 4, in cui al posto di a, b, x, leggo $\sqrt{a}$, $\sqrt{b}$, $\sqrt{x}$, si ottiene, dopo alcune trasformazioni:

1. $a, b \in \mathrm{Q} \,.\, a < b \,.\, x \in a \,\bar{}\, b \,.\supset.\, \sqrt{x} = \sqrt{a} + (x-a)(\sqrt{b} - \sqrt{a})/(b-a) + (\sqrt{x} - \sqrt{a})(\sqrt{b} - \sqrt{x})(\sqrt{b} - \sqrt{a})/(b-a)$

e dalla formula 2 dello stesso §, ovvero da questa:

2. Nelle ipotesi precedenti $.\supset.$
$$\sqrt{x} \in \sqrt{a} + (x-a)(\sqrt{b} - \sqrt{a})/(b-a) + (1-\theta_0)(\sqrt{b} - \sqrt{a})^3/[4(b-a)].$$

Se per a pongo un numero intero v, per b il numero $v+1$, e $x = v+z$, ove $z \in \theta$, ottengo:

3. $v \in \mathrm{N} \,.\, z \in \theta \,.\supset.\, \sqrt{(v+z)} \in \sqrt{v} + z \times (\sqrt{(v+1)} - \sqrt{v}) + (1-\theta_0)(\sqrt{(v+1)} - \sqrt{v})^3/4.$

E siccome $\sqrt{(v+1)} - \sqrt{v} = 1/[\sqrt{v} + \sqrt{(v+1)}] < 1/(2\sqrt{v})$, si ha pure:

4. $v \in \mathrm{N} \,.\, z \in \theta \,.\supset.\, \sqrt{(v+z)} \in \sqrt{v} + z \times (\sqrt{(v+1)} - \sqrt{v}) + \theta/(32 v \sqrt{v}).$

Così risulta espresso $\sqrt{v}$ mediante l'interpolazione, e con un resto $< 1/(32v\sqrt{v})$. Questo resto sarà (7):

$$
\begin{array}{llllll}
 & < & 0{\cdot}01, & 0{\cdot}001, & 0{\cdot}0001, & 0{\cdot}00001,\ldots \\
\text{se} & v \geqq & 3, & 10, & 47, & 214.
\end{array}
$$

Il numero da cui si vuol estrarre la radice quadrata si può supporre compreso fra 10 e 1000; perchè si può sempre ridurre ad essere compreso fra questi limiti colla moltiplicazione o divisione per potenze di 100. Quindi nella tavola UTET e consimili, coll'interpolazione non si avrà oltre la 3ª cifra decimale delle radici.

Inoltre le tavole dànno dei numeri da 1 a 1000 le radici arrotondate alla 4ª decimale, e così si ha un secondo errore.

E un terzo proviene dalla necessità di abbreviare il prodotto trascendente $z \times (\sqrt{(v+1)} - \sqrt{v})$.

L'influenza di tutti questi resti è espressa dalla proposizione:

5. $$v \in 10\cdots1000 \,.\, z \in \theta \,.\supset.\, V_3\sqrt{(v+z)} \in V_3\{V_4\sqrt{v} + [V_4\sqrt{(v+1)} - V_4\sqrt{v}]\times_5 z\} + (0\cdots2)X^{-3}.$$

Servendoci invece delle tavole coi valori arrotondati V′, si ha:

5′. Nell'ipotesi precedente $.\supset.\, V_3\sqrt{(v+z)} \in$
$$V_3\{V'_4\sqrt{v} + [V'_4\sqrt{(v+1)} - V'_4\sqrt{v}]\times_5 z - 5X^{-5}\} + (0\cdots2)X^{-3}.$$

Il radicando, già ridotto ad essere compreso fra 10 e 1000, ove lo si moltiplichi per 4, e si divida la radice per 2, occorrendo più volte, si può ridurre fra limiti più vicini, anzi fra 250 e 1000.

Quindi è utile la seguente regola per ottenere quattro decimali della radice dei numeri fra 100 e 1000, servendoci delle tavole considerate.

6. $$v \in 100\cdots1000 \,.\, z \in \theta \,.\supset.\, V_4\sqrt{(v+z)} \in V_4\{V_4\sqrt{v} + [V_4\sqrt{(v+1)} - V_4\sqrt{v}]\times_6 z\} + (0\cdots2)X^{-4},$$

che si ottiene dalla prop. 5, considerando il prodotto di grado 6

(7) G. Pagliero, *Calcolo infinitesimale, con applicazioni all'attuaria.* Lezioni litografate, anno 1910, p. 166.

in vece di quello di grado 5. Usando in vece una tavola colle radici arrotondate V′, si ha:

6′. Nelle ip. prec. $.\supset.\ V_4\sqrt{(v+z)} \in$
$$V_4\{V'_4\sqrt{v} + [V'_4\sqrt{(v+1)} - V'_4\sqrt{v}]\times_6 z - 50X^{-6}\} + (0\cdots2)X^{-4}.$$

Esempio. — Calcolo di $\sqrt{\pi}$.

Considero 100π. Dalle tavole UTET ho:

$V'_4\sqrt{314} =$	17·7200	Diff. = 0·0282
Diff × 0·1 =	282	
Diff × 0·05 =	1410	
V_3 Diff × 0·009 =	252	
V_2 Diff × 0·0002 =	4	
	17·724486	
Per l'arrotondamento:	— 50	
	17·724436.	

Sopprimo le ultime due cifre, trasporto il punto decimale, e concludo:

$$V_5\sqrt{\pi} \in 1{\cdot}77244 + (0\cdots2)X^{-5}.$$

Continuando il calcolo, si ha che la 5ª cifra di $\sqrt{\pi}$ è 5.

Si può estrarre la radice quadrata coll'interpolazione nella tavola dei quadrati. Se nella formula 2 pongo $a = v^2$, ove v è un intero, $b = (v+1)^2$, e $x = v^2 + z$, ove $z \in \theta[(v+1)^2 - v^2]$, si ottiene:

7. $$v \in N\ .\ z \in \theta[(v+1)^2 - v^2)]\ .\supset.$$
$$\sqrt{(v^2+z)} \in v + z/[(v+1)^2 - v^2] + 0{\cdot}25\,\theta/[(v+1)^2 - v^2].$$

Si farà la divisione di z, e poi di $z + 0{\cdot}25$ per $(v+1)^2 - v^2 = 2v+1$, e si scriveranno le cifre comuni ai due quozienti; esse saranno cifre esatte della radice.

Siccome $(v+1)^2 - v^2 = 2v+1 > 2v$, il resto $(\theta/4)/[(v+1)^2 - v^2]$ si può anche ridurre a $\theta/(8v)$.

Per esempio, calcolo $\sqrt{\pi}$, servendomi delle tavole dei quadrati:

$$10000\pi = 31415{\cdot}92..$$

Leggo nella tavola: $177^2 = 31329$

$$\begin{array}{rr} & 86{\cdot}92 \\ 178^2 - 177^2 = 355;\ \text{questo} \times 0{\cdot}2 = & 71{\cdot}0 \\ \hline & 15{\cdot}92 \\ \text{,,} \quad \times 0{\cdot}04 = & 14{\cdot}20 \\ \hline & 1{\cdot}72. \end{array}$$

Queste cifre sono comuni ai valori per difetto e per eccesso. Per avere il resto per eccesso aggiungo 0·25:

$$\begin{array}{rr} \text{resto per difetto} = & 1{\cdot}72 \\ 355 \times 0{\cdot}004 = & 1{\cdot}420 \\ \hline & {\cdot}300 \end{array} \qquad \begin{array}{rr} \text{resto per eccesso} = & 1{\cdot}97 \\ 355 \times 0{\cdot}005 = & 1{\cdot}775 \\ \hline & {\cdot}190 \end{array}$$

Divido per 100, e conchiudo che $V_5 \sqrt{\pi} = 1{\cdot}77244$, o questo $+ X^{-5}$.

Volendosi un maggior numero di cifre decimali, conviene applicare l'estrazione graduale della radice quadrata, di cui la Prof. Mori-Breda diede recentemente un'esposizione chiara e completa [8].

§ 7. — Radice cubica.

Dalla formula del § 5, ove si legga $\sqrt[3]{a}$, $\sqrt[3]{b}$, $\sqrt[3]{x}$ al posto di a, b, x, si ottiene la formula d'interpolazione per le radici cubiche:

1. $a, b \in Q \,.\, a < b \,.\, x \in a^{\frown} b \,.\supset.\, \sqrt[3]{x} = \sqrt[3]{a} + (x-a)(\sqrt[3]{b} - \sqrt[3]{a})/(b-a) + (\sqrt[3]{x} - \sqrt[3]{a})(\sqrt[3]{b} - \sqrt[3]{x})(\sqrt[3]{b} - \sqrt[3]{a})(\sqrt[3]{a} + \sqrt[3]{b} + \sqrt[3]{x})/(b-a).$

Se al posto di a pongo un intero v, e faccio $b = v+1$, e $x = a + z$, ove $z \in \theta$, si ha:

2. $v \in N \,.\, z \in \theta \,.\supset.\, \sqrt[3]{(v+z)} \in \sqrt[3]{v} + z[\sqrt[3]{(v+1)} - \sqrt[3]{v}] + \theta/(36 v^{5/3}).$

---

(8) E. Mori-Breda, *Estrazione graduale della radice quadrata*, " Atti Accad. Torino ,, 13 gennaio 1918.

Questo resto nell'interpolazione delle tavole delle radici cubiche dei numeri interi da 1 a 1000 sarà:

$$< 0{\cdot}1,\quad 0{\cdot}01,\quad 0{\cdot}001,\quad 0{\cdot}0001,\quad 0{\cdot}00001,\quad 0{\cdot}000001,$$
$$\text{se } v > \quad 1,\quad 2,\quad 8,\quad 30,\quad 117,\quad 464.$$

Il numero, da cui si vuol estrarre la radice cubica, si può ridurre ad essere compreso fra 1 e 1000.

Si può anche ridurre ad essere compreso fra 125 e 1000; perchè, occorrendo, si moltiplica per 8, e si divide la radice per 2.

Ciò fatto, si possono avere coll'interpolazione nella tavola delle radici cubiche quattro cifre decimali, mediante la regola:

3. $$v \in 100 \cdots 999 \,.\, z \in \theta \,.\supset.\, V_4 \sqrt[3]{(v+z)} \in V_4 \{ V_4 \sqrt[3]{v} + [V_4 \sqrt[3]{(v+1)} - V_4 \sqrt[3]{v}] \times_6 z \} + (0 \cdots 2) X^{-4}.$$

Usando invece le tavole dei valori arrotondati $V'_4 \sqrt[3]{v}$, si avrà:

3′. Nell'ipotesi della 3 $.\supset.\, V_4 \sqrt[3]{(v+z)} \in$
$$V_4 \{ V'_4 \sqrt[3]{v} + [V'_4 \sqrt[3]{(v+1)} - V'_4 \sqrt[3]{v}] \times_6 z - 50 X^{-6} \} + (0 \cdots 2) X^{-4}.$$

Per esempio, calcolo $\sqrt[3]{\pi}$. L'interpolazione fra 3 e 4 dà solo 2 cifre decimali. Perciò moltiplico per 64: $\sqrt[3]{\pi} = (\sqrt[3]{(64\pi)})/4$.

$$64\pi = 201{\cdot}061\ldots$$

Nella tavola UTET leggo: $V' \sqrt[3]{201} = 5{\cdot}8578$

Differenza $= 0{\cdot}0097$, questa $\times_6 0{\cdot}061\ldots = \left\{ \begin{array}{r} 582 \\ 9 \end{array} \right.$

$$5{\cdot}858391$$

Per l'arrotondamento $\quad - 50$

$$5{\cdot}858341.$$

Conchiudo: $\quad V_4 \sqrt[3]{(64\pi)} \in 5{\cdot}8483 + (0 \cdots 2) X^{-4}.$

Divido per 4: $\quad V_4 \sqrt[3]{\pi} \in 1{\cdot}4645 + (0 \cdots 1) X^{-4}.$

Il calcolo ulteriore dice che la 4ª decimale è effettivamente 5.

Si può estrarre la radice cubica coll'interpolazione nella tavola dei cubi dei numeri $100 \cdots 1000$. Nella proposizione 1 pongo $a = v^3$, ove v è un intero, $b = v+1$, $x = v^3 + z$, ove $z \in \theta[(v+1)^3 - v]$; e si ottiene:

4. $$v \in N \,.\, z \in \theta[(v+1)^3 - v^3] \,.\supset.\, \sqrt[3]{(v^3+z)} \in v + z/[(v+1)^3 - v^3] + \theta(3v+2)/[4[(v+1)^3 - v^3]].$$

Si farà la divisione di z, e di $z + (3v+2)/4$ per $(v+1)^3 - v^3$; le cifre comuni ai due quozienti saranno cifre esatte della radice.

Il resto $\theta(3v+2)/[4[(v+1)^3 - v^3]]$ si può anche ridurre a $\theta/(4v)$.

Il radicando cubico a sia ridotto ad essere compreso fra 1 e 1000. Per avere 6 cifre decimali di $\sqrt[3]{a}$, la regola classica spinge il calcolo fino alla 18ª cifra decimale. Qui spiego una nuova regola, in cui si spinge il calcolo solo fino alla 7ª cifra decimale. Questa regola si ottiene dalla classica sopprimendo le cifre che seguono la 7ª.

Sia v il valore con 2 cifre decimali della radice $v = V_2 \sqrt[3]{a}$, che leggo nella tavola dei cubi.

Calcolo: $d = 3v^2$, e $r = V_7 a - v^3$.

Il v^2 si legge nella tavola dei quadrati.

Divido r per d, e trovo il primo termine, o termine di grado decimale 3, e sia x.

Calcolo: $d_1 = d + x \times 3v$, e $r_1 = r - x \times V_4 d_1$.

Divido r_1 per d_1, e trovo il termine y di grado 4; calcolo: $d_2 = d_1 + x \times 3v + y \times V_1(3v)$, e $r_2 = r_1 - y \times V_3 d_2$,

Divido r_2 per d_2, e trovo il termine z di grado 5; e poi quello t di grado 6:

$$r_3 = r_2 - z \times V_2 d_2 \,.$$
$$r_4 = r_3 - t \times V_1 d_2 \,.$$

Se $v \geqq 1{\cdot}30$, risulta:

$$V_6 \sqrt[3]{a} \in v + x + y + z + t - (0 \cdots 1) X^{-6}.$$

La regola classica calcola v, d, r come sopra; poi $d_1 = d + x \times 3v + x^2$, $r_1 = r - x \times d_1$, $d_2 = d_1 + x \times 3v + 2x^2 + y \times (3v + 3x) + y^2$, ecc. Questa regola trovasi, con varianti di forma, in Bertrand, e negli attuali trattati d'Aritmetica di Amodeo, Burali, Castellano, Catania, Gaeta, Ingrami, Lomonaco, Moreno, ecc., ma non in tutti.

Pongo $u = x + y + z + t$. La regola si esprime in simboli così:

5. $a \in 3^{-}X^{3} . v = V_2 \sqrt[3]{a} . u = \max[0 \cdots (X^4 - 1)]X^{-6} \frown u \ni [a \geq v^3 +$
$(3v^2 + 3v T_3 u) \times_7 T_3 u + (3v^2 + 6v T_3 u +$
$3v \times_5 T_4 u) \times_7 (T_4 u + T_5 u + T_6 u)] . \supset .$
$V_6 \sqrt[3]{a} \in v + u - (0 \cdots 1) X^{-1}.$

" Se a è una quantità con 1, o 2, o 3 cifre intere, e maggiore di 3, leggo nella tavola dei cubi il valore v con 2 decimali di $\sqrt[3]{a}$; poi determino la massima frazione decimale u di ordine 6, e minore di X^{-2}, tale che a sia maggiore dell'espressione scritta; allora il valore cen 6 decimali di $\sqrt[3]{a}$ vale $v + u$, diminuito forse di una unità dell'ultimo ordine decimale ".

La scrittura simbolica contiene ancora il simbolo aritmetico max=massimo, e i simboli di logica $\frown$ e $\ni$, che rappresentano rispettivamente la congiunzione logica, e l'operazione inversa della $\in$, e che qui corrispondono alle parole con cui quella proposizione fu tradotta.

Esempio. — Calcolo di $\sqrt[3]{\pi}$. Dalla tavola dei cubi ricavo $v = \mathbf{1{\cdot}46}$; leggo v^2 nella tavola, calcolo $3v^2$, e $3v = 4{\cdot}38$, e dispongo il calcolo come segue:

		$V_7 \pi =$	3·1415926
$d = 3v^2 =$	6·3948	$v^3 =$	3·112136
$x = \mathbf{4}X^{-3}; x \times 3v =$	1752	$r =$	294566
$d_1 =$	6·41232	$x \times V_4 d_1 =$	256492
$y = \mathbf{5}X^{-4}; x \times 3v =$	1752	$r_1 =$	38074
$y \times V_1(3v) =$	215		
$d_2 =$	6·43199	$y \times V_3 d_2 =$	32155
		$r_2 =$	5919
$z = \mathbf{9}X^{-5}$		$z \times V_2 d_2 =$	5787
		$r_3 =$	132
$t = \mathbf{2}X^{-6}$		$t \times V_1 d_2 =$	128
			4

Conchiudo: $V_6 \sqrt[3]{\pi} \in 1{\cdot}464592 - (0 \cdots 1) X^{-6}$.

Si è supposto $a > 3$. Se a fosse compreso fra 1 e 3, moltiplicandolo per 8 e dividendo la radice per 2 ci riduciamo al caso precedente. Se si applica la regola anche se a è compreso fra 1 e 2, in qualche raro caso (il cui numero però è infinito), la differenza può anche essere di 2 unità del 6° ordine, ma non di più.

§ 8. — Tabella dei reciproci.

Le tavole moderne del tipo considerato dànno tutte i valori di $1000/n$, ove n varia da 1 a 1000, con 5 decimali; quindi nella tavola si possono leggere i valori di $1/n$ con 8 decimali. Questi valori sono esatti, se n è un divisore di 10^8; altrimenti la tavola UTET dà i valori arrotondati.

La regola per l'interpolazione è:

1. $$v \in N \,.\, z \in \theta \,.\supset.\, 1/(v+z) = 1/v - z(1/v - 1/(v+1)) - z(1-z)/[v(v+1)(v+z)]$$

da cui si ricava:

2. $$\text{Ip. precedente} \,.\supset.\, 1/(v+z) \in 1/v - z(1/v - 1/(v+1)) - \theta/(4v^3).$$

Il resto $\theta/(4v^3)$ sarà minore di

	X^{-3},	X^{-4},	X^{-5},	X^{-6},	X^{-7},	X^{-8},
se	$v > 7$,	14,	30,	63,	136,	293.

Nelle tavole considerate si può sempre supporre v compreso fra 100 e 1000, quindi coll'interpolazione si hanno solo 6 cifre decimali in $1/n$, e 3 cifre decimali in $1000/n$.

§ 9. — Resto nelle formule d'interpolazione.

Se fx è una funzione reale definita nell'intervallo $a \dashv b$, ove $a < b$, avente ivi derivata seconda, e se $x \in a \dashv b$, si ha:

$$fx = fa + (x-a) \times (fb - fa)/(b-a) - (x-a)(b-x)(D^2 fz)/2,$$

ove z è un conveniente valore compreso fra a e b. Questo teorema si trova in Cauchy, anno 1840; la dimostrazione si è

successivamente semplificata per opera di GENOCCHI, SCHWARZ, STJELTJES. Vedasi p. e. il mio " Formulario ", edizione V del 1908, pag. 297 e 307.

Il resto si può pure esprimere con un integrale definito, applicando la regola da me data pel resto nelle formule di quadratura, ed in generale nelle funzioni di primo grado di una funzione (9).

Nel nostro caso si ha:

$$\begin{vmatrix} fx & x & 1 \\ fb & b & 1 \\ fa & a & 1 \end{vmatrix} = \int_{-\infty}^{+\infty} \begin{vmatrix} (x-z)\varphi(x-z) & x & 1 \\ (b-z)\varphi(b-z) & b & 1 \\ (a-z)\varphi(a-z) & a & 1 \end{vmatrix} (D^2 fz)\, dz,$$

ove φz è quella funzione di z tale che, per $z > 0$, $\varphi z = 1$, per $z < 0$, si ha $\varphi z = 0$, e $\varphi 0 = 1/2$, o altro valore.

Questa formula si può pure stabilire direttamente (10) (11).

§ 10. — Logaritmi.

Se a è una quantità positiva, si chiama " ordine di a " il massimo numero intero, positivo o nullo o negativo, x tale che $10^x \leqq a$.

L'ordine di a è anche il numero delle cifre di a che precedono quella delle unità; ove questa frase sia convenientemente intesa.

Log$a$ indica il logaritmo decimale di a. Allora l'eguaglianza:

$$\text{Log}\, 5 = 0{\cdot}6989700...$$

significa che l'ordine di 5 è 0; che l'ordine di $5^{10} = 9765625$ è 6, ossia che 6 cifre precedono quella delle unità; che l'ordine di 5^{100} è 69, ossia esso ha in tutto 70 cifre, e così via.

---

(9) *Resto nelle formule di quadratura espresso con un integrale definito*, " Rendiconti Acc. Lincei ", 4 maggio 1913.

(10) P. QUARRA, *Resto in alcune formule di quadratura*, " Atti Acc. Torino ", 30 gennaio 1913.

(11) F. CANTELLI, *Resti nelle formule di quadratura*, " Atti Acc. Torino ", 28 novembre 1915.

Questa è una definizione semplice ed elementare dei logaritmi decimali. La dott. FRISONE ne dedusse le proprietà dei logaritmi, e un nuovo metodo per calcolarli direttamente ([12]).

Ciò è vero prendendo i logaritmi abbreviati, $V_r \mathrm{Log} a$. Se si considerano i logaritmi arrotondati, $V'_r \mathrm{Log} a$, non è più vero che la sua parte intera, o caratteristica, sia l'ordine di a.

Così l'ordine di 9999999 è 6, ma la parte intera del suo logaritmo a 7 decimali arrotondato è 7.

$$a, b \in Q \,.\, r \in N \,.\supset.\, V_r \mathrm{Log}(a \times b) \in V_r \mathrm{Log} a + V_r \mathrm{Log} b + (0 \cdots 1) X^{-r}.$$

" Il logaritmo abbreviato di un prodotto vale la somma dei logaritmi dei fattori, aumentata forse di un'unità dell'ultimo ordine ".

$$a, b \in Q \,.\, r \in N \,.\supset.\, V'_r \mathrm{Log}(a \times b) \in V'_r \mathrm{Log} a + V'_r \mathrm{Log} b \pm (0 \cdots 1) X^{-r}.$$

" Il logaritmo arrotondato di un prodotto vale la somma dei logaritmi dei fattori, o questa somma più un'unità dell'ultimo ordine, o questa somma diminuita di un'unità dell'ultimo ordine ". Cioè il logaritmo arrotondato ha tre valori, mentre l'abbreviato ne ha soli due ([13]).

BABBAGE, nella *Table of Logarithms*, pubblicata nel 1827, notò con un segno se l'ultima cifra sia stata aumentata nell'arrotondamento; e questa indicazione si trova in alcune tavole posteriori. Così il lettore può a suo piacere usare i valori abbreviati dei logaritmi, i quali valori abbreviati sono assoggettati a regole di calcolo note e semplici; ovvero può usare i valori arrotondati. E può nella tavola a 7 decimali leggere i logaritmi con 6 o con 5 cifre decimali.

Il resto dell'interpolazione dei logaritmi si ottiene dalla formula del § 9 ponendo $fx = \mathrm{Log}\, x$:

$$1. \quad v \in N \,.\, z \in \theta \,.\supset.\, \mathrm{Log}(v+z) \in \mathrm{Log} v + z[\mathrm{Log}(v+1) - \mathrm{Log} v] + z(1-z)(\mathrm{Log}\, e) / [2(v+\theta)^2].$$

([12]) R. FRISONE, *Una teoria semplice dei logaritmi*, " Atti R. Acc. delle Scienze di Torino ", 13 maggio 1917.

([13]) G. PAGLIERO, *Come si usano i logaritmi*, Paravia, 1917, p. 47.

Questo resto si può anche ridurre a $\theta(\mathrm{Log}\, e)/(8v^2)$. Esso sarà minore di

	X^{-2},	X^{-3},	X^{-4},	X^{-5},	X^{-6},	X^{-7},	X^{-8},	X^{-9},
se $v > 3$,		8,	24,	74,	233,	737,	2330,	7368.

In conseguenza i tipi di tavole che, con data ampiezza, permettono coll'interpolazione di determinare il massimo numero di cifre decimali, ovvero, che dato il numero delle cifre decimali, hanno volume minimo, sono:

1° Le tavole a 3 decimali dei numeri da 10 a 100. Stanno su d'una cartolina postale, e sono molto utili per spiegare la teoria dei logaritmi.

2° Le tavole a 5 decimali dei numeri da 100 a 1000; sono tali le tavole del manuale UTET, e consimili. Si possono stampare su due pagine ordinarie.

3° Le tavole a 7 decimali dei numeri da 1000 a 10000; sono quelle di Lalande, ecc.

4° Le tavole a 9 decimali dei numeri da 10^4 a 10^5; in pratica esistono quelle a 10 decimali del Vega, le quali esigono l'interpolazione di secondo grado, cioè due tabelle di differenze. Le tavole a 7 decimali dei numeri da 10^4 a 15^5 hanno su quelle a 7 decimali da 10^3 a 10^4 il vantaggio di diminuire il lavoro dell'interpolazione.

Le tavole a 7 decimali dei numeri da 100 a 1000 hanno le dimensioni del tipo 2, ma esigono l'interpolazione di secondo grado. Sono tali quelle ora pubblicate dagli Ing. Carlo e Pietro CAMINATI ([14]); il termine di secondo grado vi è chiamato *correzione*.

Oltre al resto nell'interpolazione, c'è il resto proveniente dall'aver abbreviato o arrotondato il logaritmo; e quello proveniente dalla necessità di abbreviare la moltiplicazione trascendente di z per la differenza tabulare.

Tutti questi resti sono compendiati nella regola:

2. $$v \in 100 \cdots 999 \,.\, z \in \theta \,.\supset.\, V_5 \mathrm{Log}(v+z) \in V_5 \{ V_5 \mathrm{Log}\, v + [V_5 \mathrm{Log}(v+1) - V_5 \mathrm{Log}\, v] \times_7 z \} + (0 \cdots 2) X^{-6}.$$

([14]) *Nuovo Manuale Italiano Logaritmico-Trigonometrico*, Piacenza, 1918.

" Se v è un numero intero compreso fra 100 e 999, e se z è una frazione propria, allora il valore con 5 decimali di $\mathrm{Log}(v+z)$ è eguale al valore corrispondente del logaritmo di v, più il prodotto di grado 7 della differenza tabulare per z, da cui sopprimo le ultime 2 cifre decimali; più ancora o 0, o 1, o 2 unità del 5° ordine decimale ".

Usando invece i logaritmi arrotondati $\mathrm{V'Log}$, si ha:

2'. Ipotesi della 2 $.\supset. \mathrm{V}_5\mathrm{Log}(v+z) \in$
$\mathrm{V}_5 \{ \mathrm{V}'_5\mathrm{Log}\, v + [\mathrm{V}'_5\mathrm{Log}(v+1) - \mathrm{V}'_5\mathrm{Log}\, v] \times_7 z - 50\mathrm{X}^{-7} \} + (0\cdots 2)\mathrm{X}^{-5}$.

Questa proposizione si può anche scrivere:

2''. Idem $.\supset. \mathrm{V}_5\mathrm{Log}(v+z) \in$
$\mathrm{V}'_5 \{ \mathrm{V}'_5\mathrm{Log}\, v + [\mathrm{V}'_5\mathrm{Log}(v+1) - \mathrm{V}'_5\mathrm{Log}\, v] \times_7 z \} \pm (0\cdots 1)\mathrm{X}^{-5}$.

I casi in cui la cifra 5ª del logaritmo è eguale alla cifra 5ª del valore ottenuto colle tavole a 5 decimali, abbreviati o arrotondati, colla regola indicata, ovvero è eguale a questa cifra $+1$, sono frequenti.

Molto rari, benchè in numero infinito, sono quelli in cui quella differenza è 2; bisogna cercarli in modo da rendere grandi i tre resti.

Esempio. Vuolsi $\mathrm{Log}\, 105{\cdot}4$. Si ha: $\mathrm{V}_5\mathrm{Log}\, 105 = 2{\cdot}02118$

$\Delta = \mathrm{V}_5\mathrm{Log}\, 106 - \mathrm{V}_5\mathrm{Log}\, 105 = 412\mathrm{X}^{-}$ $\quad \Delta \times 0{\cdot}4 = 1648$

$2{\cdot}022828$.

Prendo il valore con 5 decimali; risulta dalla regola:

$$\mathrm{V}_5\mathrm{Log}\, 105{\cdot}4 \in 2{\cdot}02282 + (0\cdots 2)\mathrm{X}^{-5}.$$

La 5ª cifra decimale è effettivamente 4, e non 2.

Quanto precede è applicabile a tutte le tavole di logaritmi dei tipi indicati dopo la prop. 1 di questo §. Però trattandosi di logaritmi a 7 decimali dei numeri da 10^4 a 10^5, non ho potuto trovare un caso in cui la differenza nell'ultima cifra decimale fra il valore vero e il valore dato dall'interpolazione sia $2\mathrm{X}^{-7}$.

Perciò l'affermazione che si trova in tanti libri che " nelle tavole a 7 decimali dei numeri da 10000 a 100000 l'incremento del logaritmo è *sensibilmente* proporzionale a quello del numero ", forse significa " l'errore in questa proporzionalità è nullo ".

Nella ricerca inversa della relazione $x = \mathrm{Log}\, a$, in cui è dato x, e si cerca $a = \mathrm{X}^x$, uso le tavole dei valori abbreviati dei logaritmi a 5 decimali dei numeri da 100 a 1000. Perciò il numero x avrà per parte intera 2, ed avrà 5 cifre decimali.

La regola pratica dice di leggere nella tavola il massimo numero intero fra 100 e 999 tale che $\mathrm{V}_5 \mathrm{Log}\, v \leq x$; calcolo $\Delta = \mathrm{V}_5 \mathrm{Log}(v+1) - \mathrm{V}_5 \mathrm{Log}\, v$, e divido $x - \mathrm{V}_5 \mathrm{Log}\, v$ per la differenza tabulare Δ, spingendo il calcolo a due decimali; sia z questo quoziente:

$$z = \mathrm{X}^{-2} \}[\mathrm{X}^7 (x - \mathrm{V}_5 \mathrm{Log}\, v)]/_0 (\mathrm{X}^5 \Delta) \{ .$$

La scrittura $b/_0 a$, che qui comparisce, ove a e b sono numeri naturali, indica il quoziente di b per a; caso particolare del rapporto graduale di due quantità numeriche.

Ora $\mathrm{V}_2(\mathrm{X}^x)$, cioè il valore con 2 decimali del numero il cui logaritmo è x, sarà $= v + z$, diminuito forse di 1, o di 2, o di 3 centesimi. In simboli:

3. $x \in 2 + \mathrm{X}^{-5}[0 \cdots (\mathrm{X}^5 - 1)] \,.\, v \in 100 \cdots 999 \,.\, \mathrm{V}_5 \mathrm{Log}\, v \leq x <$
$\mathrm{V}_5 \mathrm{Log}(v+1) \,.\, \Delta = \mathrm{V}_5 \mathrm{Log}(v+1) - \mathrm{V}_5 \mathrm{Log}\, v \,.$
$z = \mathrm{X}^{-2} \}[\mathrm{X}^7 (x - \mathrm{V}_5 \mathrm{Log}\, v)]/_0 (\mathrm{X}^5 \Delta) \{ \,.\supset.$
$\mathrm{V}_2(\mathrm{X}^x) \in v + z - (0 \cdots 3)\mathrm{X}^{-2}.$

Per esempio X alla potenza 2·99825, colla regola comune dell'interpolazione, $= 996{\cdot}00$; mentre il suo valore con 2 decimali è 995·97; la differenza è precisamente $3\mathrm{X}^{-2}$.

Per brevità, sono soppresse qui le dimostrazioni delle proposizioni dal § 5 prop. 4 in poi.

Le proposizioni precedenti, in cui manca ogni indicazione bibliografica, non si trovano nei libri da me consultati.

Debbo grazie ai colleghi delle " Conferenze Matematiche Torinesi ", e specialmente alla prof. Luisa Viriglio, per l'idea di questo Studio, e per la verifica dei calcoli.

Generalizzazione della trasformazione di Combescure per le curve

Nota di MATTEO BOTTASSO

Il BIANCHI [1] ha chiamato *trasformazione di* COMBESCURE una corrispondenza fra i punti di due curve tale che le tangenti in due punti corrispondenti risultino sempre parallele. Ne segue allora che le tre direzioni principali in un punto di una delle dette curve sono rispettivamente parallele alle tre direzioni principali corrispondenti nel punto corrispondente dell'altra curva. Per cui, data una linea P, per avere la più generale sua trasformata di COMBESCURE basta considerare lo spigolo di regresso della sviluppabile inviluppata dagli ∞^1 piani, che si ottengono conducendo ad ogni piano osculatore π, in P, alla linea data, un piano parallelo ad una distanza arbitraria x, variabile con continuità al variare di P.

Consideriamo ora un piano π, variabile col punto P della linea data, la cui giacitura sia invariabilmente legata col triedro principale in P della linea stessa e la cui distanza x da P sia funzione continua arbitraria di questo punto.

Lo spigolo di regresso Q della sviluppabile inviluppata da tale sistema ∞^1 di piani può chiamarsi " *una trasformata della linea data* P *rispetto alla giacitura data ed alla distanza* x ".

La trasformazione così definita, comprende, in particolare per π avente la giacitura del piano osculatore in P, la trasformazione, secondo il BIANCHI, di COMBESCURE.

In questa Nota studio appunto tale trasformazione generale, valendomi tanto del calcolo vettoriale ordinario (con i due

[1] L. BIANCHI, *Lezioni di Geometria differenziale*, 2ª ediz., vol. I (Pisa, E. Spoerri, 1902), pag. 40 e seg.

prodotti $\times$, $\wedge$) quanto delle formazioni geometriche del PEANO. Qui come in altri casi ([2]) l'uso contemporaneo dei due algoritmi conduce in modo più rapido e semplice a stabilire delle proprietà piuttosto complesse.

Così, dopo le premesse dei n[i] 1 e 2, ho trovato l'espressione del punto Q in funzione del punto P (e degli elementi $s, \boldsymbol{t}, \boldsymbol{n}, \boldsymbol{b}, \rho, \tau \ldots$, della linea P), della distanza x e d'un vettore unitario $\boldsymbol{u}$ (e delle sue prime derivate) normale al piano π, e quindi invariabilmente legato al triedro principale in P. Similmente, giovandomi d'una mia Nota sugli inviluppi ([3]), ho espresso nel n° 6 il rapporto $f = ds_1/ds$ dell'elemento d'arco della linea Q al corrispondente elemento della linea P, ed il prodotto di tale rapporto per ciascuna delle due curvature della linea Q, come estensione delle proprietà essenziali della trasformazione di COMBESCURE.

Ho espresso pure nel n° 4 il punto Q con gli elementi della linea P ed il solo vettore $\boldsymbol{u}$ (senza $\boldsymbol{u}'$, $\boldsymbol{u}''$), considerando inoltre il caso di $x = 0$ (linea R), dal quale si passa al caso generale con una semplice trasformazione di COMBESCURE.

Se, invece di x, è dato f in funzione di P, la linea Q risulta determinata a meno d'una traslazione ed il punto Q può esprimersi sotto forma d'un integrale definito con un limite variabile (n° 7).

Ho infine espresso la terna principale $\boldsymbol{t}_1, \boldsymbol{n}_1, \boldsymbol{b}_1$ della linea Q, della quale (in generale) la sola binormale $\boldsymbol{b}_1 = \pm \boldsymbol{u}$ è rigidamente legata a $\boldsymbol{t}, \boldsymbol{n}, \boldsymbol{b}$ ([4]).

Negli ultimi numeri (9 a 13) ho considerato i casi in cui $\boldsymbol{u}$ coincida successivamente con $\boldsymbol{t}, \boldsymbol{n}, \boldsymbol{b}$, ovvero quando la linea è piana, od è un'elica cilindrica.

([2]) C. BURALI-FORTI, *Sopra alcune superficie rigate dipendenti dalle indicatrici sferiche di una curva gobba* (" Rend. R. Acc. Lincei ", vol. XXIII, serie 5ª, 2° sem., 1914).

([3]) *Le curvature negli inviluppi...* (" Atti R. Ist. Veneto ", t. LXXII, Parte 2ª, 1912-13).

([4]) I risultati indicati possono pure dedursi dalla soluzione del problema sulla determinazione degli elementi d'una linea della quale è assegnata la binormale ($\boldsymbol{b}_1 = \boldsymbol{u}$). Per questo ed altri problemi analoghi V. in questo stesso Volume di Atti C. BURALI-FORTI, *Linea in ogni cui punto...*

1. — Della linea luogo del punto variabile P indichiamo con s l'arco (contato da un punto scelto ad arbitrio sulla linea); ρ, τ i raggi di flessione e torsione; $\boldsymbol{t}, \boldsymbol{n}, \boldsymbol{b}$ i soliti tre vettori unitari (a due a due ortogonali) paralleli rispettivamente alla tangente, alla normale principale ed alla binormale in P, e formanti un sistema ortogonale destro.

Indicando sempre con gli apici le derivate rispetto ad s, si ponga:

$$(1) \qquad \boldsymbol{f} = \rho^{-1}.\boldsymbol{b} - \tau^{-1}.\boldsymbol{t} = \boldsymbol{n} \wedge \boldsymbol{n}', \qquad \delta = \rho\tau' - \tau\rho',$$

da cui

$$(2) \qquad \boldsymbol{f}' = -\rho'\rho^{-2}.\boldsymbol{b} + \tau'\tau^{-2}.\boldsymbol{t}, \qquad \boldsymbol{f} \wedge \boldsymbol{f}' = \delta\,(\rho\tau)^{-2}.\boldsymbol{n}.$$

Le formule di Frenet assumono allora la forma semplice [Burali-Forti, loc. cit. ([2])]:

$$(3) \qquad \boldsymbol{t}' = \boldsymbol{f} \wedge \boldsymbol{t}, \qquad \boldsymbol{n}' = \boldsymbol{f} \wedge \boldsymbol{n}, \qquad \boldsymbol{b}' = \boldsymbol{f} \wedge \boldsymbol{b};$$

e quindi, se $\boldsymbol{u}$ è un vettore unitario invariabilmente collegato a $\boldsymbol{t}, \boldsymbol{n}, \boldsymbol{b}$ (tale cioè che $\boldsymbol{u} \times \boldsymbol{t}$, $\boldsymbol{u} \times \boldsymbol{n}$, $\boldsymbol{u} \times \boldsymbol{b}$ sono costanti), si ha in generale:

$$(4) \qquad \boldsymbol{u}' = \boldsymbol{f} \wedge \boldsymbol{u}.$$

In altri termini, la retta $P\boldsymbol{f}$ è l'asse (istantaneo) della rotazione atta a portare a coincidere il triedro fondamentale di vertice P con quello successivo ad esso di vertice $P + dP$, e $(ds/dt)\boldsymbol{f}$ è il vettore della velocità angolare che definisce il detto stato cinetico di rotazione ([5]). Perciò la retta $P\boldsymbol{f}$ è generatrice della rettificante della linea P.

2. — Per ciò che segue occorre specialmente tener presenti le formule del calcolo geometrico che ora riportiamo ([6]).

([5]) V. p. es. P. Burgatti, *Lezioni di Meccanica razionale* (Bologna, Zanichelli, 1916), pag. 72 (7); oppure R. Marcolongo, *Meccanica razionale*, I (2ª ediz., Hoepli, 1917), pag. 121.

([6]) Vedi C. Burali-Forti, *Corso di Geometria Analitico-Proiettiva* (Torino, G. B. Petrini, 1912), Cap. I e Cap. IV, § 1; od anche C. Burali-Forti et R. Marcolongo, *Éléments de Calcul vectoriel*, etc. (Paris, Hermann, 1910), Appendice.

Se A è un punto, $\boldsymbol{u}, \boldsymbol{v}, \boldsymbol{w}$ sono vettori, u, v sono bivettori ed Ω è il trivettore unitario ($6A\Omega = 1$), si ha:

$$(5) \qquad 6Au \,.\, \boldsymbol{v} = 6v \,.\, A\boldsymbol{u} = \boldsymbol{u}v,$$

$$(5') \qquad 6Au \,.\, Av = -6Av \,.\, Au = A \,.\, uv,$$

ove uv è prodotto regressivo nel piano all'infinito.

$$(6) \qquad 6A\boldsymbol{u} \,.\, Au = 6Au \,.\, A\boldsymbol{u} = \boldsymbol{u} \times |u \,.\, A.$$

$$(7) \qquad \boldsymbol{u}\boldsymbol{v} \,.\, u = \frac{\boldsymbol{u}u}{\Omega}\boldsymbol{v} - \frac{\boldsymbol{v}u}{\Omega}\boldsymbol{u};$$

in particolare:

$$(8) \qquad \boldsymbol{u}\boldsymbol{v} \,.\, |\boldsymbol{w} = (\boldsymbol{u} \wedge \boldsymbol{v}) \wedge \boldsymbol{w} = \boldsymbol{u} \times \boldsymbol{w} \,.\, \boldsymbol{v} - \boldsymbol{v} \times \boldsymbol{w} \,.\, \boldsymbol{u}.$$

Inoltre:

$$(9) \qquad 6A\boldsymbol{u} \,.\, \Omega = u, \qquad 6Au \,.\, \Omega = \boldsymbol{u},$$

$$(10) \qquad \boldsymbol{u}\Omega = 0, \qquad u\Omega = 0,$$

$$(11) \qquad \boldsymbol{u}|\boldsymbol{v} = \boldsymbol{u} \times \boldsymbol{v} \,.\, \Omega, \qquad |(\boldsymbol{u}\boldsymbol{v}) = |\boldsymbol{u} \,.\, |\boldsymbol{v} = \boldsymbol{u} \wedge \boldsymbol{v},$$

$$(12) \qquad \boldsymbol{u}\boldsymbol{v}\boldsymbol{w} = \boldsymbol{u} \wedge \boldsymbol{v} \times \boldsymbol{w} \,.\, \Omega.$$

3. — Si consideri il piano normale ad $\boldsymbol{u}$, a distanza x (funzione continua di P, cioè di s) da P; esso è la posizione della forma di 3ª specie

$$(13) \qquad \pi = (P + x\boldsymbol{u})|\boldsymbol{u} = P|\boldsymbol{u} + x\Omega.$$

Da questa, per derivazioni successive, si ricava subito:

$$(14) \qquad \begin{cases} \pi' = P|\boldsymbol{u}' + (\boldsymbol{t} \times \boldsymbol{u} + x')\,\Omega, \\ \pi'' = P|\boldsymbol{u}'' + (x'' - \rho^{-1}\boldsymbol{n} \times \boldsymbol{u})\,\Omega, \\ \pi''' = P|\boldsymbol{u}''' + (2\rho'\rho^{-2}\boldsymbol{n} \times \boldsymbol{u} - \rho^{-1}\boldsymbol{n} \times \boldsymbol{u}' + x''')\,\Omega, \end{cases}$$

quando si osservi che se $\boldsymbol{u}_1$ è un qualsiasi altro vettore unitario invariabilmente legato a $(\boldsymbol{t}, \boldsymbol{n}, \boldsymbol{b})$, dalla (4) risulta:

$$(\boldsymbol{u} \times \boldsymbol{u}_1)' = \boldsymbol{f} \wedge \boldsymbol{u} \times \boldsymbol{u}_1 + \boldsymbol{u} \wedge \boldsymbol{f} \times \boldsymbol{u}_1 = 0,$$

che inoltre è $P' = \boldsymbol{t}$ e per le (1), (2), (3), (4), (12) si ha:

$$\boldsymbol{t} | \boldsymbol{u}' = \boldsymbol{t} f \boldsymbol{u} = -\rho^{-1} \boldsymbol{n} \times \boldsymbol{u} \,.\, \Omega,$$
$$\boldsymbol{t} | \boldsymbol{u}'' = \boldsymbol{t} f' \boldsymbol{u} + \boldsymbol{t} f \boldsymbol{u}' = (\rho' \rho^{-2} \,.\, \boldsymbol{n} \times \boldsymbol{u} - \rho^{-1} \boldsymbol{n} \times \boldsymbol{u}') \, \Omega.$$

La retta caratteristica d'un piano dell'inviluppo di piani (13) è rappresentata da $\pi\pi'$, cioè per le (5'), (9), (10), (11), da

$$(15) \qquad 6\pi\pi' = P(\boldsymbol{u} \wedge \boldsymbol{u}') + (\boldsymbol{t} \times \boldsymbol{u} + x') \,.\, | \boldsymbol{u} - x \,.\, | \boldsymbol{u}'.$$

Il punto generico Q dello spigolo di regresso Γ, della rigata sviluppabile generata da $\pi\pi'$, vien rappresentato da $\pi\pi'\pi''$, che è precisamente il prodotto di tale punto Q per il fattore numerico $6\pi\pi'\pi''\Omega$ [Cfr. mia Nota ([3]), § 2]. Ora dalle (14), (15), in virtù delle (6), (9), (10), (5), (11) si ha subito:

$$(16) \qquad 6^2 \pi\pi'\pi'' = \boldsymbol{u} \wedge \boldsymbol{u}' \times \boldsymbol{u}'' \,.\, P - (\boldsymbol{t} \times \boldsymbol{u} + x') \, \boldsymbol{u} \wedge \boldsymbol{u}'' + \\ + x \boldsymbol{u}' \wedge \boldsymbol{u}'' + (x'' - \rho^{-1} \boldsymbol{n} \times \boldsymbol{u}) \,.\, \boldsymbol{u} \wedge \boldsymbol{u}'.$$

Da questa e dalla terza delle (14), tenendo presenti con le (12), (10) le regole fondamentali del prodotto alternato, s'ottiene facilmente:

$$(17) \qquad 6^3 \pi\pi'\pi''\pi''' = - x \boldsymbol{u}' \wedge \boldsymbol{u}'' \times \boldsymbol{u}''' + \\ + (\boldsymbol{t} \times \boldsymbol{u} + x') \, \boldsymbol{u} \wedge \boldsymbol{u}'' \times \boldsymbol{u}''' + \\ + (\rho^{-1} \boldsymbol{n} \times \boldsymbol{u} - x'') \, \boldsymbol{u} \wedge \boldsymbol{u}' \times \boldsymbol{u}''' + \\ + (2\rho'\rho^{-2} \boldsymbol{n} \times \boldsymbol{u} - \rho^{-1} \boldsymbol{n} \times \boldsymbol{u}' + x''') \, \boldsymbol{u} \wedge \boldsymbol{u}' \times \boldsymbol{u}''.$$

Le (13), (15), (16) per le (9), (10) ci dànno ancora:

$$(18) \quad 6\pi\Omega = | \boldsymbol{u}, \quad 6^2 \pi\pi'\Omega = \boldsymbol{u} \wedge \boldsymbol{u}', \quad 6^3 \pi\pi'\pi''\Omega = \boldsymbol{u} \wedge \boldsymbol{u}' \times \boldsymbol{u}''.$$

Per cui, indicando con Q il punto generico dello spigolo di regresso Γ inviluppato dai piani π, per la (16) e l'ultima delle (18), si ha:

$$(19) \qquad Q = P + (\boldsymbol{u} \wedge \boldsymbol{u}' \times \boldsymbol{u}'')^{-1} [x \boldsymbol{u}' \wedge \boldsymbol{u}'' - \\ - (\boldsymbol{t} \times \boldsymbol{u} + x') \, \boldsymbol{u} \wedge \boldsymbol{u}'' + (x'' - \rho^{-1} \boldsymbol{n} \times \boldsymbol{u}) \, \boldsymbol{u} \wedge \boldsymbol{u}'].$$

4. — In particolare, per $x = 0$ sostituendo ad $\boldsymbol{u}'$ il valore dato dalla (4) e ad $\boldsymbol{u}''$ il valore che ne segue

$$(20) \qquad \boldsymbol{u}'' = (\boldsymbol{f} \wedge \boldsymbol{u})' = \boldsymbol{f}' \wedge \boldsymbol{u} + \boldsymbol{f} \wedge (\boldsymbol{f} \wedge \boldsymbol{u}),$$

s'ottiene *l'espressione del punto generico* R *dello spigolo di regresso della sviluppabile inviluppata dai piani* $P|\boldsymbol{u}$:

$$(21)\qquad R = P + [f\wedge f'\times \boldsymbol{u} + f\times\boldsymbol{u}\,.\,(f\wedge\boldsymbol{u})^2]^{-1}.\\ .\,\{\,t\times\boldsymbol{u}\,.\,[(f'\wedge\boldsymbol{u})\wedge\boldsymbol{u} + f\times\boldsymbol{u}\,.\,f\wedge\boldsymbol{u}] +\\ + \rho^{-1}\boldsymbol{n}\times\boldsymbol{u}\,.\,(f\wedge\boldsymbol{u})\wedge\boldsymbol{u}\,\}.$$

La tangente in Q alla Γ_0 è la posizione di $\pi\pi'$ ed è quindi parallela al vettore [V. la 2ª delle (18)]

$$(18')\qquad 6^2\pi\pi'\Omega = \boldsymbol{u}\wedge\boldsymbol{u}' = \boldsymbol{u}\wedge(f\wedge\boldsymbol{u}) = f - f\times\boldsymbol{u}\,.\,\boldsymbol{u},$$

cioè alla componente normale di f rispetto ad $\boldsymbol{u}$; perciò detta tangente è l'intersezione dei due piani, l'uno normale ad $\boldsymbol{u}$ e l'altro parallelo ad f ed $\boldsymbol{u}$, passanti per Q.

Siccome la (18') è indipendente da x, emerge che:

Le linee Q, *corrispondenti ad uno stesso vettore* $\boldsymbol{u}$ *ed a funzioni* x *arbitrariamente fissate, si ottengono l'una dall'altra con la particolare trasformazione di* Combescure-Bianchi.

Quindi, per ottenere tutte le curve date dalla nostra trasformazione generale basta considerare ad esempio la linea R, corrispondente ad $x = 0$, ed applicare a questa la trasformazione di Combescure. Cioè:

La più generale trasformazione (d'una linea P) *rispetto ad una giacitura data ed alla distanza* x, *è il prodotto della trasformazione rispetto a quella stessa giacitura ed alla distanza* zero *per la più generale trasformazione di* Combescure-Bianchi.

Nella (19) si posson pure sostituire ad $\boldsymbol{u}', \boldsymbol{u}''$ i loro valori (4), (20), ed allora tenendo conto della (21) si ha:

$$(19')\qquad Q = R + [f\wedge f'\times\boldsymbol{u} + f\times\boldsymbol{u}\,.\,(f\wedge\boldsymbol{u})^2]^{-1}.\\ .\,\{\,x\,[(f\wedge\boldsymbol{u})^2.\,f + f\wedge f'\times\boldsymbol{u}\,.\,\boldsymbol{u}] +\\ + x'\,[(f'\wedge\boldsymbol{u})\wedge\boldsymbol{u} + f\times\boldsymbol{u}\,.\,f\wedge\boldsymbol{u}] + x''\boldsymbol{u}\wedge(f\wedge\boldsymbol{u})\,\},$$

che stabilisce anche la corrispondenza fra le due curve Q ed R.

5. — Quali esempi ben noti a verifica di quanto precede, nel caso di $x = 0$, osserviamo che:

1°) Per $\boldsymbol{u} = \boldsymbol{t}$ s'ottiene la *sviluppabile polare* (della linea P), nel qual caso la (15) ci dà quale retta tangente $\rho[P(\boldsymbol{t}\wedge\boldsymbol{t}') + \boldsymbol{n}\boldsymbol{b}] = (P+\rho\boldsymbol{n})\boldsymbol{b}$, e la (21) si riduce a $P + \rho\boldsymbol{n} - \tau\rho'.\boldsymbol{b}$.

2°) Per $\boldsymbol{u} = \boldsymbol{n}$ s'ottiene la *sviluppabile rettificante*, ed allora dalla (15), per la (1), si ha quale retta tangente Pf, e dalla (21) si ottiene, quale punto generico dello spigolo di regresso, $P - \rho\tau^2\mathfrak{d}^{-1}f$.

3°) Per $\boldsymbol{u} = \boldsymbol{b}$ s'ottiene la sviluppabile dei piani osculatori, e dalla (15) si ha Pt quale retta tangente, mentre la (21) ci dà subito $R = P$.

6. — L'elemento d'arco ds_1, la flessione $1/\rho_1$ e la torsione $1/\tau_1$ della curva Γ in Q si possono ottenere immediatamente, dopo i risultati del n° 3, in funzione della linea P, di $\boldsymbol{u}$ e di x, valendosi delle formole (12) della mia Nota cit. [in ([3]), pag. 288], che si possono scrivere sotto la forma:

$$\frac{ds_1}{ds} = \frac{\operatorname{mod}(\pi\pi'\pi''\pi''')}{6(\pi\pi'\pi''\Omega)^2} \operatorname{mod}(\pi\pi'\Omega). \tag{22}$$

$$\left\{\begin{aligned} \frac{1}{\rho_1} &= 6 \operatorname{mod} \frac{(\pi\pi'\pi''\Omega)^3}{\pi\pi'\pi''\pi'''} \frac{\operatorname{mod}(\pi\Omega)}{[\operatorname{mod}(\pi\pi'\Omega)]^3}, \\ \frac{1}{\tau_1} &= -\frac{6(\pi\pi'\pi''\Omega)^2}{\pi\pi'\pi''\pi'''(\pi\Omega)^2}. \end{aligned}\right. \tag{23}$$

Così, per le (19), (18), dalla (22) si ha:

$$\begin{aligned} \frac{ds_1}{ds} = \operatorname{mod} \Big\{ \frac{\boldsymbol{u}\wedge\boldsymbol{u}'}{(\boldsymbol{u}\wedge\boldsymbol{u}'\times\boldsymbol{u}'')^2} [&- x\boldsymbol{u}'\wedge\boldsymbol{u}''\times\boldsymbol{u}''' + \\ &+ (\boldsymbol{t}\times\boldsymbol{u} + x')\,\boldsymbol{u}\wedge\boldsymbol{u}''\times\boldsymbol{u}''' + \\ &+ (\rho^{-1}\boldsymbol{n}\times\boldsymbol{u} - x'')\,\boldsymbol{u}\wedge\boldsymbol{u}'\times\boldsymbol{u}''' + \\ &+ (2\rho'\rho^{-2}.\boldsymbol{n}\times\boldsymbol{u} - \rho^{-1}.\boldsymbol{n}\times\boldsymbol{u}' + x''')\,\boldsymbol{u}\wedge\boldsymbol{u}'\times\boldsymbol{u}'']\Big\}. \end{aligned} \tag{24}$$

Indicando con f (funzione di P, cioè dell'arco s) il valore (24) di ds_1/ds, dalle (23) si ricava subito:

$$\left\{\begin{aligned} f\rho_1^{-1} &= \operatorname{mod}(\pi\pi'\pi''\Omega) \operatorname{mod}(\pi\Omega) : (\pi\pi'\Omega)^2, \\ f\tau_1^{-1} &= -\epsilon \operatorname{mod}(\pi\pi'\Omega) : (\pi\Omega)^2, \end{aligned}\right. \tag{23'}$$

ove ϵ indica il segno del numero reale $\pi\pi'\pi''\pi'''$; cioè, per le (18), (4), (20):

$$\left\{\begin{aligned} f\rho_1^{-1} &= \operatorname{mod}(\boldsymbol{u}\wedge\boldsymbol{u}'\times\boldsymbol{u}'') : (\boldsymbol{u}')^2 \\ &= \operatorname{mod}[\mathfrak{d}(\rho\tau)^{-2}(\boldsymbol{f}\wedge\boldsymbol{u})^{-2}.\boldsymbol{n}\times\boldsymbol{u} + \boldsymbol{f}\times\boldsymbol{u}], \\ f\tau_1^{-1} &= -\epsilon \operatorname{mod}\boldsymbol{u}' = -\epsilon \operatorname{mod}(\boldsymbol{f}\wedge\boldsymbol{u}). \end{aligned}\right. \tag{25}$$

Queste ultime mostrano che il rapporto $\tau_1 : \rho_1$ è indipendente da x, come deve avvenire, dopo quanto si è detto nel n° 4, per una nota proprietà delle trasformazioni di COMBESCURE.

7. — Assegnato il vettore $\boldsymbol{u}$ ed il numero positivo $f = ds_1/ds$ in funzione di P (o di s), la (24) mostra che per ottenere la distanza x del piano osculatore a Γ in Q dal punto corrispondente P della linea primitiva, basta risolvere un'equazione differenziale lineare del 3° ordine.

Perciò la curva Γ è individuata dal vettore $\boldsymbol{u}$, dalla funzione f e dai valori x_0, x_0', x_0'' che x, x', x'' assumono rispettivamente per un valore assegnato s_0 di s. In altri termini, Γ risulta individuata dati $\boldsymbol{u}, f$ ed il punto Q_0 di Γ corrispondente ad un valore fissato s_0 di s, cioè ad una posizione fissata P_0 del punto P.

Del resto ciò risulta pure osservando che, siccome la tangente in Q a Γ è parallela al vettore (18') (n° 4) e gli archi s_1 crescono con s, quale vettore unitario $\boldsymbol{t}_1$ parallelo a detta tangente si ha:

$$\boldsymbol{t}_1 = dQ/ds_1 = \boldsymbol{u} \wedge (\boldsymbol{f} \wedge \boldsymbol{u}) : \mathrm{mod}\,(\boldsymbol{f} \wedge \boldsymbol{u}); \tag{26}$$

e quindi moltiplicando per f ed integrando:

$$Q = Q_0 + \int_0^s f\,[\mathrm{mod}\,(\boldsymbol{f} \wedge \boldsymbol{u})]^{-1}\, \boldsymbol{u} \wedge (\boldsymbol{f} \wedge \boldsymbol{u})\,.\,ds. \tag{27}$$

8. — Indicando con $\boldsymbol{t}_1, \boldsymbol{n}_1, \boldsymbol{b}_1$ la solita terna unitario-ortogonale-destrogira, parallela alle direzioni principali di Γ in Q, dalla (26), cioè dalla

$$\boldsymbol{t}_1 = -(\mathrm{mod}\,\boldsymbol{u}')^{-1}\, \boldsymbol{u}' \wedge \boldsymbol{u}, \tag{26'}$$

osservando che si ha, qualunque sia il vettore $\boldsymbol{a}$:

$$[(\mathrm{mod}\,\boldsymbol{a})^{-1}.\,\boldsymbol{a}]' = (\mathrm{mod}\,\boldsymbol{a})^{-3}.\,(\boldsymbol{a} \wedge \boldsymbol{a}') \wedge \boldsymbol{a}, \tag{28}$$

e per le formule di FRENET, si ottiene:

$$\rho_1^{-1} f\,.\,\boldsymbol{n}_1 = -(\mathrm{mod}\,\boldsymbol{u}')^{-3}.\,\boldsymbol{u} \wedge \boldsymbol{u}' \times \boldsymbol{u}''.\,\boldsymbol{u}';$$

e quindi, per le (25), $-\boldsymbol{n}_1 = \epsilon_0 (\mathrm{mod}\, \boldsymbol{u}')^{-1} . \boldsymbol{u}'$, essendo ϵ_0 il segno di $\boldsymbol{u} \wedge \boldsymbol{u}' \times \boldsymbol{u}''$. Dopo ciò si ha subito $\boldsymbol{b}_1 = \boldsymbol{t}_1 \wedge \boldsymbol{n}_1 = \epsilon_0 \boldsymbol{u}$. Dunque:

La linea trasformata della linea P *rispetto alla giacitura normale al vettore* $\boldsymbol{u}$ *e ad una* x *arbitraria, il cui arco cresca col crescere di quello della linea* P, *ha in ogni suo punto* Q (*corrispondente al punto* P) *la sua tangente, la sua normale principale e la sua binormale rispettivamente parallele ai vettori della terna unitario-ortogonale-destrogira:*

$$(29) \quad \begin{cases} (\mathrm{mod}\, \boldsymbol{u}')^{-1} . \boldsymbol{u} \wedge \boldsymbol{u}' = \{ \mathrm{mod}\, [\boldsymbol{f} \wedge (\boldsymbol{f} \wedge \boldsymbol{u})] \}^{-1} . \boldsymbol{f} \wedge (\boldsymbol{f} \wedge \boldsymbol{u}), \\ -\epsilon_0 (\mathrm{mod}\, \boldsymbol{u}')^{-1} . \boldsymbol{u}' = -\epsilon_0 [\mathrm{mod} (\boldsymbol{f} \wedge \boldsymbol{u})]^{-1} . \boldsymbol{f} \wedge \boldsymbol{u}, \text{ ed } \epsilon_0 \boldsymbol{u}, \end{cases}$$

ove ϵ_0 *è il segno del numero reale* $\boldsymbol{u} \wedge \boldsymbol{u}' \times \boldsymbol{u}''$.

Il rapporto dell'elemento d'arco di detta linea trasformata a quello corrispondente della linea primitiva è espresso dalle (24), *e le due curvature della linea sono date dalle* (25).

Alcuni casi particolari.

9. — Specializzando la posizione del vettore $\boldsymbol{u}$ si ottengono dei casi particolari della trasformazione da noi studiata.

Così la trasformazione di Combescure si ottiene ponendo $\boldsymbol{u} = \boldsymbol{b}$, dalla quale segue, per le formule di Frenet:

$$\boldsymbol{b}' = \tau^{-1} \boldsymbol{n}, \qquad \boldsymbol{b}'' = -\rho^{-1} \tau^{-1} \boldsymbol{t} - \tau' \tau^{-2} \boldsymbol{n} - \tau^{-2} \boldsymbol{b},$$

$$\boldsymbol{b}''' = \rho^{-2} \tau^{-2} (2 \rho \tau' + \tau \rho') \boldsymbol{t} + \tau^{-3} [2 (\tau')^2 - \tau \tau'' - 1 - \tau^2 \rho^{-2}] \boldsymbol{n} + \\ + 3 \tau' \tau^{-3} \boldsymbol{b},$$

e quindi

$$\boldsymbol{b} \wedge \boldsymbol{b}' = -\tau^{-1} \boldsymbol{t}, \qquad \boldsymbol{b} \wedge \boldsymbol{b}'' = \tau' \tau^{-2} \boldsymbol{t} - \tau^{-1} \rho^{-1} \boldsymbol{n},$$

$$\boldsymbol{b}' \wedge \boldsymbol{b}'' = \tau^{-2} \rho^{-1} \boldsymbol{b} - \tau^{-3} \boldsymbol{t}, \qquad \boldsymbol{b} \wedge \boldsymbol{b}' \times \boldsymbol{b}'' = \rho^{-1} \tau^{-2},$$

$$\boldsymbol{b} \wedge \boldsymbol{b}' \times \boldsymbol{b}''' = -\tau^{-3} \rho^{-2} (2 \rho \tau' + \tau \rho'),$$

$$\boldsymbol{b} \wedge \boldsymbol{b}'' \times \boldsymbol{b}''' = \tau^{-3} \rho^{-2} (\rho \tau^{-1} + \tau \rho^{-1} + \rho \tau'' + \rho' \tau'),$$

$$\boldsymbol{b}' \wedge \boldsymbol{b}'' \times \boldsymbol{b}''' = \tau^{-5} \rho^{-2} (\rho \tau' - \tau \rho') = \tau^{-5} \rho^{-2} \delta.$$

Dopo ciò le (19) e (24) dànno facilmente:

$$(30)\qquad Q_b = P - \rho\,(\tau^{-1}x + \tau' x' + \tau x'')\,.\,\boldsymbol{t} + \tau x'.\,\boldsymbol{n} + x\boldsymbol{b},$$

$$(31)\qquad ds_1/ds = \mathrm{mod}\,\{ 1 + \delta\tau^{-2}x - [\rho\tau^{-1} + \tau\rho^{-1} + (\rho\tau')']\,x' - (2\rho\tau' + \tau\rho')\,x'' - \rho\tau x''' \},$$

quali espressioni del punto generico della curva trasformata della linea P e della funzione $f = ds_1/ds$ mediante gli elementi intrinseci della linea primitiva e della distanza x.

Similmente le (25) dànno subito le note relazioni [loc. cit. (1), § 20, (44)]:

$$\rho_1 = f\,.\,\rho, \qquad \tau_1 = -\,\epsilon f\,\mathrm{mod}\,\tau = \epsilon_1 f\tau,$$

ove ϵ_1 è il segno del valore della parentesi graffa nell'espressione scritta per f.

La (27) si riduce semplicemente a

$$(30')\qquad Q_b = Q_0 + \int_0^s f\boldsymbol{t}\,ds = Q_0 + \int f\,.\,dP,$$

ove, anche nell'ultimo termine, s'intende che l'integrazione va estesa fra i due punti della curva P corrispondenti ai valori 0 ed s dell'arco; mentre, per le (29), la terna $\boldsymbol{t}_1, \boldsymbol{n}_1, \boldsymbol{b}_1$ coincide rispettivamente con $\boldsymbol{t}, \boldsymbol{n}, \boldsymbol{b}$.

10. — Per $\boldsymbol{u} = \boldsymbol{t}$ si ottengono tutte le trasformate di Combescure dello spigolo di regresso della sviluppabile polare della linea P. Allora si ha:

$$\boldsymbol{t}' = \rho^{-1}\boldsymbol{n}, \qquad \boldsymbol{t}'' = -\,\rho^{-2}(\boldsymbol{t} + \rho'\boldsymbol{n} + \rho\tau^{-1}\boldsymbol{b}),$$

$$\boldsymbol{t}''' = 3\rho'\rho^{-3}\boldsymbol{t} + \rho^{-2}\tau^{-2}(2\tau\rho' + \rho\tau')\,\boldsymbol{b} + \rho^{-3}[2(\rho')^2 - \rho\rho'' - 1 - \rho^2\tau^{-2}]\,\boldsymbol{n};$$

$$\boldsymbol{t}\wedge\boldsymbol{t}' = \rho^{-1}\boldsymbol{b}, \qquad \boldsymbol{t}\wedge\boldsymbol{t}'' = \rho^{-1}\tau^{-1}\boldsymbol{n} - \rho'\rho^{-2}\boldsymbol{b}, \qquad \boldsymbol{t}'\wedge\boldsymbol{t}'' = \rho^{-2}\boldsymbol{f};$$

$$\boldsymbol{t}\wedge\boldsymbol{t}'\times\boldsymbol{t}'' = -\,\rho^{-2}\tau^{-1}, \qquad \boldsymbol{t}\wedge\boldsymbol{t}'\times\boldsymbol{t}''' = \rho^{-3}\tau^{-2}(2\tau\rho' + \rho\tau'),$$

$$\boldsymbol{t}\wedge\boldsymbol{t}''\times\boldsymbol{t}''' = -\,\rho^{-3}\tau^{-2}[\tau\rho^{-1} + \rho\tau^{-1} + (\tau\rho')'],$$

$$\boldsymbol{t}'\wedge\boldsymbol{t}''\times\boldsymbol{t}''' = \delta\rho^{-5}\tau^{-2}.$$

Quindi, quali espressioni del punto generico della curva trasformata, e del rapporto del suo elemento d'arco all'elemento corrispondente della curva primitiva in virtù delle (19), (24), si ha:

$$(32)\quad R_t = P + x\boldsymbol{t} + \rho(1+x')\boldsymbol{n} + \tau[\rho^{-1}x + \rho'(1+x') + \rho x'']\boldsymbol{b},$$

$$(33)\quad ds_1/ds = \mathrm{mod}\,\{\rho\tau^{-1} + (\tau\rho')' + \delta\rho^{-2}x + \rho\tau x''' + \\ + [\rho\tau^{-1} + \tau\rho^{-1} + (\tau\rho')']x' + (2\tau\rho' + \rho\tau')x''\}.$$

Inoltre, per $f = ds_1/ds$, le (25) permettono pure di esprimere i raggi di flessione e di torsione (ρ_1 e τ_1) della linea predetta, e risulta:

$$(34)\qquad \rho_1 = f.\mathrm{mod}\,\tau, \qquad \tau_1 = -\epsilon f.\rho = \epsilon_1\rho,$$

ove ϵ_1 è il segno del valore della ultima parentesi graffa.

La (27), per $\boldsymbol{u} = \boldsymbol{b} = \boldsymbol{t}\wedge\boldsymbol{n} = \rho\boldsymbol{t}\wedge\boldsymbol{t}'$, si riduce a:

$$(32')\quad Q_t = Q_0 + \int_0^s f\boldsymbol{b}\,ds = Q_0 - \int f\boldsymbol{n}\wedge dP = Q_0 + \int \rho f\boldsymbol{t}\wedge d\boldsymbol{t};$$

e, per le (29), la terna $\boldsymbol{t}_1, \boldsymbol{n}_1, \boldsymbol{b}_1$ coincide rispettivamente con $\boldsymbol{b}$, $\epsilon_2\boldsymbol{n}$, $-\epsilon_2\boldsymbol{t}$, essendo ϵ_2 il segno di τ [7].

Così nel caso di $x = 0$ si ha $f = \mathrm{mod}\,[\rho\tau^{-1} + (\tau\rho')']$; e, quali espressioni sotto forma semplice ed intrinseca dei due raggi di curvatura della sviluppabile polare [Cfr. la Nota [3], n° 3], si ottiene:

$$(34')\quad \rho_c = \mathrm{mod}\,[\rho + \tau(\tau\rho')'], \qquad \tau_c = \rho[\rho\tau^{-1} + (\tau\rho')'].$$

11. — Per $\boldsymbol{u} = \boldsymbol{n}$ si hanno le trasformate di Combescure dello spigolo di regresso della sviluppabile rettificante.

Nel caso di $\delta = 0$, cioè $\rho^{-1}\tau = $ costante, la linea P è una elica e i piani $Q|\boldsymbol{n}$ inviluppano un cilindro a generatrici parallele a quelle del cilindro dell'elica. Escluso questo caso, e pro-

---

(7) Cfr. G. Sannia, *Trasformazioni di Combescure ed altre analoghe per le curve storte* (" Rend. Circ. Mat. " di Palermo, t. XX, 1905, pp. 83-92), pag. 85.

cedendo come nei due numeri precedenti, quale espressione del punto generico di detta trasformata s'ottiene senza difficoltà:

$$(35)\qquad Q_n = P + x\boldsymbol{n} - \delta^{-1}\{[\rho\tau^2 - (\rho^2+\tau^2)x - \rho^2\tau^2 x''] . \boldsymbol{f} + (\rho^2\tau' - \tau^2\rho')x' . \boldsymbol{n}\}.$$

Da questa emerge che *la tangente in un punto* Q_n *di tale linea trasformata incontra in* $P + [x - \delta^{-1}(\rho^2\tau' - \tau^2\rho')x']\boldsymbol{n}$ *la normale principale del punto corrispondente sulla linea primitiva,* poichè detta tangente è parallela ad $\boldsymbol{f}$.

Osservando ancora che Q'_n è un multiplo di $\boldsymbol{f}$, si ottiene facilmente l'espressione di Q'_n stesso, nonchè $ds_1/ds = \mathrm{mod}\, Q'_n$, e si ha:

$$(36)\qquad ds_1/ds = \sqrt{\rho^2+\tau^2}(\rho\tau)^{-2}\,\mathrm{mod}\{\delta^{-1}[\tau^3\rho\rho' - (\tau^3\rho' + \rho^3\tau')x + \rho^2\tau(\rho^2\tau' - \tau^2\rho')x' - \tau^3\rho^2\rho' x''] - \rho\tau[\delta^{-1}(\rho\tau^2 - (\rho^2+\tau^2)x - \rho^2\tau^2 x'')]'\}.$$

Dopo ciò dalle (25) si ottengono le espressioni dei due raggi di curvatura ρ_1, τ_1 della linea Q_n:

$$(37)\qquad \rho_1 = f(\mathrm{mod}\,\delta)^{-1}(\rho^2+\tau^2),$$
$$\tau_1 = -\epsilon f(\rho^{-2}+\tau^{-2})^{-\frac{1}{2}} = -\epsilon_1\rho\tau f(\rho^2+\tau^2)^{-\frac{1}{2}},$$

ove ϵ_1 è il segno del valore della parentesi graffa in $ds_1/ds = f$.

Per $\boldsymbol{u} = \boldsymbol{n} = \rho\boldsymbol{t}' = \boldsymbol{b}\wedge\boldsymbol{t}$ la (27) ci dà:

$$(35')\qquad Q_n = Q_0 + \int_0^s f\boldsymbol{n}\,ds = Q_0 + \int f . \boldsymbol{b}\wedge dP = Q_0 + \int f\rho . d\boldsymbol{t};$$

e dalle (29) si ha che la terna $\boldsymbol{t}_1$, $\boldsymbol{n}_1$, $\boldsymbol{b}_1$ coincide con

$$(\mathrm{mod}\,\boldsymbol{f})^{-1}.\boldsymbol{f}, \qquad \epsilon_0\sqrt{\rho^{-2}+\tau^{-2}}(\rho^{-1}\boldsymbol{t} + \tau^{-1}\boldsymbol{b}), \qquad \epsilon_0\boldsymbol{n},$$

ove ϵ_0 è il segno di δ.

Nel caso di $x = 0$ si ottiene $ds_1/ds = \delta^{-2}\sqrt{\rho^2+\tau^2}\,\mathrm{mod}(\tau\delta' - 2\delta\tau')$; e come *espressione intrinseca dei raggi di curvatura dello spigolo di regresso della rettificante:*

$$(37')\qquad \begin{cases} \rho_r = (\rho^2+\tau^2)^{\frac{3}{2}} . \mathrm{mod}\,[\delta^{-3}(\tau\delta' - 2\delta\tau')], \\ \tau_r = \rho\tau\delta^{-2}(2\delta\tau' - \tau\delta'). \end{cases}$$

12. — Altri esempi s'ottengono considerando curve speciali.

Così per una *curva piana* in cui la binormale è costante, e sia $\boldsymbol{b} = \boldsymbol{k}$, si ha:

$$\boldsymbol{f} = \rho^{-1}\boldsymbol{k}, \qquad \boldsymbol{f}' = -\rho'\rho^{-2}\boldsymbol{k}, \qquad \boldsymbol{f}'' = \rho^{-3}\left[2(\rho')^2 - \rho\rho''\right]\boldsymbol{k}.$$

Ed allora dalle (19), (24) si deducono quali espressioni del punto generico della curva trasformata e del rapporto $f = ds_1/ds$ del suo elemento d'arco a quello corrispondente della linea P:

$$\begin{aligned} Q = P + x(\boldsymbol{k} \times \boldsymbol{u})^{-1}\boldsymbol{k} + \\ + \rho(\boldsymbol{k} \times \boldsymbol{u})^{-1}(\boldsymbol{k} \wedge \boldsymbol{u})^{-2}\{(\boldsymbol{t} \times \boldsymbol{u} + x')[\boldsymbol{k} \times \boldsymbol{u} \,.\, \boldsymbol{k} \wedge \boldsymbol{u} + \\ + \rho'\boldsymbol{u} \wedge (\boldsymbol{k} \wedge \boldsymbol{u})] + (\rho x'' - \boldsymbol{n} \times \boldsymbol{u})\,\boldsymbol{u} \wedge (\boldsymbol{k} \wedge \boldsymbol{u})\}. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} ds_1/ds = \mathrm{mod}\,\{([(\rho')^2 + \rho\rho'']\boldsymbol{t} \times \boldsymbol{u} - \rho'\boldsymbol{n} \times \boldsymbol{u} + [1 + (\rho')^2 + \rho\rho'']x' + \\ + 3\rho\rho' x'' + \rho^2 x''')(\boldsymbol{k} \times \boldsymbol{u})^{-1}\} : \mathrm{mod}\,(\boldsymbol{k} \wedge \boldsymbol{u}). \end{aligned}$$

Per l'espressione della flessione e della torsione, dalle (25) si ha:

$$f\rho_1^{-1} = \rho^{-1}\,\mathrm{mod}\,\boldsymbol{k} \times \boldsymbol{u}, \qquad f\tau_1^{-1} = -\epsilon\rho^{-1}\,\mathrm{mod}\,(\boldsymbol{k} \wedge \boldsymbol{u}),$$

ove ϵ è il segno del valore dell'ultima parentesi graffa.

Le (27), (29) si trasformano nelle espressioni che si ottengono sostituendo in esse $\boldsymbol{k}$ ad $\boldsymbol{f}$ ed ϵ_0 risulta il segno di $\boldsymbol{k} \times \boldsymbol{u}$.

13. — Consideriamo più in generale le curve in cui $\boldsymbol{f}$ ha direzione costante, cioè è parallelo al vettore unitario $\boldsymbol{k}$. Son queste eliche dei cilindri le cui generatrici son parallele a $\boldsymbol{k}$. Se per una tale curva è $\boldsymbol{k} \times \boldsymbol{t} = \cos\theta$ ed r è la flessione in P della sezione retta del cilindro, per le note formule della torsione e della flessione dell'elica [8] si ottiene:

$$\boldsymbol{f} = r^{-1}\,\mathrm{sen}\,\theta \,.\, \boldsymbol{k}, \qquad \boldsymbol{f}' = -r'r^{-2}\,\mathrm{sen}\,\theta \,.\, \boldsymbol{k},$$
$$\boldsymbol{f}'' = r^{-3}\,\mathrm{sen}\,\theta\,[2(r')^2 - rr'']\,\boldsymbol{k}.$$

---

[8] C. Burali-Forti, *Corso* ecc., loc. cit. [6], p. 114.

E le espressioni (19), (24) del punto generico Q e della funzione $f = ds_1/ds$ della curva trasformata diventano:

$$Q = P + r(\boldsymbol{k} \times \boldsymbol{u})^{-1} (\text{sen}\,\theta . \boldsymbol{k} \wedge \boldsymbol{u})^{-2} \{ (\boldsymbol{t} \times \boldsymbol{u} + x') . \\ . [r' \boldsymbol{u} \wedge (\boldsymbol{k} \wedge \boldsymbol{u}) + \text{sen}\,\theta . \boldsymbol{k} \times \boldsymbol{u} . \boldsymbol{k} \wedge \boldsymbol{u}] + \\ + (rx'' - \text{sen}^2\,\theta . \boldsymbol{n} \times \boldsymbol{u}) \boldsymbol{u} \wedge (\boldsymbol{k} \wedge \boldsymbol{u}) \} + x(\boldsymbol{k} \times \boldsymbol{u})^{-1} . \boldsymbol{k},$$

$$ds_1/ds = [\text{mod}\,(\boldsymbol{k} \times \boldsymbol{u} . \boldsymbol{k} \wedge \boldsymbol{u})]^{-1} \,\text{mod} \{ - r' . \boldsymbol{n} \times \boldsymbol{u} + \\ + \text{sen}\,\theta . \boldsymbol{k} \wedge \boldsymbol{n} \times \boldsymbol{u} + (\text{sen}\,\theta)^{-2} (\boldsymbol{t} \times \boldsymbol{u} + x') [(r')^2 + rr'' + \text{sen}^2\theta] + \\ + r(\text{sen}\,\theta)^{-2} (3r'x'' + rx''') \}.$$

Per i raggi di flessione e di torsione si ha:

$$\rho_1 = fr\,[\text{mod}\,(\text{sen}\,\theta . \boldsymbol{k} \times \boldsymbol{u})]^{-1},$$

$$\tau_1 = - \epsilon \epsilon_0 fr\,[\text{mod}\,(\text{sen}\,\theta . \boldsymbol{k} \wedge \boldsymbol{u})]^{-1},$$

ove ϵ_0 è il segno di $\boldsymbol{k} \times \boldsymbol{u}$, ed ϵ è quello del valore racchiuso nella parentesi graffa ultima.

Si riconosce così che nella trasformazione considerata *un'elica cilindrica (od una curva piana) ha sempre per trasformata un'elica, che può anche ridursi ad una curva piana.*

Messina, Marzo 1918.

La composizione chimica del riso naturale e del riso brillato italiano

Nota I del Dott. GIOVANNI ISSOGLIO

Lo studio del valore nutritivo degli alimenti e specialmente quello dei cereali ha avuto in questi ultimi dieci anni un nuovo orientamento. Infatti non è sufficiente studiare gli alimenti secondo le direttive per l'addietro adottate, circoscrivendo le determinazioni analitiche ai soli principii nutritizii più importanti, quali sono gli albuminoidi fra le sostanze quaternarie ed i grassi ed i carboidrati fra quelle ternarie: accanto a questi principii necessarii vi hanno altri corpi di grandissima importanza per la loro azione favorevole sul ricambio organico.

Si crede generalmente che queste ultime sostanze esercitino un'azione oligodinamica sull'organismo; occorre però pensare che noi ingeriamo giornalmente masse non indifferenti di alcuni cibi (frumento sotto forma di pane, riso presso moltissimi popoli) ed allora si comprenderà, come detti corpi si trovino sempre in discreta quantità nel cibo, quando questo alimento non sia stato snaturalizzato, coi moderni metodi di macinazione o di brillatura, che si riducono poi in ultima analisi ad un vero depauperamento del cereale, quale ce lo fornisce la natura.

Le sostanze alle quali abbiamo accennato e che a partire dall'ultimo decennio si studiarono con particolare interesse sono: i composti fosforati organici od organominerali, i lipoidi, gli ormoni, le vitamine, gli enzimi ed altri ancora.

Le ricerche che riguardano il quantitativo di anidride fosforica totale nelle sue varie forme contenuta nei cibi più utili e più comuni sono ancora poche: metteremo in rilievo quelle

di Balland (1), di Bernardini e Siniscalchi, di Patten ed Hart (2), di Suzuki e Yoshimura (3) ed ultimamente di Masoni (4) intorno al frumento ed alla sua farina.

Anche chi scrive, in un'analisi del pane di tutto frumento (5), ha rivolto la sua attenzione intorno alla composizione chimica di esso per riguardo al contenuto in anidride fosforica nelle sue varie forme.

Queste sono le ricerche più importanti che si abbiano intorno a siffatto ordine di idee: non fanno invece difetto le analisi che ci indicano la composizione centesimale dei cereali per quanto concerne il contenuto in principii alimentari immediati: alcuni autori dànno anche la composizione delle ceneri dei cereali, ma nulla più.

Chi abbia assistito, come accadde a me, alle esperienze di Guareschi, alle sue numerose ed interessanti comunicazioni alla R. Accademia di agricoltura, alla Associazione chimica industriale, alla R. Accademia di medicina (6) e ad una conferenza tenuta nell'Aula Magna della R. Università (7), chi abbia veduto dibattersi in dolorose convulsioni i piccioni e le galline nutrite col riso brillato, non può non rimanere colpito ed il suo pensiero viene attratto dalla importanza dei fenomeni appresi, onde si fa strada il ragionamento più ovvio, che se in questo riso brillato non venne aggiunto nulla di velenoso e convulsivante, ad esso venne tolta però colla brillatura qualche sostanza chimica utile al sistema nervoso degli animali, in quanto serve ad equilibrare le funzioni organiche di questa parte importantissima dell'organismo animale.

(1) *Les Aliments: chimie, analyse, valeur alimentaire. Céréales.* Vol I, e " C. R. ", 1895, t. CXXI, p. 561; 1903, t. CXXXVI; 1906, t. CXLIII.

(2) " Am. Chem. Journal ", 1904.

(3) " Bull. Coll. Agr. ", Tokio, 1907, vol. VII, p. 495.

(4) *Ricerche sul valore alimentare delle farine commerciali di cereali della Toscana.* Pisa, 1914; *Sul valore alimentare delle farine di frumento e del pane in rapporto ai composti fosforati* (" Staz. Sperim. Agr. It. ", 1915, p. 385).

(5) " Atti della R. Accademia di agricoltura ", 1918, vol. XI; O. Mattirolo e G. Issoglio, *Ricerche analitiche sovra un pane preparato colla pasta di frumento.*

(6) " Atti della R. Accademia di Medicina di Torino ", 1918.

(7) " Giornale di Farmacia e di Chimica ", t. LXVII, p. 29.

Eijkman, Funk, Suzuki ed altri dimostrarono all'evidenza, che la polinevrite era dovuta alla mancanza di *vitamine* nel riso brillato, cioè di quelle sostanze che, avendo carattere chimico intermedio fra gli albuminoidi e gli alcaloidi, agiscono in piccolissima quantità sugli animali non soltanto impedendo lo sviluppo della polinevrite, ma portando a guarigione istantaneamente quei soggetti, che, colpiti dai fenomeni nervosi della polinevrite, venivano inoculati di piccole dosi di *vitamine.*

Se la presenza di queste sostanze ha importanza grandissima per impedire il *beri-beri* negli uomini e la polinevrite negli animali, non meno importante però deve essere la presenza o l'assenza dei composti fosforati per la profilassi di queste malattie nervose, poichè noi sappiamo che le cellule del sistema nervoso sono ricchissime di composti fosforati ed esse trovano nell'elemento fosforo l'incentivo principale alla loro funzione organica, senza poi aggiungere che nelle ossa, nel sangue (specie nei corpuscoli rossi), nei liquidi dell'organismo ed altresì nei muscoli il fosforo entra ancora come costituente importantissimo.

La moltiplicazione attiva delle cellule avviene soltanto in quanto esse sono più ricche in fosforo, onde l'importanza grandissima che questo elemento ha nella riproduzione della specie.

Data l'importanza del fosforo, nelle sue varie forme, sulla quale credo inutile di dover maggiormente insistere, ho voluto investigare pel riso, se realmente la quantità di fosforo esistente in quello italiano naturale o semplicemente sbramato ed in quello invece della stessa origine, ma lavorato e brillato, potesse di per sè stessa aiutarci ad interpretare gli imponenti fenomeni fisiologici sviluppantisi negli animali alimentati colle diverse qualità di riso.

Le analisi chimiche riuscirono assai confortanti, tanto che il prof. Guareschi ebbe la bontà di citare questi miei saggi analitici nella sua importantissima Memoria sulla più razionale utilizzazione dei cereali (1).

In questa mia prima Nota desidero pertanto far conoscere *in extenso* i risultati ottenuti, tanto più che siffatte analisi di confronto per il riso italiano, specie per quanto riguarda i composti fosforati, mancano ancora.

(1) " Atti della R. Accad. di Medicina „. Loco citato.

In una prossima Nota ho intenzione di mettere in evidenza quali sono i prodotti che diventano ricchi di sostanze fosforate in seguito alla brillatura del riso medesimo e che vengono per lo più adoperati nell'alimentazione del bestiame, quando accorti negozianti esteri non acquistino con mano rapace la preziosa merce per restituirla poi sotto forma di prodotti farmaceutici e di alimenti del bestiame depauperati, ma fatti apparire più nutrienti da adatta presentazione commerciale.

Le varietà di riso sottoposte ad analisi sono le seguenti:

1° Riso rosso svestito (*Oryza sativa rubra?*) (1).

Granelli omogenei ricoperti di una pellicola di colore rosso scuro; spaccata la cariosside nell'interno si presenta perfettamente bianca.

La colorazione rossa resiste abbastanza bene agli acidi, viene invece asportata dagli alcali e specialmente dalla ammoniaca molto diluita, che non ne fa variare i caratteri organolettici e cioè il colore.

2° Riso svestito bianco (*Oryza sativa*).

Cariosside incolora striata longitudinalmente; alcune di queste cariossidi presentano colore leggermente verdognolo. Resiste bene alla cottura come il precedente. Mentre si fa cuocere svolge un gradevole profumo, quale si riscontra nei legumi cotti (faggiuoli, ceci, lenticchie).

3° Riso brillato perla.

Granellini piccoli trasparenti, che hanno l'aspetto di tante piccole perle; sono pesanti e scorrevoli l'uno sovra l'altro. Resistono abbastanza alla cottura, ma non svolgono alcun odore gradevole ed appetitoso.

4° Riso mercantile raffinato.

È un riso commerciale comune, quale veniva sul mercato due anni or sono. È perfettamente bianco, omogeneo, senza presentare i caratteri di trasparenza e scorrevolezza del riso perla. Resiste poco alla cottura e neppure questo svolge alcun profumo particolare: il suo sapore è fatuo.

---

(1) Riso a pellicola intera rossa separato dal riso piemontese svestito. Vi esiste nella proporzione da 4 a 6 %.

5° Riso cremonese bianco.

È perfettamente incoloro ed ha i caratteri che ricordano il riso mercantile raffinato sopra detto.

6° Riso cremonese striato di rosso.

Granelli più piccoli del precedente, bianco con numerose striature rosse, che scorrono longitudinalmente sulla cariosside.

Queste due ultime qualità di riso hanno importanza se riferite alle esperienze di Guareschi, dalle quali si rileva che gli animali (galline, piccioni) alimentati colla miscela dei due risi suaccennati nella proporzione del 66 % del riso bianco e del 34 % del riso striato di rosso, non presentano dopo molti giorni i veri fenomeni caratteristici e terribili della polineurite, ma gli animali dopo un certo tempo si ammalano e fanno la scelta dei grani mangiando ancora quelli striati di rosso e lasciando invece i granelli bianchi. Però anche i granelli striati in rosso a lungo andare sono rifiutati dall'animale.

Questa scelta eseguita dai soggetti ci dice già *a priori* che i granelli di riso striato di rosso hanno caratteri chimici ed alimentari alquanto superiori ai granelli bianchi, ciò che d'altra parte è dimostrato sia dalla analisi chimica, sia alimentando separatamente gli animali sovra ricordati colle due qualità di riso.

7° Riso bianco mercantile.

Siffatto riso è quello che viene attualmente in commercio (marzo 1918). Presenta i caratteri organolettici dei risi lavorati precedenti.

Se si toglie l'aspetto esteriore, che raggiunge il maggior splendore nel riso brillato perla, gli altri caratteri di appetibilità son tutti negativi; risulta pertanto evidente che il riso svestito, quantunque di aspetto meno promettente, dovrebbe avere la preferenza nell'alimentazione in causa del suo aroma gradevole, che concorre indirettamente ad eccitare la secrezione delle glandule dello stomaco.

È un errore il credere che la secrezione delle glandule pepsiniche debba essere coadiuvata dagli stimolanti forti, quali il pepe, i garofani, là senape, l'aglio e le cipolle; questi, secondo il mio modesto parere, oltrechè ottundere l'olfatto, contenendo numerose essenze agiscono sulla pepsina ed impediscono

la sua azione proteolitica, parimenti come accade per gli antisettici organici, che ostacolano la digestione.

Il Pawlow ha dimostrato che è sufficiente la vista di un cibo appetitoso per favorire la cosidetta *secrezione psichica* delle glandule pepsiniche; parimenti dicasi per il profumo gradevole degli alimenti.

Il solo profumo e la vista di un piatto di lenticchie hanno indotto Esaù a rinunciare alla primogenitura in favore di Giacobbe. Ciò forse non sarebbe accaduto se detta minestra non avesse sprigionato alcun profumo aromatico, atto ad impressionare favorevolmente l'olfatto del patriarca. La parabola biblica vien qui ricordata per mettere in evidenza l'importanza che hanno sui nostri sensi i caratteri organolettici molteplici dei cibi naturali.

Ecco i caratteri fisici delle varietà di riso analizzate:

	Peso di ettolitro	Peso di 1000 grani	Peso specifico	Volume reale di 1000 grani cm^3
1° Riso rosso svestito . . .	84.7	22.26	1.444	15.40
2° „ bianco „ . . .	87.1	22.93	1.426	16.09
3° „ brillato perla . . .	94.3	22.98	1.458	15.48
4° „ mercantile raffinato .	85.6	23.55	1.430	16.45
5° „ cremonese bianco . .	82.1	25.18	1.428	15.97
6° „ „ striato di rosso	82.2	21.37	1.438	15.70
7° „ bianco mercantile . .	86.5	23.18	1.435	16.06

Ecco quale è la *composizione* chimica delle surriferite varietà di riso, come risulta dai miei saggi analitici:

	Acqua	Ceneri	Grassi	Azoto	Albuminoidi grezzi (*)	Cellulosa	Pentosani	Amido (per differenza)
	%	%	%	%	%	%	%	%
1° Riso rosso svestito	12.74	1.43	2.15	1.53	8.57	1.21	0.35	73.55
2° „ bianco „	13.22	1.24	2.08	1.37	7.81	1.15	0.30	73.20
3° „ brillato perla	13.65	0.87	0.64	1.25	7.12	0.18	0.05	77.19
4° „ mercantile raffinato	13.28	0.53	0.58	1.27	7.23	0.22	0.08	78.08
5° „ cremonese bianco	12.88	0.59	0.65	1.30	7.41	0.25	0.12	78.10
6° „ „ striato di rosso	12.65	0.68	0.77	1.51	8.55	0.32	0.18	76.95
7° „ bianco mercantile (marzo 1918)	13.37	0.57	0.68	1.28	7.29	0.24	0.10	77.75

(*) N × 5.7.

Delle ceneri e dell'anidride fosforica nelle sue varie forme. — L'esame complessivo del sovrascritto specchietto, specie per quanto riguarda le ceneri del riso, non lascia intravvedere in alcun modo quale è l'importanza delle materie minerali che sono contenute nei granelli delle varie qualità di cereali che furono sottoposte ad analisi, e sembrerebbe in sulle prime, che il riso perla fosse ad esempio il più ricco di sostanze minerali naturali fra i risi lavorati. Per poter raffrontare le ceneri di tutte queste varietà di riso ho creduto opportuno per ogni sostanza analizzata determinare la proporzione di cenere, che è solubile nell'acido cloridrico al 10 % e quella invece che è insolubile in detto solvente, rapportando infine quanto rimane indisciolto a 100 parti di ceneri totali:

	Ceneri totali %	Ceneri solubili in acido cloridrico al 10 %	Ceneri insolubili in acido cloridrico al 10 %	Ceneri insolubili in acido cloridrico al 10 % in 100 p. di ceneri
1° Riso rosso svestito. . .	1.43	1.245	0.195	13
2° „ bianco „ . . .	1.24	1.092	0.146	11.5
3° „ brillato perla . . .	0.87	0.492	0.378	43
4° „ mercantile raffinato.	0.53	0.378	0.156	29
5° „ cremonese bianco .	0.59	0.472	0.105	20
6° „ „ striato rosso	0.68	0.575	0.118	16
7° „ bianco mercantile . (marzo 1918)	0.57	0.432	0.144	25

Il rapporto delle ceneri insolubili in acido cloridrico sovra 100 parti di ceneri totali ci dice prima di ogni cosa che il riso svestito è il più povero di siffatte ceneri insolubili, perchè, come hanno dimostrato le analisi di molti autori, queste ceneri sono per la massima parte costituite da fosfati alcalini ed alcalino-terrosi, raggiungendo l'anidride fosforica il 52 % delle ceneri stesse.

Nei risi lavorati invece la quantità delle ceneri insolubili è alquanto in aumento.

Il riso perla confrontato colle altre qualità presenta una percentuale di ceneri insolubili molto rilevante: questa diversità ci mette sull'avviso che in questo riso deve trovarsi una materia minerale estranea.

Al fine di conoscere quale è questa sostanza estranea alla composizione normale del riso ho incenerito gr. 60 di riso brillato perla e le ceneri ho ripreso con acido cloridrico diluito al 10 %, raccogliendo sopra un filtrino il residuo insolubile. Ho ottenuto così dopo calcinazione gr. 0.2312 di una sostanza insolubile bianca polverulenta, untuosa e saponosa al tatto, che sottoposi ad esame quantitativo per dedurne la composizione chimica:

anidride silicica % 65.34
ossido di magnesio % 25.42

Questi dati analitici messi in correlazione coi caratteri fisici ed organolettici della polvere sopra ricordata ci dicono, che essa è costituita da silicato di magnesio ossia da talco (1), impuro per la presenza di un eccesso di silice proveniente dalle ceneri del riso.

Il talco infatti, accanto al gesso, al caolino, alla polvere di marmo, è fra le materie minerali che si adoperano per la brillatura del riso.

Probabilmente è questa sostanza che dà la scorrevolezza caratteristica ai granelli del riso brillato perla e che gli conferisce anche il maggior peso specifico.

Differenziate così le ceneri delle varie qualità di riso sottoposte ad analisi, ho proceduto al dosamento dell'anidride fosforica totale, avendo quindi cura di conoscere parimenti sotto qual forma l'anidride fosforica si trovi nel seme del riso svestito ed in quello lavorato e quale relazione passi in questo cereale fra l'anidride fosforica fitinica e la lecitinica.

Col calcolo ho poi trasformato l'anidride fosforica lecitinica riscontrata in lecitina oleopalmitica. In una quinta colonna è segnato il rapporto ottenuto riferendo l'anidride fosforica totale a 100 parti di ceneri.

La determinazione dell'anidride fosforica totale venne eseguita sovra 5 gr. di sostanza, che fu mescolata intimamente con una miscela di nitrato potassico p. 1 e carbonato sodico p. 3.

---

(1) Il talco contiene dal 62 al 63 % di anidride silicica e dal 28 al 31 % di ossido di magnesio.

Dopo calcinazione completa si riprese con acqua e si trattò con acido nitrico e fosfomolibdato di ammonio nel modo solito.

Il precipitato giallo ottenuto ridisciolto in ammoniaca venne riprecipitato colla miscela magnesiaca. Trasformato il fosfato ammonico magnesico in pirofosfato di magnesio, da questo si risalì alla quantità di anidride fosforica totale contenuta nel riso esaminato.

La determinazione dell'anidride fosforica fitinica venne eseguita sia seguendo il metodo di Posternak (1) ed operando sopra 10 gr. di riso, sia mettendo in pratica il metodo volumetrico proposto da Heubner e Stadler, applicato da Rather (2) nella determinazione dell'anidride fosforica fitinica nei prodotti delle piante e da me leggermente modificato per la preparazione rapida della soluzione titolata. Di questo metodo dirò in altra mia Nota.

La determinazione dell'anidride fosforica lecitinica venne eseguita con il metodo di Schultz e operando sovra 100 gr. di prodotto.

Ecco i risultati ottenuti:

	Anidride fosforica			Lecitina	Anidride fosforica rapportata a 100 p. di ceneri
	totale %	fitinica %	lecitinica %	%	
1° Riso rosso svestito . .	0.84	0.485	0.010	0.109	58
2° „ bianco „ . . .	0.68	0.435	0.008	0.087	55
3° „ brillato perla . .	0.26	0.058	tracce	piccolissime quantità	30
4° „ mercantile raffinato	0.24	0.055	tracce	piccolissime quantità	45
5° „ cremonese bianco .	0.38	0.152	—	—	62
6° „ „ striato rosso	0.46	0.188	—	—	67
7° „ bianco mercantile . (marzo 1918)	0.29	0.082	—	—	50

(1) " C. R. ", CXXXVII, 1903.

(2) " Journal Amer. chem. soc. ", 1917, *39*, 2506.

La differenza esistente fra il riso svestito ed il riso lavorato appare evidentissima; infatti, mentre il primo è abbastanza ricco di composti fosforati minerali ed organominerali, il secondo è povero di queste sostanze, e mentre l'anidride fosforica fitinica può arrivare a 5 gr. per ogni Kgr. di riso svestito, in quello raffinato e brillato non arriva al grammo per ogni chilogramma di riso; quanto poi all'anidride fosforica lecitinica, essa manca affatto nei risi lavorati, mentre nel riso svestito sotto forma di fosfolecitina arriva ad 1 gr. di lipoide per ogni chilogrammo di cereale. Ciò che nella nostra nutrizione giornaliera può avere la sua influenza.

Un'altra osservazione, degna di nota, consiste nell'affinità che esiste chimicamente fra i derivati fosforati e le sostanze albuminoidi, onde si rileva costantemente il fatto che il riso più ricco in derivati fosforati ha anche maggior dovizia di sostanze proteiche.

Il rapporto dell'anidride fosforica a 100 p. di ceneri, mentre per il riso svestito e per alcuni risi poco depauperati è superiore al 50 %, poichè viene fissato dal carbonato sodico anche il fosforo lecitinico e quello delle nucleine e degli acidi nucleici, che altrimenti si volatilizza nel semplice dosamento delle ceneri, per le altre varietà di riso e specialmente per il riso brillato perla, che contiene il talco, è inferiore a quello generalmente riscontrato nel riso naturale.

I dati numerici da me riscontrati corrispondono bene alle esperienze di Balland e di Hooper (1).

L'ultimo autore citato ha, d'accordo con quanto scrissi, messo in chiaro che la brillatura fa diminuire il potere alimentare del riso e lo impoverisce, oltrechè di grassi, di proteina e di ceneri, anche di composti fosforati organominerali, accanto ai quali si trovano sempre le vitamine ed i fermenti.

Secondo questo autore un riso che non contenga meno del 0.469 % di anidride fosforica è ancora un alimento salutare, ciò che vien dimostrato nel nostro caso dal riso cremonese striato di rosso, il quale nell'alimentazione dei polli e dei

---

(1) *Phosphorous in Indian Foodstuffs.* " Am. Journ. chem. soc. ", 1912, t. II, p. 1638.

piccioni si è affermato migliore degli altri risi lavorati, perchè non produce la polinevrite.

Hooper osserva ancora che il riso raccolto nelle regioni dove erano maggiori i casi di polinevrite conteneva da 0.26 a 0.400 di anidride fosforica; quello che contiene soltanto 0.27 % di anidride fosforica è causa sicura di polinevrite.

Lo stesso fatto è stato constatato da Guareschi nelle sue esperienze sui polli e sui piccioni, poichè il riso brillato perla con solo 0.26 % di anidride fosforica dava dopo pochi giorni negli animali che se ne alimentavano segni evidenti di polinevrite.

I miei dati analitici non vanno però d'accordo coi risultati ottenuti da Rather, che afferma di aver trovato nel riso gr. 1.26 di fosforo fitinico (1). In altro caso dice di aver ricavato gr. 44 di acido inositopentafosforico da 1250 gr. di riso svestito (*police rice*) (2).

Nel primo caso si dovrebbe riscontrare nel riso analizzato 2.88 % di anidride fosforica fitinica. Questa quantità è immensamente superiore a quella trovata da tutti gli autori, che si sono occupati di questo argomento, poichè anche secondo Balland la quantità di anidride fosforica totale nel riso non supera mai il 0.85 %, ciò che si verifica pure esaminando le numerose analisi eseguite da Browne, Schärling, Payen, Kellner ed altri e che sono riportate dal König.

Nel caso poi dell'acido inositofosforico ricavato dal riso svestito (*police rice*) secondo il calcolo risulterebbe, che questo cereale conterrebbe ancora 1.96 % di anidride fosforica, ciò che rimane ancora inesplicabile data la composizione chimica del riso, che non raggiunge mai tale cifra.

Che se poi sotto il nome di *police rice* si dovesse intendere il riso brillato, allora debbo far osservare che dalle esperienze di Hooper e dalle mie risulta, che il riso brillato è poverissimo di ceneri ed anche di anidride fosforica totale; l'anidride fosforica fitinica poi nel riso brillato viene ad essere ridotta ai minimi termini.

---

(1) " Journal Amer. chem. soc. ", 1917, *39*, 2506.
(2) Id., id., 1918, XL, p. 523.

Per dimostrare il depauperamento in elementi minerali cui viene sottoposto il riso durante la brillatura si può mettere in confronto la quantità degli elementi che compongono la cenere, nel cereale naturale ed in quello lavorato, come fecero Schermann e Gettler per il grano intero ed il fior di farina, secondo quanto è riportato nel libro di Graham Lusk, *The elements of science of Nutrition.*

Prendendo come confronto un riso svestito analizzato da Kellner e Nagaoka (1), il quale conteneva gr. 1.27 % di cenere sulla sostanza secca e del quale si conosce parimenti la composizione centesimale delle ceneri, mi fu possibile calcolare la quantità dei singoli elementi contenuti in 1 kgr. di detto riso, espressa in grammi, e mettere in confronto questo quantitativo col riso brillato, come si vedrà nel seguente specchietto:

	Riso intero ‰ gr.	Riso brillato ‰ gr.
Fosforo	2.678	0.890
Potassio	2.469	0.690
Magnesio . . .	0.865	0.270
Sodio	0.434	0.210
Calcio.	0.266	0.080
Ferro	0.144	0.070
Cloro	0.115	0.150
Totale gr.	6.871	2.287.

La brillatura del riso, essendo purtroppo entrata nella consuetudine, specie per quei cereali che sono destinati alla esportazione, portò naturalmente a considerare questo alimento come una sostanza ricchissima di amido e mediocremente azotata, ma povera affatto di altri principii nutritivi, onde anche il Gautier nel suo libro *L'alimentation et les régimes chez l'homme sain ou malade*, pag. 448, mette il riso fra le sostanze poverissime di anidride fosforica, mentre ci è noto che il cereale naturale ne contiene sino al 0.80 %.

---

(1) " Colleg. of. Agric. of. the imp. Univ. ". Tokio, 1893. Bull. 12.

Il riso adunque devesi riguardare come un cibo nutriente, se la speculazione umana non gli toglie i materiali benefici che concorrono a formarne la cariosside, perchè questa coi principii nutritivi che contiene nel suo insieme sia capace di dar vita alla pianticina del riso donde si origina la pianta adulta.

Ora ci è noto che le giovani pianticine hanno bisogno all'inizio de loro sviluppo e per la loro vita di composti fosforati, di fermenti, di vitamine, di albuminoidi, grassi e carboidrati, analogamente a quanto avviene per gli animali, che per nutrirsi hanno d'uopo contemporaneamente di tutte queste sostanze. Mancando alcuna di esse la pianticina del riso non ha vita e l'animale alimentato da questo cibo deperisce ed è assalito da fenomeni nervosi molto violenti.

Credo non sia necessario ripetere in questo mio lavoro le conclusioni, che potranno riscontrarsi suffragate dalle esperienze probative sugli animali nella interessantissima pubblicazione del prof. Guareschi, *Sulla più razionale utilizzazione dei cereali con esperienze ed osservazioni sulla alimentazione col riso sbramato o naturale ed a diversi gradi di depauperamento o brillatura* (1).

In altra mia Nota dirò dei prodotti che si ottengono dalla brillatura del riso ed allora dimostrerò, come le sostanze fosforate organominerali di questo cereale vadano a concentrarsi nei prodotti di rifiuto della sua brillatura.

Torino. Laboratorio chimico municipale. Aprile 1918.

---

(1) " Atti della R. Accademia di Medicina ". Loco citato.

Sulle catene di radicali quadratici

Nota del Socio corrispondente SALVATORE PINCHERLE

La benevolenza di cui codesta insigne Accademia ha voluto darmi prova, onorandomi della nomina a suo Socio corrispondente, mi incoraggia a presentarle, anche in segno di gratitudine, questa modesta Nota in cui viene studiato un argomento il quale, sebbene d'indole assai elementare, dà luogo ad interessanti e non facili questioni ed è stato scarsamente considerato fin qui. Si tratta delle espressioni in forma di catene di radicali quadratici, della forma

$$\pm\sqrt{a\pm\sqrt{a\pm\sqrt{a\ldots}}},$$

dove a è un numero positivo, che verrà detto *base*.

Simili espressioni possono constare di un numero finito di radicali; le diremo *catene limitate* ed anche, per un motivo geometrico che verrà posto in luce in altro lavoro, daremo loro il nome di *fuochi*. Ma il numero dei segni radicali può anche essere infinito; avremo allora le *catene illimitate*, che esprimono un algoritmo indefinito consistente nella formazione della successione di catene limitate

$$\pm\sqrt{a},\qquad \pm\sqrt{a\pm\sqrt{a}},\qquad \pm\sqrt{a\pm\sqrt{a\pm\sqrt{a}}},\ldots,$$

successione che è determinata qualora lo sia quella dei segni *più* o *meno*; le catene limitate costituenti la successione si designeranno col nome di *ridotte*. Se la successione delle ridotte ammette limite, la catena illimitata si dirà *convergente* e quel limite ne sarà il *valore*.

In una catena, limitata o no, i radicali si conteranno da sinistra a destra, primo radicale essendo quello più a sinistra.

Nel presente lavoro verranno considerate esclusivamente le catene limitate reali, e le illimitate a ridotte reali.

§ I.

1. — Una catena limitata, o fuoco, è determinata dalla sua base, dal numero dei radicali che in essa figurano e dal segno da cui è affetto ciascun radicale. Non vi è restrizione essenziale nel supporre il primo radicale affetto dal segno $+$; è ciò che ammetteremo quando non sia detto esplicitamente il contrario. In quanto agli altri segni, facciamo prima l'ipotesi che siano tutti positivi; si dà così luogo alla successione di fuochi:

$$(1) \qquad \sqrt{a}, \qquad \sqrt{a+\sqrt{a}}, \qquad \sqrt{a+\sqrt{a+\sqrt{a}}}, \ldots,$$

successione di numeri positivi crescenti che tende ad un limite, che è il loro limite superiore. Questo limite è finito se è $a>2$, poichè è allora

$$\sqrt{a+\sqrt{a}}<\sqrt{2a}<a,$$

onde

$$\sqrt{a+\sqrt{a+\sqrt{a}}}<a$$

e così via; ed è a più forte ragione finito per $a \leq 2$. Detto questo limite z, esso è manifestamente la radice positiva dell'equazione

$$(2) \qquad z^2 = a + z,$$

onde

$$(3) \qquad z = \frac{1+\sqrt{1+4a}}{2}.$$

La catena illimitata

$$\sqrt{a+\sqrt{a+\ldots \text{ in inf.} \ldots}}$$

è dunque convergente, e la (3) ne dà il valore.

2. — Quando i segni dei radicali non sono tutti positivi, conviene fare uso di una notazione che ponga opportunamente in evidenza la variazione dei segni stessi. Propongo la seguente. Essendo positivo il primo radicale, siano positivi altri $r_1 - 1$ immediatamente seguenti; a questi succeda un radicale negativo, seguìto poi immediatamente da $r_2 - 1$ positivi; indi un radicale negativo, seguìto immediatamente da $r_3 - 1$ positivi, e così via; si abbia infine un ultimo radicale negativo, seguìto da $r_n - 1$ positivi. Il fuoco così determinato verrà indicato colla notazione

$$(4) \qquad (r_1, r_2, r_3, \dots r_n),$$

dove i numeri $r_1, r_2, \dots r_n$ sono interi positivi (lo zero escluso). Ogni fuoco positivo può rappresentarsi nella forma (4). Per un fuoco negativo, si può scrivere, se vi è in principio un radicale negativo seguìto da $r_1 - 1$ positivi, ecc.:

$$-(r_1, r_2, \dots r_n) \qquad \text{oppure} \qquad (0, r_1, r_2, \dots r_n).$$

Ai numeri interi $r_1, r_2, \dots$ si darà il nome di *cifre*; la somma delle cifre (numero dei radicali) $r_1 + r_2 + \dots + r_n$ verrà detta *ordine* del fuoco.

Come esempi: i fuochi della successione (1) saranno rappresentati da (1), (2), (3), ... Il fuoco $\sqrt{a - \sqrt{a}}$ verrà rappresentato da (1, 1); il fuoco

$$\sqrt{a - \sqrt{a + \sqrt{a - \sqrt{a + \sqrt{a}}}}}$$

da (1, 2, 2).

Per il calcolo di un'espressione (4), si comincia col calcolare (r_n), indi (r_{n-1}, r_n), indi (r_{n-2}, r_{n-1}, r_n), e così via; questi si diranno rispettivamente n^{simo}, $n - 1^{\text{simo}}$, $n - 2^{\text{simo}}$, ... *gruppo* della (4).

3. — La notazione precedente si può estendere; se $f = (s_1, s_2, .. s_p)$ è un fuoco, si potrà rappresentare con (r, f) il fuoco $(r, s_1, s_2, .. s_p)$, e se $\varphi = (r_1, r_2, .. r_n)$ è pure un fuoco, con

$$(\varphi, f) \qquad \text{od} \qquad (r_1, r_2, \dots r_n, f)$$

il fuoco $(r_1, r_2, .. r_n, s_1, s_2, .. s_p)$. Questa notazione può anche estendersi al caso in cui con f s'intenda una catena illimitata. In altri termini, se l'ultimo radicando a di φ si sostituisce con $a - f$, si scrive $(r_1, r_2, \dots r_n, f)$; si scriverà invece $(r_1, r_2, \dots r_n + (f))$ se l'ultimo radicando a di φ si sostituisce con $a + f$.

4. — È opportuno di riguardare lo zero come un fuoco (fuoco d'ordine zero); esso si denoterà con (0).

5. — Per $a = 0$, tutti i fuochi sono zero.

Per $0 < a < 1$, è $\sqrt{a} > a$. Ogni espressione $(1, r)$ rappresenta dunque un numero immaginario, e quindi, poichè la radice quadrata di un numero non reale non può essere reale, ogni fuoco in cui figura qualche segno — non è reale. In questo caso, sono reali dunque quei soli fuochi costituenti la successione (1), ed i loro contrari. Soli punti limiti dei fuochi sono i due punti $\pm z$, dove z è dato dalla (3). Lo stesso vale per $a = 1$, salvo che è $(1, 1) = 0$; in questo caso, il fuoco $(r_1, r_2, \dots r_n)$ può anche rappresentarsi con $(r_1, r_2, \dots r_n + 1, 1)$ e con $(r_1, r_2, \dots r_n, 1, 1)$.

Per $a \geq 2$, ogni fuoco è reale. Infatti, è $z \leq a$ se è $a \geq 2$; tutti gli elementi della successione (1) sono dunque minori di a, e perciò ogni espressione $(1, r)$, per grande che sia r, è reale e minore di a, e quindi ogni fuoco è reale (*).

Risulta da ciò che è il caso $1 < a < 2$ quello che presenta maggiore interesse per la discussione sulla realtà o meno dei fuochi; questa discussione viene data nei seguenti n[i].

6. — È importante, nello studio delle catene reali di radicali, di tenere presente la seguente proposizione, la cui dimostrazione non presenta difficoltà (**):

« Se $f = (r_1, r_2, \dots r_p, r_{p+1}, \dots r_m)$, $f' = (r, r_2, \dots r_p, s_{p+1}, \dots s_n)$ « sono due fuochi distinti, aventi in comune le prime p cifre, « mentre la $p + 1^{\text{sima}}$ è differente, è maggiore quel fuoco in cui

(*) Lo studio delle catene di radicali per il caso $a \geq 2$ ha formato l'oggetto di una Nota presentata all'Accademia delle Scienze di Bologna il 17 febbraio 1918.

(**) La dimostrazione è data nella Nota citata.

" questa $p+1^{\text{sima}}$ cifra è maggiore se p è pari, è maggiore
" quello in cui questa $p+1^{\text{sima}}$ cifra è minore se p è dispari ".

Ne viene come corollario che " se due fuochi f, f' hanno le
" prime p cifre in comune, ed un terzo fuoco f'' è compreso
" fra f ed f', le prime p cifre di f'' coincidono con quelle cifre
" comuni ".

§ II.

7. — Indico con $\alpha(x)$ la funzione x^2-a. Questa funzione — od operazione eseguita su x — si può iterare. Si porrà:

$$(1) \qquad \alpha_1(x)=\alpha(x), \qquad \alpha_{n+1}(x)=\alpha_n(\alpha_1(x)), \qquad (n=1,2,3,\ldots).$$

La $\alpha_n(x)$ è funzione razionale intera, pari, di grado 2^n.

L'equazione

$$(2) \qquad \alpha_n(x)=0$$

ha 2^n radici, ognuna delle quali è rappresentata da una delle 2^n espressioni che si hanno da

$$\pm(r_1, r_2, \ldots r_p)$$

con

$$r_1+r_2+\ldots+r_p=n,$$

le r_i essendo numeri interi positivi (non nulli).

Fra queste radici sono massime in valore assoluto le $\pm(n)$; in ogni caso però inferiori in modulo a z.

8. — *a)* Applicando ad $x=0$ l'operazione α e le sue successive iterate, si ottiene la successione

$$(3) \quad \alpha_1(0)=-a, \quad \alpha_2(0)=a^2-a, \quad \alpha_3(0)=(a^2-a)^2-a, \ldots,$$

i cui elementi sono anche

$$-a, \qquad \alpha_1(a), \qquad \alpha_2(a), \ldots \alpha_n(a)=a_{n+1}(0), \ldots$$

b) L'operazione α_m applicata ad un fuoco ha per effetto di sopprimere i primi m segni radicali. Così si ha

$$\alpha_{r_1+r_2+\ldots r_p}(r_1, r_2, \ldots r_p, r_{p+1}, \ldots r_n)=-(r_{p+1}, \ldots r_n).$$

Se f è d'ordine n, è $\alpha_n(f) = 0$; se è $m < n$, è $\alpha_m(f)$ un fuoco d'ordine $n - m$.

c) I valori di a per cui uno degli elementi (3) è nullo, si diranno *speciali*. Così $a = 1$ è speciale, poichè $\alpha_2(0) = 0$. Se a è speciale, è radice di una delle equazioni (2), poichè se è $\alpha_m(0) = 0$, è $\alpha_{m-1}(a) = 0$; se a è radice di un'equazione (2), è radice di infinite fra queste, poichè da $\alpha_m(0) = 0$ segue, per ogni intero p, $\alpha_{mp}(0) = 0$. L'essere a speciale porta l'annullarsi di una catena $(r_1, r_2, \dots r_p)$ e quindi di tutte quelle della forma

$$(r_1, r_2, \dots r_p, r_1, r_2, \dots r_p \dots r_1, r_2, \dots r_p).$$

d) Quando a è speciale, un medesimo fuoco può ammettere più rappresentazioni mediante catene limitate; infatti, se è $(r_1, r_2, \dots r_p) = 0$, sarà

$$\begin{aligned}(s_1, s_2, \dots s_n) &= (s_1, s_2, \dots s_n, r_1, r_2, \dots r_p) = \\ &= (s_1, s_2, \dots s_n + (r_1, r_2, \dots r_p)) = \\ &= (s_1, s_2, \dots s_n, r_1, r_2, \dots r_p, r_1, r_2, \dots r_p) = \dots\end{aligned}$$

Reciprocamente, se uno stesso fuoco f ammette due rappresentazioni per mezzo di catene limitate

$$(r_1, r_2, \dots r_p) = (s_1, s_2, \dots s_n),$$

la base è speciale; infatti, l'uguaglianza si mantiene applicando ai due membri della precedente l'operazione α e le sue iterate, ed in questo modo si possono ridurre ad avere la prima cifra differente; si può dunque senza restrizione supporre r_1 diverso da s_1; sia p. es. $r_1 > s_1$. Prendendo allora sui due membri l'operazione α_{s_1}, viene

$$(r_1 - s_1, r_2, \dots) = -(s_2, s_3, \dots),$$

ma qui, i due membri avendo segno diverso, l'uguaglianza è impossibile a meno che non sia $(s_2, s_3, \dots) = 0$; a è dunque speciale.

e) Se due equazioni (2), di grado diverso, hanno una radice comune, a è speciale; infatti se è

$$\alpha_m(x) = 0, \qquad \alpha_n(x) = 0, \qquad (m > n),$$

viene

$$\alpha_{m-n}(\alpha_n(x)) = \alpha_{m-n}(0) = 0,$$

cioè è nullo uno degli elementi (3).

f) Un'equazione (2) può avere radici multiple solo se a è speciale. Infatti,

$$\frac{d\alpha_m}{dx} = 2\alpha_{m-1}\frac{d\alpha_{m-1}}{dx};$$

ne segue

$$\frac{d\alpha_m}{dx} = 2^m x \alpha_1(x)\,\alpha_2(x)\ldots\alpha_{m-1}(x);$$

se dunque x è radice multipla di $\alpha_m(x) = 0$, uno degli $\alpha_h(x)$, per $h < m$, deve essere nullo e quindi $\alpha_h(x)$, $\alpha_m(x)$ avendo una radice comune, a è speciale.

§ III.

9. — Supponiamo la base compresa fra 1 e 2. In ogni fuoco reale

$$f = (r_1, r_2, \ldots r_n),$$

l'ultimo gruppo (r_n) è certamente reale e minore di a. Ora, affinchè f sia reale, è necessario e sufficiente che siano reali e non maggiori di a i gruppi

$$(r_i, r_{i+1}, \ldots r_n), \qquad (i = 2, 3, \ldots n).$$

Il caso $(r_i, r_{i+1}, \ldots r_n) = a$, donde segue $(1, r_i, \ldots r_n) = 0$, si presenta per a speciale.

10. — *a)* Considerando la successione dei fuochi positivi ad una cifra

(1) $$(1), (2), (3), \ldots (n), \ldots$$

si ha, per l'ipotesi $a > 1$, che è $(1) < a$, e per l'ipotesi $a < 2$, che è $\lim_{n=\infty}(n) > a$; onde esiste certamente, nella successione (1), un ultimo elemento minore di a; sia questo $(g_1 - 1)$, per modo che si abbia:

(2) $$(g_1 - 1) < a \leq (g_1).$$

Ora, la cifra g_1 non può figurare all'ultimo posto in un fuoco reale. Infatti, se è $g_1 > a$, $(1, g_1)$ è immaginario e quindi nè (r_1, g_1), nè $(r_1, r_2, \dots r_{n-1}, g_1)$ possono essere reali, e se è $g_1 = a$, $(r_1, r_2, \dots r_{n-1}, g_1)$ si trasforma in $(r_1, r_2, \dots r_{n-1} - 1)$. Inoltre, una cifra superiore a g_1 non può figurare in un fuoco reale, tranne che al primo posto; infatti se in un fuoco abbiamo il gruppo $(r_i, r_{i+1}, \dots r_n)$, con $r_i \geq g_1 + 1$, questo gruppo è maggiore di (g_1) e quindi anche di a, onde il fuoco non è reale.

b) Cerchiamo ora se, fra i fuochi a due cifre maggiori di $(g_1 - 1)$, ve n'è uno ultimo minore di a. Poichè un fuoco maggiore di $(g_1 - 1)$ deve avere per prima cifra almeno g_1, considereremo la successione crescente

$$(g_1, g_1 - 1), \quad (g_1, g_1 - 2), \dots (g_1, 2), \quad (g_1, 1). \tag{3}$$

Qui può darsi che non si trovi un elemento inferiore ad a, per modo che sia

$$(g_1 - 1) < a \leq (g_1, g_1 - 1). \tag{4}$$

In questo caso, la cifra g_1 non può figurare in un fuoco reale f, tranne che al primo posto. Infatti, se esso figura in f per l'ultima volta al posto i, il gruppo corrispondente sarà $(g_1, r_{i+1}, r_{i+2}, \dots r_n)$, ma questo è maggiore o per lo meno uguale a $(g_1, g_1 - 1)$ e quindi non minore di a. Di più, non vi è alcun fuoco compreso fra $(g_1 - 1)$ ed a; infatti, un tale fuoco dovrebbe avere la forma $(g_1, h_2, h_3 \dots)$, ora questo è certamente non inferiore a $(g_1, g_1 - 1)$ e quindi non inferiore ad a.

c) Se non è verificata la (4), vi sarà un ultimo elemento, nella (3), inferiore ad a; si avrà dunque un numero g_2, compreso fra $g_1 - 1$ ed 1, tale che sia

$$(g_1, g_2) < a \leq (g_1, g_2 - 1). \tag{5}$$

Si cerchi allora, nella successione crescente

$$(g_1, g_2), \quad (g_1, g_2, 1), \quad (g_1, g_2, 2), \dots (g_1, g_2, g_1 - 1),$$

l'ultimo elemento inferiore ad a; se questo è $(g_1, g_2, g_3 - 1)$, si passa alla successione di fuochi a quattro cifre

$$(g_1, g_2, g_3 - 1), \quad (g_1, g_2, g_3, g_1 - 1), \dots (g_1, g_2, g_3, 1),$$

e così si prosegue.

11. — Il procedimento indicato può dare luogo ai tre seguenti casi:

A) Esso si continua indefinitamente, dando origine ad una successione crescente di fuochi

$$(6) \qquad \varphi_1 = (g_1 - 1), \quad \varphi_2 = (g_1, g_2), \quad \varphi_3 = (g_1, g_2, g_3 - 1), \quad \varphi_4 = (g_1, g_2, g_3, g_4), \dots$$

tutti inferiori ad a. Essi hanno pertanto un limite — loro limite superiore — e questo sia $\lambda < a$.

B) Le cose procedendo come nel caso precedente, il limite λ della successione (6) sia invece uguale ad a.

C) Il procedimento non continua indefinitamente; si trova cioè un ultimo fuoco $\varphi = (g_1, g_2, \dots g_r)$ inferiore ad a; in altri termini, fra φ ed a non cade alcun fuoco.

12. — Esaminiamo dapprima il caso *A*. L'espressione $\sqrt{a - t}$, dove t varia da λ ad a, non dà alcun fuoco in questo intervallo; essa varia decrescendo da $\sqrt{a - \lambda}$ a 0, e ne segue che nell'intervallo $-\sqrt{a - \lambda} \dots \sqrt{a - \lambda}$ non cade alcun fuoco all'infuori dello zero.

Ne segue ancora che, essendo $f = (r_1, r_2, \dots r_m)$ un fuoco reale qualsiasi, fra

$$\mu = (r_1, r_2, \dots r_m + 1, \lambda) \qquad \text{e} \qquad \nu = (r_1, r_2, \dots r_m, 1, \lambda)$$

non cade alcun fuoco all'infuori di f medesimo; per m pari, μ è l'estremo inferiore e ν l'estremo superiore dell'intervallo $\mu \dots \nu$, ed il contrario ha luogo per m dispari. Ad ogni fuoco f corrisponde dunque un tale intervallo $\mu \dots \nu$, che diremo q e chiameremo *intervallo contiguo* corrispondente ad f. Gli estremi μ, ν dell'intervallo prenderanno il nome di *vertici*. I vertici dell'in-

tervallo contiguo corrispondente ad un fuoco positivo sono positivi; negativi per un fuoco negativo; di segno diverso solo i vertici $-\sqrt{a-\lambda}$ e $\sqrt{a-\lambda}$ dell'intervallo contiguo relativo allo zero.

Ogni vertice è, da una sola parte, punto limite di fuochi. Così ν è il limite della successione di fuochi

$$(7)\quad (r_1, \ldots r_m, 1, \varphi_1),\quad (r_1, \ldots r_m, 1, \varphi_2), \ldots (r_1, r_m, 1, \varphi_n), \ldots$$

ed è tale, se m è pari, che codesti fuochi si trovano alla sua destra, mentre in vicinanza di ν a sinistra non cade alcun fuoco: il contrario ha luogo se m è dispari. Ma ad ognuno dei fuochi delle successive (7) corrisponde un intervallo contiguo; di più, siccome è evidente che due intervalli contigui non hanno nè punti interni, nè estremi comuni, così i vertici superiori ed inferiori degl'intervalli contigui corrispondenti ai fuochi (7) tendono a ν.

L'esame precedente del caso A ci porta alle seguenti conclusioni: " Nel caso A, l'aggregato F dei fuochi reali è co-" stituito di punti isolati, compresi fra $-z$ e z. L'aggregato F' " derivato di F comprende i vertici ed i punti limiti di questi; " ma ogni vertice essendo punto limite di vertici, F' è chiuso " e denso in sè, e quindi perfetto. È inoltre non denso, e gli " intervalli contigui, ognuno dei quali contiene nel suo interno " un fuoco ed uno solo, servono a costruirlo. I punti $\pm z$ fanno " parte di F' ".

13. — Veniamo al secondo dei casi elencati al n. 11. In questo caso B, la successione (6) tende ad a; formando dunque $\sqrt{a-t}$, dove t varia da λ ad a, si avrà, ponendo per t i valori (6), una successione di fuochi tendenti a zero. Lo zero è dunque limite di fuochi, e lo stesso avviene per ogni fuoco reale; inoltre, poichè tanto la successione

$$(r_1, \ldots r_m+1, \varphi_1),\quad (r_1, \ldots r_m+1, \varphi_2), \ldots (r_1, \ldots r_m+1, \varphi_n), \ldots$$

quanto la

$$(r_1, \ldots r_m, 1, \varphi_1),\quad (r_1, \ldots r_m, 1, \varphi_2), \ldots (r_1, r_m, 1, \varphi_n), \ldots$$

tendono ad $(r_1, \ldots r_m)$, la prima da una parte e la seconda dall'altra, così ogni fuoco è punto limite di fuochi da ambo le

parti. L'insieme F dei fuochi è dunque denso in sè; l'insieme F' è perfetto.

Può accadere (caso B_1) che ogni punto dell'intervallo $-z \dots z$ appartenga all'insieme F'; è ciò che si verifica nel caso $a = 2$. Qualora ciò non avvenga (caso B_2) vi sarà su $-z \dots z$ qualche punto τ non appartenente ad F', e, poichè F' è perfetto, τ sarà isolato, cioè interno ad un intervallo t di cui i soli estremi apparterranno ad F'. Si può, senza restrizione, supporre tutto l'intervallo t inferiore ad a; infatti, se τ_1 ne è l'estremo superiore, si può sempre determinare un intero m tale che sia $(m+1) > \tau_1$, onde $\alpha_m(\tau_1) < a$, e si può sostituire la considerazione dell'intervallo $\alpha_m(t)$ a quella dell'intervallo t. Simili intervalli t, che non contengono punti di F', si diranno ancora *contigui*. Siano τ_0 e τ_1 gli estremi di t.

Ciò posto, sia $f_1, f_2 \dots f_n, \dots$ una successione di fuochi tendenti ad un fuoco reale f; per fissare le idee, i fuochi f_n procedano crescendo e siano formati da un numero pari di cifre. Per ognuno di questi f_n, l'espressione $(f_n, 1, t)$ rappresenterà un intervallo privo di fuochi per tutti i valori di t compresi fra τ_0 e τ_1, gli estremi esclusi; la successione degli intervalli contigui senza parti comuni

$$(f_1, 1, t), \quad (f_2, 1, t), \dots (f_n, 1, t), \dots$$

tende ad f crescendo, talchè in vicinanza di ogni fuoco e per conseguenza di ogni punto limite di fuochi, cadono infiniti intervalli contigui privi di fuochi. Risulta da ciò che l'aggregato perfetto F' è non denso. Riassumendo " nel caso B_2 l'aggregato " dei fuochi fa parte del proprio derivato, il quale è ancora " perfetto non denso, ma i cui intervalli contigui non contengono nel loro interno alcun fuoco ".

14. — Rimane da considerare il caso C, in cui esiste un ultimo fuoco $\varphi = (g_1, g_2, \dots g_s)$ inferiore ad a.

Considerando $\sqrt{a-t}$, dove t varia da φ ad a, si ha un intervallo compreso fra 0 e $\sqrt{a-\varphi}$ entro il quale non cade alcun fuoco, e quindi

$$\sqrt{a-\varphi} = (1, g_1, g_2, \dots g_s) = (1, \varphi)$$

è il minimo fuoco positivo, come — $(1, \varphi)$ è il massimo fuoco negativo. Ne risulta immediatamente che ogni fuoco $f = (r_1, r_2, \ldots r_n)$ si trova compreso fra due fuochi viciniori, l'uno a destra, l'altro a sinistra, che sono

$$(r_1, r_2, \ldots r_n + 1, \varphi) \qquad \text{ed} \qquad (r_1, r_2, \ldots r_n, 1, \varphi)$$

e che indicheremo brevemente con (f', φ) ed $(f, 1, \varphi)$ (*).

Partendo da un fuoco qualsiasi, si ha dunque una successione di viciniori da ambo le parti; ed a studiare una di queste successioni, basta naturalmente studiare quella che si ottiene partendo dallo zero e procedendo verso destra. Si ottiene così, se s è dispari, la successione

$$(8) \qquad 0, \quad (1, \varphi), \quad (1, \varphi, 1, \varphi), \quad (1, \varphi, 1, \varphi, 1, \varphi), \ldots$$

e se s è pari, la successione

$$(9) \quad 0, \quad (1, \varphi), \quad (1, \varphi', \varphi), \quad (1, \varphi', \varphi', \varphi), \quad (1, \varphi', \varphi', \varphi', \varphi), \ldots$$

Queste successioni crescenti tendono ad un limite λ; partendo da un fuoco f qualsiasi, si ha la successione dei fuochi consecutivi, nel caso (8).

$$(10) \qquad (f, 1, \varphi), \quad (f, 1, \varphi, 1, \varphi), \quad (f, 1, \varphi, 1, \varphi, 1, \varphi), \ldots$$

da una parte ed

$$(11) \qquad (f', \varphi), \quad (f', \varphi, 1, \varphi), \quad (f', \varphi, 1, \varphi, 1, \varphi), \ldots$$

dall'altra, e nel caso (9), la successione

$$(12) \qquad (f, 1, \varphi), \quad (f, 1, \varphi', \varphi), \quad (f, 1, \varphi', \varphi', \varphi), \ldots$$

(*) Indicheremo dunque coll'accento che nel fuoco di cui si tratta, l'ultima cifra è aumentata di un'unità. Si noti che, anche se $r_n = g_1 - 1$, (f', φ) è reale: infatti termina col gruppo $(g_1, g_1, g_2, \ldots g_r)$, ed è $(g_1, g_2, \ldots g_r) < a$, onde cotesto gruppo è reale, e siccome è minore di $(g_1, g_2, \ldots g_r)$ per essere $g_2 < g_1$, è anche minore di a, ed (f', φ) è reale.

da una parte ed

$$(13) \qquad (f', \varphi), \quad (f', \varphi', \varphi), \quad (f', \varphi', \varphi', \varphi), \ldots$$

dall'altra (*). I limiti delle successioni precedenti (8) ... (13) si diranno *vertici*; essi sono $(r_1, r_2, \ldots r_n, \lambda)$ per le (10) e (12) ed $(r_1, r_2, \ldots r_n + \lambda)$ per le (11) e (13).

15. — Ogni fuoco appartiene dunque ad un intervallo al quale appartengono infiniti altri fuochi che si possono dire *associati* al primo; essi sono tutti isolati, e la successione dei fuochi associati tende agli estremi dell'intervallo contiguo, che sono vertici. I vertici appartengono all'aggregato F' derivato dell'aggregato F dei fuochi.

Supponiamo s dispari, per fissare le idee, ed accanto alla successione (8) consideriamo l'altra

$$(14) \qquad (1, \varphi, 1), \quad (1, \varphi, 1, \varphi, 1), \quad (1, \varphi, 1, \varphi, 1, \varphi, 1), \ldots$$

differente dalla (8), all'infuori del caso in cui φ sia formato da sole cifre 1 (**). Questa è decrescente; ognuno dei suoi elementi è maggiore di uno qualsiasi degli elementi della (8); essa ha dunque un limite μ — suo limite inferiore — con $\lambda \leq \mu$. Ora, due elementi di (14) non sono fuochi associati, infatti fra $(1, \varphi, 1)$ ed $(1, \varphi, 1, \varphi, 1)$ cade il fuoco $(1, \varphi, 1, \varphi, 2)$ ed insieme tutti i fuochi associati a questo. E così fra $(1, \varphi, 1, \varphi, 1)$ ed il successivo si trova $(1, \varphi, 1, \varphi, 1, \varphi, 2)$, ed analogamente fra due elementi consecutivi qualunque della (14). Il punto μ è dunque punto limite di vertici posti alla sua destra, e degli intervalli limitati da questi vertici. " L'aggregato dei punti

$$(15) \qquad (r_1, r_2, \ldots r_n, \mu), \quad (r_1, r_2, \ldots r_n + \mu)$$

(*) Le successioni (10) e (12) sono crescenti (a destra di f) e le successioni (11) e (13) sono decrescenti (a sinistra di f) se f ha un numero pari di cifre; il contrario ha luogo se f ha un numero dispari di cifre.

(**) Questo caso particolare viene esaminato più avanti: esso forma l'oggetto del n° 18.

" è dunque un aggregato perfetto non denso; gli intervalli con-
" tigui contengono un sistema associato di fuochi ed i relativi
" vertici se è $\lambda < \mu$ (caso C_1), ed allora i vertici sono punti
" limiti di fuochi da una sola parte, mentre i punti (15) sono
" (da una sola parte) punti limiti di vertici. I punti (15) ap-
" partengono al derivato F'' di F', ed è F'' perfetto non denso (*).
" Se è $\lambda = \mu$ (caso C_2), i punti (15) coincidono coi vertici, ed
" essi sono punti limiti di fuochi da una parte, punti limiti di
" fuochi e di vertici dall'altra; l'aggregato F' è allora perfetto
" non denso ".

§ IV.

16. — La discussione precedente mostra quali casi si possano presentare circa alla distribuzione delle catene reali limitate di radicali a base positiva a e dei loro punti limiti. Essendo F l'aggregato dei fuochi o catene reali limitate, tanto i punti di F che quelli di F' sono contenuti nell'intervallo $-z \dots z$. In questo si possono trovare intervalli i cui estremi appartengano ad F', e ciascun dei quali contiene o nessun fuoco (caso B_2), od uno solo (caso A), od un'infinità di fuochi isolati (caso C); può anche darsi che tutto l'intervallo $-z \dots z$ appartenga ad F' (caso B_1).

Diamo alcuni esempî dei varî casi:

17. — *a)* Se è $a < 1$, tutte e sole le espressioni ad una cifra (n° 5) sono reali; i fuochi sono dunque isolati, coi soli punti limiti $\pm z$. Si è nel caso C, con un solo intervallo con estremi appartenenti ad F', intervallo che coincide con $-z \dots z$.

b) Se è $a > 2$, si presenta il caso A; ad ogni fuoco f corrisponde l'intervallo $(f, z) \dots (f, 1, z)$, in cui cade il solo fuoco f (**).

c) Se è $a = 2$, ogni punto del segmento $-2 \dots 2$ appartiene all'aggregato F'; si è nel caso B_1 (***).

(*) L'aggregato chiuso F' si compone dell'aggregato perfetto non denso F'' e dell'aggregato numerabile dei vertici; decomposizione conforme al teorema di Cantor Bendixson.

(**) Nota dell'Accad. di Bologna, citata al n° 5.

(***) Ibid. In questo caso è $z = 2$.

18. — Consideriamo il caso in cui a è tale che sia $g_1 = 2$, e $(g_1 - 1) < a < (g_1, g_1 - 1)$, cioè

$$\sqrt{a} < a < \sqrt{a + \sqrt{a - \sqrt{a}}}. \tag{1}$$

In questa ipotesi, una catena in cui figuri la cifra 2 o una cifra superiore, in qualunque posto all'infuori del primo, non può essere reale (n° 10, b): fuochi reali sono dunque tutte e sole le espressioni della forma

$$\pm (r, 1, 1, \ldots 1). \tag{2}$$

Ci limiteremo ai fuochi positivi. La successione

$$\varphi_1 = (1), \quad \varphi_3 = (1, 1, 1), \quad \varphi_5 = (1, 1, 1, 1, 1), \ldots \tag{3}$$

è decrescente; tende ad un limite ξ, suo limite inferiore, e poichè è

$$\varphi_{2n+1} = (1, 1, \varphi_{2n-1}),$$

ξ è radice dell'equazione

$$\alpha_2(x) = -x, \qquad \text{ossia} \qquad x^4 - 2ax^2 + x + a^2 - a = 0. \tag{4}$$

La successione

$$\varphi_2 = (1, 1), \quad \varphi_4 = (1, 1, 1, 1), \quad \varphi_6 = (1, 1, 1, 1, 1, 1), \ldots \tag{5}$$

è crescente e tende ad un limite ξ', suo limite superiore; ed essendo

$$\varphi_{2n+2} = (1, 1, \varphi_{2n}),$$

anche ξ' è radice dell'equazione (4). Inoltre, dal confronto della (3) colla (5), siccome ogni φ_{2n+1} è maggiore di qualsiasi φ_{2m}, segue $\xi \geq \xi'$. Ma ξ e ξ' sono entrambi positivi e compresi fra 0 e $\sqrt{a}$, mentre la (4) ha due radici positive, l'una fra 0 e $\sqrt{a}$, l'altra fra $\sqrt{a}$ ed a; onde $\xi = \xi'$. La catena indefinita

$$(1, 1, 1, \ldots)$$

è dunque convergente (v. introduzione) ed il suo valore è

$$\xi = \frac{1}{2}(\sqrt{1+4a}-1),$$

le ridotte d'indice pari φ_{2n} tendono a ξ crescendo, quelle d'indice dispari φ_{2n+1} decrescendo.

Essendo r un intero qualunque, i fuochi (r, φ_{2n}) tendono ad (r, ξ) decrescendo, i fuochi (r, φ_{2n-1}) tendono ad (r, ξ) crescendo; (r, ξ) è un vertice, limite dei fuochi (r, φ_{2n}) posti alla sua destra, dei fuochi (r, φ_{2n-1}) posti alla sua sinistra; l'intervallo $(r-1, \xi) \dots (r, \xi)$ è intervallo contiguo limitato da due vertici ed entro il quale cadono gl'infiniti fuochi associati della forma $(r-1, \varphi_{2n})$ ed (r, φ_{2n-1}).

Riassumendo, sotto la condizione (1) le catene reali, limitate o no, possono presentare solo la cifra 1 dal secondo posto in poi. I vertici (r, ξ) costituiscono l'aggregato F'; l'aggregato F'' si riduce a $\pm z$.

Il caso ora trattato appartiene al caso C, colla particolarità però che F'' non è aggregato perfetto: questa eccezione è giustificata dall'osservazione fatta al n° 15.

19. — Infine, consideriamo il caso in cui è

$$(g-1) < a < (g, g-1), \tag{6}$$

essendo $g > 2$; caso in cui (n° 10, b) in una catena reale non può figurare la cifra g all'infuori del primo posto. In questo caso, fra $(g-1)$ ed a non cade alcun fuoco, come è osservato al citato n° 10, b; onde siamo nel caso C. Vogliamo mostrare come si sia anzi nel caso C_2, cioè come coincidano i limiti indicati al n° 15 con λ e μ, i quali, nel caso attuale, poichè il fuoco indicato con φ al n° 14 è qui $g-1$, sono i limiti rispettivi delle successioni

$$(1, g-1),\ (1, g-1, 1, g-1),\ (1, g-1, 1, g-1, 1, g-1), \dots \tag{7}$$

e

$$(1, g-1, 1),\ (1, g-1, 1, g-1, 1),\ (1, g-1, 1, g-1, 1, g-1, 1), \dots \tag{8}$$

20. — Per dimostrare l'identità di questi limiti, occorre qualche osservazione sul comportamento delle radici delle equazioni

(9) $$\alpha_m(x) = 0, \qquad (m = 1, 2, 3, \dots g).$$

a) Esse sono (n° 7) in numero di 2^m, date dalle catene $\pm(r_1, r_2, \dots r_s)$ in cui la somma delle cifre è m: tutte reali per essere $m \leq g$ e a due a due contrarie. Se ρ è radice di $\alpha_{m-1}(x) = 0$, $\sqrt{a \pm \rho}$ dà due radici di $\alpha_m(x) = 0$, e se ρ, ρ' sono due radici di $\alpha_{m-1}(x) = 0$ consecutive in ordine crescente, $\sqrt{a + \rho}$, $\sqrt{a + \rho'}$ saranno radici di $\alpha_m(x) = 0$ consecutive in ordine crescente e $\sqrt{a - \rho}$, $\sqrt{a - \rho'}$ radici di $\alpha_m(x) = 0$ consecutive in ordine decrescente.

b) Siano

$$-(m), \; -(m-1, 1), \; -(m-2, 1, 1), \dots (m-2, 1, 1), \; (m-1, 1), \; (m)$$

le radici di $\alpha_m(x) = 0$ ordinate in ordine crescente. Una qualunque fra queste, che non sia $\pm(m)$, è tale che la precedente termina con cifra 1 e la seguente con cifra diversa da 1, oppure la precedente con cifra diversa da 1 e la seguente con cifra 1. Ciò si verifica subito per le radici di $\alpha_3(x) = 0$, che sono

$$(-3), \; (-2, 1), \; -(1, 1, 1), \; -(1, 2), \; (1, 2), \; (1, 1, 1), \; (2, 1), \; (3);$$

supponiamo verificato l'asserto per $\alpha_{m-1}(x) = 0$ e siano ρ_k, ρ_{k+1}, ρ_{k+2} le radici consecutive. Tre radici consecutive di $\alpha_m(x) = 0$ saranno allora

$$\sqrt{a + \rho_k}, \quad \sqrt{a + \rho_{k+1}}, \quad \sqrt{a + \rho_{k+2}},$$

o

$$\sqrt{a - \rho_k}, \quad \sqrt{a - \rho_{k+1}}, \quad \sqrt{a - \rho_{k+2}};$$

ora se ρ_k, ρ_{k+2} terminano l'una colla cifra 1, l'altra no, lo stesso è di $\sqrt{a \pm \rho_k}$ e $\sqrt{a \pm \rho_{k+2}}$.

c) Siano $(\dots 1)$, $(\dots h_m)$ due radici consecutive di $\alpha_m(x) = 0$ di cui una termini con 1, l'altra no: fra queste cade il fuoco $(\dots h_m, g - 1)$ di ordine $m + g - 1$. Ciò si verifica subito per $\alpha_3(x) = 0$; fra $(1, 2)$ ed $(1, 1, 1)$ cade $(1, 2, g - 1)$; fra $(2, 1)$

e (3) cade $(3, g-1)$. Il fatto sia verificato per $\alpha_{m-1}(x)=0$, cioè $(\rho_h, g-1)$ sia compreso fra ρ_h e ρ_{h+1}; si vede che:

$$\sqrt{a+(\rho_h, g-1)} \text{ è compreso fra } \sqrt{a+\rho_h} \text{ e } \sqrt{a+\rho_{h+1}},$$
$$\sqrt{a-(\rho_h, g-1)} \quad \text{"} \quad \sqrt{a-\rho_h} \text{ e } \sqrt{a-\rho_{h+1}},$$

e la proposizione è così dimostrata.

d) Osserviamo infine che l'equazione

$$\alpha_m(x)=0,$$

sviluppando l'espressione α_m e notando che il termine indipendente da x, $\alpha_m(0)=\alpha_{m-1}(a)$, è positivo per l'ipotesi $(g-1)<a$, presenta 2^{m-1} variazione; cioè precisamente tante quante sono le sue radici positive.

21. — Siamo ora in grado di dimostrare l'uguaglianza dei numeri λ e μ, limiti rispettivi delle successioni (7) e (8). Intanto, essi sono entrambi radici dell'equazione

$$x=(1, g-1, x),$$

e quindi di

$$\alpha_g(x)+x=0, \tag{10}$$

di cui indicheremo il primo membro con $\beta(x)$.

Osserviamo intanto che $\beta(x)$ ha lo stesso numero di variazioni di $\alpha_g(x)$, cioè 2^{g-1}, e quindi la (10) ha al più 2^{g-1} radici positive. Se ρ, ρ' sono due radici consecutive di $\alpha_g(x)=0$ tali che l'una termini colla cifra 1 e l'altra no, fra queste (n° 20, *c*) cade un fuoco della forma $(\rho, g-1)$ o $(\rho', g-1)$: questo fuoco si indichi con σ. Si ha manifestamente

$$\beta(\rho)>0, \qquad \beta(\rho')>0,$$

mentre è

$$\beta(\sigma)=-(g-1)+\sigma,$$

e questo è certamente negativo perchè la prima cifra in σ, che è $(\rho, g-1)$ o $(\rho', g-1)$, è la prima cifra di ρ o ρ', al più uguale a $g-1$. Onde

$$\beta(\rho)>0, \qquad \beta(\sigma)<0, \qquad \beta(\rho')>0,$$

e quindi fra ρ e ρ' cadono almeno due radici della (10); ma le coppie di radici come ρ, ρ' sono 2^{g-2}, mentre le radici positive di (9) sono 2^{g-1} al più, onde esse sono esattamente 2^{g-1}.

Ciò posto, $(1, g-1)$ ed $(1, g-2, 1)$ sono due radici consecutive di $\alpha_g(x) = 0$ nella condizione indicata per ρ e ρ', e quindi fra $\rho = (1, g-1)$ e $\sigma = (1, g-1, g-1)$ cade una radice della (10) ed una sola. D'altra parte, tutti gli elementi delle (7) e (8) essendo compresi fra ρ e ρ', lo stesso accade di λ e μ; essendo queste radici della (10), esse devono dunque coincidere, c. d. d.

22. — Da quanto precede, rimane stabilito che se la base soddisfa alla condizione (6), con $g > 2$, l'aggregato dei fuochi si trova nel caso C_2. Risulta ancora che la catena illimitata

$$(1, g-1, 1, g-1, 1, \ldots)$$

è convergente (v. introd.) e che il suo valore è la radice minima positiva dell'equazione (10).

L'Accademico Segretario
CARLO FABRIZIO PARONA

CLASSE
DI
SCIENZE MORALI, STORICHE E FILOLOGICHE

Adunanza del 5 Maggio 1918

PRESIDENZA DEL SOCIO PROF. COMM. ANDREA NACCARI
PRESIDENTE DELL'ACCADEMIA

Sono presenti i Soci Pizzi, De Sanctis, Brondi, Einaudi, Baudi di Vesme, Schiaparelli, Patetta, Vidari, Prato, Cian, Pacchioni, Valmaggi, e Stampini Segretario della Classe. È scusata l'assenza del Socio Chironi, Vicepresidente dell'Accademia.

È letto e approvato l'atto verbale della precedente adunanza del 21 aprile. Dopo di che la Classe si raccoglie in adunanza privata.

L'Accademico Segretario
Ettore Stampini

CLASSE

DI

SCIENZE FISICHE, MATEMATICHE E NATURALI

Adunanza del 12 Maggio 1918.

PRESIDENZA DEL SOCIO PROF. COMM. ANDREA NACCARI
PRESIDENTE DELL'ACCADEMIA

Sono presenti i Soci D'Ovidio, Direttore della Classe, Segre, Peano, Jadanza, Foà, Guareschi, Guidi, Mattirolo, Grassi, Somigliana, Panetti, Ponzio, Sacco, Majorana e Parona Segretario.

Si legge e si approva l'atto verbale della precedente adunanza.

Il Socio Sacco offre in omaggio cinque sue pubblicazioni (*Prof. C. Bruno; Conte L. Di Rovasenda; La pianura di Alessandria; Il ghiacciaio ed i laghi del Ruitor; L'evoluzione del fiume Tanaro*) e ne parla brevemente. Il Presidente ringrazia.

Si presentano, e sono accolte per la stampa negli *Atti*, le seguenti Note:

Prof. F. Gerbaldi, *Simmetria e periodicità nelle frazioni continue di Halphen*. Il Socio Segre, che presenta, richiama l'attenzione della Classe, la quale vivamente se ne compiace, sulla dedica che l'A. fa del lavoro al Maestro illustre Senatore D'Ovidio in occasione del suo LXXV genetliaco.

Socio I. Guareschi, *Nuovi acidi* ββ *dialchilglutarici*, comunicazione seconda.

Prof. A. TANTURRI, *Sui prodotti infiniti* $(1-x)(1-x^2)(1-x^3)\ldots$ *e* $(1+x)(1+x^2)(1+x^3)\ldots$, presentata dal Socio PEANO.

Socio Q. MAJORANA, *Influenza del movimento di uno specchio o della sorgente sulla propagazione della luce.* L'A. coglie l'occasione per ringraziare la Classe della sua nomina a Socio e poi riassume il lavoro, accennando alle origini, allo scopo, ai risultati delle sue ricerche sperimentali. Il Presidente, che ebbe modo di assistere alle esperienze e di apprezzarne la difficoltà e delicatezza, si congratula col collega e si compiace che gli importanti risultati siano consegnati ai nostri *Atti* accademici.

Socio C. F. PARONA, *Ragguagli sopra gli ossami fossili trovati in una tomba presso Anteopolis* (Monti di Gau, Alto Egitto). L'A., riferendo in proposito, osserva che lo studio riguarda un copioso materiale scoperto e raccolto dal collega SCHIAPARELLI durante una delle sue missioni archeologiche in Egitto.

Raccoltasi poscia la Classe in seduta privata procede alla nomina di un membro della Commissione per il premio Vallauri del quadriennio 1915-1918. Riesce eletto il Socio PARONA.

LETTURE

Simmetria e periodicità nelle frazioni continue di Halphen [1]

Nota I di F. GERBALDI, a Pavia

1. Prefazione. — Sia dato un polinomio di 4° grado

$$X = X(x) = a_0 x^4 + 4a_1 x^3 + 6a_2 x^2 + 4a_3 x + a_4,$$

e si faccia variare x nell'intorno di un punto fisso ξ, per cui X non si annulli; sia poi y una costante data e si ponga $X(y) = Y$. Chiamo *elemento di* HALPHEN la funzione

$$\frac{\sqrt{X} - \sqrt{Y}}{x - y},$$

dove $\sqrt{Y}$ è uno, prefissato, dei due valori della radice quadrata di Y e $\sqrt{X}$ denota un ramo della radice quadrata di X, che si può ritenere sviluppato in una serie di potenze intere di $x - \xi$, se ξ è finito. Fatta la sostituzione $x = s + \xi$, sia t il valore di s che corrisponde al valore y di x; chiamo *parametro* dell'elemento la costante y o la t, secondochè si considera come variabile la x o la s. Sia poi

$$p_0 + 4p_1 s + 6p_2 s^2 + 4p_3 s^3 + p_4 s^4$$

---

(1) All'illustre Prof. Sen. ENRICO D'OVIDIO, del quale io ebbi la ventura di esser discepolo ed anche l'onore di essere assistente (1879-80), dedico in occasione del suo LXXV genetliaco, le mie ricerche sulle frazioni continue di Halphen. — La prima parte di esse comparirà nel volume *Scritti matematici offerti ad* ENRICO D'OVIDIO che è in corso di stampa (Torino, Fratelli Bocca). — La seconda parte consta di questa e di un'altra Nota, che si stampano in questo volume degli " Atti della R. Accademia delle Scienze di Torino ". — La terza parte sarà pubblicata nel vol. LI dei " Rendiconti del R. Istituto Lombardo ". — Dovendo qui spesso far uso di formole stabilite nella prima parte, le richiamerò scrivendo in [ ] i numeri coi quali le formole stesse sono ivi segnate.

il polinomio trasformato di X; sarà per ipotesi $p_0 \neq 0$. Fissato uno dei due valori della radice quadrata di p_0, che si denota con $\sqrt{p_0}$, si considera la serie

$$\sqrt{X} = \sqrt{p_0}(1 + q_1 s + q_2 s^2 + \dots)$$

e si suppongono calcolati i valori di q_1, q_2, q_3, q_4, [(2) § 1]; e quindi le quantità [N. 8]:

$$I = q_1^2 - 4q_2, \qquad J = q_1 q_3 + 2q_4,$$
$$4K = J^2 - q_3^2 I = q_1 q_3 q_4 + q_2 q_3^2 + q_4^2 = q_4^2 - q_3 q_5.$$

Halphen ha studiato nel " Traité des fonctions elliptiques ", t. II, Chap. XIV, lo sviluppo dell'elemento analitico considerato in una frazione continua:

$$\frac{\sqrt{X} - \sqrt{Y}}{x - y} = C + \frac{\beta_1|}{|\alpha_1} + \frac{\beta_2|}{|\alpha_2} + \frac{\beta_3|}{|\alpha_3} + \dots,$$

dove: il termine iniziale C è un binomio di 1° grado in s; i denominatori α_i, pur essi binomi di 1° grado in s, non si annullano per $s = 0$; i numeratori β_i sono monomi di 2° grado in s, ed ha fatto uso delle funzioni ellittiche per esprimere i termini α_i, β_i.

La frazione continua *discendente* fa parte di una frazione continua illimitata nei due sensi (*completa*):

$$\dots + \frac{\beta_{-2}|}{|\alpha_{-2}} + \frac{\beta_{-1}|}{|\alpha_{-1}} + \frac{\beta_0|}{|\alpha_0} + \frac{\beta_1|}{|\alpha_1} + \frac{\beta_2|}{|\alpha_2} + \dots,$$

dalla quale si possono staccare infinite altre frazioni continue discendenti, a cominciare da un numeratore qualunque ed io ho stabilito in modo algebrico [N. 4] che, per ogni valore intero (positivo, nullo, o negativo) dell'indice i, si ha:

$$\frac{\beta_{i+1}|}{|\alpha_{i+1}} + \frac{\beta_{i+2}|}{|\alpha_{i+2}} + \dots = \frac{\sqrt{X} - \sqrt{Y_i}}{x - y_i} - C^{(i)},$$
$$C^{(i)} = \sqrt{p_0}\,[q_1 + \lambda_i (s + t_i)],$$

per guisa che ad ogni frazione continua completa è *associata* una successione di elementi $\frac{\sqrt{X} - \sqrt{Y_i}}{x - y_i}$, essendo $Y_i = X(y_i)$, e quindi

una successione di parametri y_i, ovvero t_i, $(y_i = t_i + \xi)$, ed ancora una successione di costanti λ_i.

Fra tali due successioni sussistono le due equazioni [(28), (32) N. 3], che si possono compendiare nella seguente, che è di 2° grado separatamente rispetto a t e λ:

$$(1) \qquad p_0 t^2 \lambda^2 + 4p_1 t\lambda - p_4 t^2 - 4p_3 t + 2p_0 \lambda - 2p_0 q_2 = 0.$$

Quest'equazione, per $t = t_i$ è soddisfatta da $\lambda = \lambda_{i-1}$ e $\lambda = \lambda_i$; per $\lambda = \lambda_i$ è soddisfatta da $t = t_i$ e $t = t_{i+1}$. Da qui si ricavano le relazioni ricorrenti [(38), (39)], che servono a calcolare le successioni stesse:

$$(2) \qquad t_{i+1} = -t_i - 4\frac{p_1\lambda_i - p_3}{p_0\lambda_i^2 - p_4}, \qquad \lambda_{i+1} = -\lambda_i - 2\frac{1 + q_1 t_{i+1}}{t^2_{i+1}},$$

facendo uso dei valori iniziali:

$$t_0 = t, \qquad \lambda_0 = \frac{1}{t^2}\left[\frac{\sqrt{Y}}{\sqrt{p_0}} - (1 + q_1 t)\right];$$

calcolate le quali, i termini della frazione continua sono espressi dalle formole [(33), (36)], cioè:

$$(3) \qquad \beta_{i+1} = (p_4 - p_0\lambda_i^2)\, s^2, \qquad \alpha_i = -\frac{2\sqrt{p_0}}{t_i}\left(1 + \frac{1 + q_1 t_i}{t_i}\, s\right).$$

Quando nella successione dei parametri $t, t_1, t_2, \ldots$ si trovano valori nulli o infiniti, le formole precedenti cadono in difetto.

Giova per lo studio della frazione continua di Halphen considerarla completa e scriverla in una particolare forma equivalente (*forma normale*), nella quale i denominatori hanno tutti i termini costanti eguali a 1, cioè:

$$\cdots + \frac{v_{-2}s^2|}{|1 - u_{-2}s} + \frac{v_{-1}s^2|}{|1 - u_{-1}s} + \frac{v_0 s^2|}{|1 - u_0 s} + \frac{v_1 s^2|}{|1 - u_1 s} + \cdots.$$

I coefficienti v_i, u_i sono legati alle successioni precedenti t_i, λ_i dalle relazioni:

$$(4) \qquad u_i = -\left(q_1 + \frac{1}{t_i}\right), \qquad v_{i+1} = \frac{1}{2}(q_2 - \lambda_i).$$

Questi coefficienti si calcolano direttamente, facendo uso delle formole ricorrenti [(54), (55), (56), (57) § 1], cioè:

$$(5)\quad \begin{cases} u_i + u_{i-1} + q_1 = \dfrac{q_3}{2v_i}, & u_i u_{i-1} + v_i = q_2 + \dfrac{q_4}{2v_i}, \\ v_{i+1} + v_i = u_i^2 + q_1 u_i + q_2, & 2v_i v_{i+1} = q_3 u_i - q_4. \end{cases}$$

Quando t è finito e diverso da 0, i valori iniziali sono:

$$u_0 = -q_1 - \frac{1}{t}, \qquad v_0 = \frac{1}{2t^2}\left(\frac{\sqrt{Y}}{\sqrt{p_0}} + 1 + q_1 t + q_2 t^2\right);$$

e nella frazione continua discendente, che dà lo sviluppo dell'elemento, il termine iniziale è $C = \sqrt{p_0}\,[q_1 + \lambda_0 (s + t)]$, ed il primo numeratore è $-\dfrac{2\sqrt{p_0}}{t} v_1 s^2$.

Quando sia $t = \infty$, con $t_1, t_2, \ldots$ finiti e diversi da 0, i valori iniziali sono $u_0 = -q_1$, $v_0 = \dfrac{1}{2}\left(q_2 + \dfrac{\sqrt{p_4}}{\sqrt{p_0}}\right)$; nella frazione continua discendente il termine iniziale è $\sqrt{p_0}\,(1 + q_1 s)$, il primo numeratore è $2v_1 s^2$; l'elemento analitico sviluppato dalla frazione continua allora è $\sqrt{X} - \sqrt{p_4}\, s^2$ [N. 10].

Quando sia $t = 0$, con $t_1, t_2, \ldots$ finiti e diversi da 0, nella frazione continua discendente si assume come termine iniziale $\sqrt{p_0}\,(1 + q_1 s + q_2 s^2)$, come primo numeratore $q_3 s^3$, come valori iniziali $u_1 = \dfrac{q_4}{q_3}$, $v_2 = \dfrac{K}{q_3^2}$; l'elemento analitico sviluppato allora dalla frazione continua è $\sqrt{X}$ [N. 11].

Gli sviluppi d'un elemento nell'intorno del punto $\xi = \infty$, sono studiati al [N. 12]; allora i numeratori della frazione continua sono tutti costanti ed i denominatori sono di 1° grado in s della forma $s - u_i$.

Quando nella successione dei parametri t_i ve ne è qualcuno nullo, e così pure quando nella successione dei parametri t_i ve ne è qualcuno infinito e si tratta dello sviluppo di un elemento nell'intorno di $\xi = \infty$, si presentano nella frazione continua frazioni parziali irregolari, allo studio delle quali è dedicato il [§ 2].

Infine, per quanto riguarda le generalità relative alla simmetria ed alla periodicità di una frazione continua di HALPHEN, terremo presenti le cose esposte al [N. 5, § 1].

2. Caso della simmetria pari. — Quando la frazione continua presenta il caso della simmetria pari, se a_p è il denominatore centrale, si ha: $\lambda_{p-1} = \lambda_p$ e $v_p = v_{p+1}$. — Allora t_p, ovvero y_p (secondochè X si pensa funzione di x, ovvero di s) si dirà il *parametro centrale*; nella frazione continua in forma normale si diranno: *centrale* il coefficiente u_p, *semi-centrali* i coefficienti v_p, v_{p+1}.

Abbiamo visto [N. 10] che, se $t_h = \infty$, la frazione continua è simmetrica col centro nel denominatore di rango h, quando il polinomio dato X è di 3° grado e allora soltanto. — Abbiamo visto inoltre [N. 11] che, se $t_h = 0$, con $t_{h-1} \neq 0$, la frazione continua è sempre simmetrica rispetto ad un denominatore irregolare. In quel che segue, escluderemo i valori 0 e ∞ di t.

TEOREMA 1°. — *Quando una frazione continua di* HALPHEN *presenta il caso della simmetria pari, il parametro centrale* y *è radice dell'equazione* X(x) = 0 ([2]).

In fatti dalle formole [(24), § 1] segue subito che, affinchè sia $\lambda_p = \lambda_{p-1}$ è necessario e sufficiente che si abbia $Y_p = 0$; si vede inoltre, che se t è il valore di un parametro centrale, si ha:

$$\lambda_{p-1} = \lambda_p = -\frac{1 + q_1 t}{t^2},$$

valore che denoteremo con λ. — Corrispondentemente ai quattro valori di y, che son radici di X, si hanno quattro valori di λ; volendo formare l'equazione di 4° grado che li ha per radici, osserviamo che l'equazione [(32), § 1], quando si ponga $t_i = t$, ha λ per radice doppia; per conseguenza sussistono le equazioni:

$$p_0 t^2 \lambda + 2p_1 t + p_0 = 0,$$
$$-(2p_1 t + p_0)\lambda + (p_4 t^2 + 4p_3 t + 2p_0 q_2) = 0.$$

Se da queste eliminiamo λ, ricaviamo:

$$p_0 + 4p_1 t + 6p_2 t^2 + 4p_3 t^3 + p_4 t^4 = X(y) = 0, \tag{6}$$

([2]) Cfr. HALPHEN, *Traité des fonctions elliptiques*, t. II, pag. 592.

e ritroviamo il teorema. — Se invece eliminiamo t, otteniamo l'equazione di 4° grado in λ domandata. Questo calcolo risulta spedito, quando si usa la forma normale della frazione continua. — Dalle formole ricorrenti [(56), (57), § 1] per $v_p = v_{p+1} = v$, $u_p = u$, si deducono le equazioni:

$$(7) \qquad 2v = u^2 + q_1 u + q_2, \qquad 2v^2 = q_3 u - q_4 .$$

Da queste eliminando la v si ottiene:

$$(8) \qquad (u^2 + q_1 u + q_2)^2 - 2(q_3 u - q_4) = 0,$$

equazione che determina i valori del coefficiente centrale u nei casi di simmetria pari; è facile verificare che essa è equivalente alla (6), se si tien presente la relazione:

$$u = -\frac{1 + q_1 t}{t}.$$

Quando invece dalle (7), (8) si elimina la u, si ricava:

$$(9) \qquad 4v^4 + 2Jv^2 - 2q_3^2 v + K = 0,$$

alla quale devono soddisfare i valori v dei coefficienti semicentrali.

Talora è conveniente fare la sostituzione [(69) N. 8]:

$$w = q_3 u - q_4;$$

allora le equazioni (7), (8) diventano:

$$(a) \qquad 2q_3^2 v = w^2 + Jw + K, \qquad (b) \quad 2v^2 = w.$$

Da queste, eliminando w, si ritrova la (10); eliminando invece v, si ricava:

$$(10) \qquad (w^2 + Jw + K)^2 - 2q_3^4 w = 0,$$

che è equivalente alla (9).

Conseguenza importante del teorema sopra stabilito è la proposizione seguente:

Condizione necessaria, affinchè una frazione continua di Halphen *sia simmetrica, con simmetria pari, è che l'equazione* $X = 0$

ammetta una radice appartenente al campo di razionalità determinato dai coefficienti di X *e delle quantità assegnate* ξ, y, $\frac{\sqrt{Y}}{\sqrt{p_0}}$. Infatti, come si è osservato al [N. 7, § 1], tutti i parametri della frazione continua appartengono al detto campo di razionalità, e d'altra parte il parametro centrale y è radice dell'equazione $X=0$. — È poi chiaro che la condizione enunciata non è sufficiente.

3. Caso della simmetria impari. — Quando la frazione continua presenta il caso della simmetria impari, se β_p è il numeratore centrale, si ha: $t_{p-1}=t_p$ e $u_{p-1}=u_p$; i parametri t_{p-1}, t_p si diranno *semi-centrali*. Nella frazione continua in forma normale si diranno: *centrale* il coefficiente v_p e *semi-centrali* i coefficienti u_{p-1}, u_p.

Se v è il valore del coefficiente centrale v_p e si pone $\lambda=q_2-2v$, per questo valore di λ l'equazione [(28), § 1] ha eguali le due radici t_{p-1}, t_p; denotando con t il loro comune valore, sussistono le equazioni:

$$(11)\qquad \left\{\begin{aligned} &(p_0\lambda^2-p_4)\,t+2\,(p_1\lambda-p_3)=0\,,\\ &(p_1\lambda-p_3)\,t+\,(p_0\lambda-q_2)=0\,. \end{aligned}\right.$$

Da queste eliminando t, si ha un'equazione di 3° grado in λ, dalle radici della quale si deducono i valori che può prendere il coefficiente centrale v; eliminando invece λ, si ha un'equazione di 3° grado in t, alla quale devono soddisfare i valori dei parametri semi-centrali.

Occupiamoci in primo luogo dell'equazione in λ. Denotando con Δ il discriminante dell'equazione [(32), § 1], di 2° grado in λ, l'equazione domandata è $\Delta=0$. Or bene tenendo presente

$$q_2=\frac{1}{p_0{}^2}(3p_0p_2-2p_1^2),$$

si ha:

$$\frac{1}{2}\Delta=-p_0^2\lambda^3+3p_0p_2\lambda^2+(p_0p_4-4p_1p_3)\lambda+ \\ +\frac{1}{p_0}(2p_0p_3^2-3p_0p_2p_4+2p_1^2p_4)\,,$$

$$\frac{1}{2}p_0\Delta=(-p_0\lambda+p_2)^3-(p_0p_4-4p_1p_3+3p_2^2)(-p_0\lambda+p_2)- \\ -2\,(p_0p_2p_4+2p_1p_2p_3-p_2^3-p_0p_3^2-p_1^2p_4).$$

Se ora si considera la forma:

$$\overline{X} = p_0 s_2^4 + 4p_1 s_1 s_2^3 + 6p_2 s_1^2 s_2^2 + 4p_3 s_1^3 s_2 + p_4 s_1^4,$$

che si deduce da X ponendo $s = \frac{s_1}{s_2}$, gli invarianti di $\overline{X}$ nella notazione di Clebsch sono:

$$i = 2\,(p_0 p_4 - 4p_1 p_3 + 3p_2^2),$$
$$j = 6\,(p_0 p_2 p_4 + 2p_1 p_2 p_3 - p_2^3 - p_0 p_3^2 - p_1^2 p_4).$$

Per conseguenza, introducendo la quantità

$$l = -p_0 \lambda + p_2, \tag{12}$$

l'equazione $\Delta = 0$ si riduce alla nota risolvente cubica:

$$l^3 - \frac{1}{2}\,il - \frac{1}{3}\,j = 0. \tag{13}$$

Risoluta che sia questa equazione, dalle sue radici si deducono facilmente i valori del coefficiente centrale v; basta ricordare $v = \frac{1}{2}(q_2 - \lambda)$ e tenere presente la (12); si ricava:

$$v = \frac{1}{2p_0}\left(l - \frac{1}{6}\,p_0 I\right). \tag{14}$$

Si conchiude:

Teorema 2°. — *Quando una frazione continua di* Halphen *presenta il caso della simmetria impari, il coefficiente centrale* v *ha un valore espresso dalla* (14), *dove per* l *si sostituisca una radice della risolvente cubica* (13).

Passiamo in secondo luogo a formare l'equazione di 3° grado in t, alla quale deve soddisfare il valore d'un parametro semicentrale. — A questo scopo occorre eliminare λ dalle (11); dalla seconda di queste si ricava:

$$\lambda = \frac{p_0 q_2 + p_2 t}{p_0 + p_1 t}; \tag{15}$$

sostituendo nella prima, si arriva facilmente alla seguente equazione di 3° grado in t:

$$\begin{aligned}(p_0 p_3^2 - p_1^2 p_4)\,t^3 + 2\,(3p_0 p_2 p_3 - p_0 p_1 p_4 - 2p_1^2 p_3)\,t^2 + \\ + (9p_0 p_2^2 - p_0^2 p_4 - 2p_0 p_1 p_3 - 6p_1^2 p_2)\,t - p_0^2 q_3 = 0.\end{aligned} \tag{16}$$

Notevole è la forma di quest'equazione. Se si considera il covariante sestico T della biquadratica $\overline{X}$ e si forma la 3ª derivata di T rispetto a s_2, questa per $s_1 = t$, $s_2 = 1$ coincide (a meno d'un fattor numerico) col primo membro della (16); allora, ricordando che la $\overline{X}$, per $s_1 = s$ e $s_2 = 1$, è la trasformata della biquadratica data $X(x)$ colla sostituzione $x = s + \xi$, si conchiude:

TEOREMA 3°. — *Quando la frazione continua di* HALPHEN, *che sviluppa un elemento nell'intorno di un punto* ξ, *è simmetrica impari, il valore* y *del parametro semi-centrale è radice dell'equazione di 3° grado, che si ottiene eguagliando a zero la terza polare di* ξ *rispetto al covariante sestico della biquadratica data* X (x).

Quando si faccia uso della forma normale per la frazione continua, chiamando v, u i valori dei coefficienti centrale e semi-centrali, e ponendo $v_p = v$, $u_{p-1} = u_p = u$, dalle formole ricorrenti [(54), (55), § 1] si deduce:

$$(17) \qquad 4uv = q_3 - 2q_1v, \qquad 2u^2v = -2v^2 + 2q_2v + q_4.$$

Da queste, eliminando una volta u, l'altra volta v, si ricavano le equazioni seguenti:

$$(18) \qquad 16v^3 + 4(q_1^2 - 4q_2)v^2 - 4(q_1q_3 + 2q_4)v + q_3^2 = 0,$$

$$(19) \qquad 4q_3u^3 + 2(q_1q_3 - 4q_4)u^2 - 4(q_2q_3 + 2q_1q_4)u + (q_3^2 - 2q_1q_2q_3 - 2q_1^2q_4) = 0;$$

la prima di queste determina i valori che può avere il coefficiente centrale v_p nel caso di simmetria impari; mentre alla seconda soddisfano i coefficienti semi-centrali $u_{p-1} = u_p$.

Talora è conveniente fare la sostituzione: $w = q_3u - q_4$; allora la prima delle (17) diventa:

$$(c) \qquad 4vw = q_3^2 - 2Jv,$$

e dalla seconda delle (17), combinata con questa, si ricava:

$$(d) \qquad w^2 = -q_3^2v + K.$$

Ora, se dalle (c), (d) si elimina w e si tien presente la relazione $J^2 - 4K = q_3^2I$, si deduce:

$$(18^{bis}) \qquad 16v^3 + 4Iv^2 - 4Jv + q_3^2 = 0,$$

che coincide colla (18). — Se poi dalle (*c*), (*d*) si elimina v, si ottiene l'equazione:

$$(20) \qquad 4w^3 + 2Jw^2 - 4Kw + q_3^4 - 2JK = 0,$$

la quale coincide colla trasformata della (19) mediante $w = q_3 u - q_4$.

Osserviamo ancora che se nella (18^{bis}) sostituiamo a v la espressione (14), essa si deve trasformare nella equazione risolvente (13). Ciò si verifica facilmente, tenendo presenti le espressioni degli invarianti i, j mediante le quantità I, J date dalle [(74), (77), § 1].

Conseguenza importante del Teorema 2° è la proposizione seguente:

Condizione necessaria affinchè una frazione continua di HALPHEN *sia simmetrica, con simmetria impari, è che l'equazione risolvente* (13) *ammetta una radice appartenente al campo di razionalità determinato dai coefficienti di* X, *e delle quantità assegnate* ξ, y, $\frac{\sqrt{Y}}{\sqrt{p_0}}$. Tale corollario risulta dalla stessa osservazione, che si è fatta in fine al N. precedente.

4. Scomposizione della biquadratica nella somma di due quadrati. — Dal Teorema 2° si deduce un'altra notevole conseguenza. Tengasi presente la relazione [(6), § 1] che quando si usa la variabile x si scrive:

$$X(x) = A^2 + B_0(x - \xi)^2 (x - y)(x - y_1).$$

Se ξ è arbitrario e y è una radice della terza polare di ξ rispetto al covariante sestico di $X(x)$, in virtù del Teorema 2°, risulta $y_1 = y$ e si ha:

$$X(x) = A^2 + B_0 (x - \xi)^2 (x - y)^2;$$

questo risultato si può enunciare nel modo seguente:

TEOREMA 4°. — *Una biquadratica* X(x) *si può in infiniti modi decomporre nella somma dei quadrati di due polinomi di 2° grado in* x, *dei quali uno ha per radici due punti* (ξ, y), *che appartengono l'uno alla terza polare dell'altro rispetto al covariante sestico di* X.

Fissato ad arbitrio ξ, *restano possibili per* y *tre valori; questi si calcolano razionalmente, qualunque sia* ξ, *appena sia risoluta l'equazione invariante* (13), *che è indipendente da* ξ; a questo scopo si trova dapprima λ colla formola (12), dove a l va sostituita una radice della (13) e p_0, p_2 sono calcolati per il valore dato ξ; poi si ricava il valore di t da una qualunque delle (11); infine si ha: $y = \xi + t$.

Per quanto riguarda il polinomio A, esso è espresso da

$$A = \sqrt{p_0}(1 + q_1 s + \lambda s^2).$$

È notevole il caso particolare in cui ξ è radice del covariante sestico T della biquadratica data X; allora una delle radici della terza polare di ξ rispetto a T è la stessa ξ; e si ha la scomposizione seguente:

$$X = A^2 + k(x - \xi)^4.$$

Introducendo la variabile $s = x - \xi$, si ha: $q_3 = 0$ [V. N. 9, § 1]. Allora, posto per semplicità $p_0 = 1$, X è della forma:

$$X = (1 + 2\alpha s + \beta s^2)^2 + \gamma s^4, \tag{21}$$

e si ha:

$$q_1 = 2\alpha, \qquad q_2 = \beta, \qquad q_3 = 0, \qquad q_4 = \frac{1}{2}\gamma,$$
$$I = 4(\alpha^2 - \beta), \qquad J = \gamma.$$

Or bene, da quanto si è visto sopra, X si può in tre modi scomporre nella somma di due quadrati della forma:

$$X = A^2 + ks^2(s - t)^2; \tag{22}$$

uno di questi modi, dipendentemente dalla forma (21), già presupposta di X, consiste nell'assumere: $\lambda = \beta$, $k = \gamma$, $t = 0$; di qui si deduce poi lo sviluppo in frazione continua di $\sqrt{X}$ che si è studiato al [N. 14]. Volendo stabilire gli altri due modi di scomposizione, scriviamo l'equazione (18); questa nel nostro caso è:

$$4v^3 + 4(\alpha^2 - \beta)v^2 - \gamma v = 0.$$

Posto: $\delta = \sqrt{(\alpha^2 - \beta)^2 + \gamma}$, le sue radici sono:

$$v = 0, \qquad v' = \frac{1}{2}(\beta - \alpha^2 + \delta), \qquad v'' = \frac{1}{2}(\beta - \alpha^2 - \delta).$$

Assumendo $v = 0$, si ha: $\lambda = q_2 = \beta$ e si ritorna alla (21).

Assumendo $v \neq 0$, la prima delle (17) dà: $u = -\alpha$; quindi:

$$t = -\frac{1}{\alpha}, \qquad \lambda' = q_2 - 2v' = \alpha^2 - \delta, \qquad \lambda'' = q_2 - 2v'' = \alpha^2 + \delta;$$

la (22) è soddisfatta identicamente, in due modi, assumendo:

$$t = -\frac{1}{\alpha}, \qquad A = 1 + 2\alpha s + (\alpha^2 \mp \delta) s^2, \qquad k = 2(\beta - \alpha^2 \pm \delta).$$

Nel sotto caso $\gamma = 0$, si ha l'identità:

$$(1 + 2\alpha s + \beta s^2)^2 = \{1 + 2\alpha s + (2\alpha^2 - \beta) s^2\}^2 + 4(\beta - \alpha^2) s^2 (1 + \alpha s)^2.$$

Da quanto precede risulta eziandio che, quando $q_3 = 0$ ed al parametro t si dà il valore $-\frac{1}{\alpha} = -\frac{2}{q_1}$, si ha il seguente sviluppo in frazione continua:

$$(23) \qquad \frac{1}{2\sqrt{p_0}} \frac{\sqrt{X} - \sqrt{Y}}{s - t} = q_1 + \lambda_0 (s + t) + \frac{v' s^2|}{|1 + \alpha s} + \frac{v'' s^2|}{|1 + \alpha s} + \frac{v' s^2|}{|1 + \alpha s} + \dots$$

essendo: X della forma (21) e inoltre:

$$t = -\frac{1}{\alpha}, \qquad \sqrt{Y} = \frac{\delta}{\alpha^2}, \qquad \lambda_0 = \alpha^2 + \delta.$$

Ora la frazione continua non solo è periodica, con un periodo di due frazioni parziali, come accade sempre quando $q_3 = 0$ [N. 9], ma di più è simmetrica rispetto ad uno qualunque dei suoi numeratori; inoltre i suoi parametri t_i sono tutti eguali a $-\frac{1}{\alpha}$.

Più particolarmente ancora può essere $v' = v''$ e allora il periodo consta di una sola frazione parziale. Ma in tal caso si ha: $\delta = 0$, $\gamma = -(\alpha^2 - \beta)^2$ ed X ha, come presto si vede, un fattore $1 + 2\alpha s + \alpha^2 s^2$, che è un quadrato esatto; e precisamente il parametro $-\frac{1}{\alpha}$ è radice doppia di X.

5. Quando la frazione continua di Halphen è periodica, col periodo di una frazione parziale. — Il risultato, a cui ora siamo arrivati nell'ipotesi $q_3 = 0$, è vero in generale, cioè:

Teorema. — *Condizioni necessarie e sufficienti, affinchè una frazione continua di* Halphen *sia periodica, col periodo di una*

frazione parziale, sono che il polinomio dato X abbia radice doppia e che il valore di questa si assuma come parametro dell'elemento.

Il teorema è stato dimostrato quando $q_3 = 0$; resta che lo dimostriamo per $q_3 \neq 0$.

Supposto che siano tra loro eguali tutti i coefficienti v e pure tra loro eguali tutti i coefficienti u, ognuno di essi è un coefficiente centrale; allora devono coesistere le due equazioni (*a*), (*b*), N. 2 e le due equazioni (*c*), (*d*), N. 3 rispetto alle due incognite v, w. Or bene queste 4 equazioni si riducono a 3 indipendenti. Infatti, scrivendole nell'ordine seguente:

$$w - 2v^2 = 0, \tag{24}$$
$$2Jv - q_3^2 + 4vw = 0, \tag{25}$$
$$K - q_3^2 v - w^2 = 0, \tag{26}$$
$$2q_3^2 v - w^2 - Jw - K = 0, \tag{27}$$

moltiplicando ordinatamente i primi membri per q_3^2, w, $2v$, $2v$ e sommando, si ha un risultato identicamente nullo.

Dopo ciò, scriviamo le (25), (27) nel modo seguente:

$$2(2w + J)v = q_3^2, \qquad w^2 + Jw + K = 2q_3^2 v$$

e moltiplichiamole membro a membro, otteniamo:

$$(2w + J)(w^2 + Jw + K) - q_3^4 = 0;$$

osserviamo che questo risultato coincide con quello che si ha derivando la equazione

$$(w^2 + Jw + K)^2 - 2q_3^4 w = 0,$$

e concludiamo che, se il sistema di equazioni (24)-(27) ammette una soluzione (v, w), sarà w radice doppia dell'ultima equazione; questa poi non è altro che la (10), che si deduce trasformando l'equazione $X(t) = 0$ colle sostituzioni:

$$w = q_3 u - q_4, \qquad u = -q_1 - \frac{1}{t};$$

dunque il polinomio X ha radice doppia, e questa è il parametro t.

Che le condizioni del teorema siano sufficienti, si vede subito. Si scrive la frazione continua:

$$\dots + \frac{vs^2|}{|1 - us} + \frac{vs^2|}{|1 - us} + \dots,$$

e si pone:

$$Q=\frac{vs^2}{1-us+Q},$$

donde:

$$Q=-\frac{1}{2}(1-us)+\frac{1}{2}\sqrt{(1-us)^2+4vs^2}.$$

Segue che, dato un polinomio di 2° grado Ξ scritto nella forma:

$$\Xi=(1-us)^2+4vs^2,$$

per esso si ha lo sviluppo in frazione continua di HALPHEN:

$$\frac{1}{2}\sqrt{\Xi}=\frac{1}{2}(1-us)+\frac{vs^2|}{|1-us}+\frac{vs^2|}{|1-us}+\dots$$

la quale è periodica, col periodo di una frazione parziale; mentre il primo membro si può ritenere che sia l'elemento $\frac{1}{2}\frac{\sqrt{X}-\sqrt{Y}}{s-t}$, dove X è la biquadratrica $\Xi(s-t)^2$, che ha t per radice doppia, quindi $Y=0$.

Dalle considerazioni svolte segue che il risultante delle equazioni (24), (25), (26) deve coincidere (a meno di un fattore) col discriminante della biquadratica data; ciò si può verificare. Invero, eliminando w dalle tre equazioni sopradette, si ottengono le due seguenti in v:

$$(28)\qquad 8v^3+2Jv-q_3^2=0,\qquad 4v^4+q_3^2v-K=0,$$

le quali si ottengono anche dalle [(65), (66) § 1], ponendo in queste $v_{i-1}=v_i=v_{i+1}=v$.

Combinando opportunamente le (28), si ricavano le

$$\begin{aligned}2Jv^2-3q_3^2v+2K&=0,\\ 12\,v^2+2Iv-J\quad&=0,\\ 4Iv^2-8Jv+3q_3^2&=0;\end{aligned}$$

si conchiude che il risultante delle (28) è:

$$\begin{vmatrix}12 & 2I & -J\\ 2I & -4J & \frac{3}{2}q_3^2\\ -J & \frac{3}{2}q_3^2 & -K\end{vmatrix}=48KJ-6IJq_3^2-27q_3^4+4J^3+4I^2K;$$

qui, sostituendo: $4K = J^2 - Iq_3^2$, si vede facilmente che tale risultante (a meno del fattore p_0^6) coincide col secondo membro della [(79), § 1)], che è uguale al discriminante della biquadratica data.

6. Primi casi di periodicità di frazioni continue di Halphen regolari. — In quel che segue supponiamo sempre che la biquadratica data X non abbia radici multiple; per guisa che le frazioni continue di Halphen (regolari) che si considerano non presentano mai il caso di periodicità col periodo di una frazione parziale. Allora abbiamo i teoremi seguenti:

Teorema 1°. — *La condizione necessaria e sufficiente, affinchè una frazione continua regolare abbia un periodo di 2 frazioni parziali, è* $q_3 = 0$.

Che la condizione sia sufficiente si è già stabilito al [N. 9], come conseguenza delle equazioni ricorrenti [(54), (57), § 1]; con queste si mostra altresì che la condizione è sufficiente. Invero supponiamo che esista un periodo di due frazioni parziali, quindi: $v_{i-1} = v_{i+1}$, $u_{i-1} = u_{i+1}$; se nel tempo stesso fosse $q_3 \neq 0$, dalle relazioni:

$$2v_{i-1}\, v_i = q_3 u_{i-1} - q_4, \qquad 2v_{i+1}\, v_i = q_3 u_i - q_4,$$

sottraendole, per essere $v_i \neq 0$ e $q_3 \neq 0$, si dedurrebbe: $u_{i-1} = u_i$. Similmente dalle relazioni:

$$u_{i-1} + u_i + q_1 = \frac{q_3}{2v_i}, \qquad u_{i+1} + u_i + q_1 = \frac{q_3}{2v_{i+1}}$$

si dedurrebbe $v_i = v_{i+1}$. Si conchiuderebbe: $u_{i-1} = u_i = u_{i+1}$ e $v_{i-1} = v_i = v_{i+1}$, e quindi il periodo sarebbe di una sola frazione parziale, contro l'ipotesi.

Teorema 2°. — *La condizione necessaria e sufficiente, affinchè una frazione continua regolare abbia un periodo di 3 frazioni parziali, è* $K = 0$.

La condizione è sufficiente. — Infatti, quando $K = 0\, (q_3 \neq 0)$, in virtù delle [(66), § 1], si ha:

$$4v_i v_{i+1} v_{i+2} = -q_3^2, \qquad 4v_{i+1} v_{i+2} v_{i+3} = -q_3^2;$$

donde: $v_i = v_{i+3}$; in modo analogo, facendo uso della [(70) § 1], si dimostra che $u_i = u_{i+3}$.

La condizione è necessaria. — Infatti dalla [(66) § 1] e da quella che se ne ricava scambiando i con $i+1$, se si fa l'ipotesi $v_{i-1}=v_{i+2}$, si deduce $\frac{K}{v_i}=\frac{K}{v_{i+1}}$; similmente dalla [(70) § 1)], se si fa l'ipotesi $w_{i-1}=w_{i+2}$, si deduce $Kw_i=Kw_{i+1}$; quindi, se fosse $K \neq 0$, si avrebbe $v_i=v_{i+1}$ e $w_i=w_{i+1}$; cioè la frazione continua avrebbe un periodo di una sola frazione parziale, contro l'ipotesi.

Esempio:

$$X=16+72s+9s^2-130s^3+177s^4; \quad t=1;$$

$$\sqrt{Y}=12; \quad q_1=\frac{9}{4}, \quad q_2=-\frac{9}{4}, \quad q_3=1, \quad q_4=\frac{3}{4}; \quad K=0;$$

$$-\frac{1}{8}\frac{\sqrt{X}-12}{s-1}+1-\frac{s}{8}=$$

$$=\frac{-s^2}{\left|1-\frac{1}{2}s\right.}+\frac{\frac{1}{8}s^2}{\left|1-\frac{5}{4}s\right.}+\frac{2s^2}{\left|1+\frac{13}{4}s\right.}+\frac{-s^2}{\left|1-\frac{1}{2}s\right.}+\cdots.$$

Teorema 3°. — *La condizione necessaria e sufficiente, affinchè una frazione continua regolare abbia un periodo di 4 frazioni parziali, è* $q_3^4-2JK=0$.

Infatti, dalla [(65) § 1] e da quella che se ne ricava scambiando i con $i+2$, sottraendole e facendo l'ipotesi $v_{i-1}=v_{i+3}$, si deduce:

$$[2Jv_i v_{i+2}-q_3^2(v_i+v_{i+2})](v_i-v_{i+2})=0;$$

similmente operando colla [(66) § 1], si deduce:

$$[q_3^2 v_i v_{i+2}-K(v_i+v_{i+2})](v_i-v_{i+2})=0;$$

donde si conclude: $2JK-q_3^4=0$, oppure: $v_i=v_{i+2}$.

Inoltre dalla [(71), § 1] e da quella che se ne ricava scambiando i con $i+2$, facendo l'ipotesi $w_{i-1}=w_{i+3}$, si deduce: $2JK-q_3^4=0$, oppure: $w_i=w_{i+2}$.

Ora, se non fosse $2JK-q_3^4=0$, dovrebbero essere insieme $v_i=v_{i+2}$ e $w_i=w_{i+2}$; la frazione continua avrebbe un periodo di 2 frazioni parziali; per l'esistenza di un periodo fondamentale di 4 frazioni parziali è dunque necessario: $2JK-q_3^4=0$. Che questa condizione sia anche sufficiente è facile a vedere;

invero, se la condizione è verificata, combinando le [(65), (66)], si ha:

$$2Jv_{i-1}\, v_{i+1} - q_3^2(v_{i-1} + v_{i+1}) = 0,$$

mentre la [71] dà:

$$w_{i-1}\, w_{i+1} = -K;$$

da queste poi, scambiando i con $i+2$, si deducono altre due equazioni e da tutte e quattro si ricava: $v_{i-1} = v_{i+3}$, $w_{i-1} = w_{i+3}$, donde segue un periodo di 4 frazioni parziali.

Dai teoremi precedenti risulta che, quando è soddisfatta una delle condizioni

$$q_3 = 0, \qquad K = 0, \qquad 2JK - q_3^4 = 0,$$

la frazione continua supposta regolare è periodica, con un periodo rispettivamente di 2, 3, 4 frazioni parziali, qualunque siasi il valore che si assegna al parametro t.

Per la periodicità, con un periodo di $r > 4$ frazioni parziali, la condizione dipende anche dal valore del parametro.

7. Primi casi di periodicità di frazioni continue di Halphen **irregolari.** — In quel che segue studieremo il caso in cui questo valore è $t = 0$ (o uno dei valori associati a $t = 0$); ci occuperemo cioè della periodicità delle frazioni continue irregolari. A proposito di queste, ricordiamo i risultati seguenti ottenuti al [§ 2]:

1°) quando $q_3 = 0$ ($q_4 \neq 0$) [N. 14], la frazione continua è periodica col periodo di una sola frazione parziale irregolare che è:

$$\left.\frac{\frac{1}{2} q_4 s^4}{|1 + q_1 s + q_2 s^2}\right| ;$$

2°) quando $K = 0$ ($q_3 \neq 0$) [N. 15 d], la frazione continua ha un periodo di 2 frazioni parziali irregolari, che sono:

$$\left.\frac{\frac{1}{2} q_3 s^3}{\left|1 - \frac{q_4}{q_3} s\right.}\right| + \left.\frac{\frac{1}{2} q_3 s^3}{|1 + q_1 s + q_2 s^2}\right| ;$$

è notevole il sottocaso $K = 0$, $q_2 = 0$; allora $q_1 q_3 + q_4 = 0$;

X è di 3° grado; questo sottocaso si è incontrato al [N. 13] e al [N. 15 c]; la frazione continua ha un periodo di 1 frazione parziale irregolare, che è:

$$\left|\frac{\frac{1}{2}\, q_3 s^3}{1 + q_1 s}\right| .$$

Quando in una frazione continua irregolare consideriamo la periodicità (e supponiamo $q_3 \neq 0$), terremo presenti le proprietà generali esposte ai [NN. 5, 6], colla seguente avvertenza per contare il numero delle frazioni di un periodo: ogni coppia di frazioni irregolari va contata per tre frazioni regolari, nel senso spiegato al [N. 11]. Sia ad es. (3):

$$X = (x^2 + ax + b)^2 - 4abx;$$

si ha:

$$q_1 = -\frac{a}{b}, \qquad q_2 = \frac{1}{b}, \qquad q_3 = \frac{2a}{b^2}, \qquad q_4 = \frac{2a^2}{b^3},$$

$$J = \frac{2a^2}{b^3}, \qquad K = \frac{4a^2}{b^5}; \qquad \text{e quindi: } 2JK - q_3^4 = 0.$$

La frazione continua, che sviluppa un elemento generico, è periodica con un periodo di 4 frazioni parziali; ma la frazione continua (irregolare), che sviluppa $\sqrt{X}$, ha un periodo di 3 frazioni parziali, due delle quali sono irregolari; ciò che si verifica, applicando la formola [(32) § 2]. Si ha:

$$\frac{q_4}{q_3} = \frac{a}{b}, \qquad v_2 = \frac{1}{b}, \qquad u_2 = \frac{a}{b};$$

e quindi (4):

$$\frac{1}{2}\left[\sqrt{X} - (b - ax + x^2)\right] =$$

$$= \left|\frac{ax^3}{b - ax}\right| + \left|\frac{bx^2}{b - ax}\right| + \left|\frac{ax^3}{b - ax + x^2}\right| + \left|\frac{ax^3}{b - ax}\right| + \ldots$$

---

(3) V. HALPHEN, *F. E.*, t. II, p. 629.

(4) In HALPHEN il numeratore della 2ª frazione parziale è per errore bx^3 invece di bx^2.

Sui prodotti infiniti
$(1-x)(1-x^2)(1-x^3)\ldots$ e $(1+x)(1+x^2)(1+x^3)\ldots$

Nota di ALBERTO TANTURRI

Lo sviluppo del prodotto infinito $(1-x)(1-x^2)(1-x^3)\ldots$, in serie di potenze di x, intuito da EULERO verso l'anno 1741, e da lui adoperato, più volte, senza dimostrazione, negli scritti degli anni immediatamente posteriori, " *est* ", com'egli dice, " *id ipsum quod solida demonstratione confirmare non possum* ", ancora nella Memoria: *Observatio de summis divisorum*, del t. V (1754-55) *Novi Comm. Petrop.*, ma è dimostrato in un'altra, posposta subito a quella, nello stesso t. V. Il 1780, EULERO ne faceva argomento d'un lavoro: *Evolutio producti infiniti in seriem simplicem,* in *Acta Acad. Petrop.*, con due dimostrazioni; una dimostrazione più semplice fu data da LEGENDRE, in uno speciale capitolo della *Théorie des nombres*; cinque dimostrazioni, di cui tre con funzioni ellittiche, son dovute a JACOBI; nè manca qualche dimostrazione recente: e, chi voglia, troverà le indicazioni nelle pag. 76 e 278 del t. I, *Premier volume,* dell'*Encyclop. des Sc. Mathém.*.

In questa Nota, do, prima di tutto, una nuova dimostrazione di quello sviluppo; ed esprimo poi, coi comuni simboli algebrici, il coefficiente del termine generale.

Anche lo sviluppo, in serie di potenze di x, del prodotto infinito $(1+x)(1+x^2)(1+x^3)\ldots$, fu studiato da EULERO, che indicò una via indiretta per il calcolo dei coefficienti. Per il calcolo diretto può servir la formula, che chiude questo scritto, e a cui si giunge con una semplice modificazione del procedimento euleriano.

Il teorema di Eulero sul prodotto $(1-x)(1-x^2)(1-x^3)\dots$

1. — Coi simboli del *Formulario Mathematico*, il teorema di Eulero si può scrivere così:

I
$$x \,\epsilon\, -1^{-}1 \,.\supset.\, \Pi\,[(1-x^n)\,|\,n, N_1] =$$
$$= 1 + \Sigma\,[(-1)^n\, x^{n(3n-1)/2}\,(1+x^n)\,|\,n, N_1].$$

Si legge: " se x è un numero reale, minore, in valore assoluto, di 1, il prodotto infinito $(1-x)(1-x^2)(1-x^3)\dots$ è uguale alla serie

$$1 - x(1+x) + x^5(1+x^2) - x^{12}(1+x^3) + \dots \text{"}.$$

Gli esponenti dei fattori x esterni alle parentesi sono i numeri pentagonali: 1, 5, 12, 22, 35, ...; cioè del tipo $n(3n-1)/2$, quando n varia nella classe dei numeri naturali (: 1, 2, 3, ...).

2. — Come Legendre, parto dal teorema: " se x è un numero reale, minore, in valore assoluto, di 1, il prodotto infinito $(1-x)(1-x^2)(1-x^3)\dots$

$$= 1 - x/(1-x) + x^3/(1-x)(1-x^2) -$$
$$- x^6/(1-x)(1-x^2)(1-x^3) + \dots;$$

dove gli esponenti dei numeratori sono i numeri triangolari ": teorema che discende da uno più generale, dato da Eulero con una dimostrazione semplicissima (*).

(*) Se x e z sono numeri reali, e x è minore, in valore assoluto, di 1:

$$(1+xz)(1+x^2z)(1+x^3z)\dots$$
$$= 1 + x/(1-x)\times z + x^3/(1-x)(1-x^2)\times z^2 + x^6/(1-x)(1-x^2)(1-x^3)\times z^3 + \dots.$$

Eulero pone che il primo membro $= 1 + Pz + Qz^2 + Rz^3 + \dots$; e, mutando z in xz nell'uguaglianza così ottenuta, determina i coefficienti P, Q, R, ... V. *Introductio in analysin infinitorum*, 1748, t. I, p. 258.

Decompongo convenientemente i fattori $1/(1-x)$, $1/(1-x^2)$, $1/(1-x^3)$, ..., dei termini secondo, terzo, quarto, ..., della serie; scrivendola, per l'appunto, così:

$$\begin{aligned}1-x\times\{0+x^0\times(1+x)+x^2(1-x)\times 1\}\\ +x^3/(1-x)\times\{1+x^2\times(1+x^2)(1-x)+x^3/(1-x^2)\times[1+x^3(1-x)]\}\\ -x^6/(1-x)(1-x^2)\times\{[1+x^3(1-x)]+x^6\times(1+x^3)(1-x)(1-x^2)\\ +x^4/(1-x^3)\times[1+x^4(1-x)+x^8(1-x)(1-x^2)]\}+\dots\end{aligned}$$

Osservo che, per ciascuna graffa, il prodotto del fattore esterno per il terzo dei tre termini interni, si distrugge col prodotto del fattore esterno per il primo dei tre termini interni alla graffa seguente; e concludo che quella serie

$$=1-x\times x^0\times(1+x)+x^3\times x^2\times(1+x^2)-x^6\times x^6\times(1+x^3)+\dots.$$

Nel termine generale, il fattore esterno alla parentesi

$$=x^{n(n+1)/2}\times x^{n(n-1)}, \qquad \text{cioè a} \qquad x^{n(3n-1)/2};$$

e così il teorema è dimostrato.

3. — Qui do, in generale, la decomposizione su cui posa il ragionamento precedente.

Sia perciò x un numero reale diverso da 1. Se

$$P_1x=0, \qquad P_2x=1,$$

e, per ogni numero naturale, n, maggiore di 2,

$$\begin{aligned}P_nx=1+x^n(1-x)+x^{2n}(1-x)(1-x^2)+\dots\\ +x^{(n-2)n}(1-x)(1-x^2)\dots(1-x^{n-2}),\end{aligned}$$

allora, per ogni numero naturale n:

$$\begin{aligned}(a)\qquad 1/(1-x^n)=P_nx\\ +x^{n(n-1)}\times(1+x^n)/(1-x^n)\times(1-x)(1-x^2)\dots(1-x^n)\\ +x^{n+1}/(1-x^n)\times P_{n+1}x.\end{aligned}$$

La (a) è evidente quando $n=1$. In ogni altro caso:

$$\begin{aligned} P_n x - P_{n+1} x \times x = [(1-x) + x^n (1-x)(1-x^2) + \\ + x^{2n}(1-x)(1-x^2)(1-x^3) + \dots \\ + x^{(n-2)n}(1-x)(1-x^2)\dots(1-x^{n-1})] \\ - x^{n^2}(1-x)(1-x^2)\dots(1-x^{n-1}). \end{aligned}$$

E poichè la parentesi quadra, moltiplicata per x^n, dà: $P_n x - 1 +$ il prodotto per x^n del suo ultimo termine, potrò scrivere che:

$$\begin{aligned} (P_n x - P_{n+1} x \times x) x^n = P_n x - 1 + x^{(n-1)n} \times (1-x)(1-x^2)\dots(1-x^{n-1}) \\ - x^{n(n+1)} \times \quad " \quad " \quad " \quad . \end{aligned}$$

Negli ultimi due termini metto ora in evidenza il fattor comune

$$x^{n(n-1)}(1-x)(1-x^2)\dots(1-x^{n-1});$$

e trasporto poi il termine -1, isolandolo nel primo membro. Avrò una relazione; dalla quale, semplificando, e dividendo per $1-x^n$, si ottiene la (a).

I coefficienti dello sviluppo euleriano.

4. — Si consideri l'espressione $n(3n-1)/2$: la quale dà un numero naturale, i, quando n sia un numero naturale col segno; e, per l'appunto, quando:

	$n = \dots$	-3	-2	-1	1	2	$3 \dots,$
dà							
	$i = \dots$	15	7	2	1	5	$12 \dots.$

E si ponga $A_i = (-1)^{n-1}$, per ognuno di questi i: 1, 2, 5, 7, 12, 15, ...; e, per ogni altro numero naturale, i, si ponga $A_i = 0$. In simboli:

$$\text{II} \left\{ \begin{array}{l} i \in N_1 . \quad \exists (\pm N_1) \cap n \ni [i = n(3n-1)/2] . \supset . A_i = (-1)^{n-1} \\ \quad " \quad . \sim \quad " \quad " \quad " \quad . \supset . " = 0 \qquad \text{Def.} \end{array} \right.$$

Al posto di $\pm N_1$, si può leggere il simbolo n dei numeri interi col segno (: ..., $-2, -1, 0, 1, 2, \dots$): e i numeri 1, 2, 5, 7,

12, 15, ..., sono, del resto, i numeri del tipo $n(3n\mp1)/2$, quando n varia nella classe dei numeri naturali.

Allora la I si può scrivere così:

$$\text{III} \qquad x\epsilon - 1^{-}1 \,.\, \supset .\, \Pi[(1-x^n)|n, N_1] = 1 - \Sigma(A_i x^i | i, N_1)$$
$$= 1 - A_1x - A_2x^2 - A_3x^3 - A_4x^4 - A_5x^5 - \dots$$

I numeri A_i si presentano, come accenneremo appresso, nella teoria della partizione dei numeri; e anche in quella della divisibilità (*): e qui li esprimo cogli ordinari simboli algebrici, e col simbolo E, definito dalla:

$$\text{IV} \qquad x\epsilon q \,.\, \supset .\, \mathsf{E}x = Ex + E(-x) + 1 \qquad \text{Def.};$$

la quale dice che, se x è un numero reale, $\mathsf{E}x = 1$ o a 0, secondochè x è un numero intero o no.

5. — Sia perciò i un numero naturale.

Comincio dall'osservare che, se esiste un numero naturale, n, tale che $i = n(3n-1)/2$, $24i+1$ è un quadrato perfetto, come numero successivo dell'ottuplo d'un numero triangolare; precisamente, $=(6n-1)^2$: e, parimenti, se esiste un numero naturale n, tale che $i = n(3n+1)/2$, $24i+1$ è un quadrato perfetto; che $=6(n+1)^2$. Reciprocamente, se $24i+1$ è uguale al quadrato d'un numero naturale k, necessariamente dispari, $24i = (k-1)(k+1)$; e quindi, scrivendo h al posto di $(k-1)/2$, $6i = h(h+1)$: cioè $3i$ è un numero triangolare, che, come multiplo di 3, sarà del tipo $3n(3n-1)/2$, o del tipo $3n(3n+1)/2$; il che ci dà per i il tipo $n(3n-1)/2$, o il tipo $n(3n+1)/2$, quando, s'intende, n varia nel campo dei numeri naturali. In una: $24i+1$ è un quadrato perfetto, solo quando i è del tipo $n(3n\mp1)/2$.

(*) Per l'appunto, la "*lex mirabilis*", scoperta da Eulero in un lavoro che ho già citato, dice che, se Sn è la somma dei divisori del numero naturale n:

$$Sn = S(n-1) + S(n-2) - S(n-5) - S(n-7) + S(n-12) + \dots = \sum_1^n{}_i A_i S(n-i);$$

avvertendo però, come dice Eulero, che $S(n-n) = n$.

Come conseguenza: il valore assoluto di $A_i = \in[\sqrt{(24i+1)}]$; perchè questa funzione $= 1$ o a 0, secondochè i è o no del detto tipo.

Riman da determinare il segno. Esso è $+$, se $i = 1$ o a 2; è $-$, se $i = 5$ o a 7; è $+$, se $i = 12$ o a 15; .... Vale a dire: è $+$, se $\sqrt{(24i+1)} = 5$ o a 7; è $-$, se quella radice $= 11$ o a 13; è $+$, se la stessa radice $= 17$ o a 19; ...: cioè, in breve, è $+$ o $-$, secondochè è pari o dispari il numero intero $E\}[\sqrt{(24i+1)} - 5]/6\{$.

Concludo:

$$\text{V} \qquad i \epsilon N_1 . \supset . A_i = (-1)^{E\{[\sqrt{(24i+1)}-5]/6\}} \in [\sqrt{(24i+1)}] \ (*).$$

6. — Appresso, servirà lo sviluppo, in serie di potenze di x, del prodotto infinito $(1-x^2)(1-x^4)(1-x^6)\ldots$; che si deduce subito dallo sviluppo precedente. Le potenze dispari di x avranno per coefficiente zero; e le pari, $x^2, x^4, x^6, \ldots$, avranno per coefficienti $A_1, A_2, A_3, \ldots$ Se poniamo dunque:

$$\text{VI} \qquad i \epsilon N_1 . \supset . B_i = \text{rest}\,(i+1, 2) \times A_{E(i/2)} \qquad \text{Def.},$$

potremo scrivere:

$$\text{VII} \qquad x \epsilon -1^{-}1 . \supset . \Pi[(1-x^{2n}) | n, N_1] = 1 - \Sigma(B_i x^i | i, N_1).$$

(*) Il numero A_i è l'i^{mo} termine della tabella

1	1							
0	0	-1	0	-1				
0	0	0	0	1	0	0	1	
.....								,

la legge della quale si scrive facilmente. Cominciando dall'esprimere l's^{mo} termine dell'r^{mo} rigo, si può dimostrare la proposizione:

$$i \epsilon N_1 . r = E\}[5 + E\sqrt{(24i-23)}]/6\{ .. s = i - (r-1)(3r-2)/2 . \supset .$$
$$A_i = (-1)^{r-1}\}\in[(s+1)/2r] + \in[(s+1)/3r]\{ .$$

Sullo sviluppo di $(1+x)(1+x^2)(1+x^3)\ldots$

7. — Poniamo le definizioni:

VIII $n \epsilon N_1 . \supset .$
$G\, n = \text{num}\, [\text{Cls}' N_1 \frown x \ni (\text{num}\, x \epsilon N_1 . \Sigma x = n)]$.
$G' n =$ „ $\{(N_0 F 1 \cdots n)\, \text{cres}_0 \frown x \ni [\Sigma(x, 1 \cdots n)] = n\}$ Def.

Cioè: “ se n è un numero naturale, Gn è il numero delle classi (non vuote), formate da numeri naturali, distinti, e aventi per somma n; e $G'n$ è il numero delle soluzioni in interi x della

$$x_1 + x_2 + \ldots + x_n = n,$$

con la condizione:

$$x_1 \leq x_2 \leq \ldots \leq x_n$$ „ (*).

Poniamo inoltre: $G0 = G'0 = 1$.
Allora (v. Eulero, *Introductio*, t. I, pag. 255 e 270):

IX $x \epsilon -1^{-}1 . \supset .\ \Pi[(1+x^n) | n, N_1] = \Sigma[(Gn \times x^n) | n, N_0]$.
$1/\Pi[(1-x^n) | n, N_1] = \Sigma[(G'n \times x^n) | n, N_0]$.

Quest'ultima uguaglianza dice che, se x è un numero reale, minore, in valore assoluto, di 1, la funzione fratta $1/(1-x)$

(*) Con parole di Eulero, Gn “ *indicat quot variis modis numerus* n *ex terminis diversis Seriei* 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, etc., *per additionem emergere possit: ubi notandum est numerum propositum ipsum simul computari debere, quia numerus terminorum non definitur, ideoque unitas inde non excluditur* „. E $G'n$ “ *indicat quot variis modis numerus* n *per additionem ex numeris integris oriri queat* „.

Il numero $G'n$, al quale Eulero dà importanza preponderante, ha pure altri significati. È il numero delle soluzioni, in interi y da 0 a n, della $y_1 + 2y_2 + \ldots + ny_n = n$. È il numero dei modi nei quali $n + n(n+1)/2$ può esser diviso in n parti disuguali; è il numero dei modi nei quali $2n$ può esser diviso in n parti disuguali o uguali: anzi, se p è un qualunque intero non minore di n, è il numero dei modi nei quali $n + p(p+1)/2$ può esser diviso in p parti disuguali, ovvero il numero dei modi nei quali $n+p$ può esser diviso in p parti disuguali o uguali.

$(1-x^2)(1-x^3)\dots$, ossia $1/(1-A_1x-A_2x^2-A_3x^3-\dots)$, è uguale alla serie: $G'0+G'1\times x+G'2\times x^2+G'3\times x^3+\dots$; che si può pensare come una serie ricorrente d'ordine infinito. Sarà: $A_1, A_2, A_3, \dots$, la scala di relazione, secondo la nomenclatura adottata da EULERO; cioè:

$$G'1=A_1G'0,$$
$$G'2=A_1G'1+A_2G'0,$$
$$G'3=A_1G'2+A_2G'1+A_3G'0, \dots; \text{ e in generale:}$$

X $$n\,\epsilon\,N_1 \,.\, \supset .\, G'n=\Sigma\,[A_iG'(n-i)\,|\,i, 1\cdots n].$$

Così, per l'appunto, si calcolano i successivi numeri $G'n$.

8. — Venendo ai numeri Gn, EULERO li deduce dai $G'n$ servendosi della semplicissima relazione:

$$(1+x)(1+x^2)(1+x^3)\dots=(1-x^2)(1-x^4)(1-x^6)\dots$$
$$\times 1/(1-x)(1-x^2)(1-x^3)\dots,$$

che è valida per ogni numero reale compreso tra -1 e $+1$. Sviluppo il primo membro con la IX, e i due fattori del secondo membro con la VII e la IX; immagino eseguito il prodotto, e uguaglio i coefficienti delle potenze uguali di x. Avrò (v. *Introductio*, t. I, pag. 272):

XI $$n\,\epsilon\,N_1 \,.\, \supset .\, Gn=G'n-\Sigma\,[B_iG'(n-i)\,|\,i, 1\cdots n]$$
$$=\Sigma\,[(A_i-B_i)\,G'(n-i)\,|\,i, 1\cdots n].$$

Ma gli stessi numeri si possono ottenere, direttamente, con lo stesso procedimento, dalla:

$$(1+x)(1+x^2)(1+x^3)\dots\times(1-x)(1-x^2)(1-x^3)\dots$$
$$=(1-x^2)(1-x^4)(1-x^6)\dots;$$

ricorrendo alla IX, alla III, e alla VII. Si avrà subito:

XII $$n\,\epsilon\,N_1 \,.\, \supset .\, Gn=\Sigma\,[A_iG(n-i)\,|\,i, 1\cdots n]-B_n.$$

Influenza del movimento di uno specchio o della sorgente sulla propagazione della luce

Nota del Socio nazionale residente QUIRINO MAJORANA

---

1. Premessa. — La velocità di propagazione della luce, emessa da una sorgente fissa sulla superficie della terra, apparisce costante in tutte le direzioni, malgrado il movimento della terra di circa 30 Km. a 1″, lungo l'eclittica, e quello di tutto il sistema solare. Ciò risulta dalla classica esperienza di Michelson e Morley, che fu il punto di partenza per la formulazione della teoria della relatività ad opera di Lorentz, Einstein, Minkowski.

Questa teoria, che, dopo aver subito una crisi, sembra ora risorgere fondandosi su più solide basi, ammette appunto il postulato della costanza assoluta della velocità di propagazione della luce nel vuoto, indipendentemente da qualsiasi contingenza di moto traslatorio uniforme della sorgente e dell'osservatore. Tale postulato non scaturisce però, necessariamente e con pieno rigore logico, dai fatti sperimentali osservati; ma piuttosto esso è una ardita ipotesi che, reciprocamente, dà ragione dei fatti stessi. In altri termini, non è da escludersi che altra teoria sorga al posto di quella relativistica, e che sia capace di interpretare i fenomeni da noi osservati. Certamente, se ciò accadesse, e se la nuova teoria fosse tale, p. e., da non modificare la meccanica di Newton, essa sarebbe ben più accetta.

Da ciò si deduce, prescindendo da osservazioni di carattere astronomico, la opportunità di ricerche sperimentali che possano in un caso offrire controllo, o meglio prova assoluta del postulato suddetto; od, in caso contrario, condurre al rigetto di questo. Disgraziatamente è ben difficile tanto l'immaginare, quanto l'attuare tali esperienze. La essenza della teoria relati-

vistica è tale che questa, sinora, si adatta a tutto ciò che noi osserviamo, senza che si possa essere indotti a ritenerla del tutto indispensabile. Peraltro, anche se qualche esperienza può immaginarsi, essa o è intraducibile praticamente, per la impossibilità di prescindere da talune contingenze alle quali forzatamente dobbiamo adattarci, come la velocità del nostro sistema planetario, o l'eventuale ed incognita azione del campo di attrazione della terra e di tutto il sistema planetario; od, in ogni caso, la sua attuazione è particolarmente difficile, giacchè essa conduce alla necessità di osservare e misurare effetti almeno del prim'ordine, cioè dipendenti dal rapporto $\frac{v}{c}$ fra la velocità di corpi materiali e quella della luce. Inoltre, se in certi casi (come quando la velocità relativa tra osservatore o sorgente non è nulla e può venir cambiata a piacimento) quel rapporto entra nelle formule con la prima potenza, in altri (come nell'esperienza di Michelson e Morley) si tratta di misurare effetti dipendenti da v^2/c^2, il che è estremamente difficile.

Partendo dalle precedenti considerazioni, da circa due anni ho intrapreso una serie di ricerche le quali hanno per iscopo lo studio della velocità di propagazione della luce, quando *artificiali contingenze di moto* affettano variamente la materia necessaria alla *emissione*, *propagazione* ed eventualmente alla *osservazione* della luce. Ma sinora, di questi tre casi soltanto i primi due sono stati da me studiati; ed anzi il loro studio non è ancora terminato. Quando non mi sarà più possibile procedere oltre in esso, forse in causa di difficoltà sperimentali eccessive, o di impossibilità pratiche, vedrò se anche il terzo caso sia passibile di qualche controllo sperimentale, quantunque io ritenga essere il problema, sotto tal riguardo, assai più arduo. A chiarire il programma delle mie ricerche, è appena il caso di osservare che quando parlo di contingenze di moto intendo riferirmi a moto traslatorio uniforme. Si sa infatti che sull'esistenza del *moto rotatorio assoluto* non è possibile alcun dubbio, anche per quanto riguarda i fenomeni luminosi. Così ci si rende conto, p. e., dell'esperienza di Sagnac con l'interferografo rotante, e ciò tanto ammettendo la teoria dell'etere, come quella della relatività. Nelle esperienze che descriverò mi servirò, è vero, di congegni rotanti, ma la loro funzione si limita a lasciare

osservare effetti dipendenti dalla traslazione periferica istantanea di qualche congegno, messo appunto in rotazione. Con esse ho avuto sinora di mira lo studio dell'influenza del moto di una superficie riflettente o della sorgente, sulla velocità di propagazione della luce. E passo senz'altro a indicarne il principio, i particolari ed i risultati.

2. Principio della ricerca. — Consideriamo una sorgente luminosa S (fig. 1) emettente onde di lunghezza λ e di frequenza n, che si muova con velocità v verso l'osservatore fisso O. Supponiamo dapprima che le onde si trasmettano a traverso un etere fisso. Le n onde emesse in 1″ si troveranno distribuite nel tratto $S'A = c - v$.

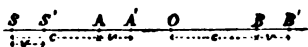



Fig. 1.

Nello stesso tempo arriveranno ad O tutte le onde n' entranti nel tratto $OB = c$, per cui $(c - v)/n = c/n'$; ossia $n' = nc/(c - v)$. Facendo $v/c = \beta$, e trascurando i termini superiori al primo in β, si ha $n' = n(1 + \beta)$.

La nuova lunghezza d'onda si ottiene tenendo conto che $c = n\lambda = n'\lambda'$, per cui $\lambda' = \lambda(1 - \beta)$.

Facciamo invece un'ipotesi di carattere balistico od emissivo, secondo cui la velocità della luce si verrebbe a sommare con quella della sorgente. In un secondo le n onde emesse da S si troveranno distribuite nel tratto $S'A' = c$; e in un tempo eguale arriveranno in O, n' onde che verranno a distribuirsi nel tratto $OB' = c + v$. Per cui $c/n = (c + v)/n'$, ossia $n' = n(1 + \beta)$. Tenendo conto poi che $c + v = n'\lambda'$, si vede che esattamente $\lambda' = \lambda$.

Per cui, mentre per quanto concerne la frequenza si arriva alle stesse conclusioni (salvo i termini in β^2) tanto con l'ipotesi eterea che con quella balistica, per la lunghezza d'onda si avrebbero valori diversi nelle due ipotesi, e tali valori differirebbero per un termine del primo ordine in β.

Supponiamo ora di aver realizzato un metodo per la misura dell'effetto Doppler. Se esso è basato sull'osservazione di fenomeni dipendenti dal variato valore della lunghezza d'onda, come avviene nei casi di interferenza o di diffrazione, l'ipotesi dell'etere fisso, od anche la teoria della relatività porterebbero ad un risultato positivo; l'ipotesi balistica, pur conducendo an-

ch'essa ad ammettere la variazione della frequenza, non darebbe risultato apprezzabile (salvo i termini in β^2).

Osservazioni astronomiche varie sono state eseguite da tempo sull'effetto Doppler, e ciò tanto servendosi di prismi quanto di reticoli di diffrazione. Inoltre, in laboratorio, l'effetto Doppler è stato verificato da Belopolski, Galitzin e Wilip, con specchi in moto, da Stark e Paschen con i raggi canale. Più recentemente, altre verifiche sono state ottenute ad opera di Michelson e di Fabry e Buisson (1).

Mancavano sinora, a quanto mi consta, esperienze dirette sull'influenza del moto della sorgente. Prescindendo dai lavori citati, che non lasciano alcun dubbio sul fatto sperimentale della nessuna influenza del moto di una superficie riflettente sulla velocità della luce, ho voluto realizzare una disposizione capace di mettere in evidenza il cambiamento di lunghezza d'onda dovuto all'effetto Doppler, e che è indizio di quel fatto; di tale disposizione mi servo, oltre che per controllare l'effetto dello specchio mobile, per studiare una sorgente in moto.

Per sorprendere il mutato valore di λ, mi sono servito di un metodo interferenziale con ordine di interferenza assai elevato, analogamente a quanto avviene negli apparecchi usati per la spettroscopia interferenziale.

Ma è chiaro che così operando, e volendo ottenere risultati netti, occorre una sorgente di luce il più possibilmente monocromatica; in caso diverso non sarebbe possibile alcuna osservazione di fenomeni di interferenza. Inoltre, per le ragioni che si comprenderanno in seguito, la stessa sorgente deve possedere un grado di intensità luminosa notevole. Fortunatamente, si può disporre di una sorgente (e forse di una sola) che soddisfi a questa duplice condizione: il vapore di mercurio a bassa pressione, reso incandescente elettricamente ed esaminato nella sua riga verde. Per di più questa riga è tanto intensa rispetto alle altre emesse dallo stesso vapore, da rendere spesso non neces-

---

(1) MICHELSON, *Effect of reflection from a moving mirror on the velocity of light*, " Astrophysical Journal ", XXXVII, p. 190, 1913. FABRY et BUISSON. *Vérification expérimentale du principe Doppler-Fizeau*, " C. R. ", 158, p. 1498, 1914. Questi lavori, condotti con metodi differenti, sono venuti a mia conoscenza solo dopo la pubblicazione di una parte delle mie ricerche.

saria la soppressione di quelle, mediante assorbimento o rifrazione. Questa sorgente, in una prima serie di esperienze, era fissa, e la sua luce riflessa da specchi mobili ed esaminata con l'apparecchio interferenziale. Nelle esperienze più recenti da me eseguite ho poi, con questo stesso apparecchio, esaminato quella stessa sorgente, posta in rapido movimento.

3. La sorgente luminosa. — Affinchè il vapore di mercurio incandescente emetta radiazioni della maggior purezza possibile, occorre operare a pressione bassa; donde l'opportunità di servirsi di tubi a gas rarefatti. Ora di questi (per il caso del mercurio) ve ne sono di due specie; quelli che funzionano al passaggio di una scarica elettrica brusca, come i tubi di Geissler, e quelli in cui un vero arco voltaico si forma sotto bassa tensione (almeno 70 volt). Michelson, nell'esame minuto delle varie sorgenti luminose fatto in occasione del campionamento del metro in lunghezze d'onda (1), adopera tubi a vuoto della prima specie. Ma così operando ci si deve accontentare di una luminosità relativamente debole, od altrimenti, con scariche più intense, si rischia di sciupare rapidamente i tubi di scarica. Ho inoltre osservato che eccitando i tubi di scarica con rocchetto munito di condensatori al secondario, si ha effettivamente un effetto luminoso assai brillante, ma le radiazioni emesse non rispondono più alle condizioni di purezza richieste dalle presenti ricerche. Questo fatto va interpretato pensando alle mutate condizioni di temperatura, e per conseguenza anche di pressione, del vapore eccitato in cosifatta guisa.

Ora nelle esperienze di Michelson la intensità luminosa aveva, relativamente, poca importanza, trattandosi di osservazioni fatte con congegni fissi. Qui si deve provvedere ad accrescere quella intensità, giacchè di essa, per le speciali modalità delle esperienze attuali, solo una piccola parte arriva all'occhio dell'osservatore. Per cui, dopo varii infruttuosi tentativi con tubi di scarica azionati da rocchetti, ho scelto come sorgente quella dell'arco voltaico fra elettrodi di mercurio, nel vuoto.

---

(1) *Travaux et Mémoires*, b. int. p. et m. XI, 1895.

Il modello di lampada da me impiegato è costituito da un'ampolla o tubo di vetro contenente mercurio, a due o tre elettrodi *A*, *B*, *E* (fig. 2), da cui è stata estratta l'aria sino ad una pressione di circa quattro millesimi di m/m di mercurio. Durante la vuotatura il tubo è tenuto quasi alla temperatura di ebollizione del mercurio, per cui il valore vero, a freddo, di quella pressione risulta molto minore. La quantità di mercurio contenuta dal tubo, è tale da poter ricoprire gli elettrodi *A*, *B* quando esso è posto con tali elettrodi in basso. Quando il tubo è posto in circuito con corrente continua a 70 v. e con una resistenza di circa 20 ohm, basta scuoterlo lievemente, per portare in contatto i due serbatoi di mercurio ed eccitare l'arco. Ma in certi modelli di tubo, e più propriamente in quelli che effettivamente portano il terzo elettrodo *E*, la quantità di mercurio è ridotta alquanto e si eccita l'arco con scarica sussidiaria di un rocchetto d'induzione.

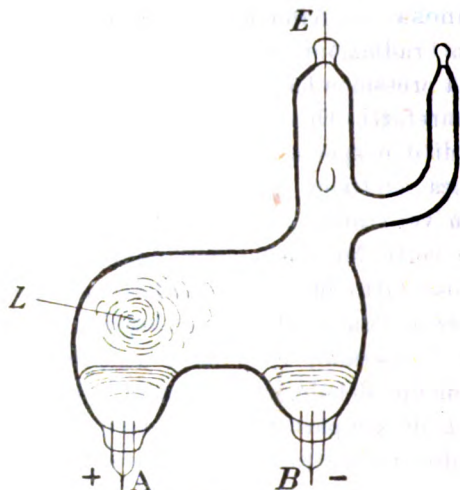



Fig. 2.

Quando il tubo è eccitato, si forma un focolare luminoso principalmente in vicinanza del polo positivo, in *L*; per cui questo lato è di preferenza rivolto verso l'interferometro.

Se la sorgente, così costituita, è destinata a rimaner fissa, non occorre sia notevolmente piccola; il tubo, sfornito di terzo elettrodo *E*, ha una dimensione massima di 7 od 8 cm.; il suo peso è di circa 200 gr. Ma se la sorgente deve essere posta in moto, anche per ridurre la massa di mercurio, la dimensione massima è di 3 o 4 cm., il suo peso non più di 35 gr.

4. L'interferometro. — Esso è quello di Michelson. Quantunque per lo scopo attuale non sarebbe stato necessario adoperare due raggi interferenti propagantisi in direzioni normali,

ho preferito servirmi di questo apparecchio, per la comodità del suo uso, e per la facilità con cui esso si presta al cambiamento della differenza di cammino fra i raggi interferenti. Esso è indicato schematicamente nella figura 3. S_1, S_2 sono specchi completamente argentati, ed S_3 parzialmente sulla faccia superiore. C è il cannocchiale con un micrometro oculare, il cui ingrandimento è di solo 2 diametri circa. Come si vede, è abolita la lamina di vetro compensatrice non argentata dell'originale apparecchio di Michelson; essa, nel caso della figura, dovrebbe essere posta parallelamente a S_3, fra questa ed S_1. Ma dovendo misurare sempre delle differenze di cammino nell'aria, mi son limitato a determinare lo spostamento fra la posizione dello specchio S_1 segnata in figura, e l'altra P per cui appariscono le frangie anche in luce bianca, e quindi colorate. P è la posizione simmetrica otticamente di S_2 rispetto alla faccia lievemente argentata di S_3; la distanza $S_1 P$ rappresenta la metà della differenza di cammino dei raggi interferenti. Ciò non è esatto per tutte le lunghezze d'onda, in conseguenza della dispersione di S_3. Ma per le presenti ricerche le incertezze derivanti da ciò non sono da temersi. Inoltre, come sarà detto, senza adoperare la lamina compensatrice, ho potuto procedere alla misura dello spostamento delle frangie con l'approssimazione di circa l'1 %, più che sufficiente allo scopo delle attuali ricerche.

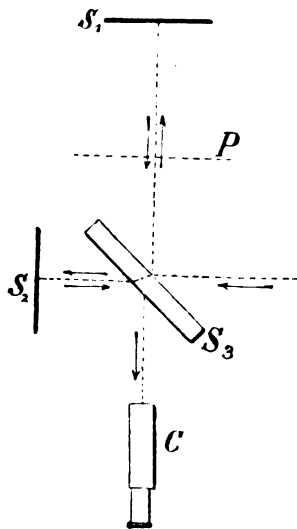



Fig. 3.

L'apparecchio in parola fu da me ottenuto trasformando opportunamente una buona macchina da dividere; la vite di questa (passo 1 m/m) serve ad ottenere gli spostamenti dello specchio S_1. I tre specchi S_1, S_2 ed S_3 furono scelti fra le parti costituenti altri apparecchi ottici; l'esattezza di lavorazione delle loro faccie è otticamente perfetta, non presentando che errori inferiori a $^1/_{10}$ di λ circa. La posizione e l'orientamento di ciascuno di S_1, S_2, S_3 possono regolarsi manovrando

le viti micrometriche, contrastate da robuste molle, che sostengono ciascuna lamina di vetro (tre per lamina).

A vero dire questo, istrumento, così preparato, offre l'inconveniente di una non grande esattezza del banco di ghisa rettilineo su cui scorre S_1, comandato dalla vite. Adoperandolo infatti si è costretti a ritoccare continuamente la posizione di S_2, perchè la sua immagine risulti coincidente o parallela ad S_1. Ma in ogni modo non si hanno mai salti bruschi nell'aspetto delle frangie spostando S_1, e si può, con un po' di pazienza, mantener quelle in buone condizioni di visibilità, man mano che la posizione di S_1 muta.

5. Esame della sorgente in quiete con l'interferometro. — Esaminiamo anzitutto la luce dell'arco fra mercurio con l'interferometro. Come si è detto, la intensità luminosa della riga verde (0,546 μ) di questa sorgente è talmente forte rispetto a quella delle due righe gialle, e della bleu, da rendere praticamente inutile qualsiasi artificio per filtrarla da queste: le frangie appaiono nettamente, quando si proiettino direttamente su S_3 tutte le radiazioni emesse dal tubo. Solo è adoperato un opportuno sistema di lenti, per render queste sensibilmente parallele. Qualche volta ho interposto sul loro percorso delle vaschette contenenti soluzioni acquose di cromato potassico (per assorbire la riga bleu) e di cloruro di nichel o meglio di rame (per assorbire le gialle). Ma il vantaggio è stato con ciò minimo; anzi, talvolta, questo artificio è stato riconosciuto dannoso, giacchè inevitabilmente esso conduceva ad indebolimento anche della intensità luminosa della riga verde. Meno opportuno poi sarebbe stato l'uso di prismi, per cercar di separare per rifrazione questa riga dalle altre; infatti essa è troppo vicina alle due righe gialle, perchè la separazione possa avvenire facilmente e senza eccessiva perdita di luce. E per il carattere di queste ricerche occorre evitare possibilmente ciò.

Ho così incominciato a cercar di determinare la *curva di visibilità* delle frangie circolari osservate col cannocchiale puntato all'infinito, quando la differenza di cammino fra i due raggi interferenti varia. Questa differenza, che è uguale a due volte la distanza PS_1, si misura agevolmente sull'interferometro mediante una scala laterale, partendo dalla posizione delle frangie

colorate, in luce bianca. Ho tenuto presenti in questa ricerca i risultati di Michelson. Come è noto, questo fisico trova per la riga verde del mercurio la curva di visibilità più lunga che con qualsiasi altra sorgente (1), quantunque la struttura di essa sia molto complessa. Persino con una differenza di cammino $l = 40$ cm., sarebbe ancora possibile osservare le frangie; ma effettivamente, con la mia disposizione, non ho potuto mai verificar ciò. Questo risultato può in parte dipendere dalle imperfezioni costruttive del mio interferometro, quali quelle che riguardano la lavorazione del banco di scorrimento, le viti di orientamento degli specchi, l'argentatura di questi. Ma, più probabilmente, esso devesi attribuire alla diversità della sorgente da me usata, nella quale, cioè, il vapore di mercurio è eccitato con arco elettrico, anzichè con le scariche brusche di un rocchetto d'induzione. Michelson fa vedere infatti che la curva di visibilità nel suo caso varia notevolmente con la pressione interna del tubo stesso, tanto che p. e. con $l = 232$ m/m si ha un massimo di visibilità per pressione bassissima, e, contrariamente, un minimo per la pressione di 2 m/m. Nel caso dell'arco fra mercurio, è dunque possibile che altre cause si aggiungano per dar luogo ad una curva di visibilità ancora differente. Sarebbe quindi stato desiderabile, che io avessi determinato effettivamente questa, nelle condizioni del mio esperimento; ma disgraziatamente l'interferometro da me realizzato non si presta facilmente a ciò. Infatti, specie per grandi valori di l, è assai laborioso mantenere nelle migliori condizioni di visibilità le frangie. Al di là di $l = 10$ cm., le frangie sono di solito poco visibili, e spariscono in conseguenza del più piccolo errore di posizione degli specchi. Questa viene corretta con la manovra delle viti di orientamento; ma talvolta basta girare solo di pochi secondi la testa di una di queste, per far sparire o ricomparire le frangie. Per grandi valori di l, non è poi possibile ritrovare direttamente queste, vale a dire conducendo al parallelismo S_1 e la sua immagine P. Infatti un oggetto, sia pure situato a grande distanza dall'interferometro, puntato col cannocchiale C, dà luogo a due immagini riflesse da S_1 ed S_2 che

(1) T. et M., loc. cit., p. 146.

non sono esattamente identiche per grandezza, e quindi non è possibile portarne a coincidenza tutti i punti. È vero che basterebbe far coincidere quei particolari di esse che poi risulterebbero sovrapposti col centro delle frangie circolari; ma spesso la posizione di questo centro o punto polare (1) non può essere *a priori* localizzata nel piano focale dell'oculare. Per cui si deve cominciare a ricercare le frangie per un piccolo valore di l (di qualche millimetro o meno ancora), e poi non perderle mai di vista spostando S_1 colla manovra della lunga vite. Contemporaneamente occorre ritoccare, talvolta ogni millimetro od anche meno, al crescere di l, qualcuna delle teste delle viti di orientamento. Tenendo poi conto del fatto che colla mia disposizione, e per certe differenze di cammino, le frangie sono praticamente invisibili, si comprende quanto penosa sia stata talvolta la loro ricerca. Basti dire che, per valori di l superiori ai 15 cm., impiegavo in ciò frequentemente più ore.

In queste condizioni non mi è stato possibile costruire completamente una curva di visibilità e mi sono limitato a individuare qualche valore di l, possibilmente grande, per cui le frangie appaiono sufficientemente nitide. Al riguardo noto che, per il valore massimo di $l = 232$ m/m già citato, ho potuto constatare un massimo di visibilità: le frangie cioè sono meno visibili per l più piccolo, e al di là di quel valore si indeboliscono assai o scompaiono del tutto. Esso è stato dunque adottato per le ultime mie ricerche, di cui dirò appresso.

Ammettendo per un momento che la curva di visibilità data da Michelson per bassissime pressioni, possa applicarsi anche al caso delle mie esperienze (2), si dovrebbe concludere che la pressione del vapore di mercurio nei tubi da me impiegati sia estremamente ridotta. Ciò non è inverosimile, tenendo conto del modo già detto con cui questi sono stati preparati; oltre a ciò l'osservazione seguente corrobora tale ipotesi: la visibilità delle frangie è massima quando il tubo non è molto caldo, cioè quando è cimentato con corrente non superiore a 2 ampère

---

(1) Come è noto essa, corrisponde al piede della perpendicolare abbassata dall'occhio dell'osservatore sui piani paralleli S_1 e P.

(2) Effettivamente non ho sufficienti dati sperimentali per poter ritenere ciò esatto.

circa, e meglio ancora quando una corrente d'aria esterna ne raffredda le pareti. Ma si comprende quanto l'esame del fenomeno, sotto questo aspetto, debba essere complesso, giacchè, oltre il valore della pressione, anche quello della temperatura delle particelle luminose, e lo scuotimento dovuto al campo elettrico (diverso da caso a caso) possono avere evidentemente influenza sull'emissione.

Per cui, si può concludere che la vera curva di visibilità, nel mio caso, non possa essere esattamente rappresentata da una di quelle date da Michelson; solo disponendo di un istrumento più perfezionato, si potrebbe con maggior successo procedere alla esatta determinazione di essa.

Per lo scopo di queste ricerche, è peraltro ampiamente sufficiente avere a propria disposizione soltanto qualche massimo di visibilità, per valori notevoli di l; e avendo infatti ciò ottenuto, ho tralasciato di perfezionare, da questo lato, la mia disposizione.

6. Distribuzione delle frangie circolari. — Come è noto, se la differenza l fra i cammini dei raggi interferenti è nulla o quasi, si hanno delle frangie, o bande, molto larghe parallele alla intersezione del piano di S_1 con P (fig. 3), ed esse sono visibili anche in luce bianca. La colorazione delle frangie sarebbe analoga a quella degli anelli di Newton se S_3 non fosse argentato lievemente. Ma se questo non è il caso, vale a dire se, per avere maggiore intensità nel fenomeno luminoso, si ricopre la faccia superiore di S_3 di uno strato semitrasparente di argento (come io ho fatto), i colori che si osservano sono i complementari. Ciò avviene perchè alla riflessione vitrea sulla faccia superiore di S_3 è sostituita la metallica. La frangia centrale è dunque, per una differenza di fase nulla, bianca, e per l'opposizione di fase, nera.

L'apparizione delle frangie colorate (che sono localizzate nel piano P) individua con sufficientissima approssimazione il punto di partenza nel computo della differenza di cammino dei raggi interferenti, man mano che si procede, in seguito, allo spostamento di S_1. Occorre infatti che l non sia superiore a qualche lunghezza d'onda media, perchè si possano vedere le frangie colorate in luce bianca, mentre l'approssimazione suffi-

ciente per queste ricerche dell'1 % (cioè anche per $l = 10$ cm., di 1 m/m) è di gran lunga minore. Crescendo l notevolmente, le frangie vanno a localizzarsi all'infinito e diventano circolari concentriche. Interessa ora, per il computo degli spostamenti di cui sarà detto appresso, studiare preventivamente la distribuzione di queste frangie circolari. Sia n_0 l'ordine di interferenza del centro di esse; i punti circostanti, visti sotto l'angolo α con la normale sul centro, saranno sedi di interferenza di ordine:

$$n = n_0 \left(1 - \frac{\alpha^2}{2}\right);$$

cioè l'ordine di interferenza va decrescendo con l'allontanarsi del fenomeno dal centro (1).

Essendo l'ordine di interferenza al centro dato da l/λ si ha

$$n = \frac{l}{\lambda} \left(1 - \frac{\alpha^2}{2}\right).$$

Vale a dire che, rispetto al centro, l'ordine di interferenza muta secondo la relazione

$$n = \frac{l}{\lambda} \frac{\alpha^2}{2},$$

intendendo che, al crescere di α, la grandezza n va sottratta al valore dell'ordine di interferenza al centro. La precedente espressione dice che così intesa la grandezza n è zero per $\alpha = 0$. Ma effettivamente, attribuendo alle circonferenze mediane delle successive *frangie luminose* degli ordini di interferenza interi, non si può dire precisamente se al centro di tutto il sistema di frangie competa un ordine veramente nullo. Più propriamente il fenomeno della variazione di quest'ordine può essere espresso da una equazione della forma

$$n = A + B\alpha^2$$

(1) Vedi: T. et M., l. c., p. 12; Chwolson, *Traité de Physique*, II, p. 600, 1907.

dove A rappresenta già un ordine di interferenza, al più uguale ad 1, caratteristico del centro.

Le costanti A e B variano al variare di l, e di esse inoltre A è variabile colla fase al centro delle frangie; il fenomeno per l sensibilmente costante, può essere dunque rappresentato da una parabola il cui vertice può essere variamente spostato rispetto all'origine delle coordinate n ed α.

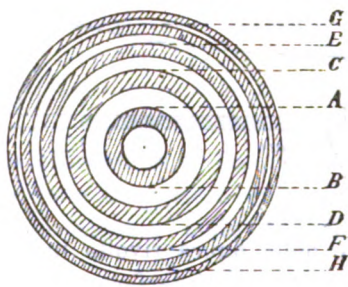
Per determinare in qualche caso delle mie esperienze le costanti A, B, si sarebbe potuto procedere, tenendo conto delle varie costanti dell'apparecchio; ma ho preferito ricavare i valori di quelle, da osservazioni dirette dei diametri delle frangie stesse. Mi riferisco ad un caso pratico, tanto più che esso ha poi servito nelle esperienze definitive. Esso riguarda la differenza di cammino $l = 232$ m/m di cui già ho detto. Il numero delle frangie visibili, contato a partire dal centro, è allora limitato: 7 od 8. Si regola la tensione di una molla agente sullo specchio S_2 in guisa che incominci a formarsi al centro la macchia luminosa (questa, se completamente sviluppata, corrisponderebbe alla differenza di fase nulla); non ha peraltro alcuna importanza far ciò con precisione. Indi col filo del reticolo micrometrico del cannocchiale si puntano successivamente i bordi esterni delle frangie nere. Così si possono ricavare, espressi in duecentesimi di m/m nel campo del cannocchiale, i valori dei tratti AB, CD, EF, GH (fig. 4). È difficile leggere i diametri delle frangie superiori alla quarta, in causa del piccolo ingrandimento del cannocchiale e del fatto che esse si vanno rapidamente addensando, al crescere di α. D'altra parte non conviene accrescere quell'ingrandimento, venendo con ciò a diminuire la visibilità e la nettezza dei bordi. L'operazione di misura è ripetuta a più riprese e sempre andando prima dal centro alla periferia e poi di nuovo al centro, al fine di eliminare gli errori dovuti a variazioni di temperatura, e all'assestamento dell'interferometro. Le letture fatte possono ritenersi proporzionali ai doppi angoli visuali α; dividendole per

G E C A B D F H

Fig. 4.

due, ne sono poi riportate le 4 medie nella seconda riga della tabella:

n		0,663	0,8	1,0	2	3	4	5
α	osservato	—	—	17,4	33,9	44,6	53,6	—
	calcolato	0	10,82	16,97	33,84	44,70	53,44	60,88.

I quattro valori suddetti danno modo di determinare i valori più probabili delle costanti *A, B* dell'equazione parabolica del fenomeno. Ciò facendo si ha

$$n = 0{,}663 + 0{,}00117\ \alpha^2.$$

Questa equazione corrisponde al diagramma della figura 5, da cui si rileva inoltre che le posizioni delle quattro determinazioni di α sono assai prossime alla curva. La concavità di questa

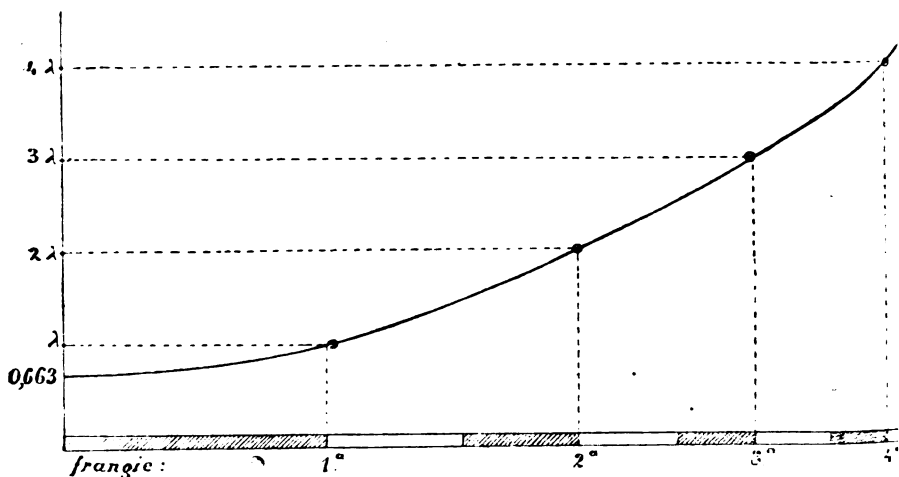



Fig. 5.

è nella figura rivolta in alto, ma non bisogna dimenticare che l'ordine di interferenza va decrescendo dal centro delle frangie alla periferia, per cui sarebbe stato forse più esatto costruire la curva stessa con delle ordinate negative, e quindi farla svolgere completamente al disotto dell'asse degli α. A maggior comprensione del significato del diagramma, in una zona alternativamente bianca o tratteggiata, ho voluto anche rappresen-

tare l'aspetto luminoso od oscuro delle successive frangie, partendo dal centro, e procedendo lungo un raggio; la frangia centrale è appena luminosa al centro in corrispondenza della fase 0,663.

È chiaro quale sia lo scopo delle considerazioni e delle misure fatte. Farò vedere che si avrà bisogno nel corso di queste ricerche di esprimere in lunghezza d'onda uno spostamento di una frangia. Si comprende che sarà anzitutto opportuno osservare col micrometro questo spostamento, per una frangia prossima al centro anzichè per una periferica, essendo la prima di diametro notevolmente diverso da quello delle contigue. Dato ora l'andamento non lineare, ma parabolico, del fenomeno (1), non è lecito interpolare con una semplice proporzione, per passare dagli α alle n. Servendoci della formula su riportata, si potrà ottenere una approssimazione superiore, ed è questo il metodo da me seguìto.

7. Previsione dello spostamento delle frangie. — Il numero di lunghezze d'onda λ, che entra nella differenza di cammino l dei raggi interferenti è $k = l/\lambda$. Se ora, ammettendo il postulato della costanza di velocità della luce, supponiamo che il fascio di luce monocromatica provenga da una sorgente, o da un'immagine di questa, mobile con la velocità v, poichè si è visto che la nuova lunghezza d'onda è data da:

$$\lambda' = \lambda\left(1 - \frac{v}{c}\right),$$

sarà:

$$k' = \frac{l}{\lambda}\left(1 + \frac{v}{c}\right)$$

il nuovo numero di lunghezze d'onda entranti in l. Per cui, al passaggio dalla quiete al movimento della sorgente o della sua immagine, si dovrà osservare uno spostamento nelle frangie corrispondente a

$$f = k' - k = \frac{lv}{\lambda c}.$$

---

(1) La curvatura del diagramma è già sensibile fra due osservazioni di diametri o raggi di frangie contigue, a cui si dovrebbe riferire con interpolazione lineare uno spostamento di una porzione di frangia.

Così, se $l = 232$ m/m, $v = 100$ m./sec., $\lambda = 0,546\ \mu$, sarà $f = 0,141$. E con l'inversione della velocità, si può prevedere uno spostamento doppio $2f = 0,282$.

Ora, effettivamente, al principio di queste ricerche, pensavo che questo spostamento potesse difficilmente venire apprezzato con precisione. Infatti, con l grande, le frangie appaiono piccole e poco distinte; non così avviene per esperienze in cui può essere fatto l prossimo a zero, come nella celebre esperienza di Michelson e Morley, in quella di Fizeau sul trascinamento della luce e in altre ancora. Ma poi, con la pratica acquistata e grazie al metodo di misura precedentemente descritto, sono arrivato ad apprezzare con sufficiente approssimazione quell'ordine di grandezza.

8. Influenza del moto di uno specchio. — Quando uno specchio mobile con la velocità v normale al suo piano riflette un raggio di luce incidente con l'angolo ϑ, di frequenza n, questa si muta in

$$n' = n \frac{1 + 2\beta \cos\vartheta + \beta^2}{1 - \beta^2}$$

dove $\beta = v/c$ (1); e trascurando i termini in β^2 si ha

$$n' = n\,(1 + 2\beta\cos\vartheta).$$

La formula diventa $n' = n\,(1 + 2\beta)$ nel caso della incidenza normale, e ci dice che per incidenza radente non si deve constatare alcun effetto. In una ricerca sperimentale del genere è bene dunque porsi almeno in vicinanza dell'incidenza normale; conviene poi, per esaltare l'effetto, fare riflettere più volte il raggio luminoso su specchi mobili, analogamente a quanto ha fatto Belopolski (2). Se dunque si fa riflettere il raggio k volte, l'effetto osservato sarà:

$$n' = n\,(1 + 2k\beta\cos\vartheta).$$

---

(1) Vedi p. e.: Harnack, " Ann. d. Phys. ", 39, p. 1053, 1912, e 46 p. 547, 1915.

(2) " Bulletin Ac. St-Pétersbourg ", 13, p. 461, 1900.

E la nuova lunghezza d'onda, ammettendo il principio della costanza di c:

$$\lambda' = \lambda(1 - 2k\beta\cos\vartheta).$$

Ora l'interferometro di Michelson, per convenienti valori di v e quindi di β, si presta egregiamente a rivelarci le corrispondenti mutazioni di λ. Si tratta solo di realizzare un'opportuna disposizione per mettere in moto degli specchi, come quella che ora vado a descrivere.

Una ruota di ottone R (fig. 6), orizzontale, di 35 cm. di diametro (spessore 6 m/m), capace di compiere sino a 80 giri a 1″, porta alla periferia 10 specchi (come M) piani, verticali, di vetro argentato posteriormente, rettangolari di 30 × 35 m/m. La velocità dei centri degli specchi, in corrispondenza della massima velocità di rotazione della ruota, risulta dunque di più che 100 m. a 1″. Il numero dei giri a 1″ della ruota è, in ogni esperienza, determinato acusticamente. Gli specchi, egualmente spaziati, sono inclinati ciascuno sul raggio di R passante per il proprio centro di un angolo $\alpha = 29°$. Essi sono fissati solidamente su R, mediante congegni a vite capaci di permetterne il rigoroso regolaggio. Il sostegno dei cuscinetti dell'asse di R porta altri specchi fissi, pure verticali come F, il cui numero è di 3 in figura; ma tale numero può a volontà essere ridotto, od accresciuto sino a 9. La posizione degli F e degli M è tale, che un fascio di luce parallela L, dopo un certo numero di riflessioni (7 in figura) sugli M e sugli F, può venire raccolta in L' quando R ha determinate posizioni angolari. Naturalmente la intensità di L' è notevolmente affievolita rispetto ad L; tale affievolimento è poi molto maggiore se R entra in rotazione, giacchè solo in certi brevi istanti (10 volte ogni giro) la luce arriva in L'. Praticamente ho osservato che le quattro riflessioni mobili, e le tre fisse della figura, consentono ancora di sperimentare con luce sufficientemente intensa in L', anche se R è in moto, e di osservare così ad occhio (senza bisogno di fotografie) il fenomeno luminoso.

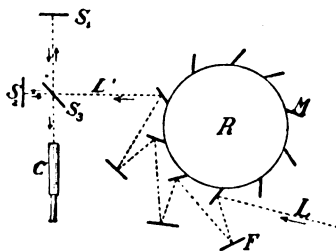



Fig. 6.

La sorgente luminosa è quella già descritta, a vapori di mercurio; l'apparecchio interferenziale, l'interferometro di Michelson. Nella fig. 7 è indicata la disposizione in iscala di tutte le varie parti dell'apparecchio, cioè della sorgente, della ruota a specchi, dell'interferometro. Quattro lenti di distanze focali indicate servono a rendere il fascio dei raggi cadenti sull'interferometro, sufficientemente intenso e sensibilmente parallelo. La distanza fra la ruota e l'interferometro è, così, di circa 7 metri, ed il fascio luminoso traversa un foro praticato in un muro divisorio, che ha l'ufficio, oltre che di difendere l'osservatore da possibili offese dovute a rotture per forza centrifuga

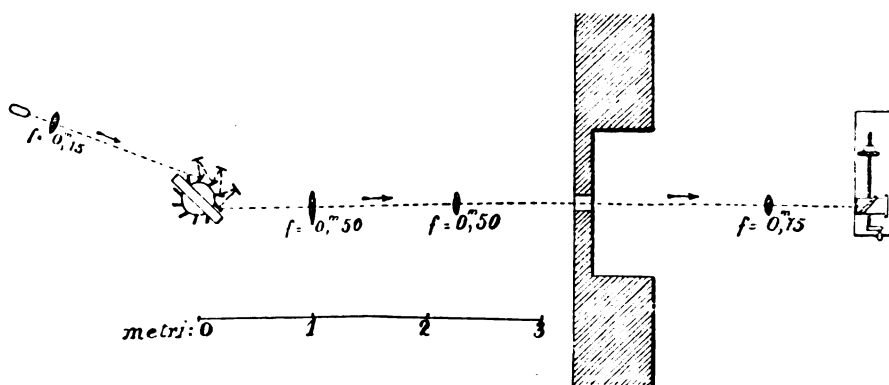



Fig. 7.

del congegno rotante, di attenuare le trepidazioni meccaniche prodotte da questo e propagantisi a traverso il suolo e l'aria. Peraltro, al fine di raggiungere meglio tale scopo, l'interferometro è montato su cuscinetti di caoutchouc.

Le 7 riflessioni che la luce della sorgente luminosa subisce in questo apparecchio rotante, oltre che le altre modalità dell'esperimento, indeboliscono tanto il fascio luminoso, che all'interferometro è difficile scorgere le frangie per una differenza l di cammino superiore ai 13 cm. circa. Poichè a questo valore corrisponde un massimo di visibilità, mi sono attenuto ad esso nelle osservazioni con tale apparecchio. L'esperienza veniva condotta facendo girare prima la ruota in un senso, con una certa velocità (di solito 60 giri a 1″) ed eseguendo subito una misura del diametro di una frangia prossima al centro, me-

diante l'oculare micrometrico. Subito dopo si invertiva il senso di rotazione e si leggeva il nuovo valore dello stesso diametro; si continuavano indi a ripetere le osservazioni, alternando i sensi di rotazione. Ho così potuto constatare che, passando dalla velocità corrispondente ad un allontanamento degli specchi dall'interferometro, alla velocità contraria, le frangie dell'interferometro si allargano (cioè qualche nuova frangia comincia ad uscire dal centro). Ciò vuol dire manifestamente che l'ordine di interferenza al centro, od in un punto qualunque del campo del cannocchiale, cresce. Per cui un maggior numero di λ entra nel tratto l, od, in altri termini, il valore di λ diminuisce; il che corrisponde alla teoria della costanza della velocità della luce, salvo a stabilire meglio il valore di questa diminuzione. Naturalmente uno spostamento di frangie inverso, e quindi un accrescimento di λ si osserva, invertendo l'ordine delle operazioni: passando cioè dalla velocità di avvicinamento a quella di allontanamento.

Cerchiamo ora di prevedere, in base alla citata teoria, quale debba essere lo spostamento delle frangie. Detto g il numero di giri a 1'' di R, e d il diametro di questa, contato fra i centri di due specchi M opposti, sarà πdg la velocità di traslazione istantanea di questi. Essendo poi essi inclinati per l'angolo α, sul raggio della ruota passante per ciascuno, la componente di quella velocità, normalmente al loro piano, sarà $v = \pi dg \cos\alpha$; e, per quanto si è già visto, lo spostamento per il passaggio dello specchio dalla quiete alla velocità v, sarà dunque:

$$f = \frac{l}{\lambda} \cdot \frac{2k\pi dg \cos\alpha \cos\vartheta}{c}.$$

Ora, nelle condizioni della mia esperienza, $d = 38$ cm., $\alpha = 29°$, $\vartheta = 27°$, $k = 4$, $\lambda = 0{,}546\,\mu$. In una serie di misure si ha $l = 13$ cm., $g = 60$ (giri compiuti prima in un senso e poi in senso opposto). Lo spostamento da osservare deve essere dunque $2f = 0{,}71$.

La media della serie di osservazioni citata, condotta con i criterii già esposti, è $2f = 0{,}75$, con un errore probabile del 5 %.

Rimane dunque confermato che, dentro i limiti della approssimazione raggiunta, e nelle condizioni dell'esperimento, la velocità della luce riflessa su specchi mobili, non muta.

9. Influenza del moto della sorgente. — Le esperienze di Michelson, di Fabry e Buisson e quella mia descritta nel precedente paragrafo, fanno vedere la immutabilità della velocità di propagazione della luce, per il caso della riflessione su superficie riflettenti mobili. Non mi consta che sia stato prima d'ora mai tentato realizzare una analoga esperienza, mettendo direttamente in moto la sorgente luminosa. Ciò dico, prescindendo non solo dalle numerose osservazioni astronomiche dell'effetto Doppler, fatte sia con prismi che con reticoli di diffrazione, ma anche dalle esperienze di Stark e Paschen sui raggi canali. Nel primo caso i corpi celesti osservati possono avere persino una velocità di traslazione di 80 km. al 1″, mentre nell'altro si può trattare di velocità anche di molto superiori a questo limite. Entrambe queste due categorie di osservazioni non tolgono però interesse ad una ricerca sperimentale, tendente a realizzare l'osservazione dell'effetto Doppler o la determinazione della velocità della luce, quando artificialmente si ponga in moto una sorgente. Questa ricerca, se possibile, presenterebbe il vantaggio del controllo diretto in laboratorio, della velocità della sorgente, il che non può sempre farsi negli altri casi citati. Oltre a ciò, è da notare, che l'esperimento di laboratorio si svolgerebbe in condizioni alquanto diverse da quelle astronomiche, giacchè qui sorgente ed osservatore si trovano in località, in cui le forze newtoniane si manifestano diversamente. E se questo fatto può non aver importanza per taluni sostenitori della nuova teoria della relatività, non deve essere trascurato nella indagine puramente obbiettiva dei fenomeni. Esso potrebbe inoltre servire di base in avvenire alla formulazione di nuove teorie, come in fondo si tentò di fare qualche tempo addietro, quando si parlava del trascinamento dell'etere in vicinanza della materia mobile.

Ora, volendo realizzare una esperienza come quella citata, si intende quali gravi difficoltà occorre superare. Una sorgente luminosa, mobile perchè posta p. e. in rotazione (e questo è il caso più facile a realizzarsi meccanicamente), costituisce un congegno di molto più delicato di un semplice specchio. Mentre questo può essere imprigionato in robuste armature metalliche, vincendosi con ciò la forza centrifuga e la resistenza dell'aria, una sorgente luminosa, costituita da un tubo a mercurio come

quello già descritto, è cosa assai fragile, e che inoltre ha di bisogno di speciali connessioni elettriche per funzionare. Oltre a ciò, mentre lo specchio conferisce alla immagine virtuale della sorgente (nel caso della incidenza normale) una velocità doppia della propria, e, come si è visto, è facile con riflessioni multiple accrescere ancora tale velocità, nel caso della sorgente mobile tutto ciò non è più vero o possibile. Così, mentre con gli specchi si può arrivare ad una velocità virtuale di circa 400^m a 1″, con la sorgente mobile, a parità di velocità periferica, bisognerebbe contentarsi di un valore otto volte più piccolo.

Per contro, un esperimento con sorgente mobile può offrire dei vantaggi. Infatti nel caso degli specchi il fenomeno luminoso è relativamente debole, in dipendenza delle 7 riflessioni e della brevità degli istanti per i quali la luce arriva sull'interferometro. Nel caso di una eventuale sorgente mobile ruotante, è da sperare che la intensità luminosa possa essere maggiore sia per la eliminazione delle riflessioni, sia ancora perchè, esaminando tangenzialmente la traiettoria, un certo arco di questa (10 o 15 gradi) può essere considerato come rettilineo, e durante il tempo impiegato a percorrerlo la sorgente emette luce utilizzabile nell'esperimento. Per cui, se per gli specchi non si poteva facilmente sorpassare una differenza di cammino di 130 m/m fra i raggi interferenti, perchè troppo difficile diventava discernere le frangie, con la sorgente luminosa mobile è sperabile poter sperimentare con l più notevoli: la sensibilità del metodo ne verrebbe così a guadagnare. Ciò è tanto più vero, in quanto, con maggior luce, è più facile apprezzare spostamenti piccoli delle frangie.

Stabilii dunque il nuovo piano di esperienze, proponendomi di porre in rapida rotazione degli archi a mercurio come quelli della fig. 2, e di esaminare la luce tangenzialmente alla traiettoria, mediante l'interferometro. Il progetto di una simile esperienza era fatto in base al dato di conferire alla sorgente una velocità periferica di circa 100 m. a 1″, e allora si presentava subito il bisogno di premunirsi contro gli effetti della forza centrifuga e della resistenza dell'aria. A combattere la prima vi ha convenienza di ingrandire, per quanto possibile, il diametro della traiettoria, e diminuire in corrispondenza il numero di giri a 1″. Si sa infatti che, a parità di diametro, la forza cen-

trifuga cresce col quadrato di questo numero, e la velocità di spostamento come la prima potenza. Con una ruota di soli 40 cm. di diametro, simile a quella adoperata per gli specchi, si otterrebbe, per 60 giri a 1″, uno sforzo centrifugo di 3 kg. per grammo di materia. Un arco a mercurio, pesante circa 30 gr. (ed è difficile costruirlo più leggermente), sarebbe soggetto ad uno sforzo di 100 kg. circa. La forma data ai tubi ed il modo di sostenerli mi davano affidamento per la riuscita di una prova del genere, e in ciò fui confortato da un calcolo di resistenza preventivo. Ma all'atto pratico il congegno realizzato con tali criterii, se non subito, dopo qualche tempo andava inevitabilmente in pezzi.

Dopo varii tentativi fissai il diametro di sostegno dei tubi rotanti a due metri; dirò subito che con ciò la forza centrifuga cimentante i piccoli tubi di vetro costituenti gli archi a mercurio (pesanti ciascuno 35 gr.) risultò di 30 kg., per una velocità di soli 14 giri al 1″, in corrispondenza quindi di una velocità periferica di circa 90 metri. Con ciò le rotture non sono evitate del tutto, ma sono assai più rare.

Quanto alla resistenza dell'aria, questa viene ridotta al minimo adoperando sottili fili di acciaio ad alta resistenza meccanica, come connessioni dei tubi con l'albero rotante. Ciò malgrado l'apparecchio che ora descriverò, per la velocità di 14 giri a 1″, consumava circa 5 KW di potenza. Esso è indicato schematicamente, e non con la medesima scala in tutte le sue parti, nella fig. 8. O è l'albero verticale rotante connesso con puleggia e cinghia a un motore di circa 10 cavalli di potenza, e di velocità regolabile. Due tubi a vuoto a tre elettrodi, analoghi a quello già descritto (dimensione massima 4 cm.), sono meccanicamente collegati mediante apposite fasciature di ferro, fissate a fili di acciaio, con l'albero O. Questo è circondato da due anelli collettori K_1 e K_2 isolati, sui quali strisciano le spazzole P_1, P_2 adducenti corrente continua a 70 v. Gli anelli K_1, K_2 comunicano con gli elettrodi A e B di ciascun tubo. Due resistenze di 20 ohm ciascuna, sono interposte nei circuiti dei tubi per regolarne la intensità di corrente. Per forza centrifuga il mercurio, quando l'apparecchio è in rotazione, si dispone, come in figura, sugli elettrodi A, B. I due tubi che, come si vede dalla figura, sono in derivazione sulla linea a 70 v., potrebbero

adescarsi automaticamente, pel movimento di rotazione, se il mercurio fosse in quantità sufficiente per porre, a congegno fermo, in corto circuito gli elettrodi A e B. Ma i primi modelli di tubi così costruiti, dovendo contenere circa 50 gr. di mercurio, andavano inevitabilmente in pezzi. Ridussi allora il mercurio, e adottai il terzo elettrodo E, che, facendo capo a una linguetta L di alluminio, provvede all'adescamento del tubo, quando esso passa presso l'arco metallico M, connesso con il reoforo positivo di un rocchetto di induzione I; l'altro reoforo di questo è connesso al collettore K_1. Naturalmente il roc-

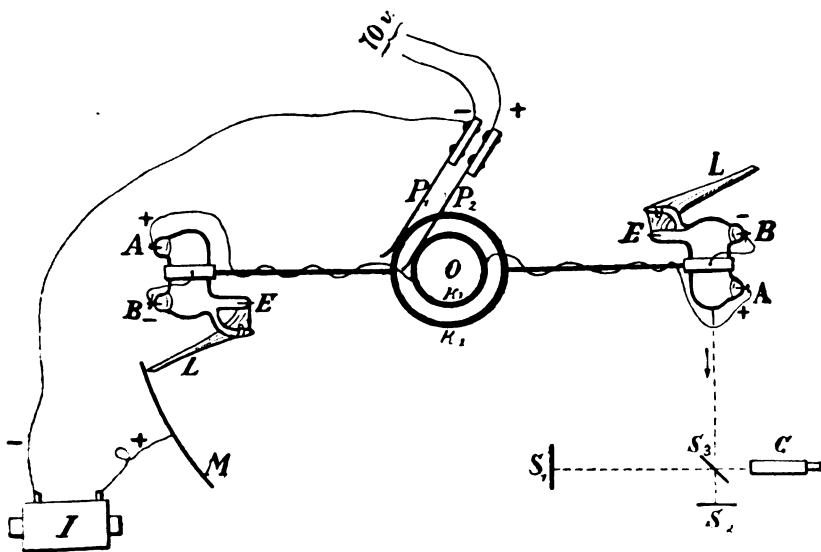



Fig. 8.

chetto I viene chiuso solo per brevi istanti, onde appena adescare gli archi. Debbo però osservare che il più delle volte è inutile servirsi di questo congegno, giacchè l'arco si adesca spontaneamente in conseguenza di ionizzazione del gas residuo dei tubi, prodotta dagli scuotimenti della rotazione.

Oltre che dai collettori K_1 e K_2, l'albero O è circondato da una serie circolare di 45 blocchetti metallici, non segnati in figura, su cui striscia una terza spazzola. Questo congegno, a mo' di sirena elettrica, permette, mediante una pila e un telefono, di ascoltare un suono della altezza media di 500 v. a 1'',

dal che si può stimare, con sufficiente approssimazione, il numero di giri a 1″ dell'apparecchio. L'interferometro di Michelson è collocato, rispetto all'apparecchio rotante, come in figura; in guisa cioè da raccogliere luce tangenziale. La figura 7 può anche servire a far comprendere la disposizione generale degli apparecchi in questo caso: basta sostituire alla ruota a specchi quella a tubi di mercurio.

Per queste ricerche, come più volte ho detto, si è fissata la differenza di cammino l in 232 m/m, per il quale valore si ha il diagramma della fig. 5, e la già riportata equazione. In queste condizioni, ed animando l'apparecchio ruotante di una velocità da 8 a 14 giri a 1″, si scorge facilmente una variazione nella posizione delle frangie, quando la velocità passa da un verso all'opposto. Le condizioni dell'apparecchio sono tali che, eseguendo questa inversione di velocità, non si può lasciare la sorgente di luce adescata. Infatti, per piccole velocità, venendo il mercurio a staccarsi dai contatti di platino A e B, dà inevitabilmente luogo alla fusione di questi e in conseguenza alla rottura dei tubi: ciò avviene di preferenza all'elettrodo positivo A. Per cui bisogna accontentarsi di misurare lo spostamento delle frangie, dopo aver raggiunto la voluta velocità di rotazione. D'altra parte esso deve essere, in base alle previsioni, così piccolo che non vi è pericolo di errare nel suo computo, comprendendovi delle intere unità in più od in meno.

Ecco ora come si procede alla determinazione di tale spostamento. Si pone in rotazione la ruota in un senso determinato: p. e. quello corrispondente all'avvicinamento della sorgente all'osservatore. Si determina l'altezza del suono dato dalla sirena elettrica, riproducendolo con un sonometro precedentemente accordato con un diapason. Si regola la tensione della molla dello specchio S_2 in guisa da far comparire la macchia luminosa centrale (fase nulla o quasi). Si puntano indi rapidamente e successivamente i bordi esterni di tale frangia col filo del micrometro oculare del cannocchiale. Si hanno così due letture espresse in duecentesimi di m/m come 14 e 85. Si spengono gli archi; si inverte la velocità, si riaccendono gli archi, si ripuntano i bordi della frangia centrale e si hanno due nuove letture: 10 e 86. E così di seguito rapidamente ed alternativamente per un certo numero di volte, p. e. 7, con velocità

di allontanamento e 6 con quella di avvicinamento. Si determina indi il suono alla sirena. Una di queste serie di osservazioni è qui sotto riportata:

$l = 232$ m/m; suono sirena 585 *v. c.*; velocità sorgente m. 82,42.

Sorgente si allontana			Sorgente si avvicina		
		Diff.			Diff.
14	85	71	10	86	76
14	85	71	11	88	77
15	86	71	11	90	79
13	87	74	9	90	81
12	89	77	9	93	84
12	91	79	9	92	83
12	91	79			
	Medie:	74,6			80

Suono sirena 584 v. c.; velocità sorgente m. 82,29.

Secondo questa serie, lo spostamento delle frangie corrisponde dunque ad una variazione di diametro della prima frangia da 74,6 ad 80, cioè, del raggio, da 37,3 a 40. Sostituendo questi valori nella formula empirica già trovata, si ha $2f = n = 0{,}244$.

Ma questo valore è desunto dalle sole osservazioni riportate qui. Effettivamente conviene ripetere più volte tale serie di osservazioni. Così operando, con altre 8 serie, prendendo le medie trovo il valore $2f = 0{,}238$ (osservato).

Calcoliamo ora questo spostamento con l'ipotesi della costanza della velocità della luce. Si deve avere in tal caso:

$$f = \frac{l}{\lambda} \frac{v}{c}.$$

Il suono della sirena medio nelle 9 serie di osservazioni risulta di 566 v. c., al che corrisponde una velocità v periferica di $79^m{,}77$ a 1''. Per cui essendo $l = 232$ m/m, $\lambda = 0{,}546\ \mu$ si ha

$$f = \frac{232 \, . \, 79{,}77}{546 \, . \, 3} 10^{-2} = 0{,}113.$$

E quindi $2f = 0{,}226$ (calcolato).

Il valore osservato risulta dunque superiore, di circa il 5 %, del previsto.

Per quanto io abbia esaminato attentamente le varie modalità in cui il descritto esperimento si svolge, non sono per ora riuscito a vedere se qualche errore sistematico possa giustificare tale scarto. Ma ciò potrà formare oggetto di ulteriori mie indagini.

L'ordine di grandezza dello spostamento osservato coincide però con il previsto; per cui, per ora, si può concludere che, con grande probabilità, il movimento di una sorgente luminosa non produce variazioni nella velocità di propagazione della luce, e ciò nelle condizioni dell'eseguito esperimento.

***

Dalle ricerche eseguite da Michelson, Fabry e Buisson e da me, risulta dunque che la velocità della luce non cambia per la riflessione su specchi. Da quelle ultime ora descritte, risulta ancora che la detta velocità non muta per l'artificiale movimento della sorgente. Questi fatti sono certamente d'accordo con la teoria della relatività; ma effettivamente, malgrado il loro evidente interesse, non possono, con pieno rigore logico, essere citati come sicura prova sperimentale di quella teoria. Non occorre dimenticare infatti due circostanze dell'esperimento, e cioè quella della materia traversata dai raggi che poi dànno luogo all'interferenza (aria, vetro, metallo) e quella del campo gravitazionale della nostra terra.

Mentre è possibile immaginare ancora esperimenti che prescindano dalla prima circostanza, non è prevedibile se ulteriori risultati sperimentali possano mettere in evidenza la influenza eventuale della seconda.

Ragguagli sopra gli ossami fossili trovati in una tomba presso Anteopolis (Monti di Gau, Alto Egitto)

Nota del Socio nazionale residente C. F. PARONA

Durante i lavori di esplorazione e di riescavo di una tomba nel deserto presso Anteopolis (Monti di Gau, Alto Egitto) il collega prof. E. SCHIAPARELLI trovò, frammischiati al materiale di riempimento dei pozzi e che ingombrava le sale, degli ossami fossili in gran numero, per lo più incompleti o in frammenti, ch'egli fece raccogliere. Soltanto in parte gli ossami adunati furono portati al Museo Egizio di Torino: tuttavia sono parecchie centinaia di pezzi, che il collega ebbe la cortesia di mettere a mia disposizione, invitandomi a comunicargli i risultati dell'esame che ne avrei fatto.

In generale sono frammenti troppo imperfetti o erosi per prestarsi a indagini conclusive; ma colla cernita fatta ne rimasero oltre duecento pezzi utili per lo studio, ciò che dà idea dell'abbondanza del materiale raccolto.

Risulta dalle informazioni che non si tratta di un giacimento fossilifero originario, bensì di un accumulo di ossami trasportati dall'uomo per uno scopo che tuttora rimane inesplicato; non potendosi ritenere che questi ossami fossero in qualche modo utilizzati, non presentando essi tracce evidenti di tagli intenzionali.

Al prof. SCHIAPARELLI venne il dubbio che il trasporto, l'accumulo e l'abbandono del materiale di scarto fossero da attribuire a precedenti esploratori dell'Alto Egitto; fors'anche agli scienziati della spedizione napoleonica. Ma nella grande opera relativa all'Egitto nulla trovai che potesse avvalorare il dubbio, avendone all'uopo consultate le parti e le tavole relative alle

raccolte di Storia Naturale ed alla descrizione fisica della regione (1).

Sono ossa fossilizzate e spesso, più propriamente, pietrificate e di peso assai rilevante; salvo rare eccezioni, sono di color nero, colla caratteristica superficie levigata, e come coperta da smalto lucente, proprio delle pietre dei deserti sabbiosi. Le porosità delle ossa sono infatti compenetrate da granuli arrotondati di quarzo, mentre le cavità contengono della ghiaietta che verisimilmente è traccia del deposito alluvionale, di origine dei fossili (2). Hanno dunque queste ossa un'impronta di alta

---

(1) *Description de l'Égypte, ou recueil des observations et des recherches qui ont été faites en Égypte pendant l'expédition de l'armée française* (Direct. de M. Jomard). Paris, 1809-1813, 1818-1828; Hist. Nat., vol. 2 text. et pl. Risultato negativo ebbi anche coll'esame della estesa, interessantissima opera di LARTET e C. GAILLARD, *La faune momifiée de l'ancienne Égypte*, " Archiv. du Muséum d'Hist. Nat. de Lyon ", VIII, 1903; IX, 1907; X, 1909. Consultando questo lavoro, mi venne alla mente il dubbio, se può essere che gli Egiziani arcaici, i quali adoravano e mummificavano tutti gli animali che vivevano loro intorno, e non soltanto quelli sacri, nel desiderio di condurli seco nell'altro mondo, estendessero la loro attenzione e le loro cure agli avanzi fossili: ma non ho dati per risolverlo.

(2) Di queste ossa fossili preparai parecchie lastrine sottili per l'esame al microscopio e, avendole trovate interessanti, le comunicai unitamente a qualche frammento al prof. E. ARTINI, con preghiera di favorirmi le sue impressioni. Trascrivo qui la cortese quanto istruttiva risposta dell'amico e collega, che ringrazio.

" Trovo ben poco da modificare o aggiungere a quanto hai visto tu. Non mi fermo sulla superficie levigata e imbrunita, e sui granuli e ciottolini silicei, con tipica superficie desertica, che si trovano anniduti nelle concavità superficiali dei frammenti d'ossa, perchè poco c'è da dire. Che la patina e l'infiltrazione nera o nerastra, nonchè le dendriti che si osservano al microscopio, siano di ossidi di ferro e di manganese, non v'ha dubbio; con biossido di piombo e acido nitrico diluito, a caldo, la reazione del manganese è estremamente energica; nè v'ha dubbio che si tratti qui del solito fenomeno desertico, ormai descritto da mille osservatori — benchè ancora, a parer mio, poco chiaro nelle sue cause vere.

" Talora la mineralizzazione è ristretta a questo annerimento o imbrunimento superficiale, con formazione di quantità varie di ossidi idrati di Fe e Mn, bruni o neri, nell'interno delle cellette; in qualche campione anche i vani lasciati dagli osteoblasti sono tutti neri. Abbastanza spesso, e particolarmente nelle parti più compatte delle ossa lunghe, l'interno è abbastanza ben conservato, anche chimicamente, oltre che istologicamente: sotto la crostina superficiale, bruna, il tessuto osseo è ancora formato di

antichità, ed il loro aspetto induce subito ad escludere il pensiero che siano avanzi di animali vissuti ai tempi della civiltà egizia, per quanto remota.

Lo studio e la determinazione paleontologica e cronologica di questi fossili frammentizi e di ignoto giacimento originario non si presentavano a tutta prima di esito pronto: e devo alle notizie relativamente recenti di Th. Studer (1), Andrews (2) e Stromer (3) sui depositi ad ossami dell'Uadi Natron nel Basso Egitto e di Haug (4) su quelli della valle dell'Omo-Bóttego e del Victoria Nyanza se mi fu possibile di convincermi che i fossili in esame devono provenire da un giacimento sincrono e simile a questi ora ricordati.

---

quella sostanza a struttura fibrosa, a forte potere rifrangente, e debole birifrazione, con carattere ottico negativo all'allungamento delle fibre, che è tipica dell'osso fresco.

" Altre volte, specie nelle parti più spugnose, si osserva una mineralizzazione più avanzata; le cellette sono allora tutte piene di calcite secondaria, non solo, ma in carbonato è anche trasformato parzialmente, a chiazze, il tessuto osseo. Sono queste, naturalmente, le parti che con l'acido fanno la effervescenza più viva. Frequente è il caso che le pareti dei vacuoli siano coperte da una incrostazione nera, abbastanza spessa, di ossidi di Fe e Mn, i quali diramano all'intorno in eleganti dendriti, mentre il vano interno è totalmente obliterato da calcite granulare.

" Meno importante, in questo processo di mineralizzazione, sembra essere la parte spettante alla silice. Non ho potuto osservare notevoli incrostazioni o riempimenti di cavità per parte di quarzo o di sostanze calcedoniose; un certo grado di infiltrazione silicea sembra però osservarsi superficialmente, e contribuire ad aumentare notevolmente la durezza degli strati esterni, e in particolare delle superfici levigate ".

(1) Th. Studer, *Ueber fossile Knochen vom Wadi-Natrum Unter-egypten*, " Mittheil. d. Naturf. Gesellsch. " in Bern (nn. 1451–1462), 1899, p. 72.

(2) Ch. Andrews, *Note on a Pliocene Vertebrate Fauna from the Wadi-Natrun, Egypt*, " The Geol. Magazine ", vol. IX, 1902, p. 433.

(3) E. Stromer, *Fossile Wirbeltier-Reste aus dem Uadi Fâregh um Uadi Natrûm in Ägypten*, " Abhandl. herausg. v. d. Senckenberg. Naturf. Gesell. ", V, 29, 1911, p. 108.

(4) E. Haug, *Traité de Géologie*, II (1908-1911), p. 1726, tav. CXXX. — (Per la geologia della valle dell'Omo e del Lago Rodolfo si consulti anche: G. De Angelis d'Ossat e F. Millosevich, Seconda spedizione Bòttego, *Studio geolog. sul materiale raccolto da M. Sacchi*, Roma, Soc. Geogr. Ital., 1900, e Vic. du Bourg de Bozas, *D'Addis-Abbabé au Nil par le Lac Rodolphe*, " La Géographie ", VII, 1903, p. 91).

Il deposito dell'Uadi-Natron, formato da calcari a ostracodi, da sabbie e da argille gessifere, ha dato avanzi di pesci (siluridi), coccodrilli, cheloni, uccelli e di mammiferi (*Hipparion, Hippopotamus, Sus, Lybitherium, Hippotragus, Mastodon, Machaerodus*, ecc.). Lungo il corso dell'Omo, a nord del Lago Rodolfo, e nella valle della Podi si ha una serie, nella quale, sotto strati di gesso saccaroide, di sabbia, di argille sabbiose con Ostree (*Aetheria*), potamidi, si trova un banco di argilla grigia contenente una quantità enorme di ossa (esplorazione del Visc. di Bourg de Bozas e E. Brumpt). Riferendo i risultati dell'esame preliminare degli avanzi raccolti, il prof. Haug accenna a grandi siluridi, coccodrilli e gavialidi, a *Hipparion, Rhinoceros, Hippopotamus, Phacochoeras, Buffelus, Dinotherium, Elephas*. Altre traccie di questa fauna sarebbero state riscontrate (Andrews) anche sulla riva orientale del Victoria-Nyanza. Lo stesso Haug attribuisce questi giacimenti e la loro fauna al Neogene superiore, notando che la fauna non è senza analogie con quella dei Monti di Siwalik (a sud del Himalaya), mentre ha stretta affinità con quella vivente dell'Africa equatoriale. Ricordo inoltre che vertebre di pesci, affatto identiche o molto simili a quelle da Haug attribuite a siluridi, e provenienti dalla regione dello Tsad (Sudan centrale) e dai dintorni di Scialuf (Chalouf-el-Terraba) presso Sues, furono prese in esame recentemente dal Priem (1).

Sulla carta geologica più recente dell'Egitto (2), a me nota, la serie dell'Uadi Natron è riferita al Pliocene; e lo stesso terreno copre più ad occidente, in serie stratigrafica fra il Miocene e il Pleistocene, un vasto territorio lungo l'itinerario dal litorale di Alessandria a Heteyet-el-Moghara, e si ripresenta pure sopra il Miocene tra Cairo e Sues e in numerosi giacimenti a sud del Cairo, discordanti sul Senoniano ed affioranti di sotto il Pleistocene fino a (Deirut) non grande distanza da Assiut.

(1) F. Priem, *Sur des poissons fossiles et en particulier des siluridés du Tertiaire supérieur et des couches récentes d'Afrique.* " Mém. Soc. Géol. France. Paléontologie „. N° 49, 1914.

(2) Survey Dept. Egypt, 1910. *Geological Map of Egypt* (Sc. 1 : 2.000.000). — Ved. anche: *Geolog. Uebersichtskarte der libyschen und arabischen Wüste* (1 : 1.300.000). K. A. Zittel, *Beitr. z. Geol. u. Palaeont. d. libyschen Wüste*, " Palaeontographica „, 1883, Bd. 30, (I).

È quindi presumibile che gli ossami della tomba di Anteopolis provengano da qualcuno di questi lembi più meridionali di alluvioni nilotiche plioceniche, e, dato l'aspetto e lo stato della superficie delle ossa, da giacimento allo scoperto, soggetto a regime desertico.

Ma non si può escludere che il Pliocene continentale esista ancora più a sud lungo il Nilo sotto il Pleistocene, che appunto a sud di Assiut prende assai più ampio sviluppo in giacitura trasgressiva sui terreni eocenici e cretacici, nonchè sull'arenarie di Nubia.

Non ho notizie sulla situazione delle alluvioni plioceniche rispetto al letto attuale del gran fiume: ma si può ritenere che esse si troveranno terrazzate a qualche altezza sul corso attuale, ad attestare il livello del letto del Nilo pliocenico. Gli eventi post-pliocenici rispettarono quasi completamente nel suo tracciato il corso del fiume, pur imprimendo alla sua valle i caratteri di maturità, naturalmente conseguenti al progredito modellamento oro-idrografico di questo singolare paese che — come descrive efficacemente lo SCHIAPARELLI (1) — " difeso ad oriente " e ad occidente da due grandi deserti, con un suolo fertilis- " simo e costantemente irrigato, con uno sbocco diretto sul " Mediterraneo, con facili comunicazioni col Mar Rosso, legato " dal corso del Nilo alle regioni più ricche dell'interno del- " l'Africa, disgiunto bensì, ma da deserti non impenetrabili, da " altre ricche regioni dell'Asia occidentale, pareva apposita- " mente creato da Dio per essere culla di una civiltà omogenea, " precoce, grande ".

Dissi che gli eventi postpliocenici rispettarono in complesso il tracciato del Nilo: ma è da notare che all'inizio del Neozoico il Mediterraneo invadeva una larga zona litoranea dell'Egitto, depositandovi dei sedimenti con fauna pleistocenica. Il prof. ISSEL (2) dice che il Mediterraneo si insinuava nella valle del Nilo a mezzogiorno delle Piramidi, e rileva che da

(1) E. SCHIAPARELLI, *La configurazione geografica dell'Alto Egitto in relazione collo svolgimento della sua antica civiltà.* " Cosmos ", di G. Cora, XII, 1894-96, p. 230.

(2) A. ISSEL, *Morfologia e genesi del Mar Rosso. Saggio di Paleogeografia.* Terzo Congresso Geografico Italiano. Firenze, 1899, p. 16.

certi indizi parrebbe penetrasse anche più oltre, a circa un centinaio di metri sul livello marino attuale, fin sotto le rapide di Assuan, ove FOURTAU segnalò dei banchi con *Ostrea cucullata* (arenarie di Kem-Ombo).

È d'altra parte interessante osservare come le condizioni continentali durante il Pliocene devono essersi estese nell'Africa mediterranea ben ad occidente sulla Cirenaica e sulla Tripolitania fino ai confini colla Tunisia, per quanto si può giudicare da osservazioni recenti, che, mentre riconoscono esteso e ben sviluppato il Miocene (1), escluderebbero la presenza del Pliocene marino in tutto questo vasto territorio (2). Sulla zona costiera del territorio stesso susseguì la sommersione postpliocenica, cui forse si collega l'origine della Grande e della Piccola Sirte e della Gefara tripolina: la quale sommersione fu soltanto in scarsa misura compensata in Tripolitania da emersione in tempi più recenti. Non è stata finora posta sufficientemente in evidenza e chiarita l'influenza esercitata da questa sommersione e dalla successiva riemersione, nonchè dalle profonde modificazioni climatologiche posterziarie svoltesi e fissatesi nel Nord-Africa, agli effetti del modellamento della valle del Nilo e delle altre

---

(1) J. DE MORGAN, *Recherches sur les origines de l'Égypte* (Formation de l'Égyte; Creusement de la vallée du Nil), Paris, 1896, osserva che l'abbassamento della parte settentrionale della valle del Nilo alla fine del Miocene preludia ai movimenti che dall'inizio del Pleistocene dovevano dare al paese le grandi linee della configurazione moderna.

(2) C. F. PARONA, *Impressioni di Tripolitania. Note geo-morfologiche sulla Gefara.* " Natura „, VI, 1915, p. 217. — In questo ed in altro precedente lavoro ho dato notizia del Miocene in Tripolitania. Recentemente il MIGLIORINI ha riferito sul Miocene della Cirenaica orientale (C. I. MIGLIORINI, *Sulla Geologia dei dintorni di Tobruk*, " Rend. R. Acc. Lincei „, XXIII, 1914), e coll'appoggio di un ricco elenco di fossili ha fatto rilevare che la " fauna di Tobruk corrisponde assai bene al complesso delle faune delle località egiziane raggruppate dal BLANCKENHORN nella parte inferiore dell'Elveziano „. Ciò io posso confermare in base all'esame di altre collezioni di fossili della stessa provenienza, notando inoltre la presenza di due altre specie particolarmente significative al riguardo, e cioè il *Pecten Ziziniae* Blankenh. (ved. CH. DEPERET et J. ROMAN, *Monograph. des Pectinidès néogènes*, ecc., " Mém. Soc. G. de Fr. „, Paléontol., Mém. N. 26, 1905, pag. 80, tav. IX, figg. 3-5) e *Placuna miocenica* Fuchs (T. FUCHS, *Beitr. z. Kenntniss d. Miocaenfauna Aegyptens u. d. libyschen Wüste,* " Palaeontographica „, Bd. 30 (I), 1883, p. 44, tav. VIII, figg. 1-4).

valli più occidentali, in rapporto al fenomeno alluvionale e del terrazzamento, e al graduale estendersi del regime desertico. Per evoluzione geo-morfologica, che si iniziò colle abrasioni mesozoiche (1), l'Africa fin dal Cenozoico prese nelle linee fondamentali la sua fisionomia oro-idrografica per il modellamento dovuto all'intenso lavorìo erosivo delle correnti; ma questa fisionomia ricevette nuovi tratti nei tempi neozoici appunto per l'intervento delle suaccennate nuove cause modificatrici, segnatamente lungo il corso del Nilo, che, osserva De Martonne, è forse l'organismo fluviale più completo dei paesi caldi (2).

***

L'interesse che destano queste questioni mi hanno fuorviato dal modesto cómpito propostomi con queste note, e cioè della semplice enumerazione delle ossa fossili avute in esame. Ritornando all'argomento, desidero di far notare in primo luogo come l'accumulo degli ossami pliocenici di Anteopolis permetta di ritenere ragionevolmente che in questa parte del bacino del Nilo, nell'Alto Egitto, esistano depositi alluvionali pliocenici con fossili della fauna a vertebrati, già nota per rinvenimenti dei suoi avanzi ai due estremi dello sterminato bacino nilotico — alle prime e più interne sue origini e in prossimità del delta recente. — In secondo luogo desidero far osservare che i riferimenti specifici attribuibili, con prudenti esitazioni, agli ossami stessi accentuano i rapporti che già furono rilevati da altri autori tra la fauna continentale pliocenica africana, o più precisamente nilotica, e quella dei Monti di Siwalik. Il collegamento dell'Africa coll'Asia è antico, ma la storia geologica dell'Egitto, in particolare del Basso Egitto e dell'ultimo tratto del corso del Nilo, è intimamente connessa colle vicende della genesi del Mar Rosso. Fra le varie opinioni in proposito ricordo che, nel concetto formatosene da H. Douvillé (3), la divisione completa

(1) T. Taramelli e V. Bellio, *Geografia e Geologia dell'Africa*, Milano, (U. Hoepli), 1890, p. 172.

(2) E. De Martonne, *Traité de Géographie Physique*, 2e édit., 1913, p. 366.

(3) H. Douvillé, *Les foraminifères dans le Tertiaire des Philippines*, " The Philipp. Journ. of Science ", VI, Manila, 1911, pag. 78.

del bacino europeo da quello asiatico data dalla fine dell'Eocene per il sollevamento del Libano, sviluppatosi attraverso " la Mésogée ", separando il Mediterraneo dall'Oceano Indiano. Soltanto in epoca molto più recente, secondo lo stesso A., il costituirsi del Mar Rosso per poco non ristabilì la comunicazione fra i due mari; l'istmo di Sues conservando la stretta e bassa soglia emersa fra i due mari. Se non che, come risulta dal saggio paleogeografico dell'Issel, il collegamento si ristabilì effettivamente nel Quaternario antico per la maggior estensione assunta dall'Eritreo e sua comunicazione col Mediterraneo, che occupava tutto il Basso Egitto: soltanto in tempi più recenti il Mar Rosso si riduceva nei confini attuali, ed emergevano le depressioni istmiche.

Ecco l'elenco:

Mammiferi: *Equus.* — Parecchi denti molari della mascella superiore ed uno della mandibola: specialmente un molare superiore ben conservato (M. M. 3) per le dimensioni e la struttura lascia l'impressione che si tratti di avanzi dell'*E. Sivalensis* Falc. et Cant. (1); quella forma che il Forsyth Mayor ritiene identica all'*E. Stenonis* Cocchi. Vi appartiene fors'anche la parte inferiore di un osso metacarpico.

Sus. — Mascellare superiore sinistro, incompleto, coi tre ultimi molari posteriori; ben conservati i due ultimi: con dimensioni di poco minori, corrisponde strettamente alla figura che della stessa mascella fu data dal Gaudry (2) per il *Sus erymanthius* Roth et Wagner, meglio che alla parte corrispondente dell'affine *Sus hysudricus* Falc. et Cant. (3), per la forma più stretta ed allungata dell'ultimo molare.

Hippopotamus. — Andrews e Stromer attribuiscono gli avanzi di ippopotamo dell'Uadi Natron al *Hipp. hipponensis*

---

(1) H. Falconer a. P. T. Cantley, *Fauna antiqua sivalensis being the fossil Zoology of the Sewalik Hills in the Nord of Indie*, London, Part. IX, 1849, tav. 81, 82. — C. Murchison, *Descript. of the Plates of the Fauna antiqua sivalensis from Notes and Memoranda by H. Falconer*, London, 1848, p. 104.

(2) A. Gaudry, *Les enchaînem. du Monde Animal. Mammif. tert.*, 1878, p. 70, fig. 81.

(3) H. Falconer a. P. T. Cantley, *Op. cit.*, VIII, 1847, tav. 71, fig. 5. — R. Lydekker, *Indian Tertiary and Post-tertiary Vertebrata*. Palaeontol.-Indica, " Mem. Geol. Survey of India ", III (Ser. X), 1884-86, tav. VIII.

Gaudry, alla quale specie ritengo non riferibili i numerosi resti trovati a Anteopolis, a giudicare dalle evidenti differenze nei caratteri dei denti incisivi ed in particolare dei canini. I due più grandi canini incompleti, uno dei quali enorme, presentano rispettivamente nella sezione trasversa il massimo diametro di mm. 80 e 55, e il più grande degli incisivi, a sezione subcircolare-sinuosa, mm. 50. I canini sono contraddistinti da cordonature, meglio che scanalature, longitudinali abbastanza regolari, da due leggere sinuosità longitudinali sul lato esterno della curva e da un profondo e largo solco diretto nello stesso senso sul lato interno, di guisa che la sezione trasversa ripete la figura subtriloba data dagli autori come propria dei canini del *Hipp.* (Hexaprotodon) *sivalensis* Falc. et Cant. (1); e per questo riguardo è rassicurante il confronto colle figure di questi autori. — Per certo questi denti non appartengono al *H. annectens* Falc., col quale il Pomel confrontò certi avanzi provenienti dal Basso Egitto. — Nè contraddice al riferimento alle specie di Falconer e Cantley l'esame di altre parti dello scheletro rappresentate da ossa in qualche caso complete e ben conservate, ma per lo più incomplete.

Del cranio sono rappresentate quest'altre parti, di individui adulti e giovani: Mascellare sup. destro, parte posteriore coi due ultimi molari. Frammenti di mandibola, branca destra; uno coll'ultimo molare ben conservato. Frammento di mandibola, branca sinistra, estremità anteriore. Frammento del premascellare sinistro. Due ultimi molari superiori. Mento, frammento destro. Zigomatico destro. Temporale, destro e sinistro. Rocca petrosa, destra e sinistra. Occipitale, framm. della parte sup., media, posteriore e i due condili, destro e sinistro.

Della colonna vertebrale si hanno: una vertebra cervicale (2ª), due dorsali (3ª e terz'ultima), una caudale ed anche la porzione articolare della seconda costola sinistra e della quarta costola destra. — Degli arti anteriori: scapola destra (giov.) e sinistra (adulto e giov.); omero sinistro, estremità superiore (2 pezzi, adulto e giovane), estremità inferiore (4 pezzi, 1 di adulto); omero destro, estrem. sup.; cubito destro, parte super. (giov.); radio destro, parte super. (2 pezzi, adulto e giov.); uncinato;

(1) H. Falconer a. P. T. Cantley, *Op. cit.*, part. VII, 1847, tav. 62, p. 82.

tre falangi. — Degli arti posteriori e bacino: frammento iliaco destro; cavità glenoidea sinistra (giov.); femore destro, estremità infer.; tibia sinistra (ind. adulto) estrem. super., e destra (2 pezzi) estrem. super.; calcagno sinistro (2 pezzi); astragalo sinistro (2 pezzi); due pezzi del metatarso.

Fra i diversi vertebrati, riconosciuti colle ossa trovate a Anteopolis, quello rappresentato da maggior numero di avanzi è, senza confronto, l'ippopotamo.

Camelus. — Riconosco di questo genere: omero sinistro, estremità inferiore (ind. adulto); metacarpo destro, estremità superiore (adulto); tibia sinistra, tre estrem. inferiori (adulto): astragalo destro e sinistro. Questi avanzi non mi bastano per verificare le eventuali corrispondenze col *C. Sivalensis* Falc. et Cantl., o col *C. antiquus* Lyd. della fauna sivalense.

Cervus. — Il solo dente premolare della mascella superiore (P.[4]) e un calcagno incompleto mi permettono di ritenere che si tratti di una forma del gen. *Cervus* di notevole statura.

Camelopardalis. — Appartengono a questo genere: tarso destro incompleto; articolazione inferiore del radio destro; astragalo destro; falangine, anteriore e posteriore. La statura della specie doveva essere ad un di presso quella della vivente *C. Giraffa*; ma evidentemente questi avanzi sono insufficienti per la determinazione specifica e per un ravvicinamento all'una o all'altra delle giraffe della fauna sivalense, o, più in generale, delle faune mio-plioceniche.

Boselaphus? — Parecchie caviglie (ossiconi) delle corna, un frammento di mascella superiore, vertebra cervicale (2ª), estremità superiore di tibia destra, una falange si ritengono appartenenti ad individui di una grande f. antilopina, probabilmente del genere *Boselaphus* (Portax) a giudicare dalle caviglie molto somiglianti a quelle del *Boselaphus probubalis* Pomel (1). Non ho elementi per venire a confronti più concludenti col *B. Tragocamelus* (Pall.) e col *B. nomadicus* (Rüt.): nè posso escludere che qualcuno di questi avanzi spetti al gen. *Hippotragus*, ricordando come fra gli avanzi della fauna dell'Uadi Natron l'Andrews annoveri lo *H. Cordieri* De Christol.

---

(1) A. Pomel, *Paléontol. Monograph.*, Carte géol. de l'Algérie, Alger. 1894. — (Les Boséläphes Ray).

Bos. — Sonvi denti isolati, molari della mascella superiore e della mandibola; vertebre, atlante e cervicali; radio-cubito destro e radio, estremità super.; metatarsi; femori, sinistro e destro, estremità super. ed infer.; tibia destra, estremità sup.; astragali e calcagno destro. Con questi pezzi, non disponendo di buon materiale fossile di confronto, non so arrischiarmi a determinazioni specifiche, nè generiche. Per certe ossa, appartenenti a forme di grande taglia, posso notare la somiglianza colle corrispondenti del gruppo del *Bison*; altre meglio si avvicinano a quelle del gruppo *Bibos* (Yack, *B. grunniens*); dei quali generi il primo fa parte della fauna di Siwalik (*B. sivalensis* Falc.) e l'altro della fauna pleistocenica pure dell'India.

Felis? — Spettano ad una fiera: scapola destra; vertebra, ultima cervicale; tibia destra e sinistra, estremità super.; calcagno. Il riferimento al gen. *Felis* è affatto incerto, non potendosi escludere che queste ossa, tutte o in parte, siano piuttosto riferibili al gen. *Machaerodus*.

Uccelli. — Oltre un femore destro incompleto (metà inferiore) di struzzionide, che per il suo stato di fossilizzazione si differenzia da tutti gli altri ossami, e che probabilmente appartenne ad un giovane individuo del comune Struzzo africano, sono da ricordare parecchie piccole ossa, frammentizie ed indeterminabili, di uccelli.

Rettili: *Crocodilus*. — Un perone e due frammenti di mandibola (destro e sinistro) di giovane individuo; mancano i denti. Nel confronto coi due coccodrilli della fauna sivalense, *C. palaeindicus* Falc. e *C. sivalensis* Lyd., propenderei per avvicinare questi resti alla prima specie, pur avvertendo l'insufficienza di questi avanzi per una fondata determinazione specifica.

Trionychidae. — Appartengono indiscutibilmente a testuggini fluviali pochi pezzi ben conservati delle ossa dermiche, rugose, dello scudo dorsale. I caratteri della superficie rugosa permettono il riferimento alla *Emyda sivalensis* Lyd.; tranne per uno dei pezzi che ha piuttosto i caratteri proprii della *Trionyx* sp. (Lydekker) pure della fauna di Siwalik (1).

Pesci: *Teleostomi*. — Undici vertebre ottimamente conservate, delle quali parecchie corrispondono in modo perfetto per

(1) R. Lydekker, *Op. cit.*, X, vol. III, tav. XXVI e XXVII.

la forma e per l'aspetto a quella proveniente dal corso inferiore dell'Omo, riprodotta in fotografia da Haug nella Tav. CXXX del suo *Trattato*, e attribuita ai Siluridi (1). Qualche esemplare ha dimensioni maggiori; altre vertebre sono di poco più piccole e di spessore proporzionalmente assai minori. I giacimenti fossiliferi neogenici di Sivalik contengono anche avanzi di siluridi. Lydekker li riferisce a generi tuttora viventi; ma, poichè non figura vertebre, bensì altre parti dello scheletro, non ho alcun dato per verificare se queste vertebre di Anteopolis siano riferibili all'uno o all'altro dei generi da questo A. considerati (2). Più utile per il riferimento generico riesce il confronto colla Memoria del Priem (3) sui siluridi del Terziario superiore e degli strati recenti dell'Egitto. La nostra bella serie di vertebre ha esatto riscontro con quella riprodotta fotograficamente nella sua Tav. V e proveniente da Scialuf (Miocene sup., secondo Fourtau) e dalla regione dello Tsad. Fr. Priem, il noto e reputato paleoittiologo, dice di non sapere a quali Teleostomi rapportare queste vertebre: esse potrebbero appartenere sia a *Lates*, sia a siluridi, ma egli propende ad attribuirle piuttosto al gen. *Lates* (4).

---

(1) E. Haug, *Traité de Géologie*, II (1908-11), p. 1727.

(2) R. Lydekker, *Op. cit.*, 1884-86, tav. XXXVI e XXXVII.

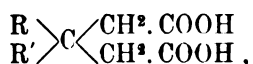
(3) J. Priem, *Op. cit.*, p. 10.

(4) Il Museo di Torino possiede un bell'esemplare di cranio di *Lates*, con questa indicazione: = Canale di Suez, Scialuf, 1869, ing. Gioia =. Corrisponde perfettamente ai campioni di Fayoum e di Scialuf, attribuiti al Quaternario, illustrati dal Priem (Op. cit., pag. 7, tav. I, figg. 1-2), il quale ritiene questi avanzi probabilmente appartenenti ad una forma identica al vivente *Lates niloticus* Hasselquist; superbo percoide, comune nelle acque del Nilo, specialmente fra le roccie della prima e della seconda cateratta, per il quale gli antichi egizi sembra avessero la più grande venerazione (Lartet et Gaillard, op. cit., VIII, p. 188, fig. 81, 82; X, p. 138).

Nuovi acidi ββ dialchilglutarici

Comunicazione II del Socio nazionale residente I. GUARESCHI

In una prima mia nota (1) presentata a questa Accademia nel 1901, ho esposto un metodo generale per ottenere dei nuovi acidi glutarici e precisamente gli acidi ββ dialchilici:

$$\begin{matrix} R \\ R' \end{matrix} \!>\! C \!<\! \begin{matrix} CH^2.COOH \\ CH^2.COOH \end{matrix},$$

dei quali non era conosciuto che l'acido ββ dimetilglutarico:

$$\begin{matrix} CH^3 \\ CH^3 \end{matrix} \!>\! C \!<\! \begin{matrix} CH^2.COOH \\ CH^2.COOH \end{matrix}$$

ottenuto con metodi più difficili da mettersi in pratica e di rendita assai piccola.

Col mio metodo invece si ottiene l'acido ββ dimetilglutarico ed omologhi in quantità quanto si vuole.

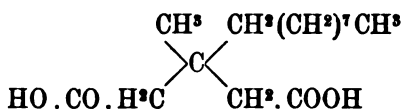
I derivati glutarici hanno ora importanza anche per la biologia; derivati glutarici quali la glutamina, l'acido glutaminico, l'acido ossiglutarico (2) trovansi fra i prodotti di scissione delle sostanze albuminoidi.

---

(1) I. Guareschi, *Acidi ββ dialchilglutarici e β alchil γ cianvinilacetici*. Nota I, " Atti R. Accad. Sc. Torino ", 1901, t. XXXVI.

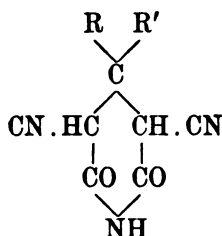
(2) Habermann e Ehrenfeld, " Zeits. f. physiol. Chem. ", 1902, t. 35, p. 231.

Ha pure importanza il fatto che molti di questi acidi sono isomeri con gli acidi omologhi superiori dell'acido succinico i quali si trovano fra i prodotti di ossidazione dei grassi; tale sarebbe il mio acido *metilnonilglutarico*:

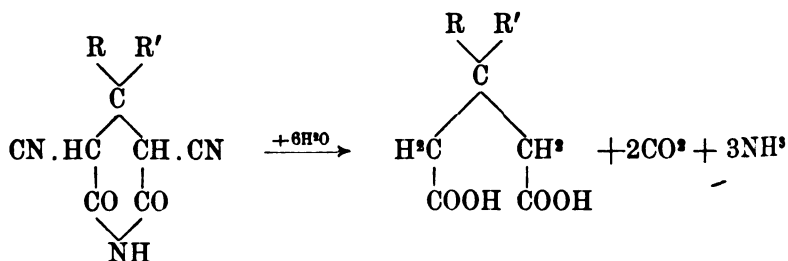
$$\begin{array}{c} CH^3 \quad CH^2(CH^2)^7CH^3 \\ \diagdown C \diagup \\ HO.CO.H^2C \diagup \quad \diagdown CH^2.COOH \end{array}$$

$= C^{15}H^{28}O^4$ e che ora descriverò. Esso è l'omologo inferiore dell'*acido rocellico* $C^{17}H^{32}O^4$.

Gli acidi glutarici bisostituiti hanno oggi grande importanza anche per le relazioni che si osservano coi prodotti ottenuti dalla canfora e dalla santonina ed è probabile che si otterranno per sintesi dei corpi simili a questi.

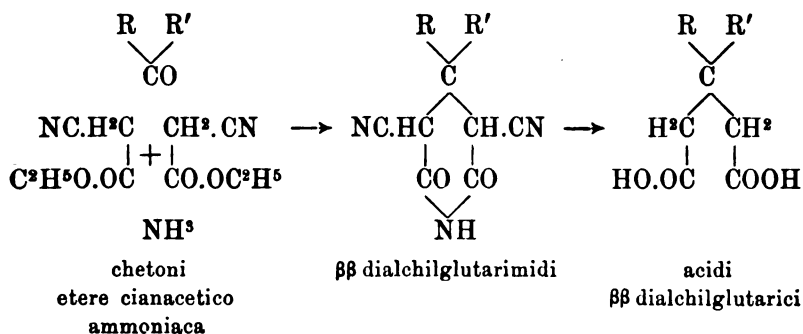
Il mio metodo generale consiste nel preparare prima le $\beta\beta$ dialchil $\alpha\alpha'$ dicianglutarimidi:

$$\begin{array}{c} R \quad R' \\ \diagdown \diagup \\ C \\ \diagup \diagdown \\ CN.HC \quad CH.CN \\ | \qquad | \\ CO \quad CO \\ \diagdown \diagup \\ NH \end{array}$$

e poi nell'idrolizzare questi composti per ebollizione con acido solforico al 60 %.

La reazione generale è la seguente:

$$\begin{array}{c} R \quad R' \\ \diagdown \diagup \\ C \\ \diagup \diagdown \\ CN.HC \quad CH.CN \\ | \qquad | \\ CO \quad CO \\ \diagdown \diagup \\ NH \end{array} \xrightarrow{+6H^2O} \begin{array}{c} R \quad R' \\ \diagdown \diagup \\ C \\ \diagup \quad \diagdown \\ H^2C \qquad CH^2 \\ | \qquad\quad | \\ COOH \quad COOH \end{array} + 2CO^2 + 3NH^3$$

Questo è l'unico metodo generale che si abbia per preparare tutti gli acidi ββ dialchilglutarici, e può essere riassunto colle trasformazioni seguenti:

$$
\begin{array}{ccccc}
\begin{array}{c} R\;\; R' \\ \diagdown\diagup \\ CO \\[6pt] NC.H^2C \quad CH^2.CN \\ \;\;|\;+\;| \\ C^2H^5O.OC \quad CO.OC^2H^5 \\[6pt] NH^3 \end{array}
& \longrightarrow &
\begin{array}{c} R\;\; R' \\ \diagdown\diagup \\ C \\ \diagup\;\diagdown \\ NC.HC \quad CH.CN \\ |\quad\;\; | \\ CO \;\; CO \\ \diagdown\diagup \\ NH \end{array}
& \longrightarrow &
\begin{array}{c} R\;\; R' \\ \diagdown\diagup \\ C \\ \diagup\;\diagdown \\ H^2C \quad CH^2 \\ |\quad\;\; | \\ HO.OC \quad COOH \end{array}
\end{array}
$$

chetoni etere cianacetico ammoniaca	ββ dialchilglutarimidi	acidi ββ dialchilglutarici

Questo metodo serve per preparare anche degli acidi glutarici a peso molecolare molto elevato quale è l'acido *metilnonilico* sopraccennato:

$$
\begin{array}{c} CH^3 \\ C^9H^{19} \end{array} \!\! > C < \!\! \begin{array}{l} CH^2.COOH \\ CH^2.COOH. \end{array}
$$

Nella mia prima nota ho descritto gli acidi ββ dimetilglutarico, ββ metiletilico, ββ metilpropilico, ββ metilbutilico e ββ dietilico. Questi miei acidi trovansi ora accennati anche in recenti Trattati di chimica, quali a cagion d'esempio, quelli di Richter-Anschütz (1) e di V. Meyer-Jacobson (2).

Essendochè molto probabilmente non riprenderò più questo studio, così ora pubblico queste vecchie ricerche, già fatte sino dal 1902.

---

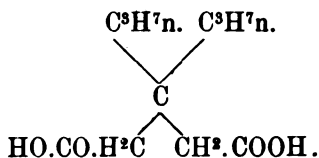
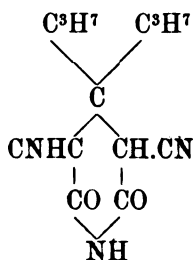
(1) V. Richter-Anschütz, *Traité de Chim. org.*, trad. franc., 1910, vol. I, p. 629.

(2) V. Meyer e Jacobson, *Lehrb. d. org. Chem.*, 1909, 2ª ediz., vol. I, Parte II, p. 387.

1. — Acido ββ dipropilglutarico

```
C³H⁷n. C³H⁷n.
     \   /
       C
      / \
HO.CO.H²C  CH².COOH.
```

Gr. 2 di ββ dipropil αα' dicianglutarimide

```
   C³H⁷   C³H⁷
      \   /
        C
       / \
  CNHC    CH.CN
      |    |
      CO  CO
        \/
        NH
```

furono fatti bollire per 3 ore con 30 cm^3 di acido solforico al 60 %. A poco a poco tutto si scioglie con effervescenza. Dopo 2-3 ore la reazione è terminata. Lasciato raffreddare il liquido si ha una crosta cristallina e degli aghi bianchi. Diluisco con acqua ed estraggo con etere, il quale lavato e distillato lascia un bel residuo bianchissimo cristallino che pesa 1,55, mentre la teoria dà 1,7. In altre preparazioni ottengo 1,6 gr. di prodotto.

L'acido ββ dipropilglutarico puro fonde a 112°-113°. Cristallizza bene dall'acqua bollente. In un'altra preparazione da 3,1 gr. di ββ dipropildicianglutarimide ottenni 2,5 di acido (teoria 2,63).

Gr. 0,1640 di sostanza diedero 0,3710 di CO^2 e 0,1368 di H^2O, cioè:

		trovato	calcolato per $C^{11}H^{20}O^4$
C	=	61,68	61,11
H	=	9,2	9,25

Quest'acido cristallizza bene dall'acqua bollente. È solubile nell'alcol e nell'etere, pochissimo nell'acqua fredda. Fonde a 112°-113° e scaldato più oltre si volatilizza senza lasciare residuo e rimane incoloro. I vapori eccitano la tosse. Fonde nell'acqua bollente. Il suo sale ammonico è solubilissimo.

La soluzione del sale ammonico dà le reazioni seguenti:

Col *cloruro di calcio* nessun precipitato a freddo, ma a caldo si ha istantaneamente precipitato cristallino che ricorda l'ossalato calcare e che difficilmente si ridiscioglie a freddo.

Col *nitrato d'argento* precipitato bianco quasi insolubile anche a caldo e formato da minutissimi aghi.

Col *cloruro di bario* non precipita nè a freddo nè a caldo.

Col *solfato di rame* precipitato abbondante azzurro-verdognolo microcristallino.

Coll'*acetato neutro di piombo* precipitato bianco, abbondantissimo, microcristallino.

Col *solfato di zinco* dà precipitato anche in soluzione molto diluita ed il precipitato è insolubile nell'acqua anche bollente.

Questo sale di zinco dell'acido ββ dipropilglutarico è anidro e fu analizzato:

Gr. 0,2431 di sale secco a 110° diedero 0,0718 di ZnO.

Cioè:

	trovato	calcolato per $C^{11}H^{18}O^4Zn$
Zn %	23,27	23,40

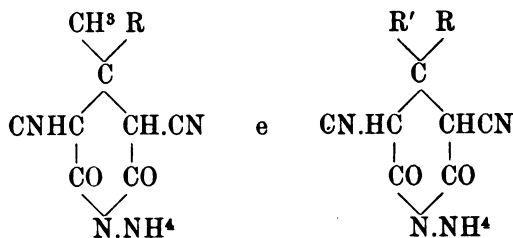
Col *cloruro ferrico* la soluzione del sale ammonico dà abbondante precipitato giallastro voluminoso.

Questo acido anche accuratamente neutralizzato con ammoniaca, oppure lasciata la soluzione lievemente acida ancora, non sviluppa affatto il *propano* C^3H^8, il quale invece, come ho dimostrato sino dal 1901 (1) si sviluppa quando si neutralizza con ammoniaca la ββ dipropil αα' dicianglutarimide dalla quale proviene l'acido ββ dipropilglutarico. In modo simile si comportano gli altri acidi ββ alchilglutarici.

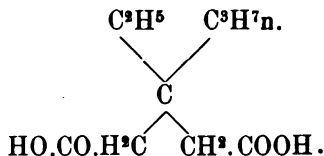
---

(1) I. Guareschi, *Sintesi di composti piridinici e trimetilenpirrolici.* "Mem. R. Acc. Torino", 1901, II, vol. L, p. 268.

È sempre per me un problema curioso questo, che mentre i composti:

$$\begin{array}{ccc} CH^3\ R & & R'\ R \\ \diagdown\diagup & & \diagdown\diagup \\ C & & C \\ \diagup\diagdown & & \diagup\diagdown \\ CNHC\quad CH.CN & e & CN.HC\quad CHCN \\ |\qquad | & & |\qquad | \\ CO\ \ CO & & CO\ \ CO \\ \diagdown\diagup & & \diagdown\diagup \\ N.NH^4 & & N.NH^4 \end{array}$$

essendo $R = C^2H^5$, C^3H^7, ecc. e $R' = C^2H^5$, C^3H^7, ecc. si scompongono con sviluppo di C^nH^{2n+2}, i sali di ammonio degli acidi dialchilglutarici corrirpondenti non si alterano.

2. — Acido ββ etilpropilglutarico

$$\begin{array}{c} C^2H^5\quad C^3H^7n. \\ \diagdown\ \diagup \\ C \\ \diagup\ \diagdown \\ HO.CO.H^2C\quad CH^2.COOH. \end{array}$$

Scaldando 1 p. di ββ etilpropildicianglutarimide con 20 p. di acido solforico concentrato si manifesta viva effervescenza con sviluppo di anidride carbonica, prima ancora che il liquido veramente bolla. Dopo circa 3 ore la reazione è terminata. Per raffreddamento si separa alla superficie un olio che si solidifica in crosta cristallina. Separata la crosta si estrae il liquido coll'etere. Si ottiene circa il 90 % di prodotto che si ricristallizza bene dall'acqua bollente.

L'acido ββ etilpropilglutarico cristallizza in aghi appiattiti o in lunghe lamine, incolore. Ha reazione acidissima. È poco solubile nell'acqua fredda, solubile in alcol ed etere. Fonde a 71°-72° in liquido incoloro.

Il sale d'argento diede:

Gr. 0,4887 fornirono gr. 0,2520 di Ag. Da cui:

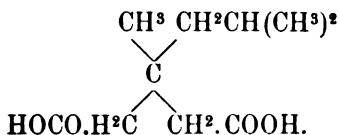
	trovato	calcolato per $C^{10}H^{16}Ag^2O^4$
Ag %	51,56	51,88

L'acido nel vuoto sull'ac. solf., non perde di peso.

Gr. 0,0532 richiesero 5,25 cm^3 di soluz. $\frac{N}{10}$ di NaOH da cui:

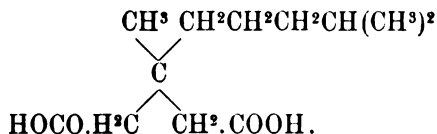
	trovato	calcolato per $C^8H^{14}COOH$
Na^2OH %	39,5	39,6

3. — Acido ββ metilisobutilglutarico

$$\begin{array}{ccc} CH^3 & & CH^2CH(CH^3)^2 \\ & \diagdown\diagup & \\ & C & \\ & \diagup\diagdown & \\ HOCO.H^2C & & CH^2.COOH. \end{array}$$

Questo isomero dell'acido metilbutilglutarico già descritto, si ottiene facendo bollire per 3 a 4 ore 2,5 gr., di metilisobutil αα' dicianglutarimide fusibile a 241°-242°, con 50 cm^3 di acido solforico al 60 %. Si nota effervescenza per CO^2 sviluppato, poi la massa si scioglie, il liquido intorbida e alla superficie si separa un olio. Dopo raffreddamento si diluisce il liquido e si estrae con etere il quale dopo essere stato ben lavato e distillato fornisce un residuo oleoso che poi cristallizza. Il prodotto seccato nel vuoto sull'acido solforico pesava 2.1; quantità teorica 2.16.

Non contiene azoto e fonde a 63°-65°.

4. — Acido ββ metilisoessilglutarico

$$\begin{array}{ccc} CH^3 & & CH^2CH^2CH^2CH(CH^3)^2 \\ & \diagdown\diagup & \\ & C & \\ & \diagup\diagdown & \\ HOCO.H^2C & & CH^2.COOH. \end{array}$$

3 gr. di metilessildicianglutarimidi furono fatti bollire con 60 cm^3 di acido solforico al 60 %. Si opera come fu detto precedentemente. Ottengo 2,5 gr. di prodotto, mentre la teoria dà 2,6. Si forma dunque anche qui la *quantità teorica*. Il nuovo

acido cristallizza dall'alcol e anche da molt'acqua bollente. Fonde a 62°-63°.

La soluzione acquosa neutralizzata con ammoniaca fornisce il sale d'argento bianchissimo.

Il nuovo acido che cristallizza dall'acqua, è solubile in circa 440 p. di acqua a 15°.

Questo sale d'argento dell'acido ββ metilisoessilglutarico fu analizzato:

Gr. 0,1900 fornirono gr. 0,0920 di Ag. Cioè:

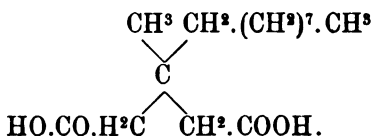
	trovato	calcolato per $C^{12}H^{20}Ag^{2}O^{4}$
Ag °/₀	48,3	48,6

Nelle stesse condizioni dall'acido neutralizzato e trattato col solfato di zinco si ha il sale di zinco.

Gr. 0,4706 fornirono gr. 0,1323 di ZnO. Cioè:

	trovato	calcolato per $C^{12}H^{20}ZnO^{4}$
Zn °/₀	22,5	22,15

5. — Acido ββ metilnonilglutarico

$$\begin{array}{c} CH^3 \quad CH^2.(CH^2)^7.CH^3 \\ \diagdown \ \diagup \\ C \\ \diagup \ \diagdown \\ HO.CO.H^2C \quad CH^2.COOH. \end{array}$$

Gr. 5,5 di ββ metilnonil αα' dicianglutarimide furono fatti bollire per circa 9 ore con 100 cm^3 di acido solforico al 60 °/₀.

L'imide fonde e sta alla superficie come un olio. Agitando la miscela si sviluppa CO^2. Dopo raffreddamento si ha una crosta cristallina che si estrae con etere. Dall'etere si hanno larghe lamine incolore, grasse al tatto, quasi affatto insolubili nell'acqua, solubili nell'alcol e nell'etere. Quest'acido fonde a 46°,5-47°,5.

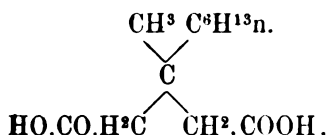
L'acido ββ metilnonilglutarico è anidro.

Gr. 0.1100 di sostanza disseccata nel $CaCl^2$ fornirono 0,2680 di CO^2 e 0,1055 di H^2O:

Cioè:

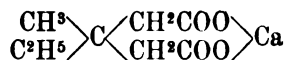
		trovato	calcolato per $C^{15}H^{28}O^4$
C	=	66,45	66,17
H	=	10,65	10,29

6. — Acido ββ metilessilglutarico

$$\begin{array}{c} CH^3 \quad C^6H^{13}n. \\ \diagdown \diagup \\ C \\ \diagup \diagdown \\ HO.CO.H^2C \quad CH^2.COOH. \end{array}$$

Gr. 6,6 di ββ *metilessil* αα' *diciananglutarimide* furono fatti bollire a ricadere con 130 cm^3 di acido solforico al 60 %. Dopo un quarto d'ora di ebollizione la sostanza è sciolta, forma un olio alla superficie poi si intorbida. Si sviluppa CO^2. Dopo 4 ½ ore la reazione è terminata. Si diluisce e si estrae con etere, il quale ben lavato e distillato lascia un residuo oleoso che poi cristallizza e si dissecca nel vuoto sull'acido solforico. Il prodotto pesa 5,5 mentre la teoria indica 5,7 gr. Fonde a 50°-60°; ma contiene ancora un poco di azoto a perciò lo rifaccio bollire ancora per 3 ore con 40 cm^3 di acido solforico al 60 %. Operando come ho già detto ottengo il prodotto puro cristallino che fonde a 52°-53° e pesa 5,3 gr. Si può ricristallizzare dall'alcol diluito.

Inutile ora che io accenni ad altri acidi simili preparati col medesimo metodo.

Avevo incominciato lo studio dei sali di calcio di questi acidi con lo scopo di ottenere dei chetoni ciclici con due radicali alcolici ottenuti al medesimo atomo di carbonio. Dall'acido ββ *metiletilglutarico* ottenni il sale di *calcio* anidro:

$$\begin{matrix} CH^3 \\ C^2H^5 \end{matrix} > C < \begin{matrix} CH^2COO \\ CH^2COO \end{matrix} > Ca$$

e con 7 $^1/_2$ H^2O, per ottenere il *chetone*:

$$\begin{matrix} CH^3 \\ C^2H^5 \end{matrix} \!\!>\! C \!<\!\! \begin{matrix} CH^2 \\ CH^2 \end{matrix} \!\!>\! CO,$$

ma ho dovuto interrompere queste ricerche.

Se si confrontano i punti di fusione dei vari acidi da me ottenuti e descritti nella prima e in questa seconda comunicazione si osservano alcune relazioni, benchè di lieve importanza:

acido ββ	$\begin{matrix} CH^3 \\ CH^3 \end{matrix} \!\!>\! C \!<$	f.	103°-104°
" "	$\begin{matrix} C^2H^5 \\ C^2H^5 \end{matrix} \!\!>\! C \!<$	"	108°
" "	$\begin{matrix} C^3H^7 \\ C^3H^7 \end{matrix} \!\!>\! C \!<$	"	112°-113°.

Vi è un accrescimento graduale di 4°.

Acido ββ	$\begin{matrix} CH^3 \\ C^2H^5 \end{matrix} \!\!>\! C \!<$	f.	87°
" "	$\begin{matrix} C^2H^5 \\ C^2H^5 \end{matrix} \!\!>\! C \!<$	"	108°
" "	$\begin{matrix} C^2H^5 \\ C^3H^7 \end{matrix} \!\!>\! C \!<$	"	71°-72°.

Il derivato dietilico ha il punto di fusione più basso.

Acido ββ	$\begin{matrix} CH^3 \\ C^3H^7 \end{matrix} \!\!>\! C \!<$	f.	92°
" "	$\begin{matrix} C^2H^5 \\ C^3H^7 \end{matrix} \!\!>\! C \!<$	"	71°-72°
" "	$\begin{matrix} C^3H^7 \\ C^3H^7 \end{matrix} \!\!>\! C \!<$	"	112°-113°.

Restando costante un gruppo alcolico e variando l'altro, si osserva un graduale abbassamento nel punto di fusione eccetto pel derivato metilpropilico:

acido ββ	dimetilico	f.	103°-104°
" "	metiletilico . . .	"	87°
" "	metilpropilico . .	"	92°
" "	metilbutilico . . .	"	64°-65°
" "	metilisobutilico . .	"	63°-65°
" "	metilessilico . . .	"	52°-53°
" "	metilnonilico . . .	"	46°,5-47°,5.

Non ho potuto vedere se coi miei acidi ββ $\begin{matrix} R \\ R' \end{matrix}\!\!>\!C\!<\!\!\begin{matrix} CH^2.COOH \\ CH^2.COOH \end{matrix}$ si hanno le due forme isomere come cogli acidi αα e αα'.

Torino. R. Università. Maggio 1918.

L'Accademico Segretario
CARLO FABRIZIO PARONA

CLASSE
DI
SCIENZE MORALI, STORICHE E FILOLOGICHE

Adunanza del 19 Maggio 1918

PRESIDENZA DEL SOCIO PROF. COMM. ANDREA NACCARI
PRESIDENTE DELL'ACCADEMIA

Sono presenti i Soci S. E. Boselli, Direttore della Classe, Pizzi, De Sanctis, Ruffini, Brondi, Einaudi, Baudi di Vesme, Schiaparelli, Patetta, Cian, Pacchioni, Valmaggi, e Stampini Segretario della Classe.

È scusata l'assenza dei Soci Chironi, Vicepresidente dell'Accademia, Vidari e Prato.

Si legge e si approva l'atto verbale dell'adunanza del 5 corr.

Il Socio Brondi presenta, a nome dell'autore, il volume di Guido Zanobini *I poteri regi nel campo del diritto privato* (Torino, Unione tip. ed. torinese, 1917) riassumendone il contenuto ed encomiandone la serietà degli intenti, la sicurezza del metodo, la copia e l'importanza dei risultati. La Classe ringrazia l'autore, rallegrandosi.

L'Accademico Segretario Stampini, a nome del Socio Vidari assente, ne presenta il recente volume, inviato in omaggio alla Accademia, *La teoria della Educazione* (Milano, Hoepli, 1918), che forma la seconda parte de' suoi *Elementi di Pedagogia*, di cui la prima (*I Dati della Pedagogia*) fu, a suo tempo, presen-

tata dall'autore stesso alla Classe. Il Socio STAMPINI, rilevando il notevole pregio del nuovo volume del Collega VIDARI, esprime il voto che presto sia data alla luce anche la terza parte, *La Didattica*, che completerà così l'opera cui il VIDARI ha con tanta utilità degli studi pedagogici consacrato il suo ingegno e la sua dottrina. La Classe esprime i suoi ringraziamenti e i suoi rallegramenti al Socio VIDARI.

L'Accademico Segretario
ETTORE STAMPINI

CLASSE
DI
SCIENZE FISICHE, MATEMATICHE E NATURALI

Adunanza del 26 Maggio 1918

PRESIDENZA DEL SOCIO PROF. COMM. ANDREA NACCARI
PRESIDENTE DELL'ACCADEMIA

Sono presenti i Soci SEGRE, JADANZA, GUARESCHI, GUIDI, GRASSI, SOMIGLIANA, PANETTI, SACCO, MAJORANA e PARONA Segretario.

Scusano l'assenza: il Direttore della Classe Senatore D'OVIDIO e il Socio MATTIROLO, assenti per dovere d'ufficio.

Si legge e si approva l'atto verbale della precedente adunanza.

Il Segretario comunica la lettera, giunta da S. Paolo (Brasile), colla quale il Prof. A. BOVERO ringrazia per la sua nomina a Socio corrispondente.

Si presentano le seguenti Note:

Socio F. SACCO: *Il glacialismo antico e moderno del Cervino*, parte prima, *sviluppo preistorico.*

Socio I. GUARESCHI: *Ricerche sull'acqua di cristallizzazione, composti con* $2H^2O$ *e con* $3H^2O$, Nota IV.

Prof. F. GERBALDI: *Simmetria e periodicità nelle funzioni continue di Halphen*, Nota II presentata dal Socio SEGRE.

Ing. F. BURZIO: *La 2ª approssimazione della soluzione del 2° problema balistico*, Nota presentata dal Socio PANETTI.

I Soci presentatori riassumono sommariamente le Note, che sono accolte per la stampa negli *Atti*.

LETTURE

Il Glacialismo antico e moderno del Cervino

Nota I del Socio nazionale residente Prof. FEDERICO SACCO

(Con una Tavola)

La gigantesca mirabile mole del Cervino non presenta ora ghiacciai (almeno dal lato italiano) pari all'imponenza della sua massa rocciosa, mentre lo sviluppo glaciale è relativamente notevole nelle finitime valli, Valpelline e Valle di Ayas.

Tale relativa povertà glaciale dipende in gran parte dall'ampio svasarsi dell'alta Valtournanche (per fenomeni geo-tettonici che accenneremo in seguito) a costituire il vastissimo bacino di Breuil, ciò che migliora assai (climatologicamente parlando) il fianco meridionale del gruppo del Cervino, fianco già naturalmente ben esposto a pieno Sud.

Il fatto è che i ghiacciai italiani del Cervino sono piuttosto piccoli, divisi in diverse parti, appollaiati nelle più profonde ed alte incassature che incidono le dirupate pareti meridionali di tale gruppo montuoso; per cui non solo i turisti, ma anche gli studiosi, fors'anche perchè attratti, affascinati, dalla gigantesca piramide, poco si occuparono del suo glacialismo relativamente ridotto.

Eppure, esaminando i fenomeni glaciali, antichi e moderni, di questa famosa regione, si vede che essi vi sono assai importanti ed interessanti, per cui sembra opportuno farne un cenno speciale.

***

Geologicamente il gruppo del Cervino (l. s.) si può in complesso distinguere in due parti ben diverse, cioè: il fianco destro dell'alta Valtournanche che è costituito da Gneiss più o meno

granitoidi che dal gruppo di Punta di Cians, formando tutta l'altissima, erta e dirupatissima costiera di Château des Dames - Les Jumeaux - Dent d'Hérens, estendesi sino al Cervino, scendendo poi, dal lato svizzero, a Stockjé, ecc.; invece il fianco sinistro della Valtournanche è costituito di formazioni calcaree e calceschistose, inglobanti (1) potentissime zone di roccie anfiboliche, serpentinose, ecc. (Pietre Verdi), che si estendono dalla frastagliata cresta di Zerbion - Gran Tournalin - Gran Sommetta - Corno S. Teodulo, ecc., sino in fondo di valle (anzi risalendola in parte dal lato destro), sviluppandosi sino al Colle del Breuil o della Forca, discendendo poi sul lato svizzero verso Staffel, in gran parte mascherate dai ghiacciai di Matterhorn e di Z'Mutt.

Tettonicamente invece tutte le formazioni geologiche sovraccennate mostrano un andamento abbastanza uniforme, cioè una pendenza non molto forte verso O. e O. N. O.

Tali fatti geotettonici ci indicano un curioso rovesciamento delle formazioni gneissico-granitiche, disposte in anticlinale complicata, coricate verso E. (ma ora molto abrase) sopra le formazioni calceschistose con Pietreverdi disposte in sinclinale pure rovesciata ad E., talora sin quasi all'orizzontalità (2).

Detta forte differenza litologica tra i due fianchi dell'alta Valtournanche e l'indicato andamento stratigrafico, ci spiegano la notevole differenza esistente fra tali due fianchi, aspro ed erto quello destro, assai più dolce ed esteso il sinistro; da ciò la difficoltà alpinistica del primo e la relativa facilità del secondo, che dà adito a parecchi comodi passi e colli.

---

(1) La connessione, l'alternanza, la frequenza e spesso la piccolezza delle intercalazioni delle varie Pietre Verdi coi Calceschisti è tale che in certe regioni (così p. es. nella costiera del St.-Théodule, nelle zone collinose attorno al Breuil, ecc.) occorrerebbero carte topografiche al millesimo per poterle segnalare; ad ogni modo da tutto ciò risulta chiarissima e sicura la connessione sedimentaria di queste varie rocce verdi coi Calceschisti che le inglobano.

(2) Vedi la Sez. V^a^ in F. Sacco, *Les Alpes occidentales*, 1913. Per dettagli geologici si può consultare il foglio *M. Rosa* (1912) al 100.000 della Carta geologica d'Italia e la *Carte géol. du Massif de la Dent Blanche* (1908) al 50.000 di T. Argand.

***

Premessi questi pochi dati geologici fondamentali sulla regione in questione, esaminiamone ora brevemente la glaciologia.

Dal lato svizzero (dove le gravi condizioni politiche di questi anni mi limitarono le osservazioni) abbiamo attorno al Cervino:

I° Il **Theodulgletscher**, che si suole suddividere in:

a) Unter-Theodulgletscher (che è però un ramo o tributario laterale, il più sinistro, del grande Gornergletscher), che presenta una bella morenula laterale sinistra fiancheggiante il Leichenbretter e conservantesi abbastanza bene sino al Bodengletscher, tanto da costituire parte del bell'arco morenico depositato nella prima metà del secolo scorso contro l'affioramento di roccie serpentinose-anfiboliche su cui giacciono i casolari di Furri.

Riguardo alla terminazione del Gornergletscher ricordiamo che la carta del M. Rosa allegata all'atlante dell'opera di A. e H. Schlagintweit: " Neue Untersuch. ü. d. Phys. Geogr. u. Geologie der Alpen, 1854 " segna che detta terminazione era nel 1851 a 5672 piedi (= 1842 m. s. l. m.); la carta di Adams-Reilly, rilevata nel 1865-66, indica la fronte del Gornergletscher giungente ancora presso le roccie verdi sovracitate di Furri. Il foglio *Matterhorn* della Carta top. svizzera (revisione Imfeld 1877-78) mostra che in un dodicennio la fronte del ghiacciaio erasi arretrata di quasi 300 m., lasciando scoperto un largo piano, quotato 1840 m. s. l. m.

L'Argand nella sua " Carte géol. du Massif Dent Blanche " rilevata nel 1905-07 indica detta fronte molto regredita, specialmente accorciata a sinistra ed invece a destra con una specie di peduncolo distante circa $^1/_2$ km. dalle roccie di Furri. Qualcosa di analogo mostra l'edizione 1881 (riveduta 1909) del sovraindicato foglio di Matterhorn, solo che la fronte glaciale è segnata a foggia di lingua, irregolarmente triangolare, distante quasi 600 m. dalle roccie verdi sovraccennate e raggiungente solo più la quota 1943 m. s. l. m. alla porta terminale del ghiacciaio.

b) Ober-Theodulgletscher, che logicamente è raggruppabile col *Furgg-Gletscher* formando un tutto solo, un grande

campo di ghiaccio dolcemente inclinato verso settentrione, suddividendosi poi, nel suo margine inferiore o terminale, in tre parti, cioè:

1° Ampio margine dell'Ober-Theodulgletscher già scendente, nella prima metà del secolo XIX, ben più in basso che non oggi, come mostrano, sia la Carta del M. Rosa dell'opera di A. e H. Schlagintweit del 1851 (che segna l'ampia terminazione del S. Theodul-Gletscher ben vicina al sottostante Gornergletscher e con bella cerchia morenica forse esagerata), sia l'antica carta topografica (XXIII, M. Rosa, foglio riconosciuto nel 1854 e pubblicato solo nel 1857) degli Stati Sardi, sia la Carta di Adams-Reilly (1865-66), sia il morenico d'aspetto fresco sparso sulle roccie antiboliche levigate sopra Gartfad; ma in un sessantennio tale margine oscillò relativamente poco, tanto da poter deporre una specie di irregolare cordone morenico subtriangolare, appuntito verso la quota 2724 e colleganteai col bel cordone morenico destro che fiancheggia per circa due km. il rilievo serpentinoso di Leichenbretter-Z'Wängen sino al suo acutangolare affioramento meridionale di quota 3122 (Vedi la fig. 69-70 dell'Alpinen Majestäten, I, 1901); nelle ultime fasi di regresso glaciale si costituì, a monte di detto cordone frontale, un minuscolo laghettino o meglio pozzanghera temporanea, quotata 2834 nell'edizione 1909 del foglio Matterhorn.

2° L'allungata lingua terminale del Furgg-Gletscher che nella prima metà del secolo XIX si spingeva in cascata seraccata sino a poche centinaia di metri dalla terminazione del Gornergletscher o Bodengletscher, da cui ancora verso la metà del secolo scorso detta lingua distava solo un km. scarso, come mostrano le antiche carte; così imperfettamente la carta del M. Rosa di A. e H. Schagintwert (1851), dove questo ghiacciaio è segnato come M. Cervin oder Furker Gletscher, quelle al 50.000 dello Stato Maggiore Sardo (foglio XV, M. Moro) ed al 100.000 di Adams-Reilly. È specialmente a tale lungo periodo di notevole sviluppo glaciale (abbracciante la prima metà del sec. XIX sin verso il 1870) che devesi il deposito del bel cordone di destra e qualche lembo analogo a sinistra della lingua glaciale in esame. Il foglio Matterhorn (al 50.000) della carta svizzera, riveduto da Imfeld nel 1877, indica il termine della lingua glaciale in questione, quantunque già impicciolita ed un po' regre-

dita, toccare ancora i 2402 m. s. l. m. (dove trovavasi la porta di uscita del torrente subglaciale), distanziando così tale terminazione glaciale meno di un km. dal fianco sinistro del Bodengletscher; in quel tempo sulle parti marginali della lingua glaciale, lunga ancora oltre 1 km., esistevano due (uno per parte) bei cordoni morenici che furono poi depositati, direi quasi abbandonati, sul soggiacente terreno, quando, dal 1870 in poi, tale lingua di ghiaccio andò rapidamente assottigliandosi ed accorciandosi in modo notevolissimo. Infatti la carta dell'Argand (1905-07) mostra tale lingua glaciale molto ingracilita, ridotta quasi ad un peduncolo sinistro ed arretratissima, tanto che la sua terminazione distava circa 1650 m. dal margine sinistro del Bodengletscher, ed il foglio Matterhorn (ed. rived. 1909) indica ancora un regresso di un centinaio di metri, cosicchè la porta glaciale terminale trovavasi a 2516 m. s. l. m., essendosi per tal modo essa rialzata di circa 100 m. s. l. m. dal 1877.

3° Notisi infine che il Furgg-Gletscher ha ancora un'appendice terminale sinistra, corta, che spingesi sin sotto lo sperone roccioso (Pietre verdi) di Hörnli; ma tale linguetta glaciale, caratterizzata da bei cordoni morenici, terminanti con stretto archetto ellissoidico, pur alimentando un torrentello che scende a Staffel Alp, non presentò variazioni molto notevoli data la sua posizione.

Questi diversi rami terminali del grande Furgg-Theodul-Gletscher colle loro variazioni diverse mostrano chiaramente, come è naturale, che le lingue glaciali più strette e più scendenti presentano oscillazioni assai più spiccate e rapide che non quelle larghe e poco inclinate, e quindi le prime costituiscono glaciometri molto più sensibili e delicati che non le seconde.

II° Il **Matterhorngletscher**, appollaiato tra i 3900 e 2700 m. sui grandi banchi rocciosi (disposti quasi a grandi gradinate inclinate ad E. circa) del fianco settentrionale del Cervino, per la sua posizione e poca pendenza relativa non presentò variazioni molto notevoli, salvo qualche diminuzione di spessore in generale dalla prima metà del secolo scorso ad oggi e contemporaneamente un certo regresso del margine libero verso N.E., frastagliato quasi a foggia di tre lingue subtriangolari, già abbastanza espanse sin oltre la metà del secolo scorso, come mostrano sia i depositi morenici largamente estesi sino a Schwarz

Tschuggen, sia le antiche carte degli Stati Sardi (foglio XIV, M. Cervin, riconosciuto sul terreno nel 1853) e di Adams-Reilly del 1865.

Ma dopo il 1870 anche tali frastagliature si ritrassero alquanto, allontanandosi così più o meno dai cordoni morenici prima depositati; fra essi è specialmente caratteristico quello mediano foggiato a V, con l' asta sinistra terminante alla quota 2771 e l'asta destra terminante per lungo tempo alla quota 2900 e poscia accorciantesi anche più a monte sino alla retrostante gradinata rocciosa (Pietre verdi) in modo che la parte terminale destra dell'espansione glaciale in esame rimase quasi isolata.

III° Il **Tiefenmattengletscher**, che ammanta gli svariati affioramenti gneissico-granitici (ora un po' più sporgenti dal ghiacciaio di quanto apparissero nella prima metà del secolo scorso) dell'estesa frastagliata catena del M. Cervino - Dent d'Hérens - Testa di Valpelline, in realtà costituisce solo uno, per quanto il più esteso, dei tre ghiacciai (cioè con lo *Stockgletscher*, discendente da Tête de Valpelline - Tête Blanche, e lo *Schönbühlgletscher*, scendente dal gruppo della Dent Blanche) che confluendo poco sotto i 2600 m. s. l. m. costituiscono la bella fiumana glaciale dello *Z'Muttgletscher*.

Tale ampia zona di confluenza è assai interessante per vari fenomeni, come per es. il laghettino (2633 m. s. l. m.) (non ancora segnato nella carta sarda riconosciuta nel 1853) formatosi tra le falde orientali (rocciose con detrito morenico) dello Stockjé ed i due bei cordoni morenici che quivi si riuniscono angolarmente in uno solo.

In tale regione è pure interessante la convergenza ed in parte anche la graduale emergenza, dal manto glaciale nivale, di vari cordoni morenici (provenienti dai tre ghiacciai sovraccennati) che si dispongono allineati in numero di sette principali (uno mediano e quattro medio-laterali viaggianti con e sul ghiacciaio e due laterali ormai fissi e depositati) tra loro subparalleli, tipici. Essi poco a poco riunendosi (sia per espandimento laterale, sia per sempre maggior emergenza dal ghiacciaio in causa della fusione glaciale) costituiscono, come pel Miage, quasi un manto morenico generale, longitudinalmente collinoso, che finisce per mascherare tutta la terminazione glaciale, salvo

qualche apparizione locale specialmente presso la terminazione (lato sinistro).

Tale grande ammanto morenico fa sì che naturalmente la sottostante massa glaciale resta parzialmente protetta contro l'ablazione, per cui i suoi movimenti di avanzamento e di ritiro furono sempre rallentati, ritardati e relativamente poco estesi. Infatti, senza parlare dell'antico periodo *dauniano* in cui lo Z' Muttgletscher congiunto col Gornergletscher spingevasi sin oltre Zermatt, nella prima metà del secolo XIX la fronte del ghiacciaio in esame si estendeva solo a circa 200 m. da Staffel Alp coprendo un rilievo anfibolitico emerso più tardi (insieme con l'antistante piccolo piano quotato 2115 m.) come indicano antiche carte, p. es. il foglio XIV, M. Cervin (riconosciuto sul terreno nel 1853) dello Stato Sardo e come pure mostra il piccolo cordone morenico semiarcuato giacente appunto circa 200 m. a monte di Staffel Alp, ed a cui succede, internamente, un altro arco morenico più completo (depositato in un periodo di sosta durante l'iniziato regresso glaciale) che trovasi già a circa 350 m. da detto Alpe, ancora però comprendendo nel suo interno il piccolo piano sovraccennato (quota 2115 m.) che rimaneva allora coperto di ghiaccio.

Allora, verso la metà del secolo XIX, i ghiacciai minori laterali di destra discendevano molto in basso; cioè l'Arbengletscher sino a quasi solo più $^1/_2$ km. dal margine sinistro dello Z' Muttgletscher (come lo provano la Carta sarda del 1853 ed ancor meglio le due tipiche morene laterali recenti ben conservate), e l'Hohwäng-gletscher molto più, tanto che sul principio del secolo XIX esso toccava e verso la metà di detto secolo spingevasi ancora a 100 m. appena dalla morena sinistra dello Z' Muttgletscher, come mostrano i residui morenici e detta antica Carta degli Stati Sardi (foglio XIV, M. Cervin) riconosciuta nel 1853.

Più tardi la fronte dello Z' Muttgletscher gradatamente ritirandosi lasciò apparire sia detto piano, sia il retrostante spuntone di Pietre verdi, come indica il foglio Matterhorn della Carta federale svizzera, riveduta da Imfeld nel 1877; oltre al contemporaneo costituirsi di altri fenomeni, come un nuovo piccolo piano sublacustre a monte del piccolo affioramento anfibolitico sovraccennato, una parziale fuoruscita del torrente subglaciale serpeggiante sul lato meridionale di detto piano, ecc.

In seguito la terminazione glaciale in esame andò ancora un po' oscillando, ma non molto notevolmente, anche per il continuo accrescersi della copertura morenica protettrice, che rende persino un po' incerta la precisa delimitazione periferica dell'area glaciale quivi piuttosto stazionaria e rappresentata da ghiaccio più o meno antico, continuando il torrente subglaciale a fuoruscire definitivamente presso il piccolo piano di quota 2115.

***

Passiamo ora al versante italiano del gruppo del Cervino.

Il Glacialismo occidentale, verso Valpelline (ghiacciai di Tza de Tzan e des Grandes Murailles), fu già trattato in un altro lavoro (1), per cui non restano da esaminarsi che i ghiacciai dell'alta Valtournanche coronanti la metà settentrionale del grande bacino del Breuil.

Detti ghiacciai sono ora relativamente numerosi, piccoli, elevati, frastagliati, essenzialmente appollaiati sulle gigantesche gradinate rocciose oppure incassati nelle maggiori incavature delle pareti gneissico-granitiche della grandiosa costiera del Cervino - Dent d'Hérens.

Ma, senza risalire all'epoca glaciale in cui tutta la Valtournanche era occupata da un'immensa fiumana di ghiaccio tributario di quella immane, assiale, baltea, che depositò il gigantesco anfiteatro di Ivrea nella sua fronte terminale, solo limitandoci all'ultimo e relativamente recente periodo *dauniano*, notiamo che allora i ghiacciai dell'alta Valtournanche erano ancora assai più estesi che non oggi, come accenneremo in breve.

I° Il **ghiacciaio della Gran Sommetta**, già esteso a quasi tutto il fianco settentrionale della costiera di Gran Sommetta-Motta di Pleté, ecc., in modo da discendere molto in basso verso la depressione di Goillet, depositò l'ampio detrito morenico ora tanto estesamente sparso alle falde di detta costiera, dove esso si connette e spesso si confonde col detrito franoide di falda.

---

(1) Sacco F., *Il Glacialismo antico e moderno della Valpellina* (" Atti Soc. it. Sc. Nat. ", vol. LVII, Milano, 1918).

Ancora nella prima metà del secolo XIX tale ghiacciaio era abbastanza esteso e completamente collegato a quello di Valtournanche, come mostra l'antica carta di Adams-Reilly del 1865. In seguito andò restringendosi ed isolandosi (v. fot. 111 del Catalogo Sella, 29 luglio 1882), riducendosi quasi solo a placche o vedrette glacio-nivali isolate, appiccicate nelle alte incavazioni della parete settentrionale, essenzialmente calcarea, della Gran Sommetta.

Però in questi ultimi 3 o 4 anni, in seguito a notevoli innevamenti e relative glaciazioni, il ghiacciaio della Gran Sommetta tende ad ingrandirsi di nuovo ed a collegarsi col ghiacciaio di Valtournanche.

II° **Ghiacciai di Valtournanche** (o **di Plan Tendre**) e **di S. Teodulo**, che accenno insieme, perchè, come oggi, essi furono sempre uniti insieme; anticamente più ispessiti (tanto che non ne emergevano tanti spuntoni rocciosi come oggi); discendevano assai in basso, come mostra il materiale morenico sparso nella regione del L. Goillet e della Vieille.

Ancora nella prima metà dello scorso secolo il loro margine occidentale, irregolarmente frastagliato quasi a festoni pseudo-ondulati, discendeva sotto i 2700 m., risultandone così, nei diversi momenti di sosta e di regresso glaciale, quell'ampio deposito morenico che si estende tra l'attuale fronte glaciale ed i 2600-2700 m., in foggia stranamente caotica (anche per la forma ondulata ed irregolare della soggiacente massa di Calceschisti con Pietre verdi) ma che in complesso si può ridurre ad alcuni cordoni morenici irregolarmente subarcuati alla terminazione del ghiacciaio del Théodule, qua e là con piccole depressioni originanti laghetti temporanei.

Nella parte anteriore (inferiore) della complessa formazione morenica frontale del ghiacciaio di Valtournanche (l. s.), resa ora ancor più irregolare dall'azione delle acque superficiali (che vi originano qua e là detti laghetti temporanei), si vede talora assai bene il materiale morenico di aspetto non molto antico, direttamente sovrapposto, si direbbe quasi *scaricato*, sulla superficie ondulata rocciosa frantumata, parzialmente coperta da teppa erbosa di aspetto antico. Noto qui, incidentalmente, che l'ampia area ondulatamente inclinata che stendesi ad Ovest di tali grandi zone moreniche, specialmente nella regione della Vieille, è costi-

tuita da Calceschisti con Pietre verdi che alla superficie sono caoticamente e straordinariamente frantumati per azione intensa e ripetuta di gelo e disgelo, ecc.

La carta del M. Rosa (1851) pubblicata da A. e H. Schlaginweit nell'atlante della loro opera *Neue Untersuch. über die Physic. Geogr. und Geol. der Alpen*, 1854, mostra, probabilmente in modo esagerato, il ghiacc. del Théodule, indicato come *Valtournanche Gletscher* scendente in basso verso il Plan Torrette con morene frontali arcuate ed un laghetto intermorenico.

Le fotografie del Sella (77 e 111, fatte il 22 agosto 1881 e il 29 luglio 1882) mostrano che in tali anni il ghiacc. di Valtournanche era relativamente ridotto, cosicchè il passo delle Cime Bianche era praticato sovente coi muli, ciò che continuò fino a qualche anno fa; ora da 3 o 4 anni, per forte addensamento delle nevi e successiva glaciazione, tale passaggio coi muli è diventato un po' difficile.

Anche la falda meridionale della dirupata parete di Furgen Grat fu già occupata da un'estesa fascia glaciale (*ghiacciaio di Furgen Grat*) che si collegava perfettamente colla parte destra del ghiacc. di St.-Théodule, come mostra assai bene (quantunque con rappresentazione un po' schematica) l'antica carta di Adams-Reilly del 1865.

In seguito detta fascia andò assottigliandosi (1), restringendosi, in modo da ridursi quasi solo ad una specie di lunga balconata glaciale, pensile, poggiante sopra una estesa e grandiosa gradinata dolcemente inclinata a N. N. O. per analogo andamento geo-tettonico dei Calceschisti con Pietre verdi; della precedente estensione rimasero, verso il basso, alcuni allineamenti morenici leggermente subarcuati, come osservasi tra i trinceramenti dei Fournets ed il lungo e stretto affioramento roccioso quotato 3208 m.; allineamenti rocciosi che vengono quasi a confondersi coi depositi analoghi (dapprima sparsi sul ghiacciaio, poi più in basso sempre più accumulati ed irregolarmente allineati) del margine destro del ghiacciaio di St.-Théodule.

---

(1) Anche il DAINELLI, nelle sue *Alcune osservazioni sui ghiacciai del versante ital. del Monte Rosa*, 1909, indica tale diminuzione di spessore osservata dalle sue guide.

I cambiamenti del glacialismo della regione di St.-Théodule poterono anche avere qualche influenza sopra il transito del famoso Colle che fu già assai frequentato anche con bestie da soma, ciò che oggi più non si verifica; ricordisi anche in proposito che quel colle fu già fortificato nel secolo XVII (vedi i doc. 8 e 11 in Vaccarone, *Le vie delle Alpi occidentali*, 1884), sia al passo, sia ai trinceramenti di Fournet. Il De Saussure nel volume IV (pag. 379) dei suoi *Voyages dans les Alpes* parla pure del ghiacciaio di Plan Tendre e di Valtournanche che egli attraversò il 14 agosto 1789 coi muli, come spesso si usava allora, e a cui ritornò poi anche nel 1792 per studiare il Cervino (l. c., p. 408). Recentemente ne troviamo cenno nel lavoro del Martelli sopra *I monti ed i ghiacciai di Ayas*, " Boll. C. A. I. ", XX, n. 53, 1887.

Pierre Puiseux scrivendo *L'histoire du M. Rose avant 1855* (" Ann. C. A. F. ", XVIII, 1891) parla pure del passo di St.-Théodule frequentato da tempi antichissimi, fortificato in antichi periodi guerreschi, ecc.

Consultisi la recente nota del Coolidge, *Il Colle di S. Teodulo nella Storia*, " Rivista C. A. I. ", 1911.

Le morene del ghiacciaio di Valtournanche sono ben visibili nella fotografia di V. Sella (n° 7, 22 Ag. 1881) e nella tavoletta dell'I. G. M. (1884); ma più spesso, come ora, sono mascherate da neve.

***

Quanto ai ghiacciai scendenti a sud del formidabile ed aspro gruppo montuoso del Cervino-Dent d'Hérens, essi ben dopo la grande epoca glaciale, e dopo l'importante periodo (*gschitziano?*) in cui depositarono la complessa serie morenica su cui si adagia ora largamente il paese di Valtournanche, cioè nel seguente periodo *dauniano*, riuniti insieme, costituivano una grandiosa fiumana glaciale che, occupando gran parte dell'alta Valtournanche, spingeva la sua fronte terminale sino allo sbocco del Vallone Creton; anzi in un periodo di precedente maggior estensione glaciale, detta fiumana, elevata sin sopra la zona dei casolari Layet, si potè estendere, assieme con quella del ghiacciaio Creton, sino alla gorgia del Cret, abbandonando, specialmente

sulla sinistra della Valtournanche, caratteristici depositi morenici a grandi massi, dalla regione di fronte a Les Vorpilles, attraverso la zona di Les Perères, sino al Cret.

Ma essenzialmente quando (e fu per un periodo assai lungo ed importante) il grande ghiacciaio del Cervino giungeva solo sino allo sbocco di Val Creton, formò verso l'avanti: a destra le lunghe gradinate sovragiacenti al piano dei Casolari Avril, interrotte verso monte dallo sbrecciamento connesso al vallone di Cors e dalla precipitosa gradinata rocciosa dei Crot; a sinistra due principali grandiosi cordoni morenici (suddivisibili in altri minori a collinette) fra loro subparalleli, l'interno più basso dell'esterno, e caratterizzati, oltre che dalla forma collinosa, da giganteschi massi sparsi gneissici e gneissico-granitici; carattere litologico che serve in parte a distinguere complessivamente le morene del Cervino dal materiale morenico o di falda (costituito da calceschisti, prasiniti, calcari) sceso dal rilievo di Bec Pio Merlo; quantunque anche tra il morenico del Cervino trovinsi detti materiali provenienti dalle regioni (a gigantesche gradinate) della Forca, ecc.

Verso la loro estremità meridionale dette morene originarono, per sbarramento, sia i due laghetti paludosi di C. Layet, siti verso i 2000 m. tra il terreno morenico ed i calceschisti (inclinati dolcemente a S. E. circa, affioranti ad O. di detti casolari), sia, un po' più a valle, due bei laghettini, fra cui il così detto L. Verde o Bleu (1984 m. s. l. m.), ben noto per la sua limpidità, la sua quiete, il suo paesaggio forestale, e per rispecchiare mirabilmente la gigantesca piramide del Cervino, in una cornice di Conifere con effetto artistico incomparabile.

Questi laghettini, alti e bassi, di sbarramento morenico, sono in relazione con una speciale idrografia sotterranea che si rivela più in basso con sorgenti presso la stradella di fondo valle. Notisi riguardo a questi bei laghi inferiori che quello maggiore ha due attivi emissari mentre non mostra immissari, per cui riesce evidente la sua alimentazione da sorgive subacquee; invece il laghetto più piccolo e di tinta più scura verde-bluastra, chiuso da una morenula, è alimentato dall'emissario del lago più grande ma non ha emissario proprio, per cui risulta perdente, ciò che ci spiega la sottostante sorgente presso la strada della Valle.

Nel periodo *dauniano*, in cui il ghiacciaio italiano meridionale del Cervino aveva l'indicato grande sviluppo (mentre il corrispondente svizzero, settentrionale, si estendeva oltre Zermatt), le sue morene di destra non poterono depositarsi regolarmente in causa sia delle varie confluenze laterali, sia della forma orografica, a scoscese gradinate rocciose originate dalle testate degli strati calceschistosi, prasinitici, ecc., immergentisi più o meno dolcemente a O. N. O. (per completo rovesciamento tettonico) sotto le potenti formazioni gneissico-granitiche del gruppo del Cervino.

Tuttavia troviamo terreno morenico sparso, ma di varia età e provenienza, sui piani inclinati di Batzé, Crot de Labié, Eura, ecc.

Invece sulla sinistra il margine della fiumana glaciale potè estendersi in generale abbastanza comodamente sugli ampi piani inclinati (verso O. circa) della formazione calceschistosa (con estese Pietre verdi), deponendovi così una serie di bei cordoni morenici, che dalle vicinanze del L. Verde sovraccennato (per l'estremità meridionale) sviluppansi ondulatamente, subparalleli od innestantisi, nelle regioni di Museroche, dell'Albergo Geomein, di Pré de Veau, di Pian Torrette, su su sino alle falde del gigantesco gradino roccioso che sostiene il ghiacciaio della Forca.

Oltre a veri cordoni morenici, però un po' larghi e depressi (quantunque talora ben elevati, come nella regione di Pré de Veau), osservansi talora depositi sparsi anche assai elevati e distanti dai tipici cordoni; così, per es., il gruppo dei giganteschi trovanti, in gran parte gneissici, che giacciono sopra Pian Torrette sino a circa 2900 m. di altezza.

Pure notevole è l'enorme masso macroprasinitifero, subovoidale, spaccato in due parti disuguali, ora un po' spostate, della dimensione di m. 11 $\times$ 7 $\times$ 4, che giace presso un laghetto (in serpentinoschisto contorto) tra Barmaz e Tramail de la Vieille poco sopra i 2300 m. s. l. m.

Lo sprone roccioso (Calceschisti con Pietre verdi svariate) che culmina nei rilievi quotati 2874-2701, costituì quasi il divisorio tra il ghiacc. del Théodule e quello del Cervino; il margine sinistro di quest'ultimo urtava in alto contro detto grande sprone, che ne irregolarizzò quindi il deposito morenico superiore, in parte poi anche mascherato dall'abbondante de-

trito di falda, essendo la roccia in questione molto facile a frantumarsi.

Quanto all'andamento e sviluppo delle morene *dauniane*, meglio di ogni descrizione è un'occhiata all'unita cartina dove esse sono segnate, talora un po' schematicamente e sinteticamente, in foggia di cordoni separati, mentre spesso trattasi di depositi più o meno allargati, un po' dispersi, fra loro collegati, quantunque talora anche foggiati e conservati a veri cordoni rilevati, come p. es. nella regione di Pré de Veau.

In un'ultima fase, relativamente breve, del periodo dauniano, il ghiacciaio italiano del Cervino, ingracilitosi ed abbassatosi, si ritirò di quasi 2 km. (da quanto si presentava nella fase principale sopradescritta); la sua fronte terminale, che si presentò allora a regolare semicerchio, occupava il bassopiano del Breuil (a circa 2000 m. s. l. m.), dove furono poi costruite le C. Planet (Hôtel des Jumeaux).

Di tale fase rimase quasi a prova quella serie, direi collana, di grossi massi erratici, di cui alcuni anche di 16 m. di diametro, con 7 od 8 di altezza, che trovansi disposti in semicerchio, come un gigantesco *Cromleck*, a valle di detto piano, quantunque poi un po' guasti e dispersi dalle correnti acquee, dai relativi alluvionamenti, ecc.

Anche in quest'ultimo momento del periodo dauniano, il deposito morenico di destra non potè formarsi regolarmente, e fu poi anche in parte asportato e guastato in seguito, rimanendone solo più lembi sparsi nella regione di Batzé, Eura, ecc. Invece sulla sinistra il deposito morenico, caratterizzato da grandiosi massi sparsi fra quelli minori, si potè costituire e conservare abbastanza bene nelle regioni di Creta, di quota 2393, 2538, 2700, ecc., diventando sempre più grossolano, caotico, franoide nella parte alta, con enormi massi angolari (anche di 10-12 m. di diametro), spesso quadrangolari, sparsi.

Infine (dopo forse un'ultima brevissima sosta della fronte glaciale arretratasi sin sopra 2100 m., come potrebbe (1) indi-

---

(1) Notisi riguardo a queste morene dauniane, come del resto anche per le morene più o meno recenti, che al loro piede dal lato interno (più che non da quello esterno) osservasi spesso una linea di grossi massi che par-

care un accumulo morenico un po' abbondante quivi depositato), per la grandiosa diminuzione generale storica del glacialismo antico, i ghiacciai del gruppo del Cervino, che si erano già poco a poco sempre più distinti verso la fine del periodo dauniano, sempre più regredendo ed ingracilendosi, si staccarono in numerosi lembi, che rimasero così appollaiati ed incastrati sulle gradinate rocciose o nelle incassature del fianco meridionale del Cervino - Dent d'Hérens.

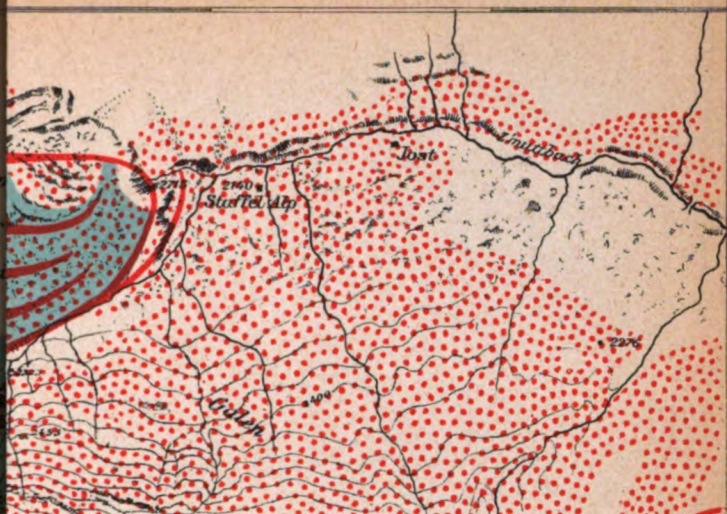
---

rebbero indicare depositi morenici più giovani (perchè più bassi) di quelli del cordone morenico contiguo; è vero che sovente sonvi veramente tali cordoni morenici minori, ma in molti casi trattasi solo dello speciale accumulo (discesa e semplice cernita per gravità) dei massi più grossi staccatisi dal fianco interno (che è il meno cementato ed il più franoso) della contigua alta morena.

Atti d.R.Accad.d.Scienze di Torino.- *Vol. LIII*

4° 52'

Aree glaciali

Terreno more

Cordoni mor

Roccie, detriti

46°

Glac de

Ferpècle

Col d'Hé

Jost

Staffel Alp

Gallen

2276

Ricerche sull'acqua di cristallizzazione-
composti con $2H^2O$ e con $3H^2O$

Comunicazione IV del Socio nazionale residente I. GUARESCHI

In due mie comunicazioni precedenti (1) del 1914 e 1915 ho esposto le ricerche fatte su molti composti salini contenenti $2H^2O$ quali sono: solfato di calcio e sodio, tartrato di sodio, bicromato di sodio, cloruro di bario, cloruro stannoso, solfato di calcio, nitroprussiato di sodio, cloruro rameico, bromuro e ioduro di sodio, acetato di cadmio, etilidendisolfato potassico, ditionato di sodio e ditionato di bario.

In una terza Nota ho esposto le ricerche su un sale con $5H^2O$ quale è il solfato di rame (2).

Altre ricerche avevo già fatto nel 1912 e 1913 intorno ad altri composti specialmente dei sali ad acidi organici (formiati) per stabilire quale era il loro punto di disidratazione e quali siano quelli che seguono la così detta regola di Rosenstiehl, cioè se $2H^2O$ si eliminano contemporaneamente.

Come già dissi, ho fatto allora molte esperienze anche con composti contenenti $3H^2O$, $4H^2O$, $5H^2O$, $7H^2O$ e $24H^2O$ e parte di queste esporrò in prossime comunicazioni.

Formiato di stronzio $(CH^2O^2)^2Sr + 2H^2O$.

I cristalli di formiato di stronzio sono stabili all'aria. Pasteur (3) dimostrò che questo sale contiene $2H^2O$ e non $4H^2O$

(1) *Ricerche sull'acqua di cristallizzazione. Composti con* $2H^2O$. Nota I, " Atti R. Accad. delle Scienze di Torino ", vol. XLIX, e Nota II, in " Atti R. Accad. Torino ", 1915, vol. 50.

(2) *Ricerche sull'acqua di cristallizzazione. Composti con* $5H^2O$. *Solfato rameico.* " Atti R. Accad. ", 1915, vol. 50, p. 1125.

(3) " A. Ch. " (3), 1850, t. 31, p. 100.

come si credeva prima. Perde tutta la sua acqua a 100° colla massima facilità. Però egli non esperimentò a temperature inferiori a 100°. Trovò 17 % invece di 16,9 %.

Io ho preparato un bel campione di formiato di stronzio cristallizzato e l'ho esaminato.

Gr. 1.1340 di sale secco all'aria furono scaldati per 40 ore a 30° in termostato, e perdettero 0,0944, ossia:

	trovato	calcolato per $(CHO^2)^2Sr.2H^2O - H^2O$
Per $1H^2O$	8,32	8,4

Continuai a scaldare e dopo 48 ore perdettero in totale 0,1454 cioè 12,80 % e per l'eliminazione di $1\,^1/_2 H^2O$ si calcola 12,6 %.

Continuai a scaldare a 30° e dopo 192 ore (8 giorni) perdettero in totale 0,1882 ossia:

	trovato	calcolato per $-2H^2O$
Per $2H^2O$	16,6	16,85

Scaldato ancora a 40° e 50° il sale non perde più di peso.

Dunque questo sale in termostato a 30° perde:

	$1\ H^2O$	in 40 ore	
	$^1/_2$ „	in 48 „	
e l'ultima	$^1/_2$ „	in 192 „	(8 giorni).

Il sale perde l'acqua anche nella macchina pneumatica a 20 mm. di pressione, temperatura ordinaria e in presenza di acido solforico. Dopo circa 70 ore perde — H^2O, dopo ancora circa 25 ore un'altra $^1/_2$ molecola e solamente dopo più di 100 a 120 ore perde l'ultima $^1/_2\ H^2O$.

Dunque anche per questo sale non si verifica la regola di Rosenstiehl.

Il sale anidro lasciato all'aria non ricupera l'acqua di cristallizzazione.

Questo sale ha il *punto di disidratazione* a 30° e perde l'ultima mezza molecola molto più lentamente.

Formiato di zinco $Zn(CHO^2)^2+2H^2O$.

Cristallizza in prismi monoclini isomorfi coi formiati di Mn e di Cd.

I cristalli sono stabili all'aria.

Questo sale ben cristallizzato fu scaldato in termostato. Grammi 1,0676 scaldati prima a 30° poi a 40° e 60° non perdettero di peso, ma dopo 24 ore a 70° perdettero 0,1097 cioè 10,27 % e per l'eliminazione di $1H^2O$ si calcola 9,4 %. Continuando a scaldare a 70° dopo ancora 40 ore perdettero in totale 0,2032, cioè 19,03 % e per $2H^2O$ si calcola 18,88 %.

Dunque per questo formiato si ha:

Punto di disidratazione 70°

Dopo 24 ore	$-1H^2O$
„ 40 „ la 2ª	H^2O.

Questo formiato a 100° dopo 3-4 ore perde tutta l'acqua di cristallizzazione (18,8 %) e lasciato all'aria il sale anidro riassorbe 16,2 % di acqua, cioè quasi $1\,{}^1/_2H^2O$.

Formiato di manganese $(CHO^2)^2Mn+2H^2O$.

Il formiato di manganese già preparato da Göbel, il quale vi ammetteva $4H^2O$, fu poi meglio esaminato da J. Chr. Hensen, il quale avrebbe dimostrato che contiene $2H^2O$; ma vi ha dosato l'acqua solamente per via indiretta.

Lasciato in disseccatore a cloruro di calcio, non perde acqua, e nemmeno in presenza di acido solforico.

Nel vuoto della macchina pneumatica a 10 mm. non perde di peso.

Perde rapidamente tutta l'acqua se si scalda sopra 100°:

Grammi 1,0878 scaldati in stufa di vetro col vapore di toluene (108°) dopo poco più di tre ore perdettero 0,2160, cioè:

	trovato	calcolato per $-2H^2O$
Per $2H^2O$	19,86	19,88

Il sale anidro stando lungo tempo all'aria ricupera tutte due le sue molecole d'acqua. Gr. 0,8708 di sale anidro ricuperarono 22,4 % del peso, il che corrisponde a $2H^2O$.

Il sale contenente $2H^2O$ fu scaldato in termostato a 30°-50°-60°, ma non perdette di peso; solamente a 70° comincia a perdere di pese e perde tutta l'acqua in tempi diversi:

Punto di disidratazione 70°

Dopo 74 ore perde		. . . .	$1 H^2O$
„ 46 „	„	. . . .	$^1/_2$ „
„ 168 „	„	. . . .	$^1/_2$ „

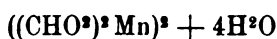
Fu ripetuta l'esperienza a 70° in ambiente limitato di aria, e precisamente in disseccatore con cloruro di calcio. In queste condizioni la perdita dell'acqua è più lenta, ma il risultato è lo stesso che il riscaldamento in libero termostato.

Temperatura di disidratazione 70°

Dopo 66 ore perde		. . . .	$1 H^2O$
„ altre 94 „	„	. . . .	$^1/_2$ „
„ 286 „	„	. . . .	$^1/_2$ „

Dunque anche in questo caso l'ultima $^1/_2$ H^2O si perde molto lentamente.

Il che farebbe dubitare che non sia una mezza molecola che si elimina, ma bensì una molecola intera dal sale rappresentato con formola doppia:

$$((CHO^2)^2 Mn)^2 + 4H^2O$$

e che successivamente perda $2H^2O$ — $1H^2O$ — $1H^2O$.

Clorato di calcio $Ca(ClO^3)^2.2H^2O$.

Secondo Mylius e Funk questo sale è deliquescente, fonde verso 100° nella sua acqua di cristallizzazione (talora sotto 100°) e per prolungato riscaldamento perderebbe 14,1 e per $2H^2O$ si calcola 14,83 %.

Questi dati sono incompleti ed anche non esatti. Ecco quanto io ho osservato; però in una sola serie di esperienze, perchè dovetti interrompere il lavoro.

Sul cloruro di calcio il clorato di calcio cristallizzato non perde affatto del proprio peso. Così pure sull'acido solforico anche dopo 24 ore.

In termostato a 40° non perde di peso, ma a 50° perde tutta l'acqua.

Grammi 1,0105 di clorato di calcio scaldati a 50° in termostato perdettero dopo 42 ore gr. 0,1477, ossia:

	trovato	calcolato per $Ca(ClO^3)^2.2H^2O$
H^2O %	14,61	14,83

Anche a 99° non perde più del proprio peso.

Il sale secco lasciato all'aria ricupera presto la sua acqua e cade in deliquescenza.

Dunque il *punto di disidratazione* di questo sale è 50° e non 100° come credevano Mylius e Funk.

Ferrocianuro di potassio $Fe(CN)^6.K^4+3H^2O$.

Secondo che è indicato da vari scrittori, il ferrocianuro di potassio perde tutta l'acqua di cristallizzazione a 100°. Schroeder (1) ha determinato l'acqua usando dei pesafiltri di varie dimensioni ed ottenne sempre i medesimi risultati. Non dice però a quale temperatura ha determinato l'acqua, ma pare che anche egli abbia scaldato a 100°.

Io ho osservato che questo sale perde l'acqua molto più facilmente: già a 50° in termostato, a 42° in corrente d'aria e a temperatura ordinaria sul cloruro di calcio.

Gr.1,6810 di sale furono scaldati per 4 ore in termostato a 40° e non perdettero di peso; a 50° dopo 5 ore perdettero 0,0790, cioè 4,69 %, e dopo ancora 3 ore perdettero di nuovo 0,0944,

(1) " Zeits. f. anorg. Chem. ", 1911, t. 72. p. 89.

cioè in totale 0,1734, pari a 10,3 %, e dopo ancora 3 ore perdettero 0,0456, cioè in totale 0,2190 ossia:

	trovato	calcolato per $Fe(CN)^6K^4.3H^2O$
H^2O %	13,02	12,78

Per 2 $^1/_2$ H^2O si calcola 10,6. L'ultima $^1/_2$ H^2O si è eliminata più lentamente.

Grammi 0,9332 di sale furono scaldati in corrente di aria secca e a 42° (vapore di metilale); dopo 2 ore perdettero 0,0453, cioè 4,8 %, cioè un poco più di $1H^2O$ (calc. 4,2 %); dopo $3^h,20^m$ perdettero ancora 0,0550, cioè in totale 0,1003, pari a 10,7 %, e per 2 $^1/_2$ H^2O si calcola 10,6 %. Dopo ancora 3 ore perdettero 0,0167, cioè in totale 12,54 %, e per $3H^2O$ si calcola 12,7 %.

Dunque anche in questo caso l'ultima mezza molecola si è eliminata più lentamente.

Il ferrocianuro di potassio perde tutta l'acqua anche stando in un disseccatore a cloruro di calcio. L'egr. Dott. D. Annaratone sino dal 1901 fece nel mio laboratorio alcune ricerche sul ferrocianuro di potassio, che gli servirono poi per la tesi di laurea, e fra queste vi è quella dell'eliminazione dell'acqua dal ferrocianuro a temperatura ordinaria e sul cloruro di calcio; la temperatura era sempre tra 14° e 15° eccetto i primi giorni che era di 9° a 12°. Le pesate ed il tempo impiegato ad eliminarsi dell'acqua furono raccolte dall'Annaratone in una tabella, dalla quale risulta che in:

ore	32	perde	$^1/_2 H^2O$
„	96	„	„
„	86	„	„
„	106	„	„
„	230	„	„
„	576	„	„

Come si scorge, le due mezze molecole ultime si eliminano molto lentamente ed in ispecie la ultima mezza molecola.

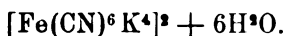
Furono fatte 68 pesate a intervalli regolari ed i risultati si possono rappresentare con una curva, che non riproduco per brevità.

Dunque il punto di disidratazione di questo sale è a:

50° in termostato;
42° in corrente d'aria;

a temperatura ordinaria sul cloruro di calcio.

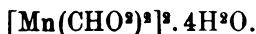
Tutto l'andamento della perdita dell'acqua di cristallizzazione in questo sale si spiegherebbe benissimo se si ammette la formola doppia:

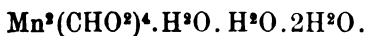
$$[Fe(CN)^6 K^4]^2 + 6H^2O.$$

La perdita delle molecole d'acqua si farebbe regolarmente per numeri interi.

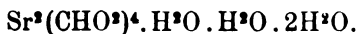
L'ultima molecola molto più lentamente.

Io ho dunque ottenuto che in molti sali con $2H^2O$ (ed anche con $3H^2O$, come ad esempio il ferrocianuro di potassio) spesse volte l'ultima mezza molecola si elimina molto lentamente o a temperatura più alta che non le prime tre mezze molecole. E la perdita dell'ultima mezza molecola ha luogo in limiti ben definiti. Questo fatto mi fa dubitare assai, come già dissi a proposito del solfato di rame, che si possa parlare di mezze molecole; tanto più che, data la formola H^2O, non si capisce come possa esistere $HO\ ^1/_2$. *È molto più probabile che i sali metallici abbiano un peso molecolare superiore a quello generalmente ammesso.*

A cagion d'esempio, il *formiato di manganese*, sempre rappresentato con $Mn(CHO^2)^2.2H^2O$, dovrebbe rappresentarsi con:

$$[Mn(CHO^2)^2]^2.4H^2O.$$

Allora si spiega benissimo come nelle 72 ore a 70° in termostato perda $2H^2O$, nelle successive 46 ore la terza molecola e nelle ultime 68 ore la quarta molecola. Si avrebbe quindi:

$$Mn^2(CHO^2)^4.H^2O.H^2O.2H^2O.$$

Così dicasi del *formiato di stronzio* $Sr(2HO^2)^2Sr.2H^2O$, che dovrebbe scriversi con:

$$Sr^2(CHO^2)^4.H^2O.H^2O.2H^2O.$$

Dai dati sperimentali che ho ottenuto da molti allumi si vedrà come la determinazione dell'acqua di cristallizzazione sia più favorevole alla vecchia formola con $24H^2O$ che non a quella dimezzata con $12H^2O$.

Questo fatto da me notato assai di frequente, che molti sali perdono la loro acqua a frazioni di molecola, fa nascere dunque il dubbio che il loro peso molecolare sia più elevato di quello col quale generalmente sono rappresentati.

In successive note esporrò le ricerche già fatte da vari anni su molti sali.

Torino. R. Università. Maggio 1918.

Simmetria e periodicità nelle frazioni continue di Halphen

Nota II di F. GERBALDI, a Pavia

8. — Condizioni di periodicità dello sviluppo di $\sqrt{X}$. — D'ora in poi ci occuperemo delle condizioni di periodicità per la frazione continua completa (in forma normale), di cui fa parte quella discendente che sviluppa $\sqrt{X}$, e supporremo sempre $q_3 \neq 0$ e $K \neq 0$.

Affinchè tale frazione continua sia periodica, è necessario e sufficiente che nella successione dei parametri $t, t_1, t_2 \ldots$, oltre al parametro iniziale $t=0$, ve ne siano altri nulli; quando il primo di questi sia $t_h = 0$ $(h > 2)$, si ha per il [N. 10]: $v_h = 0$, $v_{h+1} = \infty$, $v_{h+2} = 0$. Allora un periodo (fondamentale) limitato da due frazioni parziali irregolari è:

$$\frac{\frac{1}{2}q_3 s^3|}{|1-u_1 s} + \frac{v_2 s^2|}{|1-u_2 s} + \ldots + \frac{v_{h-1}s^2|}{|1-u_{h-1}s} + \frac{\frac{1}{2}q_3 s^3|}{|1+q_1 s+q_2 s^2},$$

e consta di $h+1$ frazioni, se, stando alla convenzione fatta, si contano per 3 frazioni le due irregolari.

In tal caso, la frazione continua completa non solo è simmetrica rispetto ad ogni denominatore irregolare [Teorema N. 11], ma possiede anche simmetria rispetto a certi termini regolari. Si ha il seguente teorema, che in sostanza fu già notato da Abel (salvo la forma della frazione continua, della quale Abel faceva uso, equivalente alla nostra in forma normale).

Teorema. — *Quando la frazione continua che sviluppa $\sqrt{X}$, in forma normale, è periodica; un periodo fondamentale limitato da due frazioni irregolari, è simmetrico.* — Infatti, se $h+1$ è il numero delle frazioni del periodo, per quanto si è stabilito al [N. 11], essendo $t_h=0$, si ha: $u_{h-1}=u_{h+2}$ e $v_{h-1}=v_{h+3}$; inoltre per la supposta periodicità si ha: $u_1 = u_{h+2}$ e $v_2 = v_{h+3}$; si deduce $u_{h-1}=u_1$ e $v_{h-1}=v_2$; e di qui si conchiude il teorema.

Da quanto si è detto si deduce:

1°) La condizione necessaria e sufficiente per l'esistenza di un periodo fondamentale di $h+1$ $(h>2)$ frazioni parziali, è l'annullarsi di una funzione intera dei coefficienti di x, la quale è niente altro che il denominatore della funzione razionale che esprime v_{h+1};

2°) Se la frazione continua che sviluppa $\sqrt{X}$ è simmetrica rispetto ad un termine regolare, essa è anche periodica; quindi, se, dati i valori numerici dei coefficienti di X, si calcolano successivamente colle formole ricorrenti i valori u_i, v_i e si trova che uno di questi è radice di una delle equazioni (8), (9), (18), (19), si può conchiudere che la frazione continua è periodica e si può, senza ulteriori calcoli, scrivere un intero periodo; la stessa conclusione si può fare, appena che per due coefficienti successivi u_i, u_{i+1}, ovvero v_i, v_{i+1}, si trovano valori eguali.

3°) Condizione necessaria, ma non sufficiente, affinchè sia periodica la frazione continua che sviluppa $\sqrt{X}$, è che una delle equazioni (6) o (13) abbia una radice appartenente al campo di razionalità individuato dai coefficienti di X, da ξ e da $\sqrt{p_0}$.

Osserviamo che per calcolare il polinomio, che col suo annullarsi dà la condizione per la esistenza di un periodo di h frazioni parziali, non è necessario spingere il calcolo delle v fino alla v_h. Per il teorema sopra stabilito relativo alla simmetria del periodo, se h è pari, $h=2r$, basta considerare la funzione $u_r - u_{r-1}$; se h è impari, $h=2r+1$, basta considerare la funzione $v_{r+1} - v_r$.

Calcolando il numeratore di una di queste funzioni razionali nei coefficienti di X ed eguagliando a zero, si ha la condizione domandata.

Esempio: $h=4$; qui si ha $r=2$; si calcola $u_2 - u_1$. Dalle [(30), (31) del § 2] si ricava:

$$u_2 - u_1 = -\frac{J}{q_3} + \frac{q_3^3}{2K} = \frac{q_3^4 - 2JK}{2q_3K};$$

dunque la condizione per l'esistenza d'un periodo con 4 frazioni parziali è $q_3^4 - 2JK = 0$, come si è visto sopra (N. 7).

Già Abel si era giovato dell'ultima osservazione per semplificare i calcoli; questi, nondimeno, sviluppati col metodo

esposto, non lasciano intravedere alcuna semplice legge per la formazione dei polinomi domandati.

Siffatta legge è stata scoperta da HALPHEN, il quale vi giunse, avendo a guida lo stretto legame, che intercede tra la teoria della moltiplicazione delle funzioni ellittiche e quella della periodicità delle frazioni continue, che sviluppano $\sqrt{X}$. In quel che segue faremo vedere come le formole di HALPHEN si possono stabilire con un procedimento interamente algebrico.

9. I polinomi τ_h. Equazioni ricorrenti tra essi. — Ricordiamo [N. 11] che i coefficienti v_i, u_i sono funzioni razionali delle q_1, q_2, q_3, q_4, e poniamo: $v_i = \frac{V_i}{W_i}$, denotando con V_i e W_i due polinomi primi tra loro nelle variabili q_i $(i = 1, 2, 3, 4)$. Dalla relazione ricorrente [(57) § 1], introducendo le $w_i = q_3 u_i - q_4$, si ricava: $w_i = 2 \frac{V_i V_{i+1}}{W_i W_{i+1}}$.

Ricordiamo inoltre [N. 11], che quando si ha: $v_h = \infty$, ne viene di conseguenza: $v_{h-1} = 0$, $v_{h+1} = 0$, v_{h-2} e v_{h+2} sono finiti e diversi da 0, per avere supposto $q_3 \neq 0$ e $K \neq 0$. Di qui si deduce che, se, considerando le q_1, q_2, q_3, q_4 come variabili indipendenti, ciascuno dei polinomi W_i si pensa scomposto in fattori, e se $\omega_{h-1}, \omega_h, \omega_{h+1}$ sono tre fattori irreducibili rispettivam. di W_{h-1}, W_h, W_{h+1}:

1°) $\omega_{h-1}, \omega_h, \omega_{h+1}$ sono necessariamente distinti;

2°) ω_h è un divisore di V_{h-1} e V_{h+1};

3°) ω_{h-1} e ω_{h+1} sono divisori di V_h;

perciò si può scrivere:

$$W_{h-1} = \omega_{h-1}^{a} W_{h-1}^{*}, \qquad W_h = \omega_h^{b} W_h^{*}, \qquad W_{h+1} = \omega_{h+1}^{c} W_{h+1}^{*}$$
$$V_{h-1} = \omega_h^{b'} V_{h-1}^{*}, \qquad V_h = \omega_{h-1}^{a'} \omega_{h+1}^{c'} V_h^{*}, \qquad V_{h+1} = \omega_h^{b''} V_{h+1}^{*},$$

dove gli esponenti $a, b, c, \ldots$ sono interi positivi, e le V^*, W^* denotano polinomi, che non sono più divisibili per alcuno dei fattori $\omega_{h-1}, \omega_h, \omega_{h+1}$.

Dalle formole scritte si deduce:

$$w_h = 2 \omega_{h-1}^{a'} \omega_h^{b''-b} \omega_{h+1}^{c'-c} \frac{V_h^* V_{h+1}^*}{W_h^* W_{h+1}^*};$$

di qui, se si tien presente che, quando $\omega_h = 0$, insieme a $v_h = \infty$ si deve avere [N. 11] anche $u_h = \infty$, e quindi $w_h = \infty$, si vede che deve essere $b > b''$ e quindi $b > 1$. Si conchiude:

In W_h *ogni fattore irreducibile comparisce elevato ad una potenza superiore alla prima.*

Ciò stabilito, denotiamo con τ_i il prodotto dei fattori irreducibili di W_i, elevati ognuno alla prima potenza. Da quanto sopra si è visto, segue:

1°) τ_{h-1}, τ_h, τ_{h+1} sono primi tra loro;

2°) W_h contiene il fattore τ_h^2;

3°) V_h contiene il fattore $\tau_{h-1}\,\tau_{h+1}$.

In conclusione possiamo dire che v_h è della forma:

$$v_h = \rho\,\frac{\tau_{h-1}\,\tau_{h+1}}{\tau_h^2}, \tag{1}$$

dove ρ denota una funzione razionale nelle q_i ($i = 1, 2, 3, 4$), che in generale non si annulla quando si annulla τ_h e resta finita quando si annullano τ_{h-1}, τ_{h+1}. Vedremo in seguito che la funzione ρ è la stessa per tutti i valori dell'indice h, per guisa che $\tau_h = 0$ è la condizione necessaria e sufficiente affinchè si abbia $v_h = \infty$ insieme a $v_{h-1} = 0$ e $v_{h+1} = 0$; cioè:

Teorema. — $\tau_h = 0$ *è la condizione di periodicità, con un periodo di* h *frazioni parziali.*

Osserviamo poi che, essendo: $q_3\,u_h - q_4 = 2v_h\,v_{h+1}$, dalla (1) si ricava:

$$w_h = 2\rho^2\,\frac{\tau_{h-1}\,\tau_{h+2}}{\tau_h\,\tau_{h+1}}, \tag{2}$$

dalla quale si vede che, quando sia $v_{h+1} = \infty$, e quindi $\tau_{h+1} = 0$, si hanno per conseguenza i valori:

$$w_{h-1} = 0, \qquad w_h = \infty, \qquad w_{h+1} = \infty, \qquad w_{h+2} = 0,$$

d'accordo con quanto si conosce dal [N. 11] per i valori:

$$u_{h-1} = \frac{q_4}{q_3}, \qquad u_h = \infty, \qquad u_{h+1} = \infty, \qquad u_{h+2} = \frac{q_4}{q_3}.$$

Resta che dimostriamo che la funzione ρ è indipendente dall'indice h; nel tempo stesso troveremo le formole ricorrenti per il calcolo dei polinomi τ_h; dopo di che le formole (1) e (2) servono ad esprimere nel modo più semplice i coefficienti u_h, v_h considerati come funzioni razionali delle variabili q_i. A questo scopo, facciamo provvisoriamente l'ipotesi che sia ρ indipen-

dente dall'indice h; e risaliamo alle equazioni ricorrenti [(a), (b), N. 8], che sussistono tra le v_i e le w_i; cioè:

$$q_3^2(v_i + v_{i+1}) = w_i^2 + Jw_i + K, \qquad w_i + w_{i-1} + J = \frac{q_3^2}{2v_i},$$
$$2v_i v_{i+1} = w_i, \qquad w_i w_{i-1} = K - q_3^2 v_i;$$

sostituiamo in queste alle v_i, w_i le loro espressioni mediante le τ date dalle (1) e (2); la seconda resta soddisfatta identicamente e le altre dànno:

$$A_i = 4\tau_{i-1}^2 \tau_{i+2}^2 \rho^4 + 2J\tau_{i-1}\tau_i\tau_{i+1}\tau_{i+2}\rho^2 - q_3^2(\tau_{i-1}\tau_{i+1}^3 + \tau_i^3\tau_{i+2})\rho + \\ + K\tau_i^2\tau_{i+1}^2 = 0,$$
$$B_i = 4(\tau_{i-1}^2\tau_{i+2} + \tau_{i-2}\tau_{i+1}^2)\rho^3 + 2J\tau_{i-1}\tau_i\tau_{i+1}\rho - q_3^2\tau_i^3 = 0,$$
$$C_i = 4\tau_{i-2}\tau_{i+2}\rho^4 + q_3^2\tau_{i-1}\tau_{i+1}\rho - K\tau_i^2 = 0.$$

Resta a vedere se si possa determinare una funzione ρ, indipendente dall'indice i, in modo che esista un sistema di polinomi τ_i, i quali soddisfacciano ad un tempo ai tre sistemi di equazioni:

$$A_i = 0, \qquad B_i = 0, \qquad C_i = 0,$$

per tutti i valori interi dell'indice i.

A questo scopo conviene anzitutto osservare che sussistono identicamente le relazioni:

$$(3) \qquad \rho\tau_{i+2}B_i - A_i = \tau_{i+1}^2 C_i, \qquad \rho\tau_{i-2}B_i - A_{i-1} = \tau_{i-1}^2 C_i,$$

dalle quali segue che, se si determinano le τ_i in modo da soddisfare al sistema di equazioni $A_i = 0$, restano in conseguenza soddisfatti i sistemi $B_i = 0$ e $C_i = 0$.

Siccome la frazione continua che ora consideriamo è quella che sviluppa $\sqrt{X}$, abbiamo $v_0 = \infty$, e quindi dobbiamo assumere $\tau_0 = 0$.

Inoltre, avendo supposto $q_3 \neq 0$ e $K \neq 0$, abbiamo trovato [(30), § 1]: $v_2 = \frac{K}{q_3^2}$, e però v_2 è finito e diverso da 0; allora, per la (1), τ_1 e τ_2 sono diversi da 0.

Senza ledere la generalità possiamo supporre $\tau_1 = 1$, $\tau_2 = 1$; basta a questo scopo osservare che, se le τ_i si moltiplicano

per τ_1^{i-2} e τ_2^{1-i} le v non si alterano, mentre i valori τ_1 e τ_2 diventano eguali all'unità.

Per le dette ragioni supporremo d'ora in poi:

$$\tau_0 = 0, \qquad \tau_1 = 1, \qquad \tau_2 = 1.$$

E allora, se confrontiamo i valori di v_2, w_2 trovati al [N. 11] con quelli che si ricavano dalle (1), (2), abbiamo:

$$\rho\,\tau_3 = \frac{K}{q_3^2}, \qquad \rho^3\tau_4 = \frac{q_3^4 - 2JK}{4q_3^2}. \tag{4}$$

Osserviamo che a questo stesso risultato si giunge risolvendo rispetto a τ_3 e τ_4 le equazioni:

$$C_2 \equiv q_3^2\rho\tau_3 - K = 0, \qquad B_2 \equiv 4\rho^3\tau_4 + 2J\rho\tau_3 - q_3^2 = 0.$$

Dopo ciò si vede facilmente che, se si assegna a ρ un valor costante (non nullo) e se coi valori iniziali $\tau_0 = 0$, $\tau_1 = 1$, $\tau_2 = 1$ si assumono i valori di τ_3 e τ_4 dati dalle (4), i tre sistemi di equazioni $A_i = 0$, $B_i = 0$, $C_i = 0$ sono equivalenti al sistema $C_i = 0$. Infatti, anzitutto si ha: $B_2 = 0$, $C_2 = 0$, donde per le (3) segue $A_2 = 0$. — Poi dall'equazione $C_3 = 0$ si ricava τ_5; allora (essendo $A_2 = 0$, $C_3 = 0$) dalle (3) si deduce: $B_3 = 0$, $A_3 = 0$. In generale, supposto che $\tau_0, \tau_1, \tau_2, \dots \tau_{h+1}$ $(h > 3)$ soddisfacciano alle

$$A_i = 0, \quad B_i = 0, \quad C_i = 0 \quad \text{con } i = 2, 3, \dots, h-1,$$

dall'equazione $C_h = 0$ si ricava τ_{h+2} e le (3) mostrano che allora si ha anche $B_h = 0$ e $A_h = 0$,

10. Proprietà dei polinomi τ_i. — Per conseguenza ci limiteremo allo studio del sistema $C_i = 0$. Supposto che questo sia risoluto rispetto alle τ, e che queste si sostituiscano nelle (1), (2), le espressioni, che si ottengono per le v_h, w_h, devono anzitutto essere indipendenti dalla costante arbitraria ρ. Questa circostanza si verifica mediante la stessa equazione:

$$C_i \equiv 4\tau_{i-2}\tau_{i+2}\rho^4 + q_3^2\tau_{i-1}\tau_{i+1}\rho - K\tau_i^2 = 0; \tag{5}$$

invero questa si può scrivere:

$$4\,\frac{\rho\,\tau_{i-2}\,\tau_i}{\tau^2_{i-1}}\;\frac{\rho\,\tau_i\,\tau_{i+2}}{\tau^2_{i+1}}+q_3^2\,\frac{\tau_i^2}{\rho\,\tau_{i-1}\,\tau_{i+1}}-K\,\frac{\tau_i^4}{\rho^2\,\tau^2_{i-1}\,\tau^2_{i+1}}=0\,,$$

ossia:

$$4\,v_{i-1}\,v_{i+1}+\frac{q_3^2}{v_i}-\frac{K}{v_i^2}=0\,,$$

e mostra che, se v_{i-1} e v_i sono indipendenti da ρ, lo stesso accade anche per v_{i+1}.

Osserviamo, passando, che l'equazione $C_i=0$ è niente altro che l'equazione ricorrente [(66), § 1]. — Similmente le equazioni ricorrenti [(65), (67), § 1], quando alle v_i si sostituiscano le loro espressioni nelle τ, si mutano nelle equazioni $A_i=0$, $B_i=0$.

Ciò posto, occupiamoci delle soluzioni del sistema $C_i=0$. Sostituendo a K il valore che si ricava dalla prima delle (4), la (5) si può scrivere:

$$\frac{4\rho^3}{q_3^2}\,\tau_{i-2}\,\tau_{i+2}+\tau_{i-1}\,\tau_{i+1}-\tau_3\,\tau_i^2=0\,.$$

Poniamo:

$$a=\frac{q_3^2}{4\rho^3}\qquad\text{e quindi}\qquad \rho=\sqrt[3]{\frac{q_3^2}{4a}}\,;\tag{6}$$

sarà a una quantità arbitraria finita e diversa da 0, che introdurremo in luogo di ρ. Allora le (4) che servono a determinare τ_3 e τ_4 diventano:

$$\tau_3=\sqrt[3]{\frac{4a}{q_3^8}}\,K\,,\qquad \tau_4=\frac{a}{q_3^4}\,(q_3^4-2JK)\,,\tag{7}$$

e l'equazione ricorrente, che serve a calcolare τ_i $(i>4)$, diventa:

$$\frac{1}{a}\,\tau_i\,\tau_{i-4}+\tau_{i-1}\,\tau_{i-3}-\tau_3\,\tau_{i-2}^2=0\,.\tag{8}$$

Le espressioni delle prime τ, che da questa si ricavano, sono:

$$\left\{\begin{aligned}
\tau_5&=a\,[\tau_3^3-\tau_4]\,,\\
\tau_6&=a\,\tau_3\,[\tau_4^2-a\,(\tau_3^3-\tau_4)]\,,\\
\tau_7&=a^2\,[-\tau_4^3+a\,(\tau_3^3-\tau_4)\,\tau_3^3]\,,\\
\tau_8&=a^3\,\tau_4\,[\tau_3^3\,\tau_4^2+a\,(\tau_3^3-\tau_4)\,(\tau_4-2\,\tau_3^3)]\,,\\
\tau_9&=a^4\,\tau_3\,[-\tau_4^5+a\,(\tau_3^3-\tau_4)\,\tau_4^3+a^2\,(\tau_3^3-\tau_4)^3]\,,\ \text{ecc.}
\end{aligned}\right.\tag{9}$$

In generale, facendo uso della (8) per calcolare τ_i, questa viene espressa mediante le quattro precedenti da un quoziente, che ha per divisore τ_{i-4}; quando alle $\tau_{i-1}, \tau_{i-2}, \tau_{i-3}, \tau_{i-4}$ si sostituiscono le loro espressioni in τ_3 e τ_4, la divisione si fa esattamente e ogni τ_i viene espressa da un polinomio in τ_3 e τ_4. Questo fatto si è sopra verificato per i valori $i = 5, 6, \ldots 9$ dell'indice.

La proprietà è vera in generale. Basta dimostrare che se $\tau_5, \ldots \tau_{m-1}$ ($m > 5$) sono polinomi nelle due variabili τ_3, τ_4, anche τ_m è un polinomio nelle stesse variabili.

A questo scopo, cominciamo ad osservare che, se si considera la successione $\tau_3, \tau_4, \tau_5, \ldots \tau_{m-1}$ formata da quelle τ, che sono supposte razionali intere nelle due variabili τ_3, τ_4, non può accadere che due di esse consecutive abbiano un divisore comune; infatti, se ω fosse un divisore comune (irreducibile) a τ_h e τ_{h-1} ($h < m$), cioè: $\tau_h \equiv 0$ e $\tau_{h-1} \equiv 0$ (mod. ω); seguirebbe dalla (8): $\tau_{h-2} \equiv 0$ (mod. ω); e così di seguito: $\tau_{h-3} \equiv 0, \ldots \tau_4 \equiv 0, \tau_3 \equiv 0$; ma ciò è assurdo, essendo τ_3 e τ_4 variabili indipendenti.

Ciò posto, facciamo l'ipotesi che τ_m sia frazionaria e che ω sia un divisore (irreducibile) del suo denominatore. Allora, dalla relazione (8), per $i = m$, tenendo presente che $\tau_{m-1}, \tau_{m-2}, \tau_{m-3}, \tau_{m-4}$ sono per ipotesi intere, si deduce: $\tau_{m-4} \equiv 0$ (mod. ω); indi, per l'osservazione precedente, si conchiude $\tau_{m-3} \not\equiv 0$ (mod. ω). — Ancora, dalle due relazioni cui dà luogo la (8) quando si prenda $i = m - 1$ e $i = m - 2$, e dalle $\tau_{m-4} \equiv 0$, $\tau_{m-3} \not\equiv 0$ (mod. ω), si deduce: $\tau_{m-1} \not\equiv 0$, $\tau_{m-2} \not\equiv 0$ (mod. ω). — E ora, tenendo presenti le

$$v_{m-1} = \rho \frac{\tau_m \tau_{m-2}}{\tau^2_{m-1}}, \qquad v_{m-2} = \rho \frac{\tau_{m-1} \tau_{m-3}}{\tau^2_{m-2}},$$

visto che per una coppia generica di valori di τ_3 e τ_4 che renda $\omega = 0$; si ha: $\tau_m = \infty$; mentre $\tau_{m-1}, \tau_{m-2}, \tau_{m-3}$ sono finiti e diversi da 0, si conclude che per una tale coppia di valori si avrebbe: $v_{m-1} = \infty$, v_{m-2} finito e diverso da 0; ma ciò è in contradizione con quanto sappiamo [N. 11], cioè che: quando $v_{m-1} = \infty$, deve essere $v_{m-2} = 0$. Dunque l'ipotesi che τ_m sia una funzione non intera di τ_3 e τ_4 non regge. E così resta stabilito il seguente:

Teorema. — *Tutte le τ_i che soddisfano il sistema di equazioni* (8), *sono funzioni razionali intere delle due* τ_3, τ_4.

Dalle considerazioni fatte per dimostrare questo teorema, risulta anche:

Teorema. — *Tre polinomi consecutivi* $\tau_{i-2}, \tau_{i-1}, \tau_i$ *sono primi tra loro.*

Invero si è visto che due τ consecutive non hanno divisori comuni; quindi non hanno divisori comuni τ_i, τ_{i-1} e neppure τ_{i-1}, τ_{i-2}; se poi τ_i e τ_{i-2} avessero un divisor comune (irreducibile) ω, questo, in virtù della (8), sarebbe divisore di τ_{i-1} ovvero di τ_{i-3}; ma allora ω sarebbe divisore di due τ consecutive.

Sebbene le v e le u siano, come sopra si è visto, indipendenti dal valore di ρ e quindi da quello di a, le τ invece, come mostrano le (9), dipendono da a, che possiamo pensare come variabile indipendente. Le τ sono razionali intere anche rispetto ad a.

Denotiamo con τ'_i il valore di τ_i quando ad a si sostituisce ka, essendo k un fattore arbitrario (non nullo). Anzitutto dalle (7) si ha:

$$\tau'_3 = k^{\frac{1}{3}}\tau_3, \qquad \tau'_4 = k\tau_4;$$

poi dalla (8) per $i = 5$:

$$\frac{1}{a}\tau_5 + \tau_4 - \tau_3^3 = 0, \qquad \frac{1}{a'}\tau'_5 + \tau'_4 - \tau'^3_3 = 0,$$

e da queste, tenendo presenti i valori di a', τ'_3, τ'_4, si deduce: $\tau'_5 = k^2\tau_5$.

Similmente dalla (8) per $i = 6$, si deduce: $\tau'_6 = k^{\frac{10}{3}}\tau_6$.

Così continuando, si trova:

$$\tau'_7 = k^5\tau_7, \qquad \tau'_8 = k^7\tau_8, \qquad \tau'_9 = k^{\frac{28}{3}}\tau_9, \text{ ecc.}$$

In generale, quando a si moltiplica per k, i valori di τ_i si moltiplicano per potenze di k, e si ha:

$$\tau'_i = k^{n_i}\tau_i. \tag{10}$$

Per dimostrar ciò e per calcolare nel tempo stesso l'esponente n_i, teniamo presente che si ha: $\rho' = k^{-\frac{1}{3}}\rho$ e che scambiando le τ_i nelle τ'_i le v debbono restare inalterate; cioè:

$$\rho' \frac{\tau'_{i-1}\tau'_{i+1}}{\tau'^2_i} = \rho\frac{\tau_{i-1}\tau_{i+1}}{\tau_i^2};$$

di qui si ricava una relazione ricorrente tra gli esponenti n_i, che è:

$$n_{i-1} - 2n_i + n_{i+1} - \frac{1}{3} = 0\,;$$

inoltre deve essere $n_1 = 0$, $n_2 = 0$, perchè abbiamo fissato $\tau_1 = 1$, $\tau_2 = 1$. Si vede subito che per soddisfare a queste condizioni, basta assumere:

$$n_i = \frac{1}{6}(i-1)(i-2). \tag{11}$$

E ora per dimostrare la (10) basta provare che calcolando le τ'_i colla (10), resta soddisfatta l'equazione:

$$\frac{1}{a'}\tau'_i\tau'_{i-4} + \tau'_{i-1}\tau'_{i-3} - \tau'_3\tau'^2_{i-2} = 0\,,$$

quando le τ_i soddisfano le (8); a questo scopo basta verificare che si ha:

$$-1 + n_i + n_{i-4} = n_{i-1} + n_{i-3} = 2n_{i-2} + \frac{1}{3}\,.$$

Dunque la (10) è dimostrata e l'esponente n_i è dato dalla (11); n_i è intero, quando i non è multiplo di 3.

Intanto, se si conoscono le τ_i per un dato valore a, si deducono subito le τ'_i per qualsiasi altro valore a'; basta far uso della (10) dove si ponga: $k = \frac{a'}{a}$.

E noi possiamo scegliere a in modo che le τ_i risultino intere non solo nelle τ_3, τ_4, ma risultino anche intere quando si esprimano nelle quattro variabili q_1, q_2, q_3, q_4. A questo scopo, osservando le espressioni (7) di τ_3 e τ_4, si vede che basta porre: $\sqrt[3]{\frac{4a}{q_3^8}} = b$ ed attribuire a b un valore numerico arbitrario, ad es.: $b = \frac{1}{4}$; allora si ha:

$$a = \frac{q_3^8}{256}\,,\qquad \rho = \frac{4}{q_3^2}\,,\qquad v_i = \frac{4}{q_3^2}\,\frac{\tau_{i-1}\tau_{i+1}}{\tau_i^2}\,. \tag{12}$$

$$\tau_3 = \frac{1}{4}K\,,\qquad \tau_4 = \frac{1}{256}\,q_3^4\,(q_3^4 - 2JK). \tag{13}$$

Colla scelta ora fatta di a, le τ_3, τ_4 risultano funzioni razionali intere nelle q_1, q_2, q_3, q_4; la stessa proprietà hanno

quindi tutte le τ_i, perchè queste, come si è visto, sono polinomi in τ_3 e τ_4. Se poi teniamo presenti le relazioni [(2), § 1], che esprimono le q_r nei coefficenti della biquadratica, e supponiamo per semplicità $p_0 = 1$, possiamo conchiudere:

TEOREMA. — *I coefficienti* v_i, u_i *della frazione continua di* HALPHEN, *in forma normale, che serve a sviluppare* $\sqrt{X}$, *sono funzioni razionali dei coefficienti* p_i *della biquadratica* X $(p_0 = 1)$, *esse si formano mediante le* (1) *e* (2); *qui i primi valori delle* τ_i *sono:* $\tau_0 = 0$, $\tau_1 = 1$, $\tau_2 = 1$; τ_3 *e* τ_4 *sono dati dalle* (13); *ed i successivi* τ_i $(i > 4)$ *sono polinomi, che si calcolano colla formola ricorrente* (8), *dove si assume:* $a = \left(\frac{q_3}{2}\right)^8$. *La condizione necessaria e sufficiente affinchè la frazione continua abbia un periodo di* h *frazioni parziali è* $\tau_h = 0$.

Proponiamoci di determinare il grado del polinomio τ_h nei coefficienti p_r, $(r = 1, 2, 3, 4)$. A questo scopo teniamo presenti le solite definizioni dei polinomi *isobarici* a più variabili. Dato un polinomio nelle 4 variabili q_r $(r = 1, 2, 3, 4)$, se moltiplicando q_r per k^r (qualunque sia k) il polinomio si riproduce moltiplicato per k^N, esso è isobarico, col peso N. Allora se $C q_1^{\alpha_1} q_2^{\alpha_2} q_3^{\alpha_3} q_4^{\alpha_4}$ è un termine qualsiasi del polinomio, si ha: $\alpha_1 + 2\alpha_2 + 3\alpha_3 + 4\alpha_4 = N$.

I polinomi J, K sono isobarici coipesi 4, 8.

Dimostriamo che ogni polinomio τ_i nelle variabili q_r è un polinomio isobarico e, se denotiamo con N_i il suo peso, si ha:

$$N_i = 24 n_i = 4(i-1)(i-2). \tag{14}$$

Infatti denotiamo con τ_i'' ciò che diventa τ_i, quando le q_r si moltiplicano per k^r $(r = 1, 2, 3, 4)$. Le (12), (13) mostrano che si ha:

$$a'' = k^{24} a, \qquad \tau_3'' = k^8 \tau_3, \qquad \tau_4'' = k^{24} \tau^4.$$

D'altra parte teniamo ferme le q_r, moltiplichiamo invece a per k^x e denotiamo con τ_i' ciò che diventa τ_i: per quanto abbiamo visto sopra, otteniamo:

$$\tau_3' = k^{\frac{1}{3}x}, \qquad \tau_4' = k^x \tau_4, \qquad \tau_i' = k^{n_i x} \tau_i;$$

osserviamo che, se si attribuisce il valore 24 ad x, risulta: $\tau_3' = \tau_3''$, $\tau_4' = \tau_4''$; si conclude che per tutti i valori dell'indice i

deve essere $\tau_i'' = \tau_i'$; e quindi $\tau_i'' = k^{24 n_i} \tau_i$; con ciò la proposizione è dimostrata.

Or bene, siccome per le [(2), § 1] si osserva che ogni q_r è un polinomio di grado r nei coefficienti p_i $(i = 1, 2, 3, 4)$ della biquadratica X, un polinomio nelle variabili q_r, che rispetto a queste sia isobarico di peso N, è per conseguenza un polinomio di grado N nei coefficienti p_i; intanto le τ_i sono di peso N_i nelle q_r; dunque:

Teorema. — *Il polinomio τ_i è di grado* $4(i-1)(i-2)$ *nei coefficienti della biquadratica data.*

11. I polinomi γ_h di Halphen. — In quanto precede abbiamo considerate quelle τ, che si deducono dalle (7), (8) assumendo $a = \left(\frac{q_3}{2}\right)^8$. Vi è un altro modo particolare importante di fissare la quantità a; cioè $a = -1$. Per quest'altra scelta di a denotiamo con γ_i le funzioni fin qui denotate con τ_i; così che ora abbiamo:

$$(15) \quad \begin{cases} a = -1, \qquad \rho = -\left(\frac{q_3}{2}\right)^{\frac{1}{3}}; \\ v_h = -\left(\frac{q_3}{2}\right)^{\frac{2}{3}} \frac{\gamma_{h-1}\gamma_{h+1}}{\gamma_h^2}, \qquad u_h = \frac{q_4}{q_3} + \left(\frac{q_3}{2}\right)^{\frac{1}{3}} \frac{\gamma_{h-1}\gamma_{h+2}}{\gamma_h \gamma_{h+1}}; \end{cases}$$

i primi valori delle γ sono:

$$(16) \quad \gamma_0 = 0, \quad \gamma_1 = 1, \quad \gamma_2 = 1, \quad \gamma_3 = -\left(\frac{2}{q_3^4}\right)^{\frac{2}{3}} K,$$
$$\gamma_4 = \frac{1}{q_3^4}(2JK - q_3^4),$$

ed i valori delle altre γ si calcolano colla formola ricorrente:

$$(17) \quad \gamma_i \gamma_{i-4} - \gamma_{i-1}\gamma_{i-3} + \gamma_3 \gamma_{i-2}^2 = 0.$$

È bene osservare che tra le γ sussiste la relazione: $\gamma_{-i} = -\gamma_i$ (la quale per le τ più generali non è vera). Infatti, scrivendo la (17) per i valori successivi 3, 2, 1 dell'indice i, e tenendo presenti i valori $\gamma_0 = 0$, $\gamma_1 = 1$, $\gamma_2 = 1$, si deduce dapprima: $\gamma_{-1} = -1$, $\gamma_{-2} = -1$, $\gamma_{-3} = -\gamma_3$. Poscia, osservando che per la simmetria della frazione continua completa si ha: $v_r = v_{-r}$, e quindi:

$$\frac{\gamma_{r-1}\gamma_{r+1}}{\gamma_r^2} = \frac{\gamma_{-r-1}\gamma_{-r+1}}{\gamma_{-r}^2},$$

si vede che, se $\gamma_{-r} = -\gamma_r$ e $\gamma_{-r+1} = -\gamma_{r-1}$, si ha ancora: $\gamma_{-r-1} = -\gamma_{r+1}$.

La relazione che passa tra le attuali γ_i e le precedenti τ_i si ottiene subito, ricordando che per le γ_i si è fissato $a = -1$, mentre per le τ_i si è fissato $a = \frac{q_3^8}{256}$; quindi, applicando la (10), si ha:

$$\gamma_i = \left(-\frac{256}{q_3^8}\right)^{n_i} \tau_i; \tag{18}$$

donde si vede che ogni γ_i, a meno di un fattor numerico, si esprime nei coefficienti della biquadratica data, dividendo il polinomio τ_i per $q_3^{8n_i}$; e quindi (supposto sempre $q_3 \neq 0$), si può ancora dire che la condizione di periodicità con un periodo di h frazioni parziali è $\gamma_h = 0$.

Ritornando ai polinomi τ_i, con a qualunque, espressi in τ_3, τ_4, si ha:

$$\tau_i = \Sigma C a^\alpha \tau_3^\beta \tau_4^\gamma \qquad (C \text{ costanti}),$$

ricordando che colla sostituzione $a' = ka$ si ha:

$$\tau'_3 = k^{\frac{1}{3}} \tau_3, \qquad \tau'_4 = k \tau_4, \qquad \tau'_i = k^{n_i} \tau_i,$$

si deduce:

$$\alpha + \frac{1}{3}\beta + \gamma = \frac{1}{6}(i-1)(i-2);$$

donde si vede che, se $i \equiv 0 \pmod{3}$, segue: $\beta \equiv 1 \pmod{3}$; invece, se $i \not\equiv 0 \pmod{3}$, segue $\beta \equiv 0 \pmod{3}$. Per conseguenza: τ_i si esprime nelle τ_3, τ_4 con un polinomio nel quale gli esponenti di τ_3 son tutti multipli di 3, ovvero con un polinomio siffatto moltiplicato per τ_3; il primo caso si presenta quando i non è multiplo di 3; il secondo caso si presenta quando i è multiplo di 3.

Posto $\gamma_3^3 = x$, $\gamma_4 = y$, γ_i si esprime con un polinomio in x e y, se i non è multiplo di 3; e si esprime con un polinomio siffatto moltiplicato per $x^{\frac{1}{3}}$, se i è multiplo di 3. Dalle formole (9), ponendo ivi $a = -1$, si ricava:

$$\text{(19)} \quad \left\{ \begin{array}{l} \gamma_5 = y - x, \\ \gamma_6 = x^{\frac{1}{3}} [-y^2 + (y - x)], \\ \gamma_7 = -y^3 + x(y - x), \\ \gamma_8 = -y [xy^2 + (y - 2x)(y - x)], \\ \gamma_9 = x^{\frac{1}{3}} [-y^5 + (y - x) y^3 - (y - x)^3], \text{ ecc.} \end{array} \right.$$

Le formole (15), (16), (19), alle quali siamo arrivati, coincidono colle formole trovate da HALPHEN [F. E., t. I, pag. 103, formola (21); t. II, p. 608, formole (61), (62); ib., pag. 609, formola (63)]; con quest'avvertenza che HALPHEN denota con φ_m, θ_m le quantità qui denotate con u_{m-1}, v_{m-1} (5). I polinomi qui denotati con γ_i coincidono coi polinomi denotati da HALPHEN collo stesso simbolo.

La coincidenza è evidente per i valori 1, 2, ... 8, 9 dell'indice i, se si confrontano le formole (19), sopra scritte, colle formole (21), di pag. 103, t. I della citata opera di HALPHEN. La coincidenza per qualunque valore dell'indice si dimostra nel modo seguente. I polinomi di HALPHEN soddisfano alla relazione [F. E., t. I, pag. 102, formola (19)]:

$$(20) \qquad \gamma_{m+n}\gamma_{m-n} = \gamma_{m-1}\gamma_{m+1}\gamma_n^2 - \gamma_{n-1}\gamma_{n+1}\gamma_m^2,$$

qualunque siano gli interi m, n; ora questa relazione, per il caso particolare $n = 2$, $m = i - 2$, si riduce alla (17) scritta sopra, e questa, coi valori di γ_3, γ_4 dati dalle (16), individua le γ_i da noi considerate.

Per brevità chiamerò *sistema di* HALPHEN un sistema di funzioni nelle due variabili x, y, che soddisfano alla relazione ricorrente (17), con $\gamma_0 = 0$, $\gamma_1 = 1$, $\gamma_2 = 1$, $\gamma_3 = x^3$, $\gamma_4 = y$. Per siffatte funzioni sussistono le relazioni (20), le quali si possono anche scrivere come segue:

$$(21) \qquad \gamma_{m+n}\gamma_{m-n} = \gamma_{m-2}\gamma_{m+2}\gamma_n^2 - \gamma_{n-2}\gamma_{n+2}\gamma_m^2;$$

invero, pongasi nella (17): $i = m + 2$, $n + 2$ e dalle due equazioni che così si ottengono si elimini γ_3; si ottiene:

$$\gamma_{m+1}\gamma_{m-1}\gamma_n^2 - \gamma_{n+1}\gamma_{n-1}\gamma_m^2 = \gamma_{m+2}\gamma_{m-2}\gamma_n^2 - \gamma_{n+2}\gamma_{n-2}\gamma_m^2.$$

Da quanto si è esposto, siamo in grado di risolvere nel modo più semplice e più generale il problema: *Costruire una*

(5) Nella formola (63), pag. 609 [F. E., t. II], per errore tipografico sta scritto:

$$2(q_4 + q_1 q_3)(q_4^2 - q_2 q_6) \quad \text{invece di} \quad 2(2q_4 + q_1 q_3)(q_4^2 - q_2 q_6).$$

biquadratica X *tale che il suo sviluppo in frazione continua sia periodico, con un periodo di un numero assegnato* h *di frazioni parziali.*

Si scrive l'equazione $\Upsilon_h = 0$, supposto che si sia calcolato preventivamente il polinomio di HALPHEN Υ_h nelle variabili x, y. Si determina ad arbitrio un punto (x_0, y_0) della curva $\Upsilon_h(x,y)=0$, e ad arbitrio si assegnano i valori di q_3 e q_4. Indi, risalendo alle (16), si deducono le formole:

$$K = -\frac{q_3^2}{2}\sqrt[3]{2q_3^2 x_0}, \qquad J = \frac{q_3^4(y_0+1)}{2K},$$

che servono a calcolare i valori di K e J; trovati i quali, si deduce:

$$q_1 = \frac{1}{q_3}(J - 2q_4), \qquad q_2 = \frac{1}{q_3^2}(q_4^2 - Jq_4 + K);$$

e ora, noti q_1, q_2, q_3, q_4 e preso $p_0 = 1$, la biquadratica X è individuata.

Esempio: $h = 10$; l'espressione di Υ_{10} si trova calcolata in HALPHEN (*F. E.*, t. I, pag. 103); si osserva che $x_0 = -\frac{2}{3}$, $y_0 = \frac{2}{3}$ è un punto di $\Upsilon_{10}(x,y) = 0$; si prende $q_3 = 36$, $q_4 = 0$; si trova: $K = 2^6.3^5$, $J = 2^2.3^2.5$; indi: $q_1 = 5$, $q_2 = 6$;

$$X = 1 + 10x + 37x^2 + 132x^3 + 396x^4;$$

$$\frac{1}{2}\sqrt{X} = \frac{1}{2}(1 + 5x + 6x^2) + \frac{18x^3|}{|1} + \frac{6x^2|}{|1+2x} + \frac{-6x^2|}{|1+6x} + \frac{18x^2|}{|1-2x} +$$
$$+ \frac{2x^2|}{|1-2x} + \frac{18x^2|}{|1+6x} + \frac{-6x^2|}{|1+2x} + \frac{6x^2|}{|1} + \frac{18x^3|}{|\frac{1}{2}(1+5x+6x^2) + \frac{1}{2}\sqrt{X}}.$$

Il periodo è simmetrico rispetto al numeratore $2x^2$ ed il coefficiente centrale $v = 2$ soddisfa l'equazione (18), che nel nostro caso è:

$$4v^3 + v^2 - 180v + 324 = 0.$$

12. Caso in cui X è di 3° grado. Teorema di Halphen. — Ora esaminiamo espressamente il caso in cui il polinomio X sia di 3° grado. Qui si ha:

$$q_4 = -q_1 q_3 - \frac{1}{2} q_2^2, \qquad J = -q_1 q_3 - q_2^2,$$
$$K = \frac{1}{4} q_2 (2 q_1 q_2 q_3 + q_2^3 + 4 q_3^2);$$

sappiamo inoltre [N. 13] che vi sono due diversi sviluppi di $\sqrt{X}$ in frazione continua.

I. — Partiamo dalle formole date al N. precedente per il caso in cui X è di 4° grado. Possiamo, come si vedrà, introdurre un opportuno sistema γ_i di Halphen, tale che i polinomi che compariscono nelle formole (1) e (2) siano γ_i con soli indici pari.

Affinchè si possa porre:

$$v_m = \rho \frac{\gamma_{2m-2}\gamma_{2m+2}}{\gamma_{2m}^2}, \qquad \text{e quindi:} \qquad u_m = \frac{q_4}{q_3} + \frac{2\rho^2}{q_3} \frac{\gamma_{2m-2}\gamma_{2m+4}}{\gamma_{2m+2}\gamma_{2m}},$$

si deve, come si è visto (N. 10), risolvere il sistema di equazioni $C_i = 0$, che nel nostro caso si scrive come segue:

$$\gamma_{2i-4}\gamma_{2i+4} - \frac{K}{4\rho^4}\gamma_{2i}^2 + \frac{q_3^2}{4\rho^3}\gamma_{2i-2}\gamma_{2i+2} = 0.$$

D'altra parte, se le γ_i formano un sistema di Halphen, dalla relazione (21), per $m = 2i$, $n = 4$, si ha:

$$\gamma_{2i-4}\gamma_{2i+4} + \gamma_6 \gamma_{2i}^2 - \gamma_4^2 \gamma_{2i-2}\gamma_{2i+2} = 0.$$

Dal confronto di quest'equazione colla precedente risulta che, per mettere le v_m, u_m nella forma voluta, basta scegliere ρ', γ_3', γ_4' in modo da soddisfare alle condizioni:

$$(22) \qquad \gamma_6 = -\frac{K}{4\rho^4}, \qquad \gamma_4^2 = -\frac{q_3^2}{4\rho^3};$$

donde poi segue: $v_3 = \rho \frac{\gamma_8}{\gamma_4^2} = \frac{K}{q_3^2}$, come deve essere.

Si tenga presente la formola (19):

$$\gamma_6 = \gamma_3 (\gamma_4 - \gamma_4^2 - \gamma_3^3),$$

e si ponga: $\rho = -\sigma^2$; le condizioni precedenti diventano:

$$\gamma_4 = \frac{q_3}{2\sigma^3}, \qquad 4\sigma^8\gamma_3^4 - 2q_3\sigma^5\gamma_3 + q_3^2\sigma^2\gamma_3 = K.$$

Per soddisfare alla seconda, abbiamo due quantità a disposizione: σ e γ_3; e σ (come ρ) si può fissare ad arbitrio. Porremo: $\sigma^2\gamma_3 = \frac{1}{2}q_2$, e allora dalla seconda condizione ricaviamo: $\sigma^3 = -\frac{1}{2}(q_1 q_2 + q_3) = -p_3$; donde:

$$\rho = -p_3^{\frac{2}{3}}, \qquad \gamma_3 = \frac{q_2}{2\sigma^2} = \frac{q_2}{2}p_3^{-\frac{2}{3}}, \qquad \gamma_4 = \frac{q_3}{2\sigma^3} = -\frac{q_3}{2p_3}.$$

Concludiamo: **Per la frazione continua che sviluppa $\sqrt{X}$ nel primo modo, si hanno le formole** [6]:

$$(23) \qquad v_m = -p_3^{\frac{2}{3}}\frac{\gamma_{2m-2}\gamma_{2m+2}}{\gamma^2_{2m}}, \qquad u_m = \frac{q_4}{q_3} + \frac{2}{q_3}p_3^{\frac{4}{3}}\frac{\gamma_{2m-2}\gamma_{2m+4}}{\gamma_{2m+2}\gamma_{2m}},$$

dove le γ_i sono un sistema di HALPHEN calcolato per:

$$(24) \qquad x = \frac{q_2^3}{8p_3^2}, \qquad y = -\frac{q_3}{2p_3}.$$

II. — **Sostituiamo ora nelle (1), (2) alle τ_m le γ_i di un sistema di HALPHEN con soli indici dispari; poniamo cioè: $\tau_m = \gamma_{2m-1}$. Affinchè le v'_m, u'_m** espresse dalle formole:

$$v'_m = \rho\frac{\gamma_{2m-3}\gamma_{2m+1}}{\gamma^2_{2m-1}}, \qquad u'_m = \frac{q_4}{q_3} + \frac{2\rho^2}{q_3}\frac{\gamma_{2m-3}\gamma_{2m+3}}{\gamma_{2m-1}\gamma_{2m+1}}$$

siano i coefficienti di una frazione continua che sviluppa un **elemento di HALPHEN**, le γ_{2i+1} devono soddisfare ad un sistema di equazioni $C_i = 0$, che in questo caso si scrive:

$$\gamma_{2i-3}\gamma_{2i+5} - \frac{K}{4\rho^4}\gamma^2_{2i+1} + \frac{q_3^2}{4\rho^3}\gamma_{2i-1}\gamma_{2i+3} = 0.$$

D'altra parte, se le γ_i formano un sistema di HALPHEN, dalla relazione (21), per $m = 2i + 1$, $n = 4$, si ha:

$$\gamma_{2i-3}\gamma_{2i+5} + \gamma_6\gamma^2_{2i+1} - \gamma_4^2\gamma_{2i-1}\gamma_{2i+3} = 0.$$

---

(6) Cfr. HALPHEN, *F. E.*, t. II, pp. 610-611.

Confrontando quest'equazione colla precedente, si vede che esse individuano uno stesso sistema di γ, quando si assuma:

$$\gamma_6 = -\frac{K}{4\rho^4}, \qquad \gamma_4^2 = \frac{q_3^2}{4\rho^3}.$$

Ora queste sono le relazioni (22) precedentemente incontrate. Di qui si deduce che se le γ_i sono un sistema di Halphen calcolato per i valori di x, y dati dalle (24), le formole:

$$(25) \qquad v'_m = -p_3^{\frac{2}{3}} \frac{\gamma_{2m-3}\gamma_{2m+1}}{\gamma^2_{2m-1}}, \qquad u'_m = \frac{q_4}{q_3} + \frac{2}{q_3} p_3^{\frac{4}{3}} \frac{\gamma_{2m-3}\gamma_{2m+3}}{\gamma_{2m-1}\gamma_{2m+1}}$$

dànno i coefficienti di una frazione continua che sviluppa un elemento.

Per determinare un tale elemento, basta calcolare u'_0, v'_0; si ha:

$$v'_0 = v'_1 = p_3^{\frac{2}{3}}\gamma_3 = \frac{q_2}{2}, \qquad u'_0 = \frac{q_4}{q_3} + \frac{2}{q_3} p_3^{\frac{4}{3}}\gamma_3^2 = -q_1;$$

donde, per quanto si è visto al [N. 13], si trae che la frazione continua è quella che serve a sviluppare $\sqrt{X}$ nel secondo modo.

Riepilogando: *Quando* X *è di 3° grado, se si considerano le due frazioni che sviluppano* $\sqrt{X}$*; i coefficienti dell'una sono espressi dalle formole* (23) *e quelli dell'altra dalle formole* (25)*; in entrambe le* γ_i *sono prese da uno stesso sistema di* Halphen, *calcolato per i valori di* x, y *dati dalle* (24); *nelle* (23) *compariscono soltanto le* γ *con indici pari e nelle* (25) *soltanto le* γ *con indici dispari.*

Halphen, in una sua nota pubblicata nei " Comptes-rendus " ([7]), ha enunciato, senza dimostrazione, la seguente interessante proposizione: *Quando* X *è di 3° grado, se delle due diverse frazioni continue che sviluppano* $\sqrt{X}$ *una è periodica, è periodica anche l'altra.* Per dimostrare questa proposizione, conviene trasformare alquanto l'espressione di u'_m data dalle (25). Dalla (20), ponendo $n = 3$ e scrivendo $2m$ in luogo di m, si ricava la relazione:

$$\gamma_{2m-3}\gamma_{2m+3} = \gamma_{2m-1}\gamma_{2m+1}\gamma_3^2 - \gamma_4\gamma_{2m}^2,$$

([7]) *Sur les intégrales pseudo-elliptiques* [t. CVI (1888, 1er sem.), p. 1269].

mercè la quale si può scrivere:

$$u'_m = \frac{q_4}{q_3} + \frac{2}{q_3} p_3^{\frac{4}{3}} \gamma_3^2 - \frac{2}{q_3} p_3^{\frac{4}{3}} \gamma_4 \frac{\gamma^2_{2m}}{\gamma_{2m-1}\gamma_{2m+1}} ;$$

ora, per i valori sopra trovati di γ_3 e γ_4 si ha:

$$\frac{q_4}{q_3} + \frac{2}{q_3} p_3^{\frac{4}{3}} \gamma_3^2 = - q_1 , \qquad \frac{2}{q_3} p_3^{\frac{4}{3}} \gamma_4 = - p_3^{\frac{1}{3}} ;$$

dunque [8]:

$$u'_m = - q_1 + p_3^{\frac{1}{3}} \frac{\gamma^2_{2m}}{\gamma_{2m-1}\gamma_{2m+1}} . \tag{26}$$

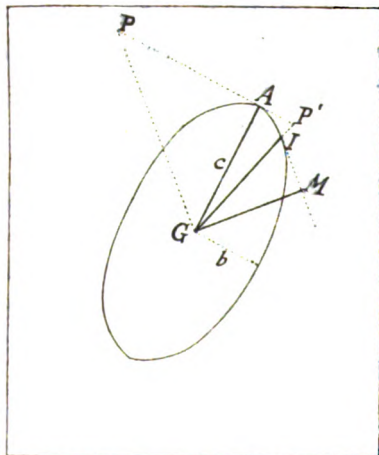
Da questa formola risulta subito che, quando $\gamma_{2m} = 0$, la seconda frazione continua è periodica, perchè si ha: $u'_m = - q_1 = u'_0$, con un periodo di m frazioni parziali. — D'altra parte, quando $\gamma_{2m} = 0$, si ha dalle (23): $v_m = \infty$; quindi anche la prima frazione continua è periodica, con un periodo di m frazioni parziali, contando (ricordiamolo) per tre frazioni regolari le due irregolari che si trovano in un suo periodo.

---

[8] Cfr. Halphen, *F. E.*, t. II, pp. 611-612.

La 2ª approssimazione della soluzione del 2° Problema balistico

Nota dell'Ing. FILIPPO BURZIO

Nell'uscire dalla bocca da fuoco, il proietto non possiede che la rotazione propria, impressagli dalla rigatura, e avente per asse l'asse di figura GA, col quale coincide il momento risultante della quantità di moto. Subito dopo, però, per effetto della coppia perturbatrice dovuta alla resistenza dell'aria, si manifesta una seconda rotazione, avente asse diverso dalla prima. La rotazione risultante avverrà perciò attorno a un asse d'istantanea rotazione GI diverso dall'asse di figura, dal quale verrà anche, pertanto, a distinguersi il momento GM della quantità di moto.

Data la grande velocità della rotazione propria rispetto a quella dovuta alla coppia perturbatrice, gli assi GI e GM rimangono, in generale, molto vicini a GA. Il moto di GM è chiamato, in balistica, moto di precessione. In 1ª approssimazione [1] si studia il moto dei proietti relativo al baricentro supponendo gli assi GA e GI coincidenti con GM, attribuendo, cioè, a GA il moto di GM: è lo studio della *precessione*. Fondandosi su questo, è possibile dare una 2ª approssimazione della soluzione

[1] V. la mia Nota: *Sul moto e sulla stabilità dei proietti*, pubblicata sul fascicolo aprile-maggio 1918 della " Rivista di Artiglieria e Genio ", di cui si conservano tutte le notazioni.

del problema tenendo conto dello scostamento reale di GA da GM, e determinandolo: è lo studio della cosidetta *nutazione* del proietto.

***

Essendo il proietto un solido di rivoluzione, anche il suo ellissoide centrale d'inerzia è di rivoluzione, con l'asse maggiore disteso lungo l'asse di figura; discende allora dalla teoria del Poinsot sulla rotazione dei corpi che: *i tre assi di figura, di rotazione istantanea e del momento della quantità di moto sono compiani*. Infatti, se GA è l'asse maggiore dell'ellissoide centrale d'inerzia, e GI l'asse di rotazione istantanea, il piano tangente all'ellissoide in I sarà perpendicolare al piano GAI, e perciò il momento GM della quantità di moto, perpendicolare a quel piano tangente, sarà pure contenuto nel piano GAI suddetto, che è un piano meridiano qualunque.

Dalla stessa teoria del Poinsot risulta pure che: *il piano diametrale perpendicolare al momento della quantità di moto e l'asse d'istantanea rotazione sono coniugati rispetto all'ellissoide centrale d'inerzia*. Basta, infatti, riflettere che quel piano diametrale è parallelo al piano tangente all'ellissoide in I. Siano $c = \frac{1}{\sqrt{C}}$ l'asse maggiore dell'ellissoide, $b = \frac{1}{\sqrt{B}}$ l'asse minore, dove C e B sono i momenti d'inerzia del proietto, rispettivamente assiale ed equatoriale. Poichè le infinite coppie di diametri coniugati di un'ellisse si corrispondono in una involuzione, la proprietà enunciata dà luogo alla seguente relazione:

$$\tan AGI \times \tan AGP = \frac{b^2}{c^2},$$

ossia:

$$\frac{\tan AGI}{\tan AGM} = \frac{C}{B}, \tag{1}$$

la quale mostra che gli scostamenti dell'asse di figura dall'asse di rotazione istantanea e dal momento della quantità di moto sono dello stesso ordine di grandezza, e che il secondo è maggiore del primo.

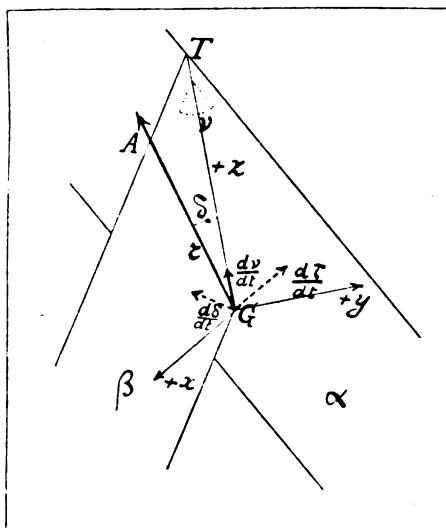
Basterà trovare una 2ª relazione fra gli angoli $\widehat{AGI}$, $\widehat{AGM}$ perchè il problema della nutazione sia completamente risolto,

e per questo osserviamo che è: $\tan AGI = \frac{\sqrt{p^2+q^2}}{r}$ [1], donde:

$$\tan AGM = \frac{B}{C} \frac{\sqrt{p^2+q^2}}{r} \,. \qquad (2)$$

Tutto si ridurrà dunque a determinare $\sqrt{p^2+q^2}$, vale a dire la 2ª rotazione del proietto, impressagli dalla coppia perturbatrice.

* * *

Consideriamo il moto del proietto relativo alla tangente alla traiettoria descritta dal suo baricentro, riferendolo a un triedro trirettangolo $Gxyz$, mobile nel proietto e nello spazio, in cui l'asse x sia perpendicolare al piano di tiro, che sarà quindi il piano yz, e l'asse z coincida con la parallela alla tangente condotta ad ogni istante per il punto G, che rappresenta il baricentro. Questo triedro è dotato di un moto di rotazione che si effettua intorno all'asse x, con una velocità angolare che è quella stessa di abbassamento della tangente: $-\frac{d\tau}{dt}$ [2], e che perciò è nota, dalla soluzione del 1° Problema balistico: $-\frac{d\tau}{dt} = \frac{g \cos \tau}{v}$.

La posizione dell'asse di figura GA del proietto

[1] Indichiamo rispettivamente con $p\, q\, r$ le componenti della velocità angolare del proietto, nel suo moto relativo al baricentro, rispetto ai 3 assi principali centrali d'inerzia, di cui i 2 primi giacciono nel piano equatoriale, e il 3° è l'asse di figura.

[2] La velocità angolare $\left|\frac{d\tau}{dt}\right|$ è presa col segno — perchè la $\frac{d\tau}{dt}$ è essenzialmente negativa, l'angolo τ, inclinazione della tangente sull'orizzonte, diminuendo al crescente di t.

rispetto al triedro $Gxyz$ è completamente definita dai due angoli: ν che il piano di resistenza forma col piano di tiro; δ che, nel piano di resistenza, l'asse di figura forma con la tangente. Il moto di GA relativo a $Gxyz$ sarà pertanto definito dalle 2 velocità angolari $\frac{d\nu}{dt}$ e $\frac{d\delta}{dt}$.

La velocità angolare assoluta ω del moto del proietto relativo al baricentro risulterà quindi dalla somma geometrica delle seguenti velocità angolari: r di rotazione propria del proietto attorno al suo asse di figura; $\frac{d\nu}{dt}$ e $\frac{d\delta}{dt}$ del moto dell'asse di figura relativo al triedro $Gxyz$, di cui $\frac{d\nu}{dt}$ distesa sulla tangente, $\frac{d\delta}{dt}$ perpendicolare al piano di resistenza, e perciò contenuta nel piano equatoriale del proietto; $-\frac{d\tau}{dt}$ di trascinamento.

La proiezione di ω sul piano equatoriale del proietto vale $\sqrt{p^2+q^2}$: a questa sarà pertanto uguale la somma geometrica delle proiezioni, su quel piano, di $\frac{d\delta}{dt}$, $\frac{d\nu}{dt}$, $-\frac{d\tau}{dt}$.

Indichiamo con $\pi\alpha\beta$ rispettivamente il piano equatoriale del proietto, il piano di tiro ed il piano di resistenza, e siano $a\, b$ le traccie, su π, di α e β. I piani $\alpha\beta$, intersecantisi nella tangente GT, formano fra di loro l'angolo ν: ciò vuol dire che ν è l'angolo delle loro traccie sopra un piano perpendicolare a GT: l'angolo di quest'ultimo piano con π è δ, perchè δ è l'angolo delle loro normali GT, GA: se ne deduce che l'angolo $\widehat{ab}$ vale $\nu \cos \delta$.

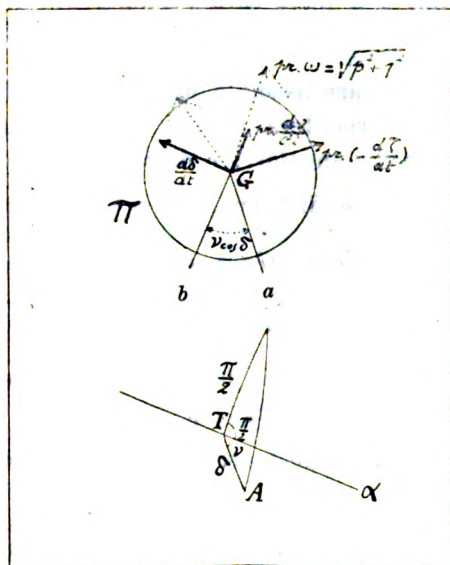
Ciò posto, abbiamo:

la $\frac{d\delta}{dt}$ giace in π, ed è perpendicolare alla b;

la proiezione, su π, della $\frac{d\nu}{dt}$ è distesa su b e vale $\frac{d\nu}{dt} \operatorname{sen} \delta$;

quanto alla $-\frac{d\tau}{dt}$ distesa sull'asse x normale al piano α, osserviamo che l'inclinazione di x su π è il complemento dell'angolo $\widehat{GAx}$, il quale è dato dal triangolo sferico rettilineo AxT:

$$\cos Ax = \cos\left(\frac{\pi}{2} + \nu\right) \operatorname{sen} \delta = -\operatorname{sen} \nu \operatorname{sen} \delta .$$

Quindi la proiezione di $-\frac{d\tau}{dt}$ su π vale: $-\frac{d\tau}{dt}\operatorname{sen} Ax$, ed è distesa sopra una retta perpendicolare alla a.

Avremo pertanto immediatamente:

$$(3)\quad p^2+q^2=\left[\left(\frac{d\delta}{dt}\right)^2+\left(\frac{d\nu}{dt}\right)^2\operatorname{sen}^2\delta\right]+\left(\frac{d\tau}{dt}\right)^2(1-\operatorname{sen}^2\nu\operatorname{sen}^2\delta)+$$
$$+2\sqrt{\left(\frac{d\delta}{dt}\right)^2+\left(\frac{d\nu}{dt}\right)^2\operatorname{sen}^2\delta}\times\left(-\frac{d\tau}{dt}\right)\sqrt{1-\operatorname{sen}^2\nu\operatorname{sen}^2\delta}\times$$
$$\times\operatorname{sen}\left(\nu\cos\delta-\operatorname{arc\,tan}\frac{d\delta/dt}{d\nu/dt\operatorname{sen}\delta}\right).$$

Per le quantità che figurano nel 2° membro della (3) abbiamo:

dal 1° problema balistico: $-\frac{d\tau}{dt}=\frac{g\cos\tau}{v}$, e i valori di v corrispondenti a τ;

dalle formole del Mayevski [1]: $\begin{cases}\dfrac{d\delta}{dt}=-\dfrac{d\tau}{dt}\cos\nu\\[2mm]\dfrac{d\nu}{dt}=\dfrac{\mathfrak{M}}{Cr\operatorname{sen}\delta}+\dfrac{\operatorname{sen}\nu}{\tan\delta}\dfrac{d\tau}{dt};\end{cases}$

---

[1] N. Mayevski, *Traité de balistique extérieure*, Paris, 1872, pag. 172. Cfr. la mia Nota: *Sopra alcune formole del Mayevski relative al 2° Pro-*

dalla 1ª approssimazione della soluzione del 2° problema balistico (precessione) i valori di δ e ν.

È così possibile, mediante le equazioni (3) e (2), calcolare, per ogni punto della traiettoria, i valori della rotazione dovuta alla coppia perturbatrice, e dello scostamento dell'asse di figura dal momento della quantità di moto.

***

APPLICAZIONE. — Facciamo l'applicazione del metodo suesposto allo stesso caso numerico trattato della Nota citata, di proietto di una bocca da fuoco esistente, sparato con inclinazione $\alpha = 60°$ e velocità iniziale $v_0 = 263$ m/sec : caso di tiro curvo a piccola velocità, per il quale il metodo indicato, di 1ª approssimazione, ci ha già permesso di determinare i valori di δ e ν per un certo numero di punti della traiettoria, individuati dai corrispondenti valori τ dell'inclinazione della tangente sull'orizzonte.

Applicando le formole precedenti, si è compilata la seguente Tabella, dove occorre ricordare che $\sqrt{p^2 + q^2}$ è la velocità angolare che si trascura nella 1ª approssimazione, rispetto alla r, uguale a 394; e che i valori δ^0 e ν^0 indicati della 2ª e 3ª colonna della Tabella stessa sono quelli risultanti dall'esempio numerico sopracitato.

---

blema balistico fondamentale (" Atti della R. Accad. delle Sc. di Torino ", vol. 53, disp. 11, 1918).

τ^0	δ^0	ν^0	$\sqrt{p^2+q^2}$	tan AGM
60	—	—	—	—
58	1,6	28	0,022	0,00009
54	3,7	69	0,039	0,00016
48	4,8	86	0,036	0,00016
42	5,5	81	0,048	0,00019
36	7,0	71	0,055	0,00022
30	9,4	64	0,057	0,00022
24	12,2	61	0,057	0,00023
18	15,0	60	0,058	0,00023
12	18,0	61	0,058	0,00023
6	20,7	63	0,069	0,00027
0	23,4	65	0,076	0,00030
— 6	25,7	69	0,080	0,00034
— 12	27,6	74	0,093	0,00037
— 18	28,9	80	0,101	0,00040
— 24	29,3	90	0,113	0,00045
— 30	28,6	103	0,126	0,00050
— 36	26,3	124	0,142	0,00057
— 42	21,9	156	0,153	0,00061
— 44	20,0	172	0,151	0,00060
— 45	19,0	182	0,148	0,00059
— 46	18,0	193	0,144	0,00058
— 48	16,5	218	0,136	0,00054
— 54	16,1	314	0,154	0,00062
— 56	17,9	364	0,192	0,00077
— 58	19,3	418	0,244	0,00098
— 60	19,4	478	0,291	0,00116

Al massimo valore 0,00116 di tan AGM, corrisponde $\widehat{AGM}_{\max} \sim 4'$.

* * *

Conclusione. — Risulta dall'esempio numerico ora svolto che il fenomeno di nutazione è di entità estremamente limitata, almeno per il caso considerato del tiro curvo a piccola velocità (che è, del resto, quello per cui il 2° Problema balistico ha maggiore importanza), poichè lo scostamento asse di figura-

momento della quantità di moto si mantiene sempre assolutamente trascurabile. Si può dunque con piena sicurezza arrestarsi alla 1ª approssimazione della soluzione, cioè alla precessione, e considerare il moto di GM, che così si viene a determinare, come il moto di GA.

L'importanza di questa soluzione relativa alla nutazione, non consiste, dunque, nel fatto ch'essa permette di determinare con una 2ª approssimazione il moto dell'asse di figura dei proietti, ma nella dimostrazione, che ne discende, della sufficiente esattezza della 1ª approssimazione. È ciò di cui dubitava, ad esempio, il Siacci, quando osservava: " Il S. Robert, il Mayewski, il De Sparre hanno bensì tenuto conto dell'angolo fatto dall'asse di figura colla tangente alla traiettoria, ma nelle espressioni della resistenza hanno considerato l'asse di figura come coincidente con l'asse istantaneo di rotazione. Le espressioni della resistenza trovate nella Nota V possono dar modo di decidere se le forze provenienti da tale non coincidenza siano realmente trascurabili rispetto a quelle provenienti dal non coincidere l'asse di figura colla tangente alla traiettoria " [1]. Il metodo cui egli accenna, eventualmente fondato sulle espressioni che della resistenza dell'aria egli dà nella sua Nota: *Il potenziale della resistenza*, pare assai meno semplice di quello sopraindicato.

Con ciò il 2º Problema balistico risulta singolarmente semplificato, e quindi avvicinata la possibilità delle sue numerose applicazioni pratiche.

Torino, 14 maggio 1918.

---

[1] SIACCI, *Balistica*, ediz. 1888, pag. 365.

L'Accademico Segretario
CARLO FABRIZIO PARONA

CLASSI UNITE

Adunanza del 9 Giugno 1918

PRESIDENZA DEL SOCIO PROF. COMM. ANDREA NACCARI
PRESIDENTE DELL'ACCADEMIA

Sono presenti,

della Classe di Scienze fisiche, matematiche e naturali, i Soci Jadanza, Guidi, Parona, Grassi, Panetti, e Majorana;

della Classe di Scienze morali, storiche e filologiche, i Soci S. E. Boselli, Direttore della Classe, De Sanctis, Brondi, Einaudi, Baudi di Vesme, Schiaparelli, Patetta, Vidari, Prato, Cian, Pacchioni, Valmaggi, e Stampini Segretario della Classe, che funge da Segretario delle Classi unite.

È scusata l'assenza dei Soci D'Ovidio e Somigliana.

Si legge e si approva l'atto verbale dell'adunanza a Classi unite del giorno 7 aprile u. s.

Per invito del Presidente, l'Accademico Segretario Stampini legge una circolare a stampa della Società Botanica Italiana con sede a Firenze, presieduta dal nostro collega O. Mattirolo, la quale fa voto perchè il Governo " per l'avvenire provveda a " disciplinare con opportune norme la posizione giuridica degli " eventuali insegnanti di nazionalità straniera in confronto a " quella dei docenti italiani ".

È pure data lettura di una lettera del Dottore Giovanni Carbonelli, il quale fa dono all'Accademia di " una raccolta " di opuscoli e trattati riguardanti le scienze mediche ". E l'Accademia aggiunge i suoi ringraziamenti a quelli già fatti, in nome di essa, dal Presidente all'egregio donatore.

Invitato dal Presidente, il Socio Parona legge, in sostituzione del Socio relatore assente, Pio Foà, la Relazione sul concorso al Premio istituito col lascito del Senatore Giovanni Morelli di Bergamo, nella quale si propone che il Premio sia conferito al Sig. Dott. Ettore Parigi. Nessuno chiedendo di parlare, il Presidente mette ai voti l'approvazione della Relazione, la quale risulta approvata alla unanimità.

Il Presidente invita poscia il Socio Cian a leggere la Relazione della Commissione per il premio Gautieri riservato alla Letteratura per il triennio 1914-1916.

Relazione della Commissione per il Premio Gautieri riservato alla *Letteratura* (triennio 1914-1916)

La Commissione da Voi chiamata a far proposte pel conferimento del Premio Gautieri, da assegnarsi a pubblicazioni letterarie — comprese anche le letterature classiche e le straniere — uscite nel triennio 1914-16, esaurito il proprio mandato, dà conto a Voi, chiarissimi Colleghi, del lavoro compiuto.

E anzitutto essa gode di esprimervi la compiacenza provata nell'osservare come, pur trattandosi d'un premio modesto per l'entità sua materiale e di tempi in gran parte punto propizî alla serena attività intellettuale, non sieno mancate, fra quelle presentate al concorso o segnalate da Socî nazionali, opere per molti riguardi cospicue, le quali attestano ancora una volta quanto persista ormai fra noi, progressivamente tenace e vivace, la tradizione dei buoni studî.

V'ha sì un piccolo gruppo di pubblicazioni — *Lo Spirito della Pietà* di Fabrizio Colamussi, *Il sogno* del Gattuso di Brancaccio, *L'eloquenza volgare di S. Bernardino da Siena* di Cosimo Faggiano — le quali per l'indole loro e per lo scarso valore si appalesano a primo tratto inadeguate alla natura e ai fini del presente concorso.

Ma fra queste non vanno confuse le Introduzioni che Michele Scherillo, insigne maestro e critico operoso, mandò innanzi alle sue edizioni hoepliane del Boccaccio, dell'Ariosto e del Machiavelli; tutte per più motivi degne di nota, sebbene il carattere specialmente scolastico dei volumi pei quali erano scritte, togliesse all'autor loro la possibilità e l'occasione di porgere di quella materia una trattazione larga e più organica.

Invece nel grosso volume di Sebastiano Vento su *Le condizioni della oratoria sacra del Seicento*, alla mole del lavoro, non inutile pel molto materiale raccolto ed esaminato, ma farraginoso e prolisso, mal corrispondono la novità e la solidità

dei resultati, anche per certi preconcetti dai quali l'autore s'è lasciato dominare.

Il volumetto di Anterio Meozzi sul Carducci umanista, più che uno “ studio critico „, come s'intitola, è la sola prima parte di esso e in forma d'appunti slegati, e di materiali, che riusciranno tuttavia giovevoli a chi vorrà trattare in séguito il bel tema.

In compenso, abbiamo una serie d'altri lavori variamente pregevoli in campi diversi, e che qui si rassegnano rapidamente.

Ferruccio Ferri, studiando *La giovinezza d'un poeta* — l'umanista Basinio Basini — nei suoi *Carmina*, con sicurezza di nuove indagini e con sagacia di critica storica e filologica, corrobora le conclusioni alle quali egli stesso era giunto in un precedente saggio sul *Liber Isotteus*, da lui rivendicato al poeta parmense.

Il dott. Luigi Russo e la signorina Angela Vesin esordiscono felicemente nell'arringo letterario con due monografie, che sono i migliori lavori complessivi che abbiamo rispettivamente sul *Metastasio* e sul *Tommaseo poeta*; più ampia quella e vigorosa, ma men severa ed equilibrata nella sua struttura e men rifinita e approfondita nella esecuzione delle singole parti e con qualche segno di fretta; più ristretta questa e non priva di ridondanze, ma fina e garbata; l'una e l'altra, indubbiamente, frutto di larga preparazione e animate da un senso vivo dell'arte.

Il volume che Emilio Cecchi — un giovine già noto in questo campo per un eccellente libretto sul Kipling — ha presentato come prima parte d'una *Storia della Letteratura inglese nel sec. XIX*, potrebbe a primo aspetto sembrare soltanto un'opera di larga e geniale compilazione, ispirata a quella del Taine. Ma in realtà essa è un lavoro di prima mano, che mostra l'autore ben preparato a trattare, con vedute personali, la non facile materia, ben preparato non pure sulla letteratura critica dei varî scrittori che viene illustrando nella vita e nella produzione loro, ma anche — e sovrattutto — sull'esame diretto dei testi. Dell'amore intelligente e dello spirito penetrante e del gusto onde il Cecchi ha studiato specialmente l'aurora del Romanticismo inglese — nel Coleridge con particolare efficacia — abbiamo una conferma dai saggi frequenti di traduzioni prosastiche che viene inserendo nelle sue pagine.

La Commissione s'è trovata concorde nel riconoscere che il nuovo volume con cui si fa innanzi il dott. Ezio Levi — *La Storia poetica di Don Carlos* — vivo e interessante volume, pur in un campo nuovo e tanto diverso, segna un progresso nell'attività critica di questo valoroso giovine, al quale, sino dal 1910, questa Accademia assegnò, diviso col Donadoni, uno dei suoi premi Gautieri per l'ampia monografia su Francesco Vannozzo. Ma essa crede di non poterlo prendere in maggiore considerazione pel presente concorso, quantunque non ignori, anzi apprezzi come merita, un altro suo volume, per più riguardi assai notevole, sulla *Poesia di popolo e poesia di Corte nel Trecento* (1915).

. . . .

L'attenzione dei Commissari si è, infine, fermata su due opere che spiccano incontestabilmente fra le altre (1).

. . . .

Entro un'orbita più circoscritta si aggira il volume di Ettore Bignone su *Empedocle* (Torino, Bocca, 1916), anche se in esso gli elementi forniti dall'indagine storico-filosofica si consertino di necessità, e con molta larghezza, con quelli più propriamente filologici e letterari. Ma il libro, che è pregevole esempio di monografia critica, cioè filologica e storica ad un tempo, solida e originale, organica e compiuta in ogni sua parte, volge sopra un tema assai più vasto di quanto forse non possa sembrare a primo tratto. Infatti il pensiero filosofico e l'arte di Empedocle vi sono trattati con una profondità che compensa dell'apparente limitazione della materia, dacchè essi vi sono considerati in tutte le loro attinenze più intime col movimento filosofico, scientifico e letterario, anteriore e successivo, sì da offrirci

---

(1) È nominata qui soltanto l'opera di Ettore Bignone, come quella a cui fu assegnato l'intero premio dall'Accademia. La Commissione aveva a maggioranza proposto che il premio fosse diviso in parti uguali tra il Bignone e l'autore dell'altra opera, a cui sopra è accennato e della quale non può essere reso pubblico il giudizio a norma dell'ultimo capoverso dell'art. 5 del *Regolamento interno pel conferimento dei Premi Gautieri*.

Gli Accademici Segretari
Carlo Fabrizio Parona
Ettore Stampini

un'indagine ampia ed accurata e insieme una ricostruzione, in parte congetturale, dell'opera poetica del grande agrigentino; una ricostruzione felice e sicura e tanto più apprezzabile, quanto maggiori erano le difficoltà da superare e i pericoli da evitare.

Ardua impresa, alla quale il giovine filologo s'era venuto preparando coi suoi studi su Lucrezio e su Epicuro e che egli ha affrontato da conoscitore esperto delle manifestazioni più varie e più caratteristiche della vita ellenica, armato dei più delicati stromenti della critica filologica, come attestano anche le versioni che offre dei frammenti empedoclei e le ricche illustrazioni e le appendici che li accompagnano.

Torino, 1° giugno 1918.

Andrea Naccari, *Presidente*
Ettore Stampini
Giovanni Sforza
Luigi Valmaggi
Vittorio Cian, *Segretario e relatore*

Gli Accademici Segretari
Carlo Fabrizio Parona
Ettore Stampini

CLASSE

DI

SCIENZE MORALI, STORICHE E FILOLOGICHE

Adunanza del 9 Giugno 1918

PRESIDENZA DEL SOCIO PROF. COMM. ANDREA NACCARI
PRESIDENTE DELL'ACCADEMIA

Sono presenti i Soci S. E. Boselli, Direttore della Classe, De Sanctis, Brondi, Einaudi, Baudi di Vesme, Schiaparelli, Patetta, Prato, Cian, Pacchioni, Valmaggi, e Stampini Segretario della Classe.

È scusata l'assenza del Socio Vidari.

Si legge e si approva l'atto verbale dell'adunanza del giorno 19 maggio u. s.

Il Socio Patetta presenta una terza *Nota*, da pubblicarsi negli *Atti*, sul tema *Di alcuni manoscritti posseduti dalla Reale Accademia delle Scienze di Torino.*

L'Accademico Segretario Stampini presenta, per la pubblicazione negli *Atti*, a nome e sotto la responsabilità del Socio Vidari assente, una *Nota* della signorina Maria Monet dal titolo *Notizie sul movimento pedagogico e scolastico piemontese negli anni 1850-53.*

Il Socio Prato presenta una *Nota* su *Le fonti storiche della legislazione economica di guerra.* Sarà pubblicata negli *Atti.*

Infine, per la pubblicazione negli *Atti* stessi, il Socio Pacchioni presenta una seconda *Nota* dal titolo *Nuove considerazioni sulla distinzione fra " debitum " e " obligatio "* (*).

(*) Questa Nota uscirà in una dispensa successiva.

LETTURE

Di alcuni manoscritti posseduti dalla Reale Accademia delle Scienze di Torino

Nota III del Socio nazionale residente FEDERICO PATETTA

IV (*MM*, V, 21).

Vite e Miracoli di Santi. — Miracoli della Vergine. — Lettera apocrifa, attribuita a Mileto vescovo di Sardi, sulla morte e sull'assunzione della Vergine. — Preghiere e inni sacri. — Canoni varii. — Bolle di Gregorio VIII per la terza crociata. — MARBODO, *De lapidibus* — *Ricette mediche.*

Codice membranaceo, di mm. 173 per 123, scritto nella seconda metà del secolo XII e composto di due carte di guardia non numerate e di 106 numerate. La numerazione, di mano del secolo XVIII, è in cifre arabiche, da 1 a 105, essendo stato ripetuto per errore il numero 89 (1). Le 106 carte sono distribuite in 14 quaderni, uno dei quali (l'ultimo, aggiunto posteriormente) di cinque carte, due di sei, uno di sette, due di nove, gli altri di otto carte ciascuno. Il volume, mancante affatto di legatura, sarà quanto prima rilegato convenientemente. Esso, del resto, è abbastanza bene conservato e può dirsi completo, essendo stata recisa soltanto una parte, rimasta probabilmente in bianco, della carta 100.

(1) Avverto che citerò le carte del codice, anche per le ultime sue parti, secondo l'antica numerazione, che non mette conto di correggere.

Con questa carta, bianca al pari della precedente, finiva appunto il codice primitivo. In seguito la carta 99ᵇ e una parte della 100ᵃ servirono per un'aggiunta, che vedremo scritta probabilmente verso la fine del 1187. Contemporaneamente, o non molto dopo, fu pure aggiunto l'ultimo quaderno, di sole cinque carte.

Diciamo ora, anzi tutto, del codice primitivo. Esso è scritto a linee piene, in numero di 27 o 28 per pagina, da mani diverse ma contemporanee ed affini. La scrittura presenta le caratteristiche proprie del periodo di transizione dalla minuscola perfezionata alla gotica. I dittonghi sono quasi scomparsi. Si notano le lineette sui due *i* vicini e qualche rara volta anche sull'*i* semplice. Le linee e i margini erano stati tracciati col punteruolo o col piombino. Varia il colore dell'inchiostro, che è talora assai nero, talora più o meno sbiadito. Il codice sembra tutto rubricato da una sola persona, cioè da uno degli amanuensi, che aveva scritto buona parte del testo. Per le rubriche e le iniziali è usato il solito rosso, accanto al quale nelle iniziali maggiori compare il giallo, e due volte il verde e una volta anche l'azzurro. Quanto alla forma, queste iniziali non hanno nulla di specialmente notevole, e si possono anzi dire piuttosto rozze.

Scorrendo il volume, scritto su pergamena assai spessa e non di rado difettosa, vidi subito, che il sesto quaderno (c. 39-46) è formato con quattro fogli palimpsesti. Trattando quindi i margini di parecchie pagine con solfidrato d'ammoniaca, ho potuto accertare che il codice distrutto era di grande formato, cosicchè ciascuno degli attuali fogli corrisponde press'a poco a metà d'una sua carta (1); che esso era scritto in una minuscola

---

(1) Seguo la terminologia proposta (non senza qualche improprietà di parola) dal Paoli, *Programma scolastico di paleografia latina e di diplomatica*, II, Firenze, 1894, pag. 95. La *carta* d'un codice, la quale può talvolta mancare di *corrispondente* (e quindi, considerata isolatamente, costituire un *foglio*), è di regola la metà d'un *foglio* piegato in due. Il *foglio*, al pari della *carta*, ha due *facciate*, o *pagine* che dir si voglia. Piegato in due, viene ad averne quattro. *Quaderno* è detto il fascicolo di *fogli* piegati in due, ed eventualmente di *carte* senza corrispondenti, qualunque sia il numero dei fogli e delle carte, di cui si compone.

che sembra non anteriore al secolo XII, e che doveva contenere un'opera di scrittore ecclesiastico, che altri potrà forse determinare con sicurezza. La scrittura antica mi sembra eguale in tutti i quattro fogli. Però in due di essi le linee delle due scritture s'incrociano, mentre negli altri due corrono parallelamente. Inoltre, mentre la pagina corrispondente alle attuali carte 42^b e 43^a doveva esser scritta a due colonne di circa 110 mm. di larghezza, si scorge dalle parole ricomparse nel margine della c. 39^a e della 46^b che l'antica pagina, corrispondente alle due attuali, era scritta a tre colonne, di circa 45 mm., e che aveva inoltre ampii margini laterali usati per annotazioni. La differenza può però spiegarsi col fatto, che la pagina divisa in tre colonne conteneva l'indice dei capitoli.

Infatti nella prima linea della prima colonna si legge:

" (I)NCIPIT ꝓLOGVS SVꝑ CA ":

le tre prime linee della seconda colonna contengono parte dell'indice (1), col numero, col titolo e forse colle prime parole di due capitoli:

" XXIIII De laq̄o fun... Cū ů antiquus
XXV De . . . . Nullū ē
bonū quod foris . . . . ":

le prime due linee della terza colonna dicono:

" Expliciunt capl' libri s̄cdi
(*Incipiunt*) capl' libri tercīr ".

Venendo al contenuto dell'attuale codice, troviamo nella carta di guardia, che è in principio, due annotazioni di grande interesse. Leggiamo infatti nella prima pagina " Ex Bibliotheca Terraneana 1725 "; e nella seconda, di mano del secolo XVI: " Iste liber est Abbatie Sancti Solutoris de Thaurino ". Della stessa mano è l'annotazione nel margine inferiore della carta 1^a:

(1) L'indice doveva continuare nella mezza pagina corrispondente alle attuali carte 44^b e 41^a. Leggo infatti nella prima colonna, a c. 44^b: " De " simplicitate. Hinc ꝑ semetipsā ".

" Iste liber est Abbatie S. Solutoris maioris taurinensis, ordinis S. Benedicti, signatus numero 10 ".

L'abazia di S. Solutore, fondata nei primi anni del secolo undecimo, era la " più importante delle fondazioni monastiche della regione torinese " (1), ed è quindi naturale che avesse una biblioteca relativamente ricca. Chiesa e monastero furono distrutti nel 1536, quando i Francesi, appena impadronitisi di Torino, attesero a munirla di nuove fortificazioni, e furono quindi costretti a demolirne i sobborghi. I beni dell'Abazia di S. Solutore furono in seguito attribuiti al monastero della Consolata, dove nel 1686 fu mostrato al Mabillon (2) l'antico *Necrologium Abbatiae Sancti Solutoris.* Ora anche il Necrologio è scomparso (3), cosicchè il nostro codice è forse l'unico, di cui sia certa la provenienza da S. Solutore (4). A quanto risulta dalla prima iscrizione riportata, esso fin dal 1725 faceva parte d'una biblioteca *Terraneana.* Naturalmente si pensa subito allo storico torinese Gian Tommaso Terraneo. Ma questi nel 1725 aveva

---

(1) Così il Cognasso nell'*Introduzione* al *Cartario della Abazia di S. Solutore di Torino,* pubblicato nella *Bibliot. della Società stor. subalpina,* volume XLIV, Pinerolo, 1908; alla qual *Introduzione* rinvio senz'altro per tutto ciò, che concerne l'Abazia stessa.

(2) *Museum italicum,* 2ª ediz., Parigi, 1724, I, 1, pag. 227 (*Iter italicum,* giugno 1686): " Missa apud Patres Fulienses beatae Mariae consolatricis celebrata, Necrologium abbatiae sancti Solutoris, quae eo in loco, ubi arx condita est, olim sita, Patribus Fuliensibus demum attributa fuit, nobis ostendit reverendissimus Fuliensium Abbas Carolus Josephus Marotius vir doctus et libris editis non ignotus " (*L.* Morotius: cfr. Litta, *Morozzo,* tav. XII).

(3) Il Necrologio fu pubblicato nei *Monum. hist. patriae, SS.,* vol. III, da una copia del sec. XVIII. Il Cognasso, o. c., pag. vi, n. 1, ricorda " un grosso codice del secolo XVI contenente l'ufficio di S. Solutore, forse proveniente dall'Abazia " e posseduto ora dalla Nazionale di Torino. Ma se non ci sono altri indizi, all'infuori del contenuto del codice, la provenienza deve dirsi tutt'altro che sicura.

(4) Naturalmente non è possibile dire se esso sia stato scritto originariamente per S. Solutore o se sia stato acquistato solo più tardi. In favore di questa seconda ipotesi non è decisivo il fatto, che nella carta di guardia posta in fine del codice si legge una sottoscrizione apparentemente autografa: " Ego sorror (!) bruna ". Il nome è scritto in lettere grandi e, salvo la *b*, di forma maiuscola, come in molte sottoscrizioni di persone cospicue. La scrittura, che potrebbe essere del secolo XII, era quasi interamente obliterata, e fu fatta ricomparire col solfidrato d'ammoniaca.

solo undici anni, essendo nato nel 1714, pochi mesi prima della morte del padre suo Giacomo Lorenzo, professore di medicina nell'Università di Torino. È d'altra parte poco probabile, che vivesse ancora il nonno Pier Francesco, il quale in una sua *Cronichetta*, di cui abbiamo copia fra le carte dell'Accademia, registrò le cose notevoli avvenute in Piemonte dal 1665 al 1695. Si può tuttavia supporre, che a questo Pier Francesco o al figlio suo Lorenzo si debba l'acquisto del codice, e che Gian Tommaso lo abbia ereditato colla biblioteca del padre e dell'avo.

Ho confrontato l'annotazione "*Ex Bibliotheca Terraneana 1725*" con scritture autografe di Gian Tommaso, ma non oso nè affermare nè escludere in modo assoluto, che sia di sua mano. Certo la data 1725 fu scritta dalla stessa persona, che, come ho detto, numerò le carte del codice in cifre arabiche, da 1 a 105.

La pagina, in cui è l'annotazione "*Ex Bibliotheca Terraneana*", contiene, in scrittura del secolo XII resa leggibile col reagente chimico già ricordato, due testi liturgici, che credo bene riprodurre, sia perchè differiscono notevolmente da quelli del Messale Romano, sia per il pericolo che la lettura ne divenga di giorno in giorno meno agevole:

" Misereatur vestri omnipotens Deus et dimittat vobis omnia peccata vestra, preterita, presencia atque ventura; liberet vos ab omni malo, salvet et confirmet in omni opere bono et perducat vos cum suis in vitam eternam.

Confiteor Deo omnipotenti, beate Marie semper virgini et omnibus sanctis et tibi patri (!), quia exto miser peccato(*r et*) peccavi nimis per superbiam, cogitatione, locucione, delectatione, consensu, verbo et opere; mea culpa, mea maxima culpa: precor vos orare pro me ".

Il vero codice comincia a c. 1ª, ed è quasi tutto occupato da testi agiografici, in parte molto antichi e che mi sembrano per più rispetti assai interessanti. Si tratta, oltrechè della Vergine, di santi, che non debbono aver avuto culto speciale in Piemonte, ma in Francia o altrove; cioè dei santi Andrea apostolo, Annemundo vescovo di Lione, Cristoforo, Donato vescovo d'Arezzo, Leonardo eremita nel Limosino, Marziale vescovo di Limoges, Teodoro vescovo di Martigny o di Sion nel Vallese. Ecco, del resto, l'indice completo dei testi contenuti nel codice, per molti dei quali basterà un semplice rinvio alla *Bibliotheca hagiographica latina* e al secondo volume del Potthast:

I. c. 1ª. “ *Incipit passio Sancti Donati episcopi et martyris Christi. L(ectio) I.* Erat quidam puer „ ..... *Bibl. hag.* 2291: POTTHAST, II², pag. 1274.

II. c. 7ᵇ. “ *Explicit passio S. Donati. Incipit passio Sancti Christofori Martyris.* In tempore illo quo Dagnus rex „ ..... *Bibl. hag.* 1768: POTTHAST, p. 1243.

III. c. 12ª. “ *Incipit passio Sanctissimi Aunemundi episcopi et Martyris.* Iam olim virtutibus (*corr. in* virtutes) „ .....

c. 16ª. “ *Sermo sancti Aunemundi.* Factum est autem cum percrebuisset „ ..... *Bibl. hag.* 506, alla v. *Annemundus*: POTTHAST, p. 1167.

IV. c. 17ª. “ *Incipit vita beatissimi Marcialis episcopi et confessoris Christi.* Predicante et docente Domino nostro „ .....

c. 34ᵇ. “ *Explicit vita. Incipit transitus Sancti Marcialis episcopi et confessoris Christi.* Anno quadragesimo „ ..... *Bibl. hag.* 5552: POTTHAST, pag. 1458. È la *Vita, auctore Pseudo-Aureliano.*

V. c. 37ᵇ. “ *Explicit transitus. Incipit prologus in miraculis Sanctissimi confessoris Christi Marcialis episcopi.* Quicumque sanctorum beatissimas acciones „ ..... È il prologo della *Vita* registrata dalla *Bibl. hag.* al nº 5551.

VI. c. 38ª. “ *Explicit prefacio. Incipiunt miraculi* (!) *S. Marcialis.* Igitur sanctus Marcialis „ ..... *Bibl. hag.* 5559 (GREG. TURON. *In glor. conf.* 27).

VII. c. 38ª. “ Puella quedam „ ..... *Bibl. hag.* 5560 (GREG. TURON. *In glor. conf.* 28).

VIII. c. 38ᵇ. “ Quedam puella cum manus „ ..... *Bibl. hag.* 5561. Nel codice è omesso il breve prologo. Nel resto esso corrisponde all'edizione degli *Acta SS., Junii,* V, 553-554.

IX. c. 40ª-42ª. “ Cum Dominus noster ..... pax restituta omnibus continuo fuit „. È solo una prima parte dei miracoli di S. Marziale pubblicati negli *Acta SS.* cit., pag. 554-556, col titolo di *Miracula saeculo VII, VIII, IX scripta.* Dei dieci capitoli, in cui è divisa l'edizione, il codice torinese contiene infatti i soli primi quattro. Alcuni capitoli o brani furono ripubblicati dall'Holder-Egger nei *Monumenta Germaniae, SS.*, XV, 280-282, coll'aiuto d'un codice del secolo X (*Bruxellensis* 8550). *Bibl. hag.* 5562.

X. c. 42ᵃ. " *Expliciunt miracula. Incipit vita beatissimi Leonardi confessoris Christi.* Beatus igitur Leonardus " ..... *Bibl. hag.* 4862: POTTHAST, pag. 1422-1423.

XI. c. 47ᵇ. " *De miraculis.* Preterea post transitum " ..... *Bibl. hag.* 4863.

XII. c. 49ᵃ. " Alterum quoque miraculum " ..... *Bibl. hag.* 4865.

XIII. c. 49ᵇ. " Rursus quidam peregrinus " ..... *Biblioth. hag.* 4866.

XIV. c. 50ᵃ. " *Incipit prologus in vita beati Theodori sedunensis episcopi et confessoris.* Divine pietatis sacramentum " .....
c. 52ᵇ. " *Explicit prologus. Lectio I.* Temporibus igitur magni Karoli (1) " ..... *Bibl. hag.* 8088: POTTHAST, pag. 1596. I Bollandisti (*Acta SS., Augusti*, III, pag. 275) ebbero conoscenza del prologo dal *Codex Thuanus* 275 (il quale, se non erro, dovrebbe essere l'attuale Parigino lat. 5309, del sec. XIII (2), o un suo apografo), ma non lo pubblicarono perchè *prolixus ac ineptus.* Pubblicarono invece la vita (l. c., pag. 278-280), omettendo però *varia pererga* (*l.* parerga) *indigna, quae typis edantur.* L'edizione finisce infatti colle parole " innocentiam in terra voluistis servare ", che sono nel codice a c. 57ᵇ, lin. 10-11; ma la *Vita* continua nel codice stesso fino a c. 59ᵇ: " Quam bene et pulcre de vobis psalmista... vivit et gloriatur Deus per cuncta secula seculorum. Amen ".

La vita di S. Teodoro è attribuita ad un Ruodperto o Roberto, *monacho peregrino*, il quale, secondo un'affermazione di Enrico Murer nell'*Helvetia sancta* (Lucerna, 1648), l'avrebbe scritta nell'anno 1491. Questa notizia è riferita senza contraddizione negli *Acta SS.*, pag. 275, ed è senz'altro accolta dal Potthast: ma è evidente che il Murer deve aver preso il nome di un amanuense e la data d'una trascrizione per il nome dell'autore e per la data della composizione della *Vita*, la quale, nella peggior ipotesi, non può esser posteriore al secolo duodecimo.

---

(1) La parola *Karoli* o *Caroli* fu raschiata.

(2) V. il *Catalogus codd. hagiographicorum latinorum... qui asservantur in Biblioth. Nationali Parisiensi*, II, Bruxelles, 1890, pag. 74, n° CCLXXXIX.

XV. c. 59b. Dopo la vita di S. Teodoro, la cui prima parte è divisa in *lectiones* (da I a VIII), abbiamo un'antifona ed una preghiera, in cui è menzione del santo:

" *An*(*tiphona*). Sacerdos et pontifex et virtutum opifex,
bonus pastor in populo, sic placuisti domino ".

" *Or*. Misericordiam tuam, quesumus, Domine, interveniente beato Theodoro confessore tuo atque pontifice, clementer inpende, et nobis peccatoribus ipsius propiciare suffragiis. Per ".

XVI. Il resto della c. 59b è occupato da un inno sacro e da quattro distici. Non trovo che l'inno sia registrato nel *Repertorium hymnologicum* dello Chevalier, e ne ho fatto inutilmente ricerca negli ultimi volumi degli *Analecta hymnica* (Lipsia, 1886-1915, 54 voll.). Credo quindi opportuno darne il testo integro:

Jam jam surgamus, socii,
somnum tergamus oculi,
vigilent sensus animi,
flaviescat (*l.* flaccescat) ardor seculi.
Jam resistamus corpori
eiusque ravo luxui,
spernamus sordes seculi
huius, caduci, miseri.
Venit (*l.* veniet) dies terribilis
terroris et caliginis,
tremor humani generis,
examen iusti iudicis.
Cuncta patebunt opera,
quae egimus per secula;
nichil latebit criminum,
nec cogitata cordium.
Nil erit tunc conversio
vel ulla lamentatio,
sed facti retribucio
dabitur nobis subito.
O quantus dolor tunc (1) aderit,
cum iudex vocem dederit:
" Iste (*l.* ite), sequaces carnium,
hinc in ignem perpetuum! ".

(1) Per correggere il verso, bisognerebbe sopprimere il *tunc* o, meglio ancora, la *O* iniziale.

Dum tempus adest venie
et locus penitentie,
purgemus omnes maculas
fundendo multas lacrimas.
Sit nobis ardens caritas,
obediens humilitas,
inviolata castitas
et apta taciturnitas.
Simus orando vigiles,
refocillemus pauperes,
occurramus hospitibus,
nudos tegamus vestibus,
Ut in die iudicii
ab omni culpa liberi,
stantes a dextris Domini
eius vocemur filii.
Quid esse potest dulcius
vel quid unquam suavius,
cum dicet nobis Dominus
a dextris residentibus:
" Venite, dulces filii;
iam mecum letabimini;
vicistis labes seculi,
estote velut angeli ".
Tunc erit nobis gloria,
infinita victoria;
videbimus Deum Patrem
tunc facie ad faciem.
Quod prestet nobis Dominus
ipse Pater et Filius,
simul et Sanctus Spiritus,
Sanctis intercedentibus. Amen ".

I quattro distici, che come i versi precedenti sono scritti senza fare alcun capoverso e che appaiono egualmente corrotti, saranno forse noti. Ma non mettendo conto d'intraprendere per essi ricerche, che sarebbero lunghe, difficili e di esito incerto, mi restringo a trascriverli:

" Discite iam cuncti quid sit dilectio mundi;
Quam cito lapsa ruit, nam velut umbra fugit.
Omne decus transit, omnis carnis gloria (1) perit:
Rosa nitet pratis, vespere sicca cadit.

(1) *Carnis gloria* è espressione, che deriva dalla prima lettera di S. Pietro (I, 24): " quia omnis caro ut foenum, et omnis gloria eius tam-

Cur nos delectet tam splendida nostra iuventus?
Heu, heu (1) caro nostra nitet, sed cito terra fiet.
Quid iuvat heu gemmis species rutilata puellis?
Forma decora perit; quam cito pulvis erit! „.

XVII. Da c. 60ª a c. 88ᵇ il manoscritto contiene 33 miracoli della Vergine, numerati progressivamente, ciascuno dei quali è preceduto da una rubrica speciale. La raccolta ha inoltre una sua rubrica generale: " Incipiunt miracula, que per gloriosam Dei genitricem narrantur facta „. È appena necessario rammentare che per le raccolte latine di miracoli della Vergine sono fondamentali le ricerche del Mussafia, pubblicate in cinque puntate, dal 1886 al 1898, nei *Sitzungsberichte* dell'Accademia delle Scienze di Vienna (2). Risulta da tali ricerche, che nessuna raccolta s'è finora trovata in manoscritti anteriori al secolo XII, benchè i primi nuclei delle raccolte più antiche risalgano probabilmente al secolo XI. L'ordinamento cronologico delle raccolte fu tentato dal Mussafia, III, 55 e segg. (3); ma presenta grandi difficoltà ed incertezze, così come ne presentano tutte le questioni sui rapporti, che intercedono fra le varie collezioni. Quanto al ms. di Torino, basterà osservare, che abbiamo in esso un nuovo esemplare d'una delle raccolte più antiche, rappresentata specialmente da tre manoscritti del secolo XII e da uno del secolo XII-XIII, e indicata dal Mussafia (II, pag. 12 e segg.) colla sigla *APM*. I quattro manoscritti usati dal Mussafia non concordano interamente fra di loro, e

---

" quam flos foeni „. Perchè il verso cammini bisognerebbe sostituire *et* ad *omnis*, e ritenere che l'ultima sillaba di *transit* sia lunga per effetto della cesura.

(1) Questo secondo *heu* sarebbe da cancellare.

(2) *Studien zu den mittelalterlichen Marienlegenden*, nei *Sitzungsber*. cit., voll. 113, 115, 119, 123, 139 (citati Mussafia, I-V).

(3) In principio d'un suo studio molto interessante, pubblicato nell'ultimo fascicolo del *Bollettino d'arte del Ministero della P. Istruzione* (a. XII, 1918, pag. 1 e segg.), col titolo *I miracoli della Vergine nell'arte del medio evo*, Ezio Levi scrive: " La più antica raccolta di miracoli è quella del benedettino Guglielmo da Malmesbury (1095-1147), la seconda (1220-1224) quella di Cesario di Heisterbach intitolata: *Dialogus magnus visionum atque miraculorum*; la terza è quella contenuta nei *Sermones* del frate Jacopo da Vitry, assunto alla porpora nel 1228 „. Ma egli ricorda così le sole raccolte principali e di scrittori noti, non le minori anonime.

anche il torinese non corrisponde perfettamente a nessuno di essi, ma s'avvicina, più che agli altri due, al ms. parigino 6560 del secolo XII e al ms. di Montpellier del secolo XII-XIII. Dei 34 miracoli, che formano la *APM*, secondo lo schema datone dal Mussafia, mancano nel codice torinese i n.[i] 8 e 23; viceversa manca in *APM* il n.° 20 del codice. Dei trentatre miracoli, che questo contiene, ventiquattro si trovano pure nella prima grande collezione descritta dal Mussafia (I, pag. 936 e segg.), in quella cioè attribuita erroneamente a Potho o Botho di Priefling, monaco benedettino del secolo XII, e che, per esser stata pubblicata nel 1731 da Bernardo Pez (1), è designata col nome dell'editore o colla sigla *P*. Otto miracoli mancanti in *P* (insieme ad alcuni comuni a *P*) sono nella raccolta di 77 miracoli contenuta nel ms. parigino 14463, del secolo XII, proveniente da S. Vittore e indicata perciò colla sigla *SV* (2). Resta così un solo capitolo, cioè il n.° 28 del codice torinese e 31 di *APM*, costituito da una redazione ritmica d'un miracolo già narrato in prosa da Gherardo di Nogent, morto nel 1124 (3). Questo ritmo si trova anche in un'altra collezione (4), ma senza una piccola introduzione, che comincia colle parole " Fratres operamini, neque seducamini ", e che si trova per l'appunto così in *APM* come nel codice torinese.

Poichè il Mussafia, descrivendo le raccolte Pez e *SV*, espone brevemente il contenuto d'ogni capitolo e ne dà l'inizio, sarebbe superfluo dare l'indice della raccolta torinese. Indicandola invece colla sigla *T*, noterò nel seguente specchietto la corrispondenza di ogni capitolo con *APM*, *P* ed *SV*, trascurando ogni altro riscontro:

---

(1) Il Pez pubblicò la raccolta in appendice alla vita della venerabile Agnese Blannbekin (*Venerabilis Agnetis Blannbekin... vita et revelationes auctore anonymo ord. Minorum*, Vienna, 1731); ma il volume fu subito soppresso per ordine imperiale, ed è quindi rarissimo. Cfr. Mussafia, I, p. 937, n.[a] 1; Potthast, pag. 1144. Il *Libellus perperam ascriptus Pothoni monacho Pruveningensi* è registrato nella *Bibl. hag.* al n° 5357.

(2) Cfr. Mussafia, I, pag. 953 e segg. D'un'altra analogia fra il ms. parigino e il torinese dirò in seguito (a pag. 916, n. 3).

(3) Cfr. Mussafia, I, 925-927.

(4) Cioè nel ms. viennese 625 (Mussafia, I, pag. 949, n° 33). Fu pubblicato coll'introduzione, da un manoscritto, che il Mussafia non potè rintracciare, nei *Miracles de N. D. de Chartres par J. Le Marchant*, editi da G. Duplessis, Chartres, 1855 (Mussafia, I, pag. 936, n.[a] 2).

T	APM	P	SV	T	APM	P	SV
1-4	1-4	1-4	—	23	26	20	—
5	6	6	—	24	27	21	—
6-14	9-17	9-17	—	25	28	30	—
15	18	31	66	26	29	—	29
16	19	—	60	27	30	41	30
17	20	—	9	28	31	—	—
18	21	—	10	29	32	35	36
19	22	—	41	30	33	37	43
20	—	18	—	31	34	—	26
21	24	—	31	32	5	5	—
22	25	—	32	33	7	7	—

Il ms. torinese s'avvicina ai manoscritti citati di Parigi e di Montpellier, perchè essi pure omettono il n° 8 di *APM*, ed hanno i n[i] 5 e 7 dopo tutti gli altri (1). Sembra però che anche in questi due codici manchi il n° 20 del codice torinese, e viceversa uno almeno di essi, cioè il codice di Montpellier, ha in fine delle aggiunte, che non sono nel nostro (2).

Sarebbe qui fuor di luogo esporre le constatazioni e le ipotesi fatte dal Mussafia sulla raccolta *APM*. Noto invece, che il miracolo narrato nel cap. 15 del codice torinese dovrebbe esser stato scritto non molto lontano da S. Michele della Chiusa, poichè lo scrittore dichiara di riferire un racconto, che *suole*

(1) Mussafia, II, pag. 12 e pag. 13, nota 6. Per semplice svista scrisse il Mussafia a pag. 13: " In Montpellier folgen nun P 5. 7. 8 ". Infatti a pag. 12 aveva scritto: " In Montpellier fehlen... die Nummern 5. 7. 8; jedoch finden sich 5 und 7 am Schlusse, gleichsam nachgetragen "; e aggiunse poi, a pag. 13, nota 6, che il ms. parigino 6560 s'accorda con quello di Montpellier nell'omettere il n° 8 e porre in fine i n.[i] 5 e 7.

(2) Il Mussafia, II, 13, n.[a] 6, dichiara di non sapere se le aggiunte del ms. di Montpellier siano pure nel ms. parigino, poichè di questo ms. egli ebbe notizia troppo tardi e non lo esaminò direttamente.

esser fatto da un monaco di quel monastero (1). A S. Michele della Chiusa sarebbe poi accaduto il miracolo, che è riferito al n° 11; sarebbero cioè prodigiosamente scomparse le macchie del vino versato, durante la celebrazione della Messa, nella *cassetta*, in cui si tenevano i corporali. Questo miracolo, appartenente al gruppo, che è in *P* 1-17 e in parecchie altre raccolte, e che il Mussafia (III, 55-56) ritiene il più antico giunto fino a noi, dovrebbe derivare, secondo lo stesso Mussafia, da qualche cronaca del Monastero. Non ne trovo però cenno nel *Chronicon coenobii S. Michaelis de Clusa* scritto nel secolo XI dal monaco Guglielmo (2), come neppure nella sua vita dell'abate S. Benedetto morto nel 1091. Guglielmo narra invece un altro miracolo, nel quale il vino del monastero ebbe forse una parte non piccola; come cioè Pietro di Savoia e Cuniberto vescovo di Torino (1046-1081?), andati a S. Michele per scacciare l'abate Benedetto e porre in suo luogo un intruso, passassero la notte gozzovigliando e bevendo smoderatamente, e partissero il giorno dopo senza più ricordarsi dello scopo del loro viaggio (3). Così, mentre l'undecimo miracolo della Vergine c'informa del colore dei vini prodotti nella *regione* di S. Michele (4), Guglielmo ci

(1) " Contigit res talis quondam in civitate bituricensi, quam solet narrare quidam monacus sancti Michaelis de Clusa, nomine Petrus, dicens se illic eo tempore fuisse die sollempnitatis Pasche ".

(2) Bibliografia in Potthast, o. c., pagg. 558 e 1202; Chevalier, o. c., alla v. *Guillaume, moine à Cluse* (I, col. 1941).

(3) *Mon. hist. patriae*, *SS.*, III, pag. 290: " per totum noctis spatium epulantes, plus nimio sese mero ingurgitant. Mane autem facto, impulsi, credo, virtute angelica, citato gressu exeunt, et infecto negotio nemini quicquam loquentes dilabuntur ".

(4) Il miracolo dà anche qualche notizia d'ordine liturgico, e quando si facesse una nuova edizione del *Chronicon*, meriterebbe d'esser pubblicato come appendice. Eccone intanto il principio: " Sancti Michaelis arcangeli nomine consecrata quedam est ecclesia, que Clusa ab incolis est nuncupata, ubi degit multitudo monachorum sub regula Deo servientibus(!). Porro in regione illa habetur vinum, quod quam (*ms.* quasi?) valde est rubicundum, de quo vino consuetudo est cantare eidem ecclesie. Cavent enim de claro vino missam cantare, ne forte negligentia contingat pro vino aqua oblata, que plerumque decipit similitudinis speciem (!). Illud quoque vinum, quod est sanguinei coloris, tante est virtutis, ut, si effundatur super aliquot linteum, ita eius efficitur colore, ut aboleri non possit ulla ablutione. Habentur

fa testimonianza della loro virtù di far dimenticare, talvolta, anche i cattivi propositi.

XVIII. Assai più importante della raccolta di miracoli è lo scritto, che viene in seguito, da c. 88[b] a c. 91[b], e che è preceduto dalla rubrica *De assumptione Sancte Marie*. Si tratta infatti d'un apocrifo attribuito comunemente al quarto secolo, cioè della pretesa lettera di Melitone vescovo di Sardi sulla morte e sull'assunzione della Vergine (1). La lettera fu pubblicata in diverse raccolte di Santi Padri, quali la parigina del 1575 e la lionese del 1677; e appunto secondo il testo dell'edizione lionese (*Bibliotheca Patrum Maxima*, II, 2, pag. 212-216) fu ristampata nella *Patrologia graeca* del Migne, vol. 5, col. 1231-1240, in appendice ai frammenti delle opere autentiche di Melitone (morto prima dell'anno 174-175). Il Tischendorf la trovò in seguito in un codice assai tardo e mancante per di più dell'attribuzione a Melitone e di tutto il proemio (2); e da questo codice la pubblicò nelle *Apocalypses apochryphae* etc., Lipsia, 1866, pag. 124-136, dando a piè di pagina le varianti dell'edizione del 1677. Più tardi vennero segnalati parecchi altri manoscritti (3),

---

quoque in ipsa prefata ecclesia capsule parve, intrinsecus linteo panno circumsepte, unde accipiuntur corporalia dum missa canitur, et ea peracta ibi reponuntur ... „.

(1) La lettera dello Pseudo-Melitone è una delle narrazioni più antiche d'una leggenda, che alcuni fanno risalire addirittura al secondo secolo e che è contenuta in numerosi testi siriaci, copti, greci, latini. Cfr. su di essa, per es., SMITH, *A dictionary of the Bible*, II, Londra, 1863, pagg. 264-265; WETZER u. WELTE, *Kirchenlexicon* cit., 1², col. 1074 (alla v. *Apokryphen*); CABROL, *Diction. d'archéologie chrétienne et de liturgie*, I, 2, Parigi, 1907, col. 2998 (alla voce *Assomption*); e specialmente E. LUCIUS, *Les origines du culte des Saints dans l'église chrétienne* (trad. JEANMAIRE), Parigi, 1908, pagine 601-608.

(2) È il codice Veneto, " *class. III, cod. CLIII, membr. saeculi fere XIV* „. Cfr. la prefazione del Tischendorf, a pag. XLIII.

(3) Cfr. HARNACK, *Die Ueberlieferung der griech. Apologeten des zweiten Jahrh...*, Lipsia, 1882, pag. 271, n.° 420 (*Texte und Untersuchungen zur Gesch. der altchristl. Liter.*, I, 1). Il Mussafia, I, 958, registra uno scritto *De transitu beatissimae Virginis* nel citato ms. parigino 14463. Dal già ricordato catalogo dei codici agiografici di Parigi, vol. III, pag. 253, risulta che si tratta dello Pseudo-Melitone. Uno dei miracoli della Vergine nella raccolta del ms. parigino 17491, sec. XIII, deriva, secondo il Mussafia, I, 980, dallo

ed il proemio della lettera fu pubblicato, nel 1880, dallo Zahn, negli *Acta Johannis*, pag. 217 e seg. (1). Ora il ms. di Torino, confrontato colle edizioni del Migne e del Tischendorf, ci dà prima di tutto un proemio affatto diverso, ed offre poi altre varianti numerose e notevolissime (2).

Nel proemio, che si legge nel Migne e nell'apparato dell'edizione Tischendorfiana, lo Pseudo-Melitone accenna vagamente ad opere scritte contro le imposture e le eresie di Leucio, e dichiara di aver detto intorno alla morte e all'assunzione della Vergine ciò che aveva sentito direttamente dall'apostolo S. Giovanni. Nel proemio del codice torinese non si fa parola nè di Leucio nè di S. Giovanni, che Melitone non potè certo conoscere, ma si dà invece il titolo di tre opere genuine di Melitone stesso, cioè dei libri *De vita prophetarum*, *De incarnacione dominica* e *De ecclesia*:

Pseudo-Melitone, cap. XI e segg. Il *Catalogus*, III, pag. 402, afferma che la raccolta di questo ms. corrisponde perfettamente a quella del cod. 2333 A (*Catalogus*, I, pag. 111-113).

(1) Non ho mezzo di consultare gli *Acta*, che cito sulla fede dell'Harnack.

(2) Ne cito una per saggio e perchè serva ad eventuali confronti con altri manoscritti. Nel cap. II dell'edizione Tischendorf, a pag. 125, si legge la promessa dell'Angelo a Maria: " Ecce, inquit, hodie per virtutem domini mei Jesu Christi omnes apostoli ad te venient ". Il ms. ha: " Ecce hodie omnes apostoli per virtutem Domini assumpti huc advenient ", avvicinandosi così al testo della *Bibliotheca Patrum maxima*; e continua poi " Facillimum est enim omnipotenti Deo sub evangelici temporis gratia veterana iterare miracula et novi testamenti ministros repente in unum congregare, cui facillimum fuit temporibus veteris testamenti manu angeli de nudea in Babilonem de crine capitis subito cum prandio portasse ". L'amaJuense del codice torinese, o dell'archetipo, dimenticò qui il nome del personaggio miracolosamente trasportato a Babilonia, cioè del profeta Habacuc (*Daniele*, XIV, 32-35). Del resto il testo torinese deriva da un archetipo evidentemente mutilo in più parti. Infatti dalle parole " Cumque inter " eos esset pia contencio, quis ex eis prior orasset Dominum " corrispondenti, press'a poco, al testo dato dal Tischendorf fra le varianti del cap. IV (pag. 127), si passa subito alla morte della Vergine, cioè alla fine del capitolo VII: " et gratias egisset, Domina emisit spiritum " (ed. Tischendorf, pag. 129: " gratias agens Deo emisit spiritum "). Il ms. finisce poi colle parole " Protinus surrexit Maria de tumulo ", mancando così la parte corrispondente alla chiusa del cap. XVI e all'intero capitolo XVII dell'ediz. Tischendorfiana.

“ Mileto servus Christi, episcopus ecclesie Sardinensis (!), venerabilibus in Christo fratribus Laodicie constitutis, in pace Christi salutem. Dum vobis de vita prophetarum vel de incarnacione dominica duo opuscula condidissem, denuo poposcitis ut vobis de ecclesia librum unum conderem, atque quid de obitu genitricis Domini certum haberetur nobis litteris (1) indagassem; ob hoc maxime, quia, sicut illa Christum corporaliter pariens virgo permansit post partum, ita Christo per fidem in ecclesia spiritales gignens, virginitatis meritum pariendo custodit (2). Igitur cum dominus et salvator noster Jhesus Christus „, ecc.

Fra le opere che ho presenti e che non sono, purtroppo, tutte quelle che dovrei e vorrei poter consultare, il solo *Dictionary of Christan Biography* di Smith e Wace (vol. III, Londra, 1882, pag. 899, alla v. *Melito*) accenna ad un manoscritto dello Pseudo-Melitone avente un proemio eguale o simile a quello del codice torinese. Questo proemio non è invece conosciuto, o fu interamente dimenticato dall'Harnack, dal Rauschen, dal Bardenhever e da molti altri scrittori, che trattarono sia della lettera apocrifa sia delle opere genuine di Melitone e della loro diffusione in Occidente (3). Esso mi sembra tuttavia degno per più riguardi d'esser preso in considerazione.

---

(1) Forse *nostris litteris*, o *vobis litteris*.

(2) Quest'ultimo passo è certamente corrotto. Una via per emendarlo ci è suggerita dalla seguente parafrasi, che si legge nel *Dictionary of Christian Biography* citato nel testo: “ as she (*Maria*) remained a virgin, notwithstanding the birth of Christ, so the Church, though bringing forth spiritual children to Christ, yet retains the merit of virginity „. Bisognerebbe dunque leggere *ecclesia* invece di *in ecclesia* e aggiungere *filios*. Non so se il concetto così espresso possa piacere o no ai teologi. Mi permetto tuttavia di manifestare il sospetto, che il *pariendo* (come forse il precedente *post partum*) sia stato aggiunto, e che il testo primitivo dicesse semplicemente: “ ita Christus filios in e. spiritualiter gignens v. m. c. „. L'audace confronto non sarebbe che un esempio di quel parallelismo fra la Vergine e il Salvatore, a cui è ispirata la leggenda, per esempio dove è detto che la Vergine fu deposta *in monumentum novum, in quo nondum quisquam positus fuerat*, che risorse al terzo giorno, ecc.

(3) Harnack, o. c., pag. 240 e segg.; *Geschichte der altchristl. Liter. bis Eusebius*, I, 1, Lipsia, 1893, pag. 246 e segg.; II, 1, 1897, pag. 358 e segg.; 517 e segg.; Rauschen, *Manuale di patrologia* (trad. Bruscoli), Firenze, 1904, pagg. 68-69; Bardenhever, *Manuale di patrologia* (trad. Ang. Mercati), I, Roma, 1908, pag. 79 e segg.; Lucius cit.; Migne, *Dictionnaire des apochryphes*, II, 1858, col. 587 e segg.; E. Renan, *Marc-Aurèle et la fin du monde antique*, 5ª ed., Parigi, 1882, pag. 178 e segg.; Wetzer u. Welte, cit., alle v. *Apo-*

È noto infatti che delle opere genuine di Melitone restano solo pochi frammenti, e che la lunga serie dei titoli si desume soprattutto dal libro *De viris inlustribus* di S. Gerolamo, cap. 24, e dalla Storia ecclesiastica d'Eusebio, IV, 26, 2. Ma la conoscenza di queste due fonti non sarebbe bastata all'autore del proemio, poichè dell'opera, che egli cita, *De incarnacione dominica*, non abbiamo notizia se non da Anastasio Sinaita, scrittore della seconda metà del secolo settimo (Migne, *Patrologia graeca*, vol. 89, col. 229: cfr. vol. 5, col. 1219 e segg.). Deve infatti trattarsi del *Περὶ σαρκώσεος Χριστοῦ*, che secondo la citazione d'Anastasio doveva comporsi d'almeno tre discorsi (*λόγοι*) ed era stato scritto contro Marcione. L'ipotesi che quest'opera sia da identificarsi col " *περὶ ἐνσωμάτου θεοῦ liber unus* " di S. Gerolamo, coll' " *ὁ περὶ ἐνσωμάτου θεοῦ* " d'Eusebio, venne giustamente respinta (1). S'affermò anche che si tratti d'un'opera apocrifa; e la testimonianza del proemio viene ora, se non erro, ad avvalorare l'opinione di coloro, che, come l'Harnack, sostengono l'autenticità. Quanto alle altre due opere citate nel proemio, il *liber unus de ecclesia* è l' " *ὁ περὶ ἐκκλησίας* " d'Eusebio; l'*opusculum de vita prophetarum*, il *De vita prophetarum liber unus* di S. Gerolamo. Quest'opera si connette comunemente coi " *τὰ περὶ πολιτείας καὶ προφητῶν* " d'Eusebio, spiegando con varie ipotesi la differenza del titolo e il fatto che Eusebio intenda evidentemente di parlare d'un'opera in più libri. Il proemio s'accorda in ogni modo con S. Gerolamo (2), e può forse far

---

kryphen e *Melito*; Hauck, *Realencyklopädie für protestantische Theologie und Kirche*, XII, Lipsia, 1903, pag. 564-567, alla v. *Melito*; ecc. Nella *Bibliotheca hagiographica*, n° 5352, come nel Vattasso, *Initia patrum aliorumque scriptorum eccles. latin.*, è registrata la lettera col solo proemio, che è nel Migne e nel Tischendorf.

(1) Erwin Preuschen, autore dell'articolo su Melitone nella cit. *Realencyklopädie* dell'Hauck, congettura invece che si tratti dell'opera *περὶ πίστεως καὶ γενέσεως Χριστοῦ* (pag. 565, n° 13). Se anche questa congettura fosse vera, il che non credo, resterebbe sempre la concordanza fra il titolo dato da Anastasio e quello dato dal proemio, e sarebbe difficile darne la spiegazione.

(2) Il Preuschen, il quale congettura che il titolo dato da Eusebio si debba probabilmente correggere in *περὶ πολιτείας ἢ προφητῶν*, afferma pure che il titolo latino *De vita profetarum* dipende probabilmente da una

nascere il sospetto dell'esistenza d'una traduzione latina dell'opera o di parte dell'opera Melitoniana.

Ci s'affaccia intanto un'altra ipotesi: che l'autore del proemio avesse diretta conoscenza delle opere, che cita, una delle quali era ignota a S. Gerolamo e ad Eusebio. Sarebbe questo senza dubbio un indizio d'alta antichità, tantopiù se siamo in presenza d'uno scritto originale latino, com'è probabile, e non d'una traduzione dal greco. Data poi la conoscenza diretta delle tre opere, che dire dell'affermazione che esse siano state scritte ad istanza dei Laodicesi? Non potrebbe essa avere un fondo o un'apparenza di verità? Certo l'ipotesi dell'Harnack, che spiega l'accenno a S. Giovanni e quello ai Laodicesi col fatto che nella storia ecclesiastica d'Eusebio, V, 24 (e quindi nella traduzione fattane da Rufino) un passo concernente Melitone è preceduto da uno, affatto indipendente, nel quale è nominata Laodicea, e poco prima da una notizia sull'apostolo S. Giovanni, non sembra molto convincente. Ma sulle numerose questioni che si possono fare intorno a Melitone e allo Pseudo-Melitone non è qui il caso d'insistere.

XIX. Seguono nel codice torinese, a c. 91[b] e 92[a], due preghiere alla Vergine connesse fra di loro, e che si riducono quindi ad una sola:

Or. " Sancta et perpetua virgo Maria, domina et advocatrix mea, confiteor dominum nostrum Jhesum Christum... offero tibi, o mater misericordie, hec quinque verba gaudii vice quinque plagarum, quas ipse verus Deus et verus homo suscepit in suo sanctissimo corpore pro nostra salute.

Or. " Gaude, Dei genitrix, ... sis pro nobis interventrix. Alleluia ".

Sono cinque *Gaude*, cioè i *quinque verba gaudii*, dei quali è cenno nella preghiera precedente. Uno dei miracoli della Vergine del gruppo più antico (cioè il n° 4 della raccolta torinese) riguarda appunto un chierico, il quale soleva cantare devotamente l'*antifona* " Gaude, Dei genitrix ", e che in punto di

svista di S. Gerolamo: " was wohl nur auf flüchtiger Lesung des Euseb beruht ". Se così fosse, il nostro proemio dovrebbe dipendere, direttamente o indirettamente, da S. Gerolamo; il che sembra escluso dalla citazione delle due opere, di cui il libro *De viris inlustribus* non fa menzione.

morte ebbe da Maria l'annunzio: “ Gaudium, quod michi precinebas, amodo mecum capies „.

XX. A c. 92ª-92ᵇ troviamo dei versi, che formano apparentemente una sola poesia, ma che appartengono in realtà a due poesie, diverse anche per il metro.

La prima di esse è il notissimo poemetto, che comincia:

> “ Heu, heu, mundi vita (1),
> Quare me delectas ita? „.

Questo poemetto consta, nell'edizione del Mone (2), di 50 strofe di quattro versi ciascuna. Sedici di queste strofe sono già negli *Anecdota sacra* del De Levis (3), con tali varianti e in un ordine, o se si vuole in un disordine, che non saprei spiegare meglio che coll'ipotesi d'un amanuense, che scrivesse le strofe a memoria a mano a mano che gli si presentavano alla mente. In un' altra edizione, in quella cioè del Du Méril (4), il poemetto ha 388 versi, ma solo perchè l'editore (credo, erroneamente) aggiunse in fine un'intiera poesia, considerata dal De Levis e dal Mone come cosa affatto distinta (5). In questa

---

(1) Così il nostro manoscritto, al pari d'alcuni altri e dell'edizione del De Levis. Altrove si legge invece: “ Heu, heu, mala mundi vita „; ma il *mala* dev'esser stato aggiunto da chi credette di correggere in tal modo un verso mancante di due sillabe. Io ritengo invece, che la parola *heu* fosse dall'autore considerata come bisillaba, tanto in questo verso come nei successivi versi 5 e 9. Cfr., per es., *Carmina Burana*, XXVI, 1, 1; 18, 1; 19, 1: LXXXVII, 7.

(2) *Hymni latini medii aevi*, I, Friburgo in Br., 1853, pag. 411 e segg. (cfr. Chevalier, *Repertorium hymnologicum*, nⁱ 7730 e 7732).

(3) Torino (1789), pag. 119 e segg. Le strofe dell'edizione del De Levis, confrontata con quella del Mone, si seguono nel seguente ordine: 1-3, 7, 10, 4, 16, 21, 17, 20, 31, 36, 44, 48, 47, 43. Le varianti sono moltissime. Fra le più caratteristiche noto che la strofa 13 del De Levis corrisponde per i primi due versi alla 44 del Mone (v. 173-174), per gli altri due ai due ultimi versi della strofa 46 (v. 183-184). Il De Levis attribuisce questo ritmo e parecchi altri a un Pietro Gonella, forse semplice trascrittore, vissuto alla fine del sec. XIII o in principio del XIV.

(4) *Poésies populaires latines du moyen âge*, Parigi, 1847, pag. 108 e sgg. (edizione, che non ho presente).

(5) È la poesia, che comincia “ Cum revolvo toto corde | In qua mundus manet sorde „, pubblicata dal De Levis, con varianti e lacune, a p. 124 e segg.,

seconda poesia si trovano alcuni versi pubblicati più volte separatamente come opera di S. Bernardo. Perciò l'Hauréau, il quale segue il Du Méril nel ritenere che le due poesie debbano esser congiunte, s'occupò del poemetto " *Heu, heu, mundi vita* „ nel suo studio *Sur les poèmes latins attribués à Saint Bernard* (1), ed esaminatene le attribuzioni a S. Bernardo, al cardinale Latino Malabranca, al francescano tortonese Pietro Gonella, finì coll'accettare la notizia dataci dalla Cronaca di Salimbene, che ne fa autore un *Primate* (2). Però, osserva l'Hauréau, ci sono due poeti di tal nome, uno d'Orléans, contemporaneo di S. Bernardo, l'altro di Colonia, che compare verso la fine del secolo duodecimo e specialmente in principio del decimoterzo. " Si donc nous n'hésitons pas à croire que l'auteur du poème est l'un des Primat (*così egli conclude*), nous ne savons si c'est celui d'Orléans ou celui de Cologne „. Ora, accolta la testimonianza di Salimbene, mi pare che potremmo, senza troppa esitazione, risolvere il dubbio in favore del più antico dei due poeti (3), tenendo conto, non tanto del contenuto preponderantemente francese del nostro manoscritto, quanto del fatto che la poesia, come vedremo, deve esservi stata scritta prima dell'anno 1187.

---

e dal Mone, a pag. 415 e segg. (*Repert. hymnol.*, n° 4102). Non ce n'è traccia in Salimbene, che trascrisse nella sua Cronaca l'intero poemetto *Heu, heu, mundi vita*. V. *infra*, pag. 922, n. 2.

(1) Nel *Journal des Savants*, maggio 1882, pag. 283-285 (Estr. pp. 24-26). Cfr. *Journal des Savants*, agosto 1887, pag. 512. Non ho presente lo scritto definitivo dello stesso autore, *Des p. l. a. à S. B.*, Parigi, 1890; sul quale è da vedersi E. Vacandard, in *Revue des questions historiques*, XXV, 1891, pag. 218 e segg.

(2) *Monum. hist. ad provincias Parmensem et Placentinam pertinentia, Chronica*, I, Parma, 1857, pag. 357: " Primas vero, in suo tractatu *De vita mundi*, optime locutus est, dicens: '*Heu! heu! mundi vita*', ... „. In questa edizione, la sola che potè esser usata dall'Hauréau, sono dati soltanto i primi quattro versi. Ma Salimbene, come si può ora vedere nell'edizione dei *M. G. H., SS.*, XXXII, pag. 600 e segg., aveva trascritta l'intera poesia, di 51 strofe. Cfr. la precedente n. 5 a pag. 921.

(3) Su questo poeta, il cui vero nome è Ugo d'Orléans, si veda la bibliografia nello Chevalier alla v. *Primat*. Tra gli scritti posteriori ha massima importanza quello di W. Meyer, *Die Oxforder Gedichte des Primas*, nelle *Nachrichten* della Società delle Scienze di Gottinga, *Phil.-hist. Kl.*, 1907, pag. 75 e segg., e 113 e segg. Risulta dalle ricerche del Meyer, che *magister Ugo* deve esser nato un po' prima dell'anno 1094 (*l. c.*, pag. 86 e 98).

Queste conclusioni varrebbero, s'intende, per il ritmo " *Heu, heu, mundi vita* ", trascritto da Salimbene, e potrebbero estendersi alla parte, che interessava l'Hauréau, cioè al ritmo " *Cum revolvo toto corde* ", solo se si considerasse questo secondo ritmo come parte o come seguito del primo, il che sarebbe arbitrario. Ma, indipendentemente da ciò, la testimonianza di Salimbene merita fede? A dir il vero, non mi sembra. Salimbene era infatti così poco informato in proposito, che fece dei due Primati una sola persona, alla quale attribuì anche un'altra poesia, che non è di nessuno dei due (1). Noto del resto che nel manoscritto torinese abbiamo soltanto le prime undici strofe del primo ritmo, che confrontate coll'edizione del Mone non offrono varianti di grande importanza. Potrebbero queste undici strofe costituire il nucleo primitivo della poesia, successivamente ampliata con aggiunte, magari d'altro autore? Per parte mia, considerando la natura e il modo di composizione del poemetto, fatto quasi a mosaico, non oserei negarlo troppo recisamente.

XXI. L'inno unito nel manoscritto alla poesia, di cui ho detto, è in strofe composte in tutto e per tutto come quelle dell'inno pubblicato a pag. 910-911. Anche questo nuovo inno, se non è mancante in principio (il che non pare), dovrebbe essere inedito. Ne do quindi il testo:

O fugitivum gaudium
et fallax vita iuvenum,
quam brevis est blandicia,
quam fert adolescentia!
Iuventus, etas florida,
spes et parentum gloria,
multis esses amabilis
si fores diu stabilis (2).
Sed, dolor ineffabilis!,
quam cito lapsa corruis!
Cito mentitur senibus,
quod sperant in iuvenibus.
Ut quid hec lux diligitur,
quae tam cito relinquitur?
Frustra gaudium queritur,
quod in momento perditur.

---

(1) W. Meyer, l. c., pag. 77 e nota 1ª.

(2) Il ms. ha *flores ... stabis*.

O falsa delectatio
in iuventutis gaudio!
Nam fallimur in omnibus,
quae tenere non possumus.
Quid iam debemus cupere
vel quo salutem querere?
Nam deficit et moritur
quicquid in terris oritur.
O vita miserabilis
et amor lacrimabilis!
Si mane fert leticiam,
dat vespere tristiciam!
Cur nos optamus (1), miseri,
hec peritura seculi?
Quousque nos decipies,
..... mundi species? (2).
Iam non est salus alia,
nisi celorum patria:
nam quod in mundo nascitur,
perit, transit et labitur.
O paradisi requies,
quam ... (3) nobis venies!
Iam fere fetent omnibus
hic tanti mundi gemitus.
O Christe, rex altissime,
da nobis in te vivere,
tueque lumen glorie,
post mortem carnis, tribue.
Amen. Amen „.

XXII. Da c. 93[a] a c. 97[b] abbiamo nel codice torinese una piccola serie di miracoli di S. Andrea: “ *Incipit prefacio in miraculis sancti Andreae apostoli.* Inclita sanctorum..... aut qui crederet filium Dei omnipotentis „. Si tratta dell'operetta di Gregorio di Tours, *De miraculis B. Andreae*; ma dei 40 capi-

(1) Il ms. ha *obtamus*.

(2) Il ms. ha *hec mundi species*. Per salvare verso, rima e grammatica, bisognerebbe scrivere, per esempio, “ O vana mundi species „. Le rime di quest'inno e di quello pubblicato a pag. 910-911 presuppongono una pronuncia del latino diversa da quella usata in Italia, come ho già osservato per i versi di Bernardo Gestense, e si potrebbe del resto osservare in moltissime altre poesie latine medievali.

(3) Manca evidentemente una parola, che potrebbe essere *grata*.

toli, di cui essa si compone, non abbiamo nel ms. torinese se non i primi dieci (*Mon. Germ. Hist.*, *SS. rerum merovingic.* I, pag. 827-832. Cfr. *Bibl. hag.* 430).

XXIII. Il ms. primitivo finisce, a c. 97v-98, con alcuni pochi canoni, interessanti specialmente i monaci. Eccone la serie:

1. " *Decreto Bonifacii.* Bonifatius papa, qui quartus a beato Gregorio fuit. Quod liceat monacum sacerdotem ubique cum sacerdotali officio ministrare. Sunt nonnulli stulti... tanto potentior ". È una decretale apocrifa di Bonifacio IV (Jaffé, 2a ediz., † 1996), riprodotta, integralmente o parzialmente, nel Decreto d'Ivone VII, 22, nel Policarpo del cardinal Gregorio, IV, 34, 26, e nel Decreto di Graziano, c. XVI, q. 1, c. 25. È del resto falsa la sola attribuzione a Bonifacio IV (608-614), poichè il testo corrisponde perfettamente al c. 2 del Concilio di Nîmes del 1096 (in Mansi, *Concil.*, XX, col. 934).

2. " Ex decreto beati Gregorii pp. Episcopus debet missam celebrare in ordinatione presbiteri, et abbas in consecratione monachi... trecentorum et octo patrum ". Corrisponde, salvo importanti aggiunte ed interpolazioni, al c. 3 del citato Concilio di Nîmes. Per una piccola parte è da confrontarsi anche Jaffé2, † 1951, passato nel Decreto di Graziano, c. XVI, q. 1, c. 24.

3. " Augustinus, de opere monachorum. Divites ad ecclesiam venientes... nec de oblationibus vivat ". È un'altra piccola falsificazione. Si tratta cioè, non di un passo autentico di S. Agostino, ma d'un testo fabbricato coll'appoggio del *De opere monach.*, XXV (33). (*Corpus script. eccles. latin.*, vol. XXXXI, pag. 579).

4. " Gregorius pp. de confessione. Caveat ante (ms. *autem*) omnia sacerdos..... peniteat peregrinando ". (Collez. d'Anselmo di Lucca, XI, 25; Policarpo, VI, 20 (19), 9; Graziano, D. VI, de poenit., c. 2, *Sacerdos a. o. c.*; Jaffé2, † 1957).

5. " Ex concilio cartaginensis (!). Diaconus presente presbitero... eroget iussus ". È il c. 35 del quarto concilio cartaginese (Bruns, *Canones*, I, pag. 145); canone, che si trova in buon numero di collezioni canoniche, ma non in Graziano.

La piccola serie di canoni del nostro manoscritto doveva probabilmente trovarsi anche in un manoscritto spagnuolo, da cui ne fu tratta copia per uso dei *correctores romani*. Essi infatti

notarono a Graziano, c. XVI, q. 1, c. 25: " Caput hoc cum nonnullis aliis missum est ex Hispania, descriptum ex vetusto codice Monasterii Populeti (*cioè di Poblet in Catalogna*), cuius hic est titulus: *Ex concilio Bonifacii Papae, qui quartus a B. Gregorio, quomodo monachis liceat cum sacerdotali officio ubi et ubi ministrare* ".

In ogni modo, la raccoltina torinese, sulla quale ritornerò forse altrove, ha notevole importanza, almeno indiretta. Che essa si possa ritenere con tutta probabilità d'origine francese e che sia senza dubbio degli ultimissimi anni del secolo XI, risulta da questi dati di fatto: che i c. 1 e 2 derivano dai c. 2 e 3 del concilio tenutosi a Nîmes, alla presenza di Urbano II, dall'8 al 12 luglio 1096 (1); e che essa è fonte, finora ignota, del Decreto di Ivone di Chartres. Il Decreto, VII, 22, dà infatti, con piccole varianti, l'intero canone 1 della raccolta insieme colla rubrica contenente la falsa attribuzione a Bonifacio IV (2), e non ha invece nulla che corrisponda al c. 2. La nostra raccoltina deve quindi aver attinto dagli atti del Concilio ed esser stata alla sua volta fonte, diretta o indiretta, del Decreto d'Ivone. Della data di compilazione del Decreto s'occupò ampiamente Paolo Fournier, così benemerito degli studi sulle collezioni canoniche anteriori a Graziano, giungendo a conchiudere, che il Decreto dev'esser stato compiuto dopo il 1093 e verosimilmente verso il 1095 (3). Queste conclusioni vanno ora alquanto modificate, poichè il Decreto, nel quale un canone del Concilio di Nîmes passò già di seconda mano e in parte falsificato, deve essere necessariamente posteriore al 1096, e forse di qualche anno.

Noto ancora, che le falsificazioni indicate furono certo fatte a vantaggio degli abati e dei monaci, contro i vescovi e il clero secolare; e non tanto per creare un diritto nuovo,

(1) Cfr. Hefele-Leclercq, *Histoire des Conciles*, V, 1, Parigi, 1912, p. 447 e segg.

(2) Uso l'edizione del Decreto, che è in Migne, *Patrol. lat.*, vol. 161. Il testo, che c'interessa, è alla col. 549-550. Nella rubrica si legge *Ex concilio Bonifacii*, come nel ms. di Poblet, e non *Decreto B.*, come nel nostro.

(3) *Les collections canoniques attribuées à Yves de Chartres* (Extr. de la *Biblioth. de l'École des Chartes*, 1896-1897), Parigi, 1897, pag. 89; *Yves de Chartres et le droit canonique*, Parigi, 1898, pag. 60.

quanto per consacrare coll'autorità dei secoli e dei grandi nomi ciò che si poteva ormai considerare come diritto vigente, ma che non era ancor posto fuori d'ogni controversia e al sicuro da ogni rivendicazione.

XXIV. Le ultime linee della c. 98[b] e l'intera c. 99[a] rimasero in bianco. La c. 99[b] e poco meno della metà di 100[a], che erano parimenti bianche, furono più tardi usate per trascrivervi tre bolle di papa Gregorio VIII per la terza crociata. La prima e la terza bolla, colle date del 10 e dell'8 novembre 1187, sembrano affatto sconosciute(1); la seconda, che nel nostro manoscritto è senza data, fu invece pubblicata molte volte colla data del 29 ottobre, e più recentemente colla data del 30 ottobre e con varianti puramente di forma (2).

Le tre bolle furono evidentemente consegnate al cardinale Enrico di Marcy, vescovo d'Albano, che il papa, appena eletto, mandava come legato a predicare ed organizzare la crociata per la riconquista di Gerusalemme, caduta, il 2 ottobre 1187, in mano di Saladino. Ma, come è noto, Gregorio VIII, eletto a

---

(1) L. Schiaparelli, il quale, per incarico della Società delle Scienze di Gottinga, fece ricerca delle bolle, anteriori al pontificato d'Innocenzo III, esistenti, in originale o in copia, negli archivi e nelle biblioteche di Torino, non ebbe alcuna notizia dei manoscritti posseduti dall'Accademia, come si può vedere in P. Kehr, *Papsturkunden in Turin. Bericht ü. die Forschungen von L. Schiaparelli*, in *Nachrichten von der k. Gesellsch. der Wiss. zu Göttingen, Phil.-hist. Kl.*, 1901, pag. 57-115. Più tardi il Kehr venne indirettamente a conoscenza di alcuni mss. dell'Accademia concernenti Vercelli e Tortona (*Italia pontificia*, cit., VI, 2, 1914, pag. 6, 8, 81, 211); ma non seppe del codice, di cui ci occupiamo. Riguardo alle due bolle in questione, nulla ho trovato nelle molte notizie e fra i testi pubblicati dal Kehr e da altri nelle *Nachrichten* citate, dal 1896 al 1914 (fasc. I); ed ho scorso pure inutilmente i sedici volumi delle *Quellen und Forschungen aus italien. Archiven und Bibliotheken*, Roma, 1898-1914.

(2) Jaffé, 2[a] ediz., n[i] 16018 e 16022. Colla data del 30 ottobre 1187 la bolla fu pubblicata dal Pflugk-Harttung, *Acta pontificum romanorum inedita*, II, Stoccarda, 1884, pag. 395-396, n° 449. Collazionai il testo torinese appunto coll'edizione del Pflugk-Harttung, e notai le seguenti piccole varianti: " ... et missa ubi cantanda fuerit; ...a dominica de adventu Domini; ... et sabbato indifferenter omnes; ... si ... convertimus nos ad Dominum, convertetur et ipse atque ignoscet; ... in parva postmodum manu; ...quicumque transgressor extiterit, quasi sacrorum canonum prevaricator habeatur ".

Ferrara il 21 ottobre e consecrato il 25, morì a Pisa il 17 dicembre. Si capisce quindi come il cardinale Enrico abbia presentato le due bolle, che gli servivano di credenziali, solo nelle prime sue fermate, e abbia poi cessato di farne uso non appena venne a conoscenza della morte del pontefice; il che spiega la poca diffusione che esse ebbero. L'altra bolla, che impone a tutti i fedeli digiuni e preghiere propiziatorie, non contiene invece alcun accenno al cardinale Enrico o ad altra persona, e fu evidentemente consegnata od inviata a molti; cosicchè se ne conservarono copie in buon numero e non senza qualche variante.

Enrico di Marcy, monaco cisterciense, era stato abate d'Altacomba nel 1160, poi di Clairvaux nel 1176; e nel 1179 era stato creato cardinale e vescovo d'Albano. Alcune sue opere, precedute da cenni biografici (1), sono stampate nella *Patrologia* del Migne, vol. 204, col. 211 e segg. La legazione affidatagli da Gregorio VIII non cessò colla morte del papa. Nel febbraio del 1188 lo troviamo infatti, in qualità di legato del nuovo pontefice Clemente III, in Germania (2), e più tardi in Francia, dove morì, secondo l'Ughelli (3), il 4 luglio dello stesso anno 1188, secondo lo Chevalier il 1° gennaio del 1189.

Le tre bolle di Gregorio VIII sono scritte in carattere molto minuto, da mano diversa dalle precedenti; ed io credo molto giustificata la congettura, che siano state copiate durante il passaggio dello stesso cardinale Enrico, cioè, probabilmente, verso la fine del 1187. Ciò equivale a dire, che il codice dev'esser di data alquanto anteriore.

La carta 99[b] ha 36 linee di scrittura; e altre 16 linee sono scritte nella c. 100[a], la cui parte inferiore è recisa, come ho già detto. Ciò che resta della c. 100[b] è in bianco.

Do qui il testo delle due bolle inedite, lasciandole nell'ordine stesso, in cui si trovano nel codice. È vero che la seconda bolla, se le date non sono errate, è anteriore alla prima di due

(1) Cfr. la bibliografia, che è in Potthast, pag. 579 (a *Henricus de Castro Marsiaco*), e nello Chevalier, alla v. *Henry de Marcy*.

(2) Cfr. Jaffé, 2ª ed., n° *16102 e le fonti ivi citate.

(3) *Italia sacra*, I, 254-256 (in parte anche nel Migne, *Patrol. lat.*, vol. 204, col. 211-212). La stessa data è nel Gams, *Series episcoporum*, pag. xxii.

giorni; ma essa contiene già un accenno alla prima bolla, che forse era in preparazione, e le serve quasi di complemento (1):

" Gregorius episcopus, servus servorum Dei, venerabilibus fratribus, universis archiepiscopis, episcopis, et dilectis filiis abbatibus et aliis ecclesiarum prioribus (*et*) prelatis, ad quos littere iste pervenerint, salutem et apostolicam benedictionem. Acerbi casus atrocitas, que populum christianum et Dei sanctuarium de partibus orientis diebus novissimis pene radicitus explantavit, tanto personis ecclesiasticis sollicitudinem debet incutere graviorem, quanto pro statu ecclesie Dei et catholice religionis a(*u*)gmento tenentur diligentius vigilare. Vobis autem, venerabiles fratres archiepiscopi et episcopi, specialius honus istud noscitur imminere, ut videlicet plus perferatis laboris et sarcine, qui plus accepistis in populo potestatis. Sane nos, audita predicti crudelitate rumoris, inter angustias positi, tandem quod consultius occur(*r*)it elegimus, ut videlicet venerabilem fratrem nostrum H(*enricum*) albanensem episcopum, apostolice sedis legatum, virum magni meriti atque in religionis perfectione probatum, cui, sicut viro discretionis et honestatis precipue, negotia credimus ecclesie principaliter committenda, vice nostra in publice salutis ministerium per regiones, quas vestra incolit universitas, mitteremus, cogitantes quod per alium huius difficultas articuli non posset utilius explicari. Quo circa universitatem vestram monemus attencius et districte precipimus, quatenus omnes tam prelati quam subditi, cum ad partes vestras Domino dirigente pervenerit, ei devotionem et honorem et obedientiam humiliter impendatis et cum eo pariter populos per vestras parrochias constitutos monere atque inducere propensius studeatis et in remissionem nichilominus iniungere peccatorum, ut in fratrum suorum adiutorium et illius terre liberationem, in qua Deus per proprium filium salutem universorum voluit operari, prona voluntate concurrant. Illos vero, qui vel imbecillitate corporis vel aliis causis evidentibus impediti non potuerint in

(1) Le due bolle, che, per riguardo alla Crociata, sono forse le più importanti che abbiamo di Gregorio VIII, sono da confrontarsi specialmente con Jaffé[2], 16013 del 24 ottobre; 16019 del 29 ottobre (= 16034 del 3 novembre); 16073 del 29 novembre.

personis propriis proficisci, prout instantius poteritis inducere procuretis, quatinus de bonis suis et facultatibus aliquid subsidii studeant erogare. Fructus autem inditio doceat evidenti, quod in pectore vestro zelus legis divine resideat et dolorem ingerat contumelia Redemptoris. Verum non solum in predicto negotio, sed etiam in omnibus, que pro statu ecclesiastico vel resecanda vel statuenda vel fovenda fuerint vel modis aliis disponenda, eundem episcopum, sancte romane ecclesie legatum, habere volumus potestatem. Sane super tre(*u*)gis (1) vel, quod melius esset, pacificationibus inter principes vel inferiores quoslibet, quousque victoriam de hostibus suis (2) Dominus tribuat, ineundis, illum favorem et assensum predicto legato universaliter impendatis, ut maiores quilibet precedentes exemplo suo subiectos inducant et, si opus fuerit, necessitate compellant, quatinus humani generis inimicus, qui se (!) credit tam grave fidei dispendium comparatum, suo duppliciter gladio vulneretur, dum ex hoc et pax fidelium, Domino donante, perveniat, atque in hostilitatem barbaricam christiana multitudo consurgens, post tribulationes, in quibus probavit eam Dominus, in fide et virtute Christi fortius convalescat. Dat. Ferrarie, IIII idus novembris, indictione VI (3) „.

“ Item. Universis fidelibus christianis. Non est vobis ignota terre ierosolimitane contricio, quam nuper relatio flebilis usquequaque respersit. Super eius autem subsidio, si forte Dominus eam miseratus dignetur respicere, sollicite secundum officii nostri debitum cogitantes, venerabilem fratrem nostrum Hen(*ricum*) albanensem episcopum, apostolice sedis legatum, virum scientia pariter et religione probatum, ad partes vestras duximus, sicut alie littere plenius continent, dirigendum; universitati vestre per apostolica scripta mandantes, quatinus omnes, qui vel nolueritis (4) vel non potueritis terram (5) illam divina castigatione

(1) Era scritto *regis*. La *t* è aggiunta sopra la linea e d'altro inchiostro.

(2) Qui fu raschiata una parola, forse scritta per errore.

(3) L'indizione è la costantiniana o la costantinopolitana, come nelle altre bolle di Gregorio VIII. Segue nel ms. la bolla già nota, coll'intitolazione “ *Item Gregorius universis fidelibus* „.

(4) Corretto con altro inchiostro. Prima era scritto *volueritis*.

(5) Il ms. ha *terra*.

percussam in personis propriis visitare, de vestris substantiis conferatis, cum fueritis ab eodem episcopo requisiti, et subditos vestros ad conferendum modis quibus poteritis inducatis, collectas ad instar apostoli facientes, quatinus eorum inopia, qui transfretare voluerint, de huiusmodi suppleatur, et alia, que necessaria expeditioni fuerint, preparentur. Dat. Ferrarie, VI idus novembris, indictione VI „.

XXV. Le cinque carte aggiunte, com' ho detto, al codice primitivo, contengono il notissimo e divulgatissimo poemetto *De lapidibus* di Marbodo vescovo di Rennes (1), morto nel 1123. Esse sono scritte su due colonne per pagina, a 42-43 linee per colonna, da una mano della fine del secolo XII. La scrittura è molto irregolare, e alternativamente più o meno alta, più o meno serrata. Il poemetto consta d'un proemio e di sessanta capitoli, che sono numerati in cifre romane, a partire dal decimosettimo, e non senza qualche errore. Le intitolazioni furono scritte in inchiostro nero, insieme col testo; e solo nella prima pagina le iniziali e i titoli sono toccati di rosso.

Nel nostro codice il poemetto è preceduto dal semplice titolo: " Incipit liber Rodonensis (!) episcopi Marbodii de lapidibus „; e finisce, a c. 105ᵇ, colla sottoscrizione: " Explicit liber Marbodi de lapidibus, habens versus septingentos triginta „ (2). Segue: " Incipiunt capitula lapidum numero sexaginta „; ma quest'indice finisce, colla prima colonna dell'ultima pagina, al capitolo 28, *De ceraunio lapide*, che porta erroneamente il numero XXX.

Nella seconda colonna sono tre ricette mediche, in scrittura corsiva del sec. XII-XIII: " Ad gutirosos curandos et sanandos...; sirupus ad tercianam; sirupus acetosus ad cotidianas „. Precede un verso leonino sui segni diagnostici della gotta: " Innuitur guta regnare per alba minuta „.

---

(1) Bibliografia nel Potthast, pag. 763-764, e specialmente nello Chevalier, alla v. *Marbode*. Ho presente l'edizione del *De lapidibus*, che è nel Migne, *Patrol. lat.*, vol. 171, col. 1737 e segg. Il numero dei mss. è grandissimo. Il solo Pasini, nel catalogo dei mss. della biblioteca di Torino, ne registra tre, oltre ad un compendio del poemetto in prosa.

(2) Una sottoscrizione analoga è nel *Codex Victorinus* citato nell'ediz. del Migne. In quest'edizione il testo finisce con tre versi, evidentemente aggiunti, che mancano nel nostro codice, come in altri.

XXVI. Resta a dire della carta di guardia, che è in fine del volume. Nella prima facciata di questa carta, una mano press'a poco contemporanea al codice aveva cominciato a disegnare un Cristo in croce fiancheggiato dalla Vergine e da S. Giovanni. Il disegno, non finito e quanto mai grossolano, venne raschiato, lasciando solo le tre teste e la parte superiore della croce. Le teste furono poi ritoccate da mano più recente, ma non meno imperita della prima. Nella seconda facciata, prima della sottoscrizione di *soror Bruna* (1), si leggono alcune preghiere alla Vergine, che trascrivo per ragioni analoghe a quelle, per le quali ho dato i testi liturgici contenuti nella prima carta di guardia:

" O beata Maria, quis (*ms.* quid) digne tibi valeat iura gratiarum et laudum preconia impendere, que singulari tuo ascensu mundo sucurristi perdito? Quas tibi laudes fragilitas humani (*ms.* humano) generis persolvet, que solo tuo commercio additum (!) recuperandi invenit (2)? Accipe itaque exiles, accipe quascumque meritis tuis impares graciarum acciones; et cum susceperis (*ms.* susceperit) vota, culpas nostras orando excusa; tu.

Admitte, piissima Dei genitrix, nostras preces intra sacrarium exaudicionis, et reporta nobis antidotum reconciliacionis. Sit per te excusabile quod per te ingerimus, fiat impetrabile quod fida mente poscimus, accipe quod oferimus, et dona quod rogamus (*ms.* roguamus), et excusa quod timemus; t.

Sancta Maria, succurre miseris, iuva pusillanimes, refove flebiles, ora pro populo, interveni pro clero, intercede pro devoto femineo sexu. Senciant omnes tuum iuvamen, quicumque agunt tuam sanctam commemoracionem. Asiste parata votis poscentium, et reporta nobis obtatum efectum. Sit tibi studium assidue orare pro populo Dei, que (*ms.* quem) meruisti benedicta precium proferre pro crimine mundi; tu. ".

---

(1) Vedi sopra, pag. 906, n. 4.

(2) Il ms. ha *inveni*. Prima di *invenit* bisogna aggiungere qualche parola, per esempio *gratiam* o *salutem*.

Notizie sul movimento pedagogico e scolastico piemontese negli anni 1850-53

Nota della Signorina MARIA MONET

Il centro da cui mosse, si può dire, tutto il rinnovamento pedagogico del Piemonte negli anni intorno al 1850 fu la Società d'istruzione e d'educazione fondata nel 1849.

Dal Comitato centrale di Torino, dove la Società ebbe origine, nacquero poi via via i Comitati provinciali di Mondovì, Susa, Novara, Vercelli, Casale, Biella, Alessandria, Asti, Acqui, ed in altre provincie del Regno, Comitati che vissero indipendenti di vita propria, con proprie adunanze e propria amministrazione.

Tutti questi Comitati avevano però un solo intento, quello di rialzare le sorti della Patria, rinnovando la coscienza del suo popolo mercè un'educazione meglio intesa e più adatta all'indole dei tempi ed ai nuovi ideali.

Per raggiungere questo scopo la Società riuniva ogni anno i soci in un Congresso Generale ora in una, ora in un'altra città, e, a propugnare le sue idee e a farne conoscere gli intendimenti, pubblicava il " Giornale della Società d'istruzione e d'educazione ".

Mentre da una parte essa accoglieva numerose adesioni e suscitava entusiasmo, dall'altra, urtando sentimenti da troppo tempo radicati, incontrava critiche ed opposizioni. Le accuse venivano spietate soprattutto dai gesuiti, spogliati nel 1848 e spodestati dei loro palazzi e dei loro monasteri per istituirvi collegi nazionali, scuole od istituti popolari.

Certamente le cause di questi attacchi maligni e brutali non erano solo d'indole scolastica e sociale, ma anche d'indole politica; poichè non bisogna dimenticare che in Piemonte il

movimento pedagogico e scolastico non va mai disgiunto dal moto nazionale.

La Società d'istruzione e d'educazione subalpina fu dunque, come attesta l'Allievo (1), la forma drammatica e polemica sotto cui si spiegò il moto pedagogico in Piemonte, ma essa ebbe altresì nel giornalismo la sua forma critica e frammentaria, e nelle opere pedagogiche dei pensatori la forma scientifica e speculativa.

L' " Educatore primario „, che più tardi prese il titolo di " Educatore „, fu il primo di questi giornali pedagogici piemontesi. Esso sorse per iniziativa di Vincenzo Troya, di Agostino Fecia, di Vincenzo Garelli, di Carlo Boncompagni, che ne furono i principali collaboratori, e di altri ancora, meno conosciuti, ma che vi diedero pure l'opera loro.

L' " Educatore „ si trasformava poi, nel 1849, in " Giornale della Società d'istruzione e d'educazione „, e, quattro anni dopo, essendosi rigogliosamente sviluppata quella Società, si bipartiva in due distinti periodici: la " Rivista delle Università e Collegi „ e l' " Istitutore „.

La " Rivista „, che si occupava di tutto quanto riguardava l'insegnamento secondario e superiore, decadde ben presto.

L' " Istitutore „, invece, nel quale venivano trattate le questioni dell'istruzione primaria o tecnica, ebbe lunga e florida vita e durò fino al 1893-94 (42° anno, poichè era stato fondato nel 1853), diretto fino al 1855 da Domenico Berti, poi da Giovanni Lanza e infine dal vivente prof. Guiscardo Grammatica.

Esaminai con interesse questo giornale scolastico, gentilmente concessomi dalla Ditta Paravia, poichè per mezzo di esso si può seguire lo svolgimento del moto pedagogico subalpino di circa mezzo secolo. Alla durata di questo giornale contribuirono certamente l'eccellenza degli scrittori che vi collaborarono, quali il Tommaseo, oltre ai già ricordati, e l'importanza degli argomenti svolti. Il maestro elementare trovava nell' " Istitutore „ una raccolta di temi adatti ai suoi alunni, e nello stesso tempo una guida pratica e sicura nell'applicazione dei metodi d'inse-

(1) Cfr. *La pedagogia antica e contemporanea* (Torino, tip. Subalpina, 1901), pag. 95.

gnamento e di disciplina, oltre ad alcuni cenni critico-bibliografici delle principali opere pedagogiche che gli scrittori del tempo andavano pubblicando.

E mercè l'operosità collettiva del Governo, dei Comuni, delle Provincie, della Società d'istruzione e di educazione, mercè l'aiuto materiale, l'opera ed i consigli dei privati cittadini, si iniziava nel Piemonte la riforma pedagogica e scolastica, che andò man mano estendendosi fino ai giorni nostri.

Si istituirono numerosi asili infantili, le scuole serali e festive per gli operai, si riformarono le scuole maschili, si crearono quelle femminili, si fondarono le magistrali; si diede largo sviluppo all'insegnamento tecnico e professionale, si aprirono dei Collegi-Convitti Nazionali, si ampliò l'istruzione universitaria istituendovi nuove cattedre e chiamandovi gli uomini più insigni del Regno allo scopo di preparare valenti professori per gli istituti pubblici d'istruzione secondaria.

Infine, poichè giungevano continuamente al Ministero della Pubblica Istruzione vive lagnanze d'insegnanti e cittadini sui libri usati nelle scuole elementari, lagnanze di cui si facevano interpreti tutti i giornali scolastici e politici del Regno, s'istituiva nel 1851 una Commissione per l'esame di detti libri, la quale li trovò tutti inadatti allo scopo per cui erano stati scritti.

Veniva allora dallo stesso Ministero affidata la compilazione di nuovi e migliori libri al professor Vincenzo Troya (1), il quale tentava con miglior fortuna la riforma già incominciata dall'Anselmi nei suoi *Libri di lettura pei fanciulli*, pubblicati prima del 1821. Il Troya, fattosi continuatore dell'opera dell'Anselmi, seppe condurla a felice compimento.

Le *Letture* da lui pubblicate nel 1840 erano state così favorevolmente accolte che, mentre non uscivano dalla Stamperia Reale più di tremila copie all'anno dei libri precedentemente in uso nelle scuole primarie, delle Letture del Troya se ne stampavano fino a quarantamila.

La prova tentata lo avvertì del meglio da farsi ed egli, non sdegnando i consigli dei pedagogisti suoi contemporanei, stampava una nuova edizione sensibilmente modificata e, sul-

(1) Cfr. " Giornale della Società d'istruzione e d'educaz. ", 1849-50.

l'esempio di Pietro Thouar, nominò graduate le sue *Letture* e fece graduato il suo *Sillabario*. L'intento fu unico, sebbene in modo diverso: dal facile salire per gradi al difficile, sia per l'esercizio pratico del leggere, sia per l'attenzione intellettuale alla materia presentata a leggersi, sia per la forma.

Oltre il *Sillabario* e i due libri di lettura, il Troya pubblicò gli *Elementi di grammatica italiana*, gli *Elementi di aritmetica*, la *Guida dei Maestri*, sempre per l'incarico affidatogli, oltre a molti altri scritti, che credo qui inutile enumerare.

Questi libri rappresentavano un tale progresso per quei tempi, che essi furono subito adottati non solo in Piemonte ed in Italia, ma anche all'estero; se ne fecero tre versioni in Spagna, due in Francia, e furono giudicati favorevolmente anche in Germania.

La via battuta dal Troya fu contemporaneamente seguìta da Agostino Fecia, il quale colla sua *Poliantea* e con varî opuscoletti posteriormente stampati contribuì a dare un retto indirizzo all'istruzione primaria. Anche nelle altre regioni d'Italia, già fin dal 1846, illustri educatori e pedagogisti si erano cimentati nella compilazione di libri per gli alunni e per i maestri delle scuole elementari. Ricorderò solo i maggiori: nella Lombardia, Ferrante Aporti; nel Canton Ticino, il Parravicini (*Giannetto, libro pei fanciulli*, che si sparse a migliaia di copie in Piemonte non solo, ma in tutta l'Italia, ed un *Manuale di pedagogia e metodica*); nell' Emilia, il Taverna (*Letture*); nella Toscana, Pietro Thouar (*Racconti pei fanciulli, letture. Il libro del fanciulletto.* Firenze, Vieusseux, 1853) e Raffaele Lambruschini (*Guida dell'Educatore*); infine nell'Umbria, Vitale Rosi (*Manuale di scuola preparatoria*, pubblicato nel 1832 a Foligno, e che fu ristampato poi nel 1850 a Firenze per la terza volta dal Vieusseux con molte correzioni ed aggiunte dell'autore).

Ma una nuova grande riforma s'imponeva: la riforma del Metodo, che era divenuto la causa delle più vivaci polemiche fra i rinnovatori e fra i sostenitori dei vecchi metodi.

La naturale conseguenza di quest'intenso lavorio che ferveva in Piemonte per la restaurazione degli studi fu la pubblicazione di due opere didattiche, che apparvero in Torino ad appena un anno di distanza: *Il Metodo applicato all'insegnamento elementare*, pubblicato nel 1849 da Domenico Berti, il fondatore

della scuola normale omonima, allo sviluppo della quale dedicò gran parte della sua attività, e i *Primi principî di Metodica*, stampati nel 1850 da G. A. Rayneri.

L'importanza di una buona educazione, la necessità di un insegnamento più adatto alla natura ed ai bisogni delle crescenti generazioni, e conseguentemente la necessità della riforma del metodo, di una maggiore preparazione dei maestri elementari e dell'istituzione di nuove scuole erano talmente sentite, che non solo i giornali scolastici, ma anche quelli politici, vi dedicavano articoli varî, che venivano commentati con vivo interesse dai lettori.

" Un popolo servo — leggiamo in un giornale del 1849 (1) — non abbisogna d'altra perizia che di quella necessaria per ben servire, ma un popolo libero, oltre la perizia del ben obbedire, necessita altresì di quella di ben comandare. " L'uomo tanto può quanto sa „, — disse il Romagnosi, — perchè la volontà dell'uomo non può appetire se non quello che conosce, e mandare ad effetto se non quello che vuole. Un popolo ignorante non può essere libero. quindi la nostra Patria sarà sempre in pericolo di perdere la libertà finchè il popolo non sarà stato largamente istruito. Ecco quindi il sacro debito che ci stringe: *Salvare la Patria pericolante nella sua libertà coll'istruire costantemente il popolo* „.

Provincie e Comuni risposero a quest'appello istituendo nuove scuole elementari (maschili s'intende, poichè fino a tutto il 1850 non si parla di istruzione femminile).

Intanto il Governo concedeva qualche sussidio ai Comuni più poveri, che pur si mostravano solleciti nel provvedere alla istruzione primaria, e i privati generosamente davano somme cospicue per asili e per scuole elementari, quando non s'addossavano essi medesimi il mantenimento di qualche classe.

Fu una vera gara di generosità e di beneficenza; la " Gazzetta Piemontese „ quasi giornalmente registra lasciti, donazioni di ricchi cittadini ad istituti per l'insegnamento infantile ed elementare.

---

(1) Cfr. *Istruttore del popolo*, giornale politico del Regno nell'a. 1848-49, 17 agosto 1849, N. 156.

Innumerevoli sono gl'istituti educativi popolari istituiti dalla marchesa Giulietta di Barolo, dai marchesi Arconati e d'Azeglio (quest'ultimo manteneva a sue spese parecchi asili in Torino e sussidiava gli altri, mentre il primo aveva già istituito un giardino d'infanzia alla Sforzesca) e da altri molti in Torino, a Novara, a Pinerolo, a Ivrea, ed in altre città del Piemonte.

Appunto in quest'epoca nella nostra Torino un umile sacerdote, don Bosco, iniziava la sua opera morale ed educativa radunando nelle praterie e sotto una tettoia di Valdocco fanciulli abbandonati e traviati: creando così il primo dei suoi ricoveri, che poi andarono moltiplicandosi (1).

In cinquant'anni i ragazzi raccolti, istruiti e educati, sia pure con soverchia cura religiosa, o addestrati nelle arti manuali, negli oratori, negli orfanotrofi o collegi di don Bosco, sorpassarono le centinaia di migliaia. Benefica fu in questi tempi l'azione della Chiesa nel campo dell'istruzione, poichè infatti la maggioranza delle scuole pubbliche e private è retta da ecclesiastici, tra cui ricorderò i Fratelli delle Scuole Cristiane, che, specialmente in Torino, ebbero per parecchio tempo l'insegnamento nelle loro mani.

Il citato " Istruttore del popolo „ ricorda anche l'opera dei preti di campagna, i quali si dedicavano con vera fede di apostolo al dirozzamento dei contadini, dando loro con le nozioni di catechismo e storia sacra, che vi avevano gran parte, i primi elementi del sapere, " ammaestrandoli nelle cose più necessarie al vivere sociale e morale. Parrà poca cosa, ma, come dice il Tommaseo, ogni piccolo passo che si fa nella via della civiltà è un gran peso nella bilancia che libra i fati del mondo „ (2).

E continua lodando i generosi promotori delle scuole serali e domenicali, che già s'erano istituite in parecchi Comuni del Piemonte.

Così ad Avigliana il 2 gennaio 1850 si riaprivano le scuole serali maschili, già iniziate l'anno precedente, con grande so-

---

(1) Cfr. Francesco Aymar, *La scuola normale di Pinerolo e il movimento pedagogico e scolastico in Piemonte*, Pinerolo, tip. Chiantore, 1898, pag. 31.

(2) Cfr. *Istruttore del popolo*, 20 sett. 1849, n. 184.

disfazione e profitto, e poco dopo veniva solennemente inaugurata la prima scuola elementare femminile.

Il Comune di Torino nel 1849 aveva già stanziato nel suo bilancio quasi 45.000 lire, per sopperire alle spese per l'istruzione elementare maschile, data dai Fratelli delle Scuole Cristiane e da alcuni altri maestri (chè ben pochi erano allora i maestri laici), per mantenere le scuole di disegno applicato alle arti e provvedere all'insegnamento della latinità. Il 26 giugno del medesimo anno il Consiglio comunale approvava infine la proposta del consigliere Franchi, di concorrere con la Provincia e col Ministero ad una metà della spesa fino alla somma di L. 4000.

Nel 1850 la somma stanziata per la Pubblica Istruzione era già di lire 72.790; cioè di lire 27.790 in più del bilancio dell'anno 1849. Le cifre stesse dimostrano che un notevole miglioramento era già avvenuto.

Interessante anche è il vedere la destinazione di una parte di detta somma. Essa doveva servire per le scuole primarie operaie, medie, ecc., e per la partecipazione degli alunni delle scuole elementari agli esercizi di ginnastica (questi si facevano, come ho potuto rilevare dai giornali del tempo, non nelle diverse scuole, ma presso la sede stessa della Società ginnastica).

L'anno 1850 segna dunque un grande progresso nel campo dell'istruzione pubblica per il nuovo impulso dato alle scuole serali e domenicali destinate all'istruzione delle classi popolari ed alla loro educazione.

E siccome il 1° gennaio 1850 doveva andare in vigore il nuovo sistema di pesi e di misure, l'ignoranza del quale poteva dar luogo a frodi o ad altri gravi inconvenienti, il Municipio apriva, per iniziativa del sindaco Pinchia, due scuole serali, una presso S. Barbara, l'altra in un fabbricato lungo il giardino della Cittadella. Queste scuole a norma dell'art. 4 del Regolamento dovevano aprirsi in tutte le sere della settimana, tranne in quelle del sabato, dalle 7 alle 9, e (art. 5) l'insegnamento doveva aggirarsi sugli elementi del leggere e dello scrivere, della lingua e composizione italiana, dell'aritmetica e del sistema metrico, del disegno lineare e sue applicazioni all'industria. Ambedue le scuole vennero inaugurate con grande solennità la sera del 17 dicembre 1849.

Come dissi, è nel 1850 che per la prima volta si riconosce la verità dell'antico proverbio *Mens sana in corpore sano*, e quindi tutto il beneficio che può venire ai fanciulli ed ai giovani da un'educazione fisica razionalmente promossa e svolta.

Ma quest'anno segna, a parer mio, un fatto ben più importante: segna il principio dell'istruzione femminile, l'istituzione delle prime scuole elementari femminili in Torino.

Fino ad allora le fanciulle agiate venivano messe in collegio o in convento, o frequentavano qualche scuola privata ove s'insegnava loro molto catechismo, molta storia sacra e ben poco a leggere e scrivere. Del resto queste scuole rispondevano alle aspirazioni dei genitori, i quali vi mandavano le loro figlie perchè soprattutto imparassero le buone maniere e si esercitassero nei lavori femminili.

Per le fanciulle del popolo, poi, non v'era nessuna scuola, chè, come fu osservato, i tempi non erano ancora maturi e si sarebbe corso il rischio di dover chiudere la scuola per insufficienza di alunne, come probabilmente accadde in principio in qualche Comune.

Orbene il movimento pedagogico scolastico aveva finalmente fatto sentire in tutte le classi, anche nelle infime, il bisogno di un'educazione più larga, che abbracciasse tutto il popolo italiano e lo elevasse, che non fosse soltanto il privilegio di una classe o di un sesso; così, mentre s'istituivano nuove scuole elementari popolari, il 9 gennaio 1850, nell'aula municipale di Torino, veniva finalmente approvato il Regolamento per le scuole elementari femminili.

Il programma veniva così fissato dall'art. 1°: Lettura corrente con intelligenza del senso e della parola — Scrittura corrente con ortografia e nitidezza anche sotto dettatura — Catechismo della diocesi ed elementi della storia sacra — Aritmetica e sistema metrico decimale — Principî di grammatica italiana applicata ai componimenti più usuali, come lettere, brevi narrazioni, rendiconti — Prime nozioni di geografia e di storia — Nozioni morali applicate alle condizioni delle alunne — Lavori donneschi d'ago e di maglia. L'art. 2 stabiliva poi che ogni scuola doveva comprendere quattro distinte classi e fissava il programma di ciascuna. Negli articoli seguenti si venivano fissando norme generali e disciplinari, di cui parecchie sono

ancora in vigore ai tempi nostri. A poco a poco seguirono l'esempio di Torino i Comuni delle varie provincie, i quali, man mano, secondo i bisogni e soprattutto secondo i mezzi, andarono più o meno rapidamente istituendo le scuole elementari femminili.

Occorre qui osservare ad onor del vero che già nel 1849, cioè un anno prima della stessa Torino, il Comune di Carmagnola aveva istituito una scuola elementare femminile pubblica (stipendio L. 400) e una in ciascuna delle borgate principali (stipendio L. 200). Nell'anno 1850 Carmagnola aggiunse la quarta alle classi elementari già esistenti, prese a sussidiare quelle frazioni che avendo più di 200 abitanti vollero aprire una scuola elementare maschile e femminile; infine, tra le prime città ordinò il Collegio in conformità della legge 1848, in modo che vi era impartito l'insegnamento dalle scuole elementari a quelle di filosofia (1).

Il Comune di Torino fu sempre uno dei più solleciti nel provvedere all'istruzione, come risulta dagli Atti stessi del Municipio. Così, approvato il Regolamento delle scuole femminili, il Consiglio Comunale approvava la proposta del consigliere Baricco, uno dei benemeriti nel campo scolastico, per la costruzione d'un edifizio presso il giardino pubblico di fronte a casa Pomba, per istituirvi una scuola normale femminile con annesse scuole elementari maschili e femminili (2).

Nel 1851 il Comune di Torino stanziava in bilancio la somma di L. 92.980 per la pubblica istruzione, approvava per l'anno scolastico in corso la scuola provvisoria di S. Donato e prendeva atto della relazione sopra un progetto di nuovo fabbricato per le scuole municipali.

Nel medesimo tempo in Acqui s'istituivano scuole serali, in cui l'insegnamento era dato gratuitamente dai cittadini più colti; a Domodossola si ricominciava il 27 novembre nel locale delle scuole primarie il corso domenicale per gli adulti, che fin

---

(1) Cfr. Giacomo Mantellino, *La scuola primaria e secondaria in Piemonte e particolarmente in Carmagnola dal secolo XIV alla fine del sec. XIX*, pagg. 137-138.

(2) Cfr. "Atti del Municipio di Torino", seduta 13 febbr. 1859 e succ.

dal principio contò più di 60 iscritti; a Montiglio si apriva il 1° gennaio una scuola serale e domenicale onde istruire la popolazione adulta nello studio della lingua italiana, del disegno lineare, dell'aritmetica e del sistema metrico decimale, per cura del maestro comunale Giovanni Battista Colin.

Ad Ivrea già nel 1849, l'asilo ivi sorto nel 1844, aveva stabilito una scuola per le femmine ed i maschi più grandicelli dell'asilo (ove erano accolti fanciulli dai tre ai nove anni), allo scopo d'insegnare la lettura, la scrittura, la grammatica, le prime operazioni aritmetiche ed i lavori donneschi. Nel 1851 si aggiunse una maestra che insegnava il francese, i primi elementi del disegno e la storia antica. Carmagnola istituì le scuole serali nella città e nei borghi.

A Ghislengo, a Stradella, a Vigevano vennero aperti asili infantili; ove i fanciulli erano educati con sollecitudine, sovente anche mantenuti e vestiti gratuitamente. I Comuni facevano ciò che potevano: Pinerolo, ad esempio, stanziava L. 1000 per stabilire una scuola femminile di metodo, da cominciare nel novembre 1851; Vercelli L. 2500 per soccorsi ai Comuni che non potevano da soli sostenere le spese delle scuole femminili, accrebbe i fondi per i collegi nazionali ed aumentò L. 500 per la scuola delle allieve maestre. Il Municipio di Fossano infine stabilì di largire lire 80 alle varie borgate provviste di locale e degli utensili necessari per le proprie scuole e che avessero sopperito alle spese per il proprio maestro.

Parecchi Comuni risposero all'invito di Fossano ed in breve 359 tra maschi e femmine godettero per la prima volta i benefizi di una sana educazione e di una buona istruzione.

Dando uno sguardo più particolareggiato a Torino, vediamo che nel 1851 la maggioranza dei maestri è composta di ecclesiastici (1). Le scuole elementari affidate dal Municipio ai Fratelli delle Scuole Cristiane sono 21, ed in esse ricevono l'insegnamento 899 fanciulli. Vi sono cinque prime, cinque seconde e cinque terze, divise per i diversi quartieri della città; una quarta, a cui si uniscono, nel locale di S. Primitivo, tre classi

(1) Cfr. *Relazione sullo stato delle scuole elementari del Municipio di Torino*, in " Atti del Municipio di Torino ", 18 giugno 1851.

elementari speciali, che più tardi saranno chiamate tecniche. A queste si debbono aggiungere le scuole aperte nello stesso locale di S. Primitivo e in quello di S. Barbara, e le scuole degli apprendisti, nelle quali il numero dei frequentanti varia a seconda delle stagioni e delle esigenze del lavoro nelle varie professioni. I maestri che v'insegnano hanno tutti la patente voluta dalle leggi; il metodo usato è abbastanza buono.

La Commissione per l'ispezione delle scuole elementari, creata col Decreto Ministeriale del 14 aprile 1851, si mostra assai sodisfatta delle prime e seconde classi, ove trovò molta disciplina e pulizia, una sufficiente cognizione della sillabazione e della lettura, quasi generale facilità negli esercizi di aritmetica mentale e buon indirizzo nella calligrafia. Alcune osservazioni vi sarebbero invece da fare circa l'insegnamento della aritmetica e della geometria impartito nella terza e nella quarta classe, ove non è abbastanza svolto il raziocinio degli alunni. E molto giustamente la Commissione osservava che è bensì vero che la maggior parte dei giovani si rivolgono specialmente alle arti ed all'industria e non si mettono per la via delle discipline scientifiche, ma che appunto per questo essi hanno bisogno di un insegnamento che poggi sopra salde basi, essendo questa per essi l'istruzione di tutta la vita e mancando loro il tempo e il modo di perfezionarla, come possono fare i fanciulli di famiglie agiate, che continuano gli studi.

Così pure si può osservare che non è abbastanza curato l'insegnamento della lingua italiana, gravissimo errore, perchè lo scrivere corretto è necessario nei varî usi della vita in qualunque condizione sociale, e perchè nella lingua gli alunni avrebbero uno strumento con cui acquistare nuove cognizioni e progredire da se stessi nella loro educazione.

Il medesimo difetto troviamo nelle scuole superiori di S. Quintino. Anche qui si dedicava una gran parte all'insegnamento delle materie positive e era incerta e ad ogni modo insufficiente la cognizione della lingua e dello stile. Lodevole è invece l'ampiezza data agli studi geografici ed il metodo d'insegnamento, molto buona l'abitudine di far tracciare agli alunni gli schizzi delle varie parti della terra con le loro principali divisioni.

Questo studio può tornare utilissimo ai giovinetti, soprat-

tutto se vi s'aggiunge un'esatta notizia di quanto riguarda il commercio nazionale ed internazionale, delle produzioni nostre ed estere, e specialmente delle materie che servono alle manifatture e alle industrie fra noi esistenti.

Infine osserviamo nelle scuole serali per gli apprendisti un grandissimo beneficio fatto a quelle classi del popolo che, occupate tutto il giorno nell'esercizio dei mestieri, non avrebbero più opportunità di educare il loro intelletto e di acquistare quel corredo di cognizioni che è pur tanto necessario al loro stato, sia per recare nelle opere della loro mano quel buon giudizio, quel gusto che fa progredire e guida verso la perfezione, sia per poter essi medesimi dirigere i loro affari, tener con ordine i libri dei loro negozi, quando dovranno esserne a capo, ed esercitare in tal modo i loro doveri e diritti di cittadino.

A poco a poco queste scuole per gli apprendisti andranno perfezionandosi e diventando più numerose coll'aumentare della popolazione, dovuto in gran parte al nuovo incremento dato dal Governo e da privati cittadini all'industria piemontese.

Ogni anno il Municipio di Torino aumenta la somma destinata a sopperire alle spese per l'istruzione pubblica: così nel suo bilancio dell'anno 1852 esso stanzia a tale scopo L. 105.115.

Da una pregevole Relazione del Baricco pubblicata negli " Atti del Municipio di Torino " (1), apprendiamo che le classi elementari maschili sono 117, le femminili 97; gli alunni delle prime 6130, delle seconde 3970. Ricevono in tutto l'istruzione primaria 10.100 scolari in 214 classi: si ha dunque una media di una scuola ogni 596 abitanti maschi, una scuola ogni 692 femmine, quindi una scuola ogni 639 abitanti d'ambo i sessi (la proporzione normale sarebbe di 1 a 450).

Si ha una scuola ogni 66 maschi dai 7 ai 12 anni, una ogni 77 femmine, e quindi ogni 71 alunni d'ambo i sessi (la proporzione normale sarebbe 1 a 50).

La proporzione tra i fanciulli che dovrebbero frequentare la scuola e quelli che effettivamente vi sono accolti è 78.76 % per i maschi, 53,23 % per le femmine, e 66,44 % per i fanciulli d'ambo i sessi.

---

(1) 14 gennaio 1852.

La parte esclusa per mancanza di scuole è 33,56 %, cioè una terza parte. Si ha in Torino uno scolaro ogni 13 abitanti, nella provincia e nelle altre provincie uno ogni 17 o 18 abitanti. La città di Torino per l'istruzione ha il 14° posto fra le provincie del Regno Sardo, e, se si tolgono le provincie della Savoia, in cui, più che altrove, è diffusa la pubblica istruzione, la nostra città viene al 7° posto.

Le classi da istituire in Torino, calcolando la media comune di 50 alunni per classe, sarebbero 102, di cui 32 per i maschi e 70 per le femmine, ma calcolando la media più alta di 60, sarebbero 85 in tutto, 27 maschili e 58 femminili.

Sono da istituire 3 classi maschili nella sezione Dora per 153 fanciulli privi d'istruzione; 7 nella sezione Po per 393 alunni, poichè 200 e più non poterono, per mancanza di locale, essere accettati alla scuola di S. Primitivo, ove si erano presentati; 3 classi in Borgo Dora, ove, non ostante l'opera della Mendicità Istruita, 177 fanciulli sono ancora esclusi dalla scuola; e 3 pure in Borgo Nuovo, ove il bisogno è più urgente che altrove per il progressivo estendersi dei fabbricati e quindi della popolazione (152 fanciulli vi sono ancora privi d'educazione).

Bisognerebbe infine istituire scuole maschili per 700 ragazzi del territorio, soprattutto una al Lingotto, una a Superga, una a Mirafiori ed una alla Badia di Stura. Ne sono invece sufficientemente provviste la sezione Moncenisio, che ha 21 classi per 1367 alunni, la sezione Monviso, ove i fanciulli non istruiti sono appena 19, ed il Borgo Po, perchè vi provvedono con molta sollecitudine la R. Mendicità Istruita ed il marchese d'Azeglio.

Più urgente e più grande è il bisogno di nuove classi femminili, perchè vi sono ancora 3488 fanciulle prive d'istruzione.

Sarebbero dunque da istituire 7 classi nella sezione Moncenisio per 470 alunne, 9 nella sezione Dora (589 sono le fanciulle ancora da istruire), 14 nella sezione Monviso (806), 7 nella sezione Po (478) e 16 nelle provincie del territorio.

Il numero complessivo delle classi da istituire, tenuto calcolo anche delle fanciulle e dei ragazzi che ricevono l'istruzione in casa, sarebbe dunque di 73, cioè 20 maschili e 53 femminili.

Il Municipio di Torino, che fu sempre uno dei più solleciti nel provvedere all'istruzione ed all'educazione dei suoi abitanti, il 26 novembre 1852 sistema 6 nuove scuole comunali

e nel gennaio dell'anno seguente, il Consiglio comunale stanzia L. 70.000 più del 1852 per provvedere alle spese delle proprie scuole.

Al pari di Torino, i principali Comuni del Piemonte dànno maggior sviluppo al pubblico insegnamento creando nuove scuole, ed i minori ne seguono l'esempio nella possibilità dei loro piccoli bilanci, e talvolta anche a costo di gravi sacrifizi.

Il Municipio di Carmagnola (1) delibera di accordare L. 100, e anche più, a ciascuna delle frazioni con più di 300 abitanti, e L. 50 a quelle che ne avessero più di 200, bilanciando per il 1852 la somma di L. 500. Le frazioni così sussidiate sono quelle di Cavalleri-Fumeri, della Motta, degli Osella, dei Tuninetti, del Corno e della Cervisola.

A Nizza Monferrato si apre una scuola serale gratuita, diretta da Pio Ponzio S. Sebastiano, luogotenente a ritiro.

In Borghetto-Romano (Ivrea) si innalza in poco tempo un pubblico edifizio per le scuole elementari. A Gifflenga presso Vercelli è decretata l'istituzione di una classe maschile. Le sole località che si trovino prive di scuole elementari maschili sono due: Villa del Bosco e Trino per le popolose borgate di Robella e Saletta. Otto scuole femminili vengono istituite a Gislarengo, Fontaneto, Lampone, Sali, Lenta Pertengo. In Ballocco e S. Gennario sono già decretate ed anzi in quest'ultimo è anche istituito un asilo infantile.

In Alessandria, ove le scuole serali e speciali già avevano subìto parecchie modificazioni e miglioramenti e già si era istituita una scuola di prospettiva e di architettura, di fisica, chimica e meccanica con annesso un ricco gabinetto, si aggiunge una scuola di aritmetica e geometria applicata.

Già dal 17 luglio 1851 il Ministero dell'Istruzione Pubblica rendeva noto che, oltre alle scuole quadrimestrali di metodo già istituite nelle città di Torino, Genova, Alessandria, Cuneo, Novara e Nizza per preparare maestri per l'insegnamento della terza e della quarta classe elementare, si sarebbero aperte scuole inferiori di metodo per formare maestri per la prima e per la seconda elementare nelle città di Alba, Albenga, Aosta, Albert-

(1) Cfr. G. Mantellino, op. cit., pag. 191.

ville, Chambéry, Chiavari, Ivrea, Oneglia, Pallanza, Pinerolo, Sarzana e Vercelli.

All'inizio del 1853 si apre una scuola provinciale inferiore di metodo nelle provincie d'Aosta, alta Savoia, Biella, Casale, Chiablese, Genova, Genovese, Levante, Mondovì, Moriana, Nizza, Novi, San Remo, Saluzzo, Savona propria, Susa, Tarantasia e Tortona.

In Torino vi sono due scuole di metodo, una di preparazione, l'altra di perfezionamento, la prima frequentata da 85 alunne, la seconda da 42 (1).

Da quanto ho sopra esposto appare dunque chiaramente che l'istruzione, da un privilegio di classe, è divenuta un bisogno e un diritto di popolo, che essa non è più considerata, anche dal Governo, come un qualche cosa di pericoloso o di superfluo, ma cosa necessaria, indispensabile al progresso della Nazione: lo dimostra l'accorrere di ragazzi, fanciulli, operai di ogni età nelle pubbliche scuole, e lo dimostra il fatto che Governo e Municipi aumentano con lodevole gara le somme destinate alla Pubblica Istruzione!

---

(1) Cfr. " Gazzetta piemontese ", 7 aprile 1852, n. 84.

Le fonti storiche della legislazione economica di guerra

Il controllo statale dei cambi in Piemonte nel 1798

Nota I del Socio nazionale residente GIUSEPPE PRATO

Niuna prova conosco più convincente della verità delle leggi economiche naturali che la identità quasi assoluta di reazioni spontanee a cui la loro violazione dà luogo, in tempi, ambienti, circostanze spesso profondamente dissimili, almeno in apparenza.

Nella così detta politica dei prezzi il fatto riesce particolarmente sensibile, sebbene in grado, forma, e con immediatezza diversa, secondo che il tentativo di coercizione riguardi beni di consumo presente o futuro, unico o durevole, o si estenda a coefficienti di produzione od a beni strumentali, dando luogo a fenomeni di più o men complicato sviluppo. Onde avviene che, mentre anche la più incolta vittima del provvido sistema di calmieri alimentari che da tre anni così bene concorre a rinsaldare la nostra resistenza materiale e morale può consolarsi paragonando la fortunata condizione propria con quella dei personaggi dei *Promessi sposi*, godono invece di notorietà men larga i precedenti analoghi di un campo affine, rispetto al quale l'indagine scientifica ha pure da gran tempo concretati in leggi ancor più tassative e precise i risultati della secolare esperienza. La materia della moneta e dei cambi, problema di prezzi non men di quello della carne o del grano, ha tentate altrettanto spesso, e con risultanze ugualmente trionfali, le velleità dei regolamentatori empirici, senza riuscir tuttavia a stimolarne meglio la fantasia inventiva. Per cui le illusioni, gli errori, gli inconvenienti e gli insegnamenti d'oggi riproducono esattamente, in più vasto àmbito e travestita forma, dimenticati episodi di tempi talora remoti, l'oblio noncurante dei quali fa parte integrale della nuovissima sapienza legislatrice.

Un interessante documento d'una periodicità tanto scoraggiante per il prestigio della veneranda *magistra vitae* trovo in un opuscolo, che stimo assai raro, edito privatamente a Torino, il 1° giugno del 1798, per opera di André Honoré Eydoux, col titolo: *Confutation de la loi sur les changes et les endossements publiée à Turin le 30 aout 1797, servant de justification aux négociants piémontois injustement poursuivis et persécutés en vertu de la même loj, depuis le 5 janvier 1798, d'ordre de quelques Ministres et autre satellites du Tyran Sarde* (1); requisitoria curiosa, anche nella forma, e, per più versi, mirabilmente rappresentativa di un ambiente storico che, nelle caratteristiche economiche, ha con quello del momento attuale più d'un punto di contatto.

Le condizioni dello stato sabaudo dopo la disastrosa pace del 1796 erano invero fra le più critiche. Quattro anni di una guerra condotta con debolezza e confusione amministrativa ignote ai predecessori dell'infelice Vittorio Amedeo III avevano ridotta la finanza ad una caotica congerie di espedienti, che uccidevano il credito pubblico. Non bastando agli ingenti bisogni gli aggravati ed i nuovamente escogitati tributi — fra i quali anche allora una tassa sui domestici, un'imposta sui redditi, una progressiva sui patrimoni immobiliari e commerciali, ed un'imposta sui sovraprofitti dei fornitori —, e nella impossibilità di contrarre prestiti all'estero od all'interno — un prestito forzoso ordinato dopo parecchi tentativi di offerta libera era stato anch'esso una delusione — si era dovuto largamente ricorrere al sistema delle alterazioni monetarie, emettendo specie erose e biglietti di vario tipo in quantità strabocchevole (2).

---

(1) Chez le citoyen Joseph Denasio s. d. e l. Trattasi di una delle tante pubblicazioni il diffondersi delle quali, tollerato ed ignorato nei mesi che precedettero l'abdicazione, è il miglior indice dello stato di avvilimento miserando a cui era precipitata l'autorità regia. Non occorreva neppure nascondere il proprio nome e quello dell'editore per stampare e distribuire, se non pubblicare e vendere, a Torino un volumetto che concludeva: " Vive la République, perissent les tyrans. Turin, le 13 Prairial, an 6, de la République française, une, indivisible et invincible! " Mi valgo di un esemplare del volumetto trovato fra alcune private carte dell'agente di cambio barone Negro, " maire " di Torino sotto Napoleone.

(2) Cfr. N. Bianchi, *Storia della monarchia piemontese dal 1773 al 1861*, 1878, vol. II, pag. 459 e sgg.

Al chiudersi della guerra non meno di 97 milioni di biglietti e 52 di moneta erosa circolavano in un paese, dove, in tempi normali, il numerario d'ogni specie non saliva complessivamente a 60 (1). Un rincaro rapidamente crescente d'ogni cosa necessaria alla vita (2) rendeva particolarmente sensibile al pubblico la gravità patologica della crisi in cui si dibatteva, con lo stremato erario, la disorientata economia del paese.

Indice dello squilibrio profondo creato da tante cause perturbatrici era, come sempre, l'alterazione impressionante dei cambi, soggetti a sbalzi continui nella loro incessante corsa al rialzo (3). Da una *Tabella delle degradazioni della lira del Piemonte*, compilata nel 1799, d'ordine del governo, sui dati forniti da tre case bancarie, il cambio medio di Torino su Genova saliva al 17 % nel 1794, al 25 nel 1795, al 27 nel 1796, al 37 nel 1797, al 62 nel 1798 (4). Del quale fenomeno, allora come in ogni altro tempo, la volgare opinione incolpava i raggiri di poco scrupolosi speculatori, accusati non soltanto di approfittare per fruttuose operazioni del malfermo mercato, ma di provocare il precipizio della moneta con astute congiure agiotatrici.

Ai superstiziosi clamori della voce pubblica non mai come in quei mesi era propenso a prestar orecchio il governo; bramoso di riacquistare la popolarità perduta, insieme col prestigio, nelle recenti sconfitte. Reprimere d'altronde l'ingordigia dei

---

(1) Il segretario di Sainte-Croix lo calcolava a 45-50 poco dopo il 1770. Cfr. *Relazione del Piemonte*, con annotazioni di A. Manno, Torino, 1876, p. 93. Di 62 milioni parla invece, alcuni anni più tardi, M. Solera, *Essai sur les valeurs*, in “ Scrittori classici italiani di economia politica „, P. M., t. XXXIX, Milano, 1805, p. 321. E la stessa cifra troviamo riferita dal Maistre di Castelgrana, *Delle finanze. Trattato politico ed economico*. Ms. della Biblioteca del re, di Torino, cod. 484, vol. II, p. 166.

(2) Sul mercato di Torino i prezzi delle principali derrate all'incirca raddoppiarono dal 1792 al 1797; ma, per alcuni generi, il rincaro fu ben maggiore.

(3) Dell'“ aggio terribile „ i contemporanei trovan particolarmente allarmante “ l'estrema mobilità e i rapidi cambiamenti „. Cfr. “ Progetto di un anonimo per lo stabilimento di un banco... „, in *Arch. di stato di Torino*, Sez. I, *Mat. econ. finanze*, m.° 5° di 2ª addiz., n. 23.

(4) Cfr. F. A. Duboin, *Raccolta per ordine di materie delle leggi... emanate negli Stati di terra ferma sino all'8 dicembre 1798 dai Sovrani della Real Casa di Savoia*, ecc., t. XXI, Torino, 1852, p. 1279 e sgg.

finanzieri presentavasi còmpito particolarmente tentante in un periodo nel quale la ricchezza acquistata da parecchi fra loro in commissioni governative dipendenti dalla guerra non andava immune da sospetti di scandalose malversazioni, calcolate a non meno di dieci milioni dall'ufficio del soldo (1).

La classe però dei banchieri e dei commercianti in sete — costituenti l'aristocrazia del denaro nella capitale —, orientata in buona parte, per calcolo e per simpatia elettiva, verso le idee nuove, trovava un sicuro appoggio nei fedeli alleati francesi e cisalpini, ormai veri padroni del paese. Arricchiti nelle forniture di guerra, molti fra costoro s'eran fatti acquisitori dei primi beni ecclesiastici liquidati per far fronte alle urgenze dell'erario; ora essi tendevano a consolidare e porre al riparo da possibili richieste di parziali restituzioni i frutti della loro operosità speculativa (minacciata, fra l'altro, dalla tassa nuovamente istituita sui contratti relativi alle ultime campagne), favorendo ed affrettando la totale liquidazione delle classi, degli uomini e degli istituti rappresentanti la continuità storica del vinto ed umiliato paese. Si iscrivevano perciò a gara nei tollerati circoli repubblicani (2), dalla cui tribuna accusavano apertamente il governo assolutistico di aver sempre, per l'addietro, ostacolato il progresso economico, oltrechè l'avvento politico, della borghesia produttiva, aspirante a libertà (3). Mentre, dal canto loro, le classi fatte segno alla calunniosa imputazione, troppo timide e non sufficientemente incolte in materia economica per decidersi ad usare spietatamente contro questi loro nemici le armi invocate dalla reazionaria ignoranza plebea, ma bramose d'altro lato di dar soddisfazione all'animosità pubblica rendendoli re-

---

(1) Cfr. Bianchi, *Storia della monarchia piemontese dal 1773 al 1861*, vol. II, p. 474.

(2) Cfr. D. Carutti, *Storia della corte di Savoia durante la rivoluzione e l'impero francese*, Torino, 1892, p. 275 e sgg. Fu nel circolo presieduto dal banchiere Vinay che si ordì la congiura per assassinare il re. *Ibid.*, p. 385.

(3) Lo stesso Giuseppe Grassi raccoglieva, alcuni anni dopo, quest'accusa, dicendo che " les rois de Sardaigne, par un principe politique qui se rattachait aux bases de leur gouvernement, ne désiraient point voir de grandes fortunes s'accumuler dans les maisons bourgeoises „. Cfr. *Aperçu sur le commerce, l'industrie, les arts et les manufactures du Piémont*, Turin, chez D. Pane (1811), p. 4.

sponsabili del crescente disagio, ondeggiavan più che mai incerte fra opposte decisioni, riuscendo, in conclusione, a scontentare tutti.

Di tale perplesso stato d'animo porgono un'espressione tipica le misure adottate a frenare l'ascesa dei cambi.

Che la causa del preoccupante fenomeno stesse, oltrechè nella compromessa esportazione delle sete, principalissima partita attiva nella bilancia dei pagamenti del regno, ancora e sopratutto nella straordinaria inflazione monetaria dovuta alle sventure recenti non era certamente ignoto ad uomini versati, meglio che non si creda, in questo ramo delle dottrine economiche, qui assai studiato e discusso nel periodo pre-rivoluzionario (1). Nè la consapevolezza loro dei termini reali del problema si smentì nei pareri e nei dibattiti provocati dal re, dopo l'infausta pace del 1796, per tracciar le linee d'un programma restauratore (2). Sapevano perfettamente quei disgraziati consiglieri della corona, che il solo mezzo per risanare durevolmente la circolazione consisteva nella rapida riduzione della medesima. E gli sforzi che essi fecero in tal senso nei brevi mesi in cui poterono illudersi d'una pace rimarginatrice delle profonde piaghe nazionali rimangono, per la proporzione loro, uno degli esempi più meritori, sebbene generalmente men noti, della energia coraggiosa con cui è d'uopo accingersi, in circostanze simili, all'opera razionalmente assestatrice (3). Contemporaneamente però qualche sfogo doveva

---

(1) Cfr. G. Prato, *Problemi monetari e bancari nei secoli XVII e XVIII*, Torino, 1915, *passim*. Del notevolissimo grado di consapevolezza raggiunto dagli studiosi piemontesi rispetto al problema della circolazione cartacea e del cambio è documento particolarmente significativo il *Saggio politico della carta moneta* di G. B. Vasco, da me pubblicato in " Memorie della R. Accademia delle scienze di Torino ", 1915.

(2) Cfr. specialmente il " Risultato di un Congresso radunatosi d'ordine di S. M., nel quale si propongono alcuni mezzi per sollevare le R. Finanze nello stato di angustia e di decadimento in cui si trovano, 29 sett. 1796 ", in *Arch. di stato di Torino*, Sez. I, *Mat. econ. Finanze*, m°. 5° di 2ª addizione, n. 31. Con quale esatto criterio economico giudicassero la difficile situazione i migliori uomini di governo bastano a mostrare le ottime osservazioni di Galeani Napione, nei suoi *Principii fondamentali di scienza delle finanze* scritti nel 1798. Cfr. L. Martini, *Vita del conte G. F. Napione*, Torino, Bocca, 1836, p. 133 e sg.

(3) Una serie di manifesti della camera dei conti, dall'autunno 1796 al maggio 1798, ordinano l'abbruciamento di biglietti per l'ingente somma

pure concedersi al volgare empirismo, reclamante, secondo il solito, a gran voce più pronti, diretti, sbrigativi provvedimenti. Onde nacque, anche allora, una legislazione illusoria sui cambi.

Che tale fosse l'intenzionalità precipua delle disposizioni dopo molte esitanze emanate parmi risulti assai chiaramente dalle modalità stesse delle medesime.

Escluso invero il suggerito espediente di far determinare settimanalmente il saggio del cambio da una giunta di esperti (magistrati e negozianti) (1); e risultato vano il tentativo di controllo adottato con le lettere 6 gennaio 1794, 17 gennaio 1795, e consistente nell'obbligo fatto ai sensali in cambiali di dichiarare regolarmente e nominativamente le loro ebdomadarie operazioni, con violazione del segreto a cui sarebber stati astretti (2), cedeva il sovrano finalmente alle ripetute richieste di più energica severità repressiva, con le patenti del 29 ag. 1797, destinate ad estirpare " gli abusi introdottisi nei cambi ". Se non che, nel far annunciare dal consolato le decise misure, aveva

---

totale di 40.384.571 lire. A procurarne in maggior copia i mezzi l'editto 22 luglio 1797 ordina alienazioni di stabili demaniali ed ecclesiastici ed invoca gratuiti contributi; ai quali volonterosamente concorrono sopratutto la nobiltà ed il clero (un primo elenco frutta 1.461.216 lire, di cui 878.300 in biglietti). La distruzione avveniva solennemente, in cospetto del pubblico, previo preavviso. Cfr. DUBOIN, *Raccolta...*, XIX, p. 1241 e sgg.

(1) Cfr. DUBOIN, *Raccolta...*, vol. XV, p. 306 *n*. La proposta era stata fatta fin dal 1794; e il procuratore generale del commercio si era pronunciato favorevolmente. Ma è titolo d'onore di quel governo il suo innegabile scetticismo verso le frenesie popolari per ogni specie di tariffe legali e di calmieri. Il fatto è che le misure di tal genere, invocate ed ottenute dalla plebe, rimanevan spesso, nella applicazione, lettera morta; argomento a severe censure di storici come F. BOLLEA, *La rivoluzione in una terra del Piemonte (1797-1799)*, Torino, 1906, p. 89. Le sommosse di quel periodo assumevan quindi normalmente l'aspetto di proteste contro la tolleranza delle autorità verso gli *incettatori*, ed incominciavan quasi sempre con la tassazione delle derrate ad opera di qualche capopopolo. Si adattò a questa parte perfino il disgraziato Tenivelli, nelle brevi ore del suo non ambito tribunato di Moncalieri. Cfr. C. BOTTA, *Storia d'Italia continuata da quella di Guicciardini fino al 1814*, Milano, 1844, vol. V, p. 443. Ugual carattere avevano d'altronde, in quegli anni, i frequenti moti popolari nella democraticissima Cisalpina. Cfr. A. OTTOLINI, *La seconda Repubblica Cisalpina*, in " Nuova rivista storica ", II, 2, 3.

(2) Cfr. DUBOIN, *Raccolta...*, vol. XV, p. 287 *n*.

cura di premettere dichiarazioni di pieno ossequio al principio della libertà del commercio, dicendo di volerlo difendere dagli attentati " di alcuni ingordi maneggiatori di traffico ". " È manifesto e notorio — proseguiva — l'eccessivo innalzamento che da qualche tempo si è, con ostinata rapidità, introdotto nei cambi; pretesto a molti per rincarare il prezzo delle cose venali, ed oggetto giustissimo delle universali querele ". Ma se il fenomeno è naturale e, sostanzialmente, dovuto a cause diverse (il che implicitamente si ammette promettendosi di adottare, a rimedio del medesimo, decisioni risanatrici della perturbata finanza), " non sono tuttavia sfuggiti alla vigilanza del Governo gli astuti artifici con cui diversi Negozianti e sensali ed altri Speculatori insidiano all'utilità dello Stato, anzi al solido e stabile e diffuso vigore del vero commercio ". Volendo quindi S. M. impedire le ulteriori calamità che minaccia l'ingordigia dei " perversi Negozianti ", e por fine ai mali che già ne derivano; mentre annuncia di " occuparsi senza intermissione dei mezzi più pronti per ristabilire le Finanze, a riparo anche dell'alterazione dei cambi ", delibera di intervenire intanto, per " far argine a quella elevazione maggiore che è effetto del raggiro e dell'agiotaggio ", nella piena sicurezza " esser tutti i leali Negozianti persuasi che non è un pregiudicare alla libertà di cui deve godere il commercio il reprimere abusi così manifesti ". Prescrive quindi: Che sia d'ora innanzi proibito a chi non abbia obbligo di far pagamenti fuori stato di emettere o comprare lettere di cambio, rimanendo qualsiasi cessione delle medesime, per indossamento, girata, ecc. soggetta al visto del consolato; — che rigorosamente si osservi il divieto ai non commercianti di speculare in effetti cambiari, già incluso nelle r. costituzioni (lib. II, tit. 16, cap. III, § 37), sfrattando specialmente dal mercato e dalla città i sensali clandestini o ambulanti, e inibendo agli autorizzati di prestar opera comunque all'illecito traffico; — il tutto sotto pena del doppio dell'importo dell'operazione, riservata l'azione penale di falso, in caso di tentata frode; con promessa al denunziatore di stretto segreto, oltrechè d'un premio uguale all'intiera multa; e con attribuzione al consolato delle più ampie facoltà di ammessione di " sommarie e particolareggiate prove ", con obbligatoria esibi-

zione di libri e scritture, diritto di perquisizioni, ecc. (1). Una lettera della segreteria degli interni 20 dicembre 1797, che rinfresca l'antica ingiunzione fatta ai sensali di consegnare mensilmente al consolato i corsi dei loro cambi (r. b. 15 ott. 1760) (2), tende a completare il meccanismo creato dal decreto, regolarizzando la funzione affidata all'organo di controllo accentratore così predisposto. Ed è in obbedienza a tali norme che il fisco, ricevute nel gennaio successivo diverse denunzie, apre contro alcuni banchieri un procedimento criminale (3), che pone in grande orgasmo l'intiero ceto commerciale della città.

Dell'intensità dell'allarme provocato dal proposito per tal modo apparente di dare esecuzione al decreto, che si sperava rimanesse, come molti altri, lettera morta, ci è documento un memoriale presentato in tale frangente al re da un gruppo dei più accreditati negozianti, ad avvalorare la supplica, contemporaneamente inoltrata dalle ditte colpite (4). Mentre dell'agitazione diffusa, anche all'estero, fra i clienti e fornitori abituali del regno sardo dall'inopinata turbazione della libertà degli scambi, mediante i controlli e le formalità a cui si assoggettavano gli internazionali pagamenti, rendon testimonianza i ricorsi dei commercianti lionesi e cisalpini ai loro governi perchè abbiano a far rispettare nel loro spirito i trattati esistenti, e le rimostranze di quei direttori alla corte di Torino, chiedenti imperiosamente la revoca della legge col proscioglimento degli imputati (5). Si fa interprete delle querele e dei voti il procuratore generale del commercio, esponendo francamente al sovrano i manifesti inconvenienti connessi all'integrale esecuzione della legge e la rovina minacciata agli incriminati negozianti, ed associandosi perciò alle domande per l'abrogazione dell'editto e l'annullamento degli intentati processi (6).

Il contegno del governo di fronte alla clamorosa protesta conferma, a impression mia, più che non smentisca la grande

(1) Cfr. Duboin, *Raccolta ...*, v. XV, p. 306 e sgg.

(2) Cfr. Duboin, *Raccolta ...*, vol. XV, p. 135.

(3) Le Case Travi, Trucchi, Crosa e comp., fratelli Camosso.

(4) Riprodotto in Eydoux, *Confutation de la loi sur les changes et les endossements*, P. II, p. 18 e segg.; P. III, p. 13 e sgg.

(5) Cfr. *Ibid.*, P. III, p. 24 e sgg.

(6) Cfr. *Ibid.*, P. III, p. 22.

moderazione, e forse la segreta platonicità delle sue primitive intenzioni; poichè, pure riconoscendosi l'impossibilità di cancellare, con la legge, l'iniziata azione penale, senza troppo grave offesa al prestigio dello stato, si lasciava chiaramente intendere che le inevitabili condanne non verrebbero eseguite, intervenendo subito la grazia sovrana (1). Ma, se il compromesso opportunistico poteva bastare ai direttamente interessati, non così eran disposti ad appagarsene coloro che nello spiacevole episodio avevan visto precipuamente un'ottima occasione di porre in odiosa luce, all'interno ed all'estero, il superstite, tenue residuo della moritura autorità regia. Onde il sorgere immediato ed il propagarsi di violenti libelli, di cui quello dell' Eydoux è il più completo ed il più tipico.

Parla il medesimo di evidente, rapace calcolo del re di impinguare le rovinate finanze ricattando e spogliando il commercio; di legge dettata " dallo spirito fanatico e tirannico dell'infernale aristocrazia „; di manifesto proposito di trarre a rovina tutta una classe di benemeriti cittadini per pura " efferatezza tigresca „. A voi, nefando despota, — si grida — spetta la colpa della rovina economica del paese; ma, ben sapendolo cercate, novello Nerone, di eluderne le conseguenze riversandone su altri la responsabilità e la colpa, con la persecuzione e la calunnia:

" Vous aviez formé le projet insensé d'anéantir une nation, qui d'un seul souffle vous feroit voler d'un pole à l'autre. Actuellement... que vous savez que pour réparer tous vos desordres il ne vous reste que l'ignominieuse ressource de ruiner le peuple, vous avez recours à l'imposture. Pour vous soustraire aux justes réproches d'une nation indignement outragée et ruinée, vous osez inculper de vos crimes, une classe d'honnêtes citoyens, sur lesquels vous voudriez faire réjaillir la cause des calamités de la patrie, que vous avez devastée! Mais l'univers entier, mais la posterité reconnoîtront en vous seul, le véritable assassin du peuple „.

In attesa d'altronde di questa schiacciante condanna finale, non tarderà il magnanimo alleato a ridurre alla ragione il grottesco tirannello, sordo ai suoi augusti richiami:

" Il faut que l'audace et le crime soient bien enracinés dans le cœur du roi sarde et de ses vils ministres pour oser agir de cette façon envers

(1) Cfr. *Ibid.*, P. III, p. 23.

la République française! Comment, un fantôme de roi, qui vient tout récemment d'être subjugué, et qui ne tient encore son existence que de la générosité de ses vainqueurs, a l'insolence aujourd'hui de mépriser ses justes demandes! Qu'il tremble, ce perfide, l'heure de sa chûte est prête a sonner. La grande Nation, qu'il vient d'insulter, et qu'il trahit chaque jour, lui tiendra bon compte de ses indignes procédés envers elle; non seulement elle anéantira cette injuste et maudite loi du 30 août 1797, mais encore elle brisera les fers de l'infortuné Nation Piémontoise, déjà depuis trop long tems persécutée, asservie et sacrifiée par son exécrable roi et par l'infernale aristocratie „.

Simili invettive contro un principe la cui colpa principale fu la eccessiva lealtà usata verso l'alleato fedifrago, alimentatore della sedizione interna, e la mitezza dalla quale non volle dipartirsi in confronto dei suoi peggiori vituperatori e nemici, ad altro non servono che a fornire una prova di più delle infinite amarezze onde fu cosparso il suo doloroso calvario. Nè certo metterebbe conto rinfrescare il ricordo dell'osceno libello, non dissimile da troppi altri usciti dalla penna di quegli stessi che, in piena guerra, non ebbero orrore di recare al nemico il piano delle difese della patria loro (1), se, oltrechè l'espressione dell'insigne malafede e della fanatica ira partigiana dello scrivente, la diatriba invereconda — anche perchè smaccatamente adulatoria verso l'insolenza dello straniero spadroneggiante — non contenesse altresì una critica tecnica degli errori dell'adottato espediente legislativo e delle sue conseguenze, immediate e remote, che, dopo oltre un secolo, nulla ha perduto della sua attualità e freschezza.

Considerato da questo punto di vista esclusivo l'opuscolo non manca di pregi, siccome riflesso delle idee fin d'allora prevalenti fra gli uomini d'affari rispetto ad un problema economico perennemente ricorrente, in termini non sostanzialmente

(1) Cfr. Carutti, *Storia della Corte di Savoia durante la rivoluzione e l'impero francese*, vol. I, p. 278. Il contegno dei giacobini torinesi non fu meno patriottico anche nei riguardi dello specifico problema di cui in queste note si discorre. Falsificarono cioè i rami dei biglietti di credito, per smerciarne una grossa massa, indi pubblicare che erano falsi, suscitando così un perturbamento universale nel paese. A ciò attese, nel 1795, un avvocato Carlo Regis, forse amico dell'Eydoux, che accusava il re di falso monetaggio. Cfr. *Ibid.*, P. 277.

mutati. Nella requisitoria polemica, non meno che nei memoriali giudiziarî onde è corredata, traspare una mentalità nettamente contrastante con lo spirito inframmettente, sospettoso, inquisitorio che è proprio della burocrazia d'ogni epoca. Nè le osservazioni acute suggerite dall'esperienza ai competenti d'allora sembran del tutto trascurabili nel momento in cui il sistema di cui essi denunziarono l'incongruità rinasce, con ampiezza e rigorosità tanto maggiore, a supposto rimedio di errori e di mali non dissimili, sebbene dovuti a cause apparentemente più vaste e più complesse.

***

" Si riesce senza troppa fatica, diceva Tolstoi, a spiegare anche al più ottuso uomo i più ardui problemi, se egli non ha preconcetti sui medesimi; ma torna impossibile far penetrare le più ovvie verità in cervelli intelligentissimi quando essi ritengano di conoscerle perfettamente ". Della stessa difficoltà didattica si lagnava, in termini men riguardosi verso i non volontari alunni, il nostro libellista:

" L'emploi le plus pénible et le plus désagreable dont un homme puisse se charger, c'est celui de détromper, d'endoctriner, d'instruire le sot ou l'ignorant orgueilleux sur quelque point, où celui-ci croit d'être abondamment instruit " (p. 1ª, p. 22).

Vi si accinge egli tuttavia, con senso di abnegazione, dopo essersi, in un apologetico proemio, giustificato di criticare una legge che, come contraria al fondamento di giustizia, non impone rispetto ed obbedienza ai cittadini.

" Lorsqu'une loi est émanée pour réprimer la chose abusive et protéjer la chose juste, lorsqu'une loi tend à la sureté et à la conservation des personnes ainsi que des propriétés, lorsqu'une loi punit sévèrement le crime et recompense la vertu, lorsqu'une loi, enfin, est le résultat de la volonté générale, pour lors l'obéissance à cette loi est sans doute un devoir des plus sacrés du Citoyen; personne ne peut, sans commettre un delit de lèse-société, refuser sa soumission et son respect à une disposition si salutaire et si imposante. Mais s'il arrive qu'un législateur déspote et ignorant, conduit par un ministre également sot et capricieux, crée et fasse promulguer une loi oppressive, tendente à prejudicier le droit des gens et à renverser l'ordre social, une loi enfin qui soit dénuée

de tout principe de justice et d'équité, dans ce cas c'est le devoir du Citoyen d'y résister avec la constance la plus ferme, parceque ce seroit s'avilir et se rendre complice de l'injustice d'y obeir aveuglement „ (p. 3).

Che circostanze simili concorrano a render ridicola e nulla la legge sui cambi basta a provarlo l'osservare come la medesima raggiunga effetti opposti a quelli che si propone.

Presupposto del legislatore è invero quello che soltanto l'azione delittuosa dei commercianti senza scrupoli determini la perturbazione monetaria di cui giustamente si lagna il pubblico. Ma è facile mostrare che l'abuso non risiede nel saggio corrente del cambio, bensì nel valor nominale delle specie circolanti.

La cambiale, proprietà privata e merce eminentemente trasferibile, ha un valore di scambio continuamente variabile, a norma della domanda e dell'offerta, e coordinato al prezzo delle altre merci negoziate sulla piazza.

" Il faut de toute necessité que les cédants ainsi que les acquéreurs se soumettent toujours au cours du jour, qui, pour l'ordinaire, s'établit sur l'offre ou la recherche du papier sur l'étranger „.

Un banchiere non può esimersi dal tener in portafoglio un certo fondo in cambiali, per poter sopperire a bisogni impreveduti. Ciò facendo egli esercita puramente e semplicemente il proprio mestiere, il che implica, naturalmente, eventualità di guadagni o di perdite, come la compra-vendita o la speculazione in altra merce qualunque (1). Pretendere invece che, di

---

(1) " Le résultat des spéculations n'est pas toujours en bénéfice. Cette refléxion, toute simple qu'elle est, se trouve néanmoins nécessaire ici, parceque le Ministre croit, ou fait semblant de croire, que spéculation et profits usuraires soient sinonymes. On voit une preuve de cette fausse définition dans une phrase du Fisc du Consulat, à l'égard d'une lettre de change, dont l'endossement est en contestation, c'est-à-dire considéré comme en contravention à la loi du 30 août 1797; il s'exprime ainsi: — La vraie marque que le Négociant a contrevenu en endossant ou en cédant cette lettre de change c'est qu'il a gagné dans ce contract, car le change ne lui coutoit que 80, et quelques jours après il l'a fait payer 81 — Peut-on soutenir un sophisme plus grossier? Le change étoit à 80 le premier du mois et, par pure éventualité, il s'est trouvé à 81 le 15 du dit mois, jour de la cession contestée. Le Négociant a gagné conséquemment un sol sur le change, mais il a vendu au cours. Peut-on lui en faire un crime? Mais si, au lieu de 81, ce cours n'eut été qu'à 79 la vraie marque de la contreven-

tutte, soltanto quella che forma l'oggetto di questi contratti si sottragga alle oscillazioni di valore, equivale voler rinnovare il prodigio di Giosuè, fermatore del sole. Il legislatore non si scandalizza vedendo che tutti i prezzi salgono vertiginosamente; per lui soltanto l'aumento dei cambi è abusivo; anzi spetta al medesimo la responsabilità del rincaro continuo degli altri generi (1). Nè vale dimostrargli che, nei periodi in cui i primi subirono una temporanea mitigazione, i secondi non cessarono di esser venduti a prezzi progressivamente maggiori. Quanto all'illusione di modificarne il corso con la legge, dovrebbe bastare a distruggerla lo spettacolo di ciò che avvenne dopo che l'editto è in vigore. I cambi dall'agosto in poi non han fatto che salire (2).

" D'où vient donc que les changes n'ont pas discontinué d'augmenter? Est-ce que la peine de la contravention n'est pas assez forte, ou que les espions ne sont pas assez nombreux par décéler tous les prétendus coupables? Rien de tout cela; la prévoyance ministérielle a pourvu surabondamment à ces deux choses. Ce n'est donc pas en elles que consistent les inconvenients de la continuelle hausse des changes, c'est que le législateur et son ministre veulent chercher dans autrui un crime qui n'existe que dans eux-mêmes, et qu'ils rendent toujours plus énorme en voulant l'attribuer aux autres; c'est enfin que la défense de tout endossement, bien loin d'être un moyen pour faire baisser les changes, en est un, au contraire, des plus infaillibles pour les faire monter. Revenez de votre erreur, o roi et vous ministre sarde, soyez plus raisonnable, allez à la bonne foi, examinez votre conscience, étudiez le commerce, et puis vous verrez que l'augmentation des changes, dont vous vous plaignez, n'est ni criminelle, ni abusive. Voici des vérités qui pourront vous convertir, si vous n'etés pas sourd à les entendre. La masse énorme de papier-monnoie en circulation, jointe à une autre quantité immense de

---

tion n'y auroit plus été, puisque le Négociant auroit perdu un sol. Dans ce cas, selon la définition du Fisc, l'endossement n'auroit plus été criminel. Donc ce ne sont plus les endossements que défend la lois, ce sont les profits?... Quelle loi! quelle justice! quel brigandage! „ (p. 10 e sg. *n*.).

(1) " Il ose soutenir, avec ses satellites féconds en sophismes, que c'est l'augmentation des changes qui provoque et favorise celle des denrées „ (p. 12).

(2) Il 30 agosto 1797 il cambio di Torino su Londra era di 36 $^3/_8$, su Parigi e Lione 33 $^1/_4$, Augusta 71 $^5/_6$, Vienna 70 $^1/_2$, Livorno 143 $^1/_2$, Genova 310, Milano 160; il 9 maggio 1798 erano rispettivamente di 59, 55, 116, 114, 230, 500, 255.

billon de la qualité la plus inférieure, ayant peu à peu fait disparoître l'effectif, ont en même tems causé une augmentation progressive sur les denrées, sur les marchandises, et enfin sur tous les effets quelconques, tant meubles qu'immeubles. Dès lors les changes ont dû s'éloigner de leur intermédiaire pour se proportionner à peu près aux prix courants des soies et organsins. Cette proportion ne sauroit être ni plus juste, ni plus naturelle, puisque les sojes et organsins sont les seuls produits nationaux qui soient réprésentés par la lettre de change. Or celui qui achète l'organsin à un prix élevé, et qui l'expédie ensuite dans l'étranger pour en tirer la valeur en lettre de change, ne peut céder cette lettre qu'à un prix proportionné à celui qu'il a du payer l'organsin „ (p. 13 e sgg.).

A sua volta la causa dell'alto prezzo delle sete dipende da quella che provoca il rincaro di tutte le altre merci e servizi, entranti a formare il costo di produzione dei bozzoli e dei filati. Come pretendere che il titolo rappresentativo del valore di un bene naturalmente rincarato mantenga integro il corso a cui si vendeva per l'addietro?

Il tentativo di raggiungere con la violenza un così assurdo risultato non può che ripercuotersi sul calcolo di equivalenze in cui consiste la speculazione degli acquisitori esteri delle nostre sete, quindi turbare disastrosamente l'essenzialissimo ramo della esportazione nazionale. Se il mercato piemontese godesse a tal riguardo di un vero monopolio, si potrebbe, fino a un certo punto, trascurare simili riflessi. Ma, oltrechè si tratta di articolo di lusso, la domanda del quale risulta particolarmente sensibile alle fluttuazioni dei prezzi, una forte concorrenza ci è fatta dalle sete di Spagna, di Francia e sopratutto di Lombardia e di Bologna, le quali ultime anzi già prevalgono sulle piemontesi, anche rispetto alla qualità, ad Amburgo ed in Inghilterra. Per sostenerla con successo occorre non crearci artificialmente un'inferiorità in termini di prezzi; il cui calcolo risulta per l'importatore straniero dalla combinazione fra il costo dell'organzino in moneta locale e il corso del cambio.

“ C'est cette combinaison qui sert de règle a l'étranger pour évaluer en sa monnoie les prix de toutes les marchandises des autre païs. Donc, si la monnoie réprésentative a causé en Piemont la cherté de toutes les denrées, et que cette même cherté ait entraîné celle des sojes et organsins, il est tout naturel que le prix des changes devoit subir une augmentation proportionnée, sans quoi l'étranger auroit donné ses com-

missions ailleurs, les organsins seroient conséquemment restés dans le païs, et la lettre de change auroit tout-à-coup disparu, puisque ce n'est que l'exportation de l'organsin qui mantient la lettre de change sur la place de Turin „ (p. 17 e sgg.).

Ma l'equilibrio che inevitabilmente deve esistere fra il corso del cambio e quello della merce rappresentato dalla tratta non è il solo motivo delle forti alterazioni che il primo ebbe a subire ultimamente. Un'altra causa non men grave deve ravvisarsene nello sbilancio commerciale in cui venne d'un tratto a trovarsi la piazza di Torino in seguito agli straordinari acquisti di grani all'estero. Tutti sanno che si pagarono a tal uopo ingenti somme in cambiali, mentre, in tempi normali, le tratte estere disponibili in paese appena bilanciavano le passività verso altri mercati per saldo di importazioni (1). Come trovare estemporaneamente 25 a 30 milioni di divisa estera con cui pagare il nuovo articolo introdotto? Per quanta virtù miracolosa sia nei ministri delle finanze, neppur essi posson averla creata per mero atto di autoritaria volontà. La nuova domanda determinò dunque sulla piazza una concorrenza formidabile nella ricerca delle cambiali; il che ne elevò rapidamente il prezzo, per un fenomeno notissimo alla men perspicace delle donnicciuole frequentatrici dei mercati mattutini. L'abbondanza di numerario, quindi di ricerche di impiego, servì di alimento e di stimolo alla concorrenza. La carta-moneta emessa dal governo per acquistar cambiali in pagamento dei grani, entrando nel giro consueto degli affari, accrebbe la disponibilità dei compratori privati; la gara dei quali contribuì a spingere il prezzo della divisa ad altezze sempre maggiori.

L'obbiezione che a così ovvie verità fanno il ministro “ et tous les vils adulateurs qui, comme lui, n'ont aucune connoissance de commerce „ vale unicamente a confermare la loro impudente ignoranza. Essi dicono: “ È falso che le cambiali circolanti in Torino prima dell'attuale periodo bastassero appena,

---

(1) Variavano per verità le opinioni circa lo stato della bilancia commerciale del Piemonte prima della guerra. Nè mancava chi, con manifesta esagerazione, la riteneva normalmente passiva perfino di $^1/_3$ in media. Cfr. Grassi, *Aperçu sur le commerce, l'industrie, les arts et les manufactures du Piémont*, p. 5.

in media, a fronteggiare la richiesta delle consuete passività mercantili. Se ciò fosse, non se ne sarebbero tratte da 25 a 30 milioni, pei bisogni dell'erario, in pochi mesi, senza che sia mancata la divisa per gli altri pagamenti „. — Nessun mestiere è più disperato di quello del pedagogo di presuntuosi analfabeti.

“ Une entreprise de cette nature est à peu-près semblable à celle de vouloir donner la vue à un aveugle, ou de faire parler un muet. Quoique ces sortes des cures soient très-difficiles pour ne pas dire impossibles, il est cepandant bon quelque fois de les entreprendre, sinon dans l'espoir flatteur de les réussir, du moins pour la satisfaction générale de la société. On saura qu'un tel est attaqué d'une maladie, ou d'une infirmité considerée incurable, mais on saura par contre que tous les soins ont été donnés, et que tous le remèdes ont été appliqués pour obtenir la garison. On saura que l'ignorance crasse, sous le voile spécieux de l'infaillible science, a induit cet autre tel dans une erreur pernicieuse, mais on saura aussi que tous les moyens ont étés employés inutilement pour rappeler ce tel à la raison et à la verité. On saura enfin que ce tel est un être incorrigible, qu'il est uniquement incliné à n'écouter que sa passion et son caprice, qu'il est, en un mot, l'homme le plus dangéreux et le plus nuisible à la prosperité publique. Tel est le portrait du célèbre Ministre, qui conseille et guide notre savant législateur „ (p. 22 e sgg.).

Per scarico di coscienza dunque, e non con la speranza di pervenire a correggerne l'impenitenza finale, è d'uopo ricordare a costui l'abbicì più elementare della materia, su cui si asside, arbitra regolatrice, la sua pettoruta prosopopea. Egli deve pur aver inteso dire talvolta che, quando la bilancia dei pagamenti d'una piazza è press'a poco in equilibrio, anche il suo cambio non si scosta dalla pari; mentre diviene sfavorevole al paese se la passività superi l'attivo, ed inversamente nel caso opposto. In Piemonte l'equilibrio era lo stato normale, nè il medesimo fu sostanzialmente turbato prima delle eccezionali importazioni di cereali. Salì il cambio bensì, dal 1794 in poi, in misura considerevole. Ma alla variazione di quel primo periodo, durante il quale lo sbilancio commerciale non era sensibile, diede impulso soltanto e manifestamente l'inflazione monetaria cartacea, causa di aumento rapido e disordinato di tutti i prezzi correnti.

Ben noto è infatti che l'eccesso di moneta rappresentativa cagiona dovunque e sempre lo stesso pernicioso effetto.

« L'homme étant incliné, par un penchant tout naturel, à ne s'attacher qu'aux choses effectives et réelles, ne peut pas s'accoûtumer à considérer comme or ou argent un morceau de papier, auquel le bon plaisir d'un roi a donné une valeur nominale. Il sera plein de respect et d'attachement pour son gouvernement, mais il ne pourra pas se resoudre à thésauriser une telle monnoie. C'est ce qui fait que le discrédit de cette valeur commence ordinairement à s'opérer par une insouciance de la posséder et par l'empressement qu'on a de la dépenser ou de l'employer dès qu'on la reçoit. Cette insouciance devenant toujours plus générale en proportion de ce que la monnoie devient plus abondante, et conséquemment plus commune, elle dégénère ensuite en méfiance, à mesure que la multiplicité des achats provoque une augmentation sur les prix de toutes les marchandises. Plus les prix augmentent, et plus les propriétaires des billets s'empressent d'acquérir, et de là s'ensuit le progrès du discredit et avec lui une infinité de querelles domestiques. Voilà la marche et les effets ordinaires des monnoies représentatives, lorsqu'on en fait abus; elles sont l'origine de la ruine publique et des dissensions intestines. Tous les financiers, tous les politiques les plus célèbres s'accordent à dire que le papier-monnoie est un fatal préstige, une déception coupable, un très-grand mal, au phisyque et au moral. C'est un fléau véritable, dit l'immortel Mirabeau, qui renverse toutes les combinaisons de la raison, de la prudence et de la justice; il rend incertaines toutes les valeurs et sappe tous les fondements de la propriété. Le papier-monnoie, dit le même auteur, ne doit être envisagé que comme un foyer de tyrannie, d'infidélités et de chimères; c'est une véritable orgie de l'autorité en délire. Voilà pourquoi la vertu, le patriotisme et le dévouement des Américains et des Français n'ont pu opérer cette transmutation miraculeuse. L'Amérique, la France, Rome, etc., ont vu les tristes effets de cette fatale denrée. Tous ces païs sont convaincu que le papier-monnoie, lorsqu'il est trop abondant et qu'il a cours forcé, ne peut que causer des désordres et ruiner les fortunes. Malgré tous ces exemples, les royalistes piémontois ne peuvent pas encore se persuader que les mêmes causes produisent les mêmes effets. Ils se pensent que le miracle de la transmutation est réservé à eux seuls; ils veulent enfin, contre toutes les règles du bon sens, que leur papier-monnoie soit considéré comme or de 24 carats, menaçant de peine afflictive quiconque ne le reconnoîtra pas pour tel..... Tout le monde sait que vous avez contracté une dette au dessus de vos facultés; tout le monde sait que vous n'avez d'autre ressource pour retirer votre papier-monnoie que celle de le reprendre au public, en l'écrasant d'impôts. Vous avez donné des preuves non équivoques de ces vérités par vos édits 6 oct. e 11 nov. 1797..... Vous avez manifesté vous même une

méfiance contre vos billets et votre basse monnoie en déclarant que tous les droits de douane ne seroient plus reçus qu'en or ou en argent effectif. Comment oseriez vous prétendre, après des dispositions semblables, que l'on considerât comme or votre papier-monnoie? N'est-ce pas là un délire convulsif de votre part? Le public, esclave de vos volontés despotiques, n'osera pas refuser votre monnoie réprésentative pour la valeur nominale que vous lui avez assigné; mais il ne vous donnera par contre de marchandise qu'en proportion du crédit que l'opinion commune accordera à cette monnoie sans intrinsèque. Plus vous altérerez ce credit par des opérations impolitiques, moins l'on vous donnera de marchandises pour la même somme de monnoie réprésentative; plus votre insolvabilité sera reconnue, plus aussi vous causerez des inquiétudes dans le public; chacun s'empressera de se débarasser de votre papier-monnoie; les propriétaires de tous les effets quelconques, craignant leur ruine totale, s'abstiendront de vendre, ou, s'ils vendent, ce ne sera qu'à des prix exorbitants, qui puissent leur laisser quelque probabilité de pouvoir d'abord, sans beaucoup de perte, employer vos billets en quelqu'autre effet d'une valeur reconnue. Ainsi de plus en plus, le discrédit s'augmentant, votre papier-monnoie passant rapidement d'une main à l'autre et se trouvant tous les jours circonscrit dans un plus petit cercle, finira par s'éteindre. Malheur à ceux qui en seront les derniers porteurs! „ (p. 34 e sgg.).

Alla serie di fenomeni, così efficacemente descritti, riflettenti il valore di scambio del medio circolante, lo sbilancio commerciale improvvisamente creato dalla crisi dei cereali venne ad aggiungere, dal 1797 in poi, una causa di perturbazione di indole totalmente diversa.

Contestando che l'eccezionale domanda di divisa estera abbia potuto squilibrare il mercato, e supponendo che la carta così richiesta si trovasse, anche in tempi normali, disponibile nel paese — senza di che l'impiego ora fattone avrebbe soppressa la possibilità di continuare i consueti compensi mercantili — il ministro dimostra una volta di più l'impermeabilità del suo cervello ai concetti economici più puerili.

" C'est ici un de ces problèmes mercantils où la science ministérielle est incapable de pénétrer sans le secours d'autrui; elle ne peut pas découvrir d'elle-même comment il peut se faire qu'une place puisse céder sur l'étranger plus de fonds qu'elle y en possède. L'évidence d'un semblable miracle n'est pourtant pas plus difficile à démontrer et à comprendre que celle de la consommation d'une denrée ou de toute autre marchandise dans un païs où elle n'existoit pas „ (p. 26)...

" L'industrie du commerce est telle que, par son moyen, toutes les places, dans quelle position qu'elles puissent être, se trouvent constamment pourvues de leurs nécessaires, les unes à bon marché, et les autres à prix plus ou moins chers, selon la position où chacune d'elles se trouve. Celles qui sont actives ont toujours les changes en leur faveur, c'est-à-dire au dessus de l'intermédiaire et, par cette même raison, elles restent créditrices de l'étranger parcequ'elles ont plus de lettres de change qu'il leur en faut pour les besoins du mercantil, ou soit pour payer les marchandises d'importation. C'est cette abondance ou ce surplus de papier qui tient les changes au dessous de leur intermédiaire, et c'est aussi cet état de baisse dans les changes qui donne lieu à la spéculation, et facilite le placement des lettres superflues. Ainsi dans une place dont le commerce est actif, quoique le montant des lettres de change surpasse les besoins du mercantil, elles trouvent néanmoins à se placer à cause de la baisse que l'abondance du papier produit sur les changes. Il en est des lettres de change comme de toutes les autres marchandises; elles trouvent toujours à se vendre, quand même la quantité surpasse les besoins du païs; mais, dans ce cas, on conçoit aisement que les prix doivent être plus bas que sur les places ou dans les païs chez qui une semblable marchandise est moins abondante. Donc, si au moyen d'une diminution sur le prix une place trouve à vendre toutes les lettres de change et toutes les marchandises qu'ella a de reste, il ne sera pas surprenant qu'une autre place, au moyen d'une augmentation sur les prix, trouve à acheter toutes les lettres de change et toutes les marchandises qui lui manquent pour suppléer à ses besoins ordinaires et extraordinaires. Celà ne sauroit être contesté. — Or, si dans une place où le commerce est actif le prix du change doit nécessairement être au dessous de son intermédiaire, et que, par cette raison d'activité, la ditte place doive rester créditrice de l'étranger, il faut convenir que dans une position opposée, c'est-à-dire dans un état de passivité, les changes de cette place devront être au dessus de leur intermédiaire, et que dans ce cas la place passive sera débitrice envers l'étranger. En effet, si une place est obligée de fournir en lettres de change plus des fonds qu'elle en possède dans l'étranger, elle devra indispensablement s'endetter; et de là s'ensuivra une naturelle augmentation sur les changes, car les emprunts sur l'étranger content des intérêts, des provisions et des ports de lettres. Outre ces fraix, il y a encore à courir le risque d'une hausse majeure sur les changes à l'époque de la restitution de la somme emprunté. Donc le prix de la lettre de change devra de toute nécessité augmenter en proportion de ce risque et de tous les frais ci-dessus enoncés. Ainsi toutes les fois qu'une place est passive, elle doit avoir ses changes au dessus de l'intermédiaire, parceque la passivité la rend

débitrice envers l'étranger; et de même lorsqu'une place est passive, les marchandises et les denrées d'importation doivent être chères, parcequ'il en coûte des fraix pour les extraire de l'étranger, parce qu'enfin cette importation est cause originaire de la même passivité et conséquemment de la hausse des changes qu'elle entraine. — Le ministre doit connoître par expérience la réalité de cet argument; il ne peut pas nier que les bleds qu'il a fait acheter dans l'étranger lui reviennent de 14 à 15 livres l'émine dans le tems que le prix du marché de Turin n'étoient que de 9 à 10 liv.; il a toujours reconnu et confessé que cette différence provenoit tant de la hausse des changes que des frais qui accompagnoient ses achats; mais il n'a jamais pu ou bien jamais voulu comprendre que cette hausse des changes étoit provoquée par les mêmes achats des grains, qui, en faisant naître une concurrence entre les finances et le mercantil pour la consommation de la lettre de change, avoient tout-à-la fois causé la passivité du commerce de Turin et augmenté la quantité du numéraire réprésentatif en circulation, ce qui ne pouvoit pas manquer d'entraîner, non seulement une hausse sur les changes, mais encore sur tous les autres effets quelconques „ (p. 26 e sgg.).

È semplicemente assurdo obiettare che, essendosi le cambiali pagate dalla finanza con numerario in cassa, riscosso con imposte, e non con nuove emissioni, l'operazione non aumentò la massa di carta esistente, quindi non potè influire sui prezzi; perchè ciò che importa è la moneta effettivamente circolante.

" Pour cette fois donc, il paroit que notre législateur devroit être pleinement convaincu que la Place de Turin étant dévenue passive dépuis l'époque de l'achat des grains, ses changes devoient absolument augmenter; il devroit reconnoître en conséquence que l'agiotage, le monopole et les malversations dont l'ignorance, la méchancheté et le sophisme ont voulu avec témérité accuser les Négociants, ne sont que des calomnies atroces et des inductions dangereuses, puisqu'elles l'ont porté a créer une loi pénale sans fondement et sans principe de justice. Une nouvelle preuve bien convainçante qu'il n'y avait point de justes motifs à établir une semblable loi à Turin, c'est qu'aucun Gouvernement de l'Europe n'a jamais cru être dans la nécessité de devoir adopter des pareilles dispositions. Partout il y a des Négociants, et partout les Négociants sont guidés par les même principes qui dirigent ceux de Turin. Ils s'occupent tant les uns que les autres à faire valoir leur fonds, en travaillant constamment à la compensation des besoins réciproques de leur païs et des places étrangères. Toutes les lois autorisent et protégent ces opérations, chaque souverain en particulier a toujours accordé protection et pleine liberté au commerce, plusieurs d'entre eux ont soutenu

des longues guerres pour la conservation de cette liberté; chacun d'eux ne cesse d'encourager les Négociants, tous ensemble, enfin, considérant le commerce comme la première colonne d'appui de leur État. En un mot, toutes les puissances de l'Europe ont les mêmes dispositions en faveur du commerce, il n'y a absolument que le roi de Turin qui se règle d'après d'autres principes. Lui seul se croit autorisé d'accuser les Négociants d'être la cause de la hausse des changes, et conséquemment de la ruine du païs: lui seul se permet toute sorte d'insulte contre eux; il les taxe de pervers, d'excroc, de fripon; il promulgue une loi qui interdit les opérations les plus communes et les plus salutaires, une loi enfin qui détruit le commerce.

" Mais quelle est donc cette phrénésie? Seroit-il possible que ce ne fut qu'à Turin où il y eut nécessité de contenir l'aveugle cupidité des Négociants? Est-ce que le bon et pieux roi de Piémont voudroit prouver que le commerce n'est exercé dans ses soi-disants États que par des scélerats et des brigands, ou bien voudroit-il persuader toutes les puissances de l'Univers qu'elles font mal de protéger les Négociants? Dans tous les païs, les changes sont, comme à Turin, sujets à variations; il haussent et ils baissent alternativement, selon les circonstances où se trouve chaque place; mais jamais on n'a vu qu'aucun gouvernement ait voulu faire un crime aux Négociants de la hausse qui survenoit dans les changes. Seroit-ce par négligence ou bien par justice qu'ils se sont toujours tû à ce sujet? Dans ce dernier cas, qui est le seul véritable, il foudroit condamner notre roitelet subalpin d'avoir accusé à tort les Négociants piémontois. Disons mieux, il faudroit le couvrir d'une éternelle ignominie pour avoir voulu les inculper, comme nous l'avons déjà dit, d'un crime dont lui, son prédécesseur et leurs perfides Ministres sont les seuls coupables... Oui ce sont eux qui ont jeté le germe de la misère, de la discorde et de la désolation dans ces contrées infortunées; ce sont eux qui ont écumé toutes les matières précieuses, et qui ont inondé le païs d'un papier-monnoie qui n'a d'autre valeur que la mauvaise foi et d'autre garantie que la violence; ce sont eux enfin qui ont constamment et impunement abusé de la confiance publique. Après tant de prévarications, ces monstres ont encore l'audace aujourd'hui de se plaindre de la cherté des marchandises et de l'élévation des changes; ils osent en accuser et en rendre responsables les Négociants! Mais, après tout, qui est-ce qui peut prêter foi à de semblables accusations; qui est-ce qui peut les croire fondées? Tout le monde doit bien savoir que la hausse des changes et de tous les effets quelconques, au lieu d'être une cherté réelle, n'est qu'une véritable détérioration des billets royaux, qui s'opère graduellement au préjudice des capitalistes. Or, il faudroit avoir perdu le jugement pour croire que les Négociants voulussent tra-

vailler à la perte de leurs propres fonds, pour la seule satisfaction d'avoir réussi à faire augmenter les changes.

" Ce n'est pas dans le commerce où le caprice et la passion dominent sur l'intérêt. Bien loin d'opérer pour obtenir la décadence de leurs capitaux, les Négociants voudroient bien trouver le moyen de les assurer, ou du moins de les préserver d'une majeure chûte. Mais ce n'est pas dans la hausse des changes qu'ils peuvent rencontrer une telle ressource, puisque celle qui a eu lieu jusqu'à présent leur a bientôt consommé les deux tiers de leurs fonds. En effet, celui qui avant les émissions des billets royaux possédoit L. 100.000 ne posséderoit plus aujourd'hui qu'environ L. 33.000, s'il avoit resté oisif. De manière que, pour être réintégré dans son capital, il faudroit qu'il eut gagné environ L. 200.000.

" Donc on peut dire, qu'à cause de la hausse des changes tous les capitalistes ont dû perdre, à la réserve de ceux qui ont eu le bonheur de tripler leur capitaux. D'après une assertion si véridique, nous croyons que notre législateur n'aura plus le courage de soutenir que la hausse des changes, ainsi que la cherté de tous les autres effets, ont été provoquées par l'insatiable avidité des Négociants; il sera au contraire forcé de convenir avec nous que les abus dont il se plaint, et dont le public a plus de raisons de se plaindre que lui, n'existent que dans l'excessive quantité de monnoie répresentative, qui a été, à plusieurs réprises, versée abusivement dans la circulation " (p. 30 e sgg.).

L'Accademico Segretario
ETTORE STAMPINI

CLASSI UNITE

Adunanza del 16 Giugno 1918

PRESIDENZA DEL SOCIO PROF. COMM. ANDREA NACCARI
PRESIDENTE DELL'ACCADEMIA

Sono presenti, della Classe di Scienze fisiche, matematiche e naturali, i Soci nazionali residenti Segre, Peano, Jadanza, Guidi, Parona, Mattirolo, Grassi, Panetti, Sacco, Majorana, e i Soci corrispondenti Gustavo Colonnetti e Gian Antonio Maggi;

della Classe di Scienze morali, storiche e filologiche, i Soci nazionali residenti Pizzi, De Sanctis, Einaudi, Baudi di Vesme, Schiaparelli, Patetta, Cian, Pacchioni, Valmaggi, e Stampini Segretario della Classe, che funge da Segretario delle Classi unite.

Scusano l'assenza i Soci Brondi e Prato.

Aperta l'adunanza alle ore 10, il Presidente dà subito facoltà di parlare all'Accademico Segretario Stampini, il quale, sicuro di rendersi interprete dell'unanime sentimento degli illustri Colleghi, sottopone alla loro approvazione il seguente ordine del giorno:

“ La Reale Accademia delle Scienze di Torino, raccolta in “ adunanza a Classi unite, manda, commossa e reverente. un “ saluto caldo di ammirazione e di fede all'Esercito e alla “ Marina che, combattendo con impareggiabile ardimento e con

" invitta saldezza, si affermano sempre più quale incrollabile
" presidio delle terre e dei mari italiani, e dànno alla Patria
" arra sicura di giorni gloriosi e di radioso avvenire „.

Quest'ordine del giorno è approvato tra gli applausi.

Il Presidente invita il Socio Cian a leggere il discorso commemorativo in onore di Arturo Graf. Il discorso è vivamente applaudito così dai Soci come dal pubblico presente.

Il Presidente sospende per alcuni minuti l'adunanza. Uscito il pubblico, l'adunanza ha luogo in forma privata per la lettura dell'atto verbale dell'adunanza precedente del 9 corr., che è approvato. Poscia l'Accademico Segretario legge una lettera del Sindaco di Torino, il quale, invitato a presenziare alla solenne commemorazione di Arturo Graf, delega a rappresentarlo l'Assessore municipale, nostro Socio, Prof. Guido Grassi. Legge inoltre una lettera della vedova di Arturo Graf, Sofia Rauchenegger, la quale, dolente di non potere per condizioni di salute essere presente alla commemorazione, ringrazia il Presidente per l'invito fattole. In fine l'Accademico Segretario legge una lettera del Socio nazionale non residente Fraccaroli, il quale dichiara di essere dolente di non poter intervenire all'adunanza del 16 corrente, in cui si conferirà il premio Gautieri, perchè, accettando pienamente la proposta della Commissione, si sarebbe fatto una festa di contribuire anche col suo voto " a rendere giustizia a due libri e a due autori che altamente onorano la scienza italiana „.

Relativamente al conferimento del premio Gautieri riservato alla Letteratura per il triennio 1914-1916, su proposta del Socio Stampini, si rimanda la decisione sulla votazione fatta, non che ogni altro eventuale procedimento, ad una prossima adunanza a Classi unite, che è stabilita per il giorno 23 corr.

ARTURO GRAF

Discorso commemorativo del Socio naz. resid. VITTORIO CIAN

" La Civiltà è una terribile pianta, che non vegeta e non fiorisce, se non è inaffiata di lacrime e di sangue „ (1). Così, profondamente e profeticamente, sentenziò un giorno Arturo GRAF; ed io, chiarissimi Colleghi, non saprei esordire con altre parole che con queste, sul punto di rievocare in una rapida sintesi la figura e l'opera di Lui, che oggi, a cinque anni dalla sua dolorosa scomparsa (30 maggio 1913), ci sembrano più vive che mai. Non con altre parole, perchè queste documentano subito, quasi in un motto epigrafico, il senso ch'Egli ebbe, coraggiosamente vigile e vigoroso, della realtà e della verità storica ed umana. Figura ed opera quant'altre mai multiformi, sì che riesce tanto più arduo il riandarle pur nei loro elementi essenziali e lo stringerle in quell'unità caratteristica dalla quale soltanto possa scaturire e lasciarsi afferrare la complessa e originale individualità sua. Straordinariamente complessa, sia che si consideri l'uomo, anche nella sua genesi e nella costituzione etnica e morale, nelle sue prime vicende soprattutto, negli atteggiamenti diversi e nella infaticata attività spirituale; o l'artista, la cui musa battè l'ala robusta in quelle regioni più alte del pensiero e della fantasia nelle quali l'occhio dei più a stento può giungere; sia, infine, che si rivolga l'attenzione allo studioso, che lasciò orme incancellabili del vasto lavoro, o al maestro, severo insieme e geniale, che gettò semi fecondi nelle menti e nei cuori di quanti, specialmente fra i giovani, lo conobbero e per ciò solo lo amarono d'un affetto che era solo agguagliato dall'ammirazione sincera.

L'uomo, molti di Voi, o chiarissimi Colleghi, lo hanno conosciuto, alcuni assai davvicino, nell'intimità dell'amicizia.

Vantaggio grande cotesto per poterne apprezzare degnamente il valore; grande per Voi, come per me, dacchè uno dei più straordinarî paradossi sembrami quello enunciato proprio in questi giorni da uno scrittore cui non manca l'ingegno, ma in cui è ancora più forte la tentazione e l'abitudine di abusarne. Egli, accingendosi a parlare del Carducci, uscì a dire: “ Non l'ho conosciuto, e credo sia meglio „ (2). Di Arturo GRAF io dirò invece: “ L'ho conosciuto, e credo sia meglio „; credo sia una fortuna. Solo ch'io vorrei esserne degno, vorrei avere, cioè, la virtù ispiratrice e la forza pari al desiderio amoroso di farlo rivivere in quest'ora, almeno così come io l'ho veduto, sentito e compreso. Poche altre figure d'uomini, a me noti o dai documenti e dai libri, o per conoscenza personale diretta, hanno destato sul mio spirito un interesse così vivo come quella del GRAF; poche mi sono parse così significative e istruttive, a chi sappia studiarla ed intenderla con intelletto d'amore.

E anzitutto ci attrae quella che sarei tentato di dire la felice avventura della sua nascita e della sua giovinezza.

Infatti, pensate, venire al mondo, settant'anni sono, nel gennaio 1848, tra gli ulivi, le rose e le viole d'una villa, tristamente deliziosa, appiè del Partenone, nell'opulenza, come attesta Egli stesso (3), da padre bavarese, ricco commerciante, ma idealista e poliglotta, dedito più alla lettura dei poeti che non a quella dei libri della sua azienda, e da madre italiana, soave e vivace creatura, anconitana di nascita, ma discesa “ d'antica gente fiorentina „, i Bini; trascorrere l'infanzia ad Atene e balbettarvi dapprima la lingua greca, essere sbalzato ben presto a Trieste, perdervi il padre, vedere dissestato e disperso il patrimonio domestico, conoscere anzitempo le angustie e i travagli della vita, intraprendere con la famigliola — la madre e il fratello maggiore — un triste pellegrinaggio in Rumenia, presso uno zio materno, sostare a Braila, sul Danubio, città allora “ semibarbara „, non lungi dai luoghi dai quali Ovidio aveva effuso le sue immortali tristezze, e quivi consumare la prima adolescenza coi primi libri, e di lì passare a Napoli e, fra i divini incantamenti di quel cielo e di quel mare, iniziarvi liberamente i suoi studi, conseguirvi la licenza liceale e poscia la laurea in leggi (1870), ritrarsi come inorridito e disperato dall'avvocatura, ritornarsene quindi in Rumenia, incerto dell'avve-

nire, costretto a collaborare oscuramente col fratello nell'andamento degli interessi commerciali, e poscia e per sempre in Italia, nel cuore di essa, in Roma, chè, Egli dice, “ l'anima mia pareva avventarsi dietro al sole che tramontava sulle vie dell'occidente, verso l'Italia „, e da Roma, dove potè rivelarsi agli altri ed a se stesso, venir qui, a posare finalmente in Torino, e nel novembre del 1876 salire, ventottenne, come incaricato, la cattedra di letterature neo-latine e, subito dopo, pure incaricato, quella di letteratura italiana: ecco la romanzesca avventura della sua vita, ecco l'odissea giovanile del futuro cantore di Ulisse. Si direbbe quasi che il destino volesse, con lunghe e dure prove, consacrarlo latino, anzi italiano, spingendolo di tappa in tappa a rifare il viaggio della civiltà, dalla Grecia in Italia, a Trieste, la fedele di Roma, in Rumenia, memore delle legioni romane, e infine nei due focolari della patria risorta, l'antico ed il nuovo, Roma e Torino. Dal giorno in cui venne sulle rive del Po, Egli fu tutto, e definitivamente, nostro. Da quel giorno diventò una realtà bella il sogno da Lui tanto accarezzato: professore italiano, veramente italiano di spirito, come era in parte di sangue, dacchè fu una sua aspirazione tenace e quasi una preoccupazione, per non dire un incubo per Lui, confessato in molte occasioni ([4]), questa di affermare col fatto la sua perfetta italianità di sentimenti, di poter esprimere così la propria riconoscenza alla nuova patria italiana, quasi per cancellare quanto più fosse possibile quel segno esteriore, così spiccatamente tedesco, della sua origine paterna che recava nel nome, quasi a correggere quel tanto di sangue straniero che era nelle sue vene. Appunto per ciò, in certi suoi ricordi autobiografici ebbe cura di avvertire che sino dai primi anni, in Trieste, la lingua di casa era l'italiana “ perchè mio padre — diceva — non proferì mai con noi parola di tedesco e se, più tardi, io volli sapere di tedesco, lo dovetti imparare come si impara una lingua straniera „.

Nel gennaio del '77, preludendo al suo primo corso di lettere italiane in questo Ateneo, concludeva accennando all'Italia, al nostro Paese, così: “ E dico nostro, o Signori, perchè questa Italia è anche mia, ed io non avrei ardito di prendere tale ufficio, se non fossi più italiano che il mio nome non suona, se tutto, anzi, non fossi italiano, per lingua, per studii, per affetti „.

E ancora molti anni dopo, scrivendo di quel suo degno amico che fu Edmondo De Amicis, avvertiva che questi per le sue idealità sociali non aveva creduto necessario, nè opportuno di ripudiare la Patria, chè, anzi, divenuto socialista, a suo modo, aveva seguitato " ad amare la Patria, tale e quale la aveva amata innanzi " ; " amò questa Italia di tenero e figliale amore, l'amò, se così posso esprimermi, nel suo corpo e nel suo spirito " (5).

Quello che Arturo GRAF scrisse così bene dell'autore di *Cuore*, s'adatta perfettamente al suo caso. Ed io, chiarissimi Colleghi, ho creduto di rendere un giusto omaggio al suo spirito buono, oggi specialmente, fissando subito questo tratto della sua nobile figura che è il meno comunemente noto o notato; e sento il dovere di aggiungere il ricordo dei fremiti d'esultanza e di giovanile entusiasmo con cui Egli accolse ed espresse un giorno a me la prima rivelazione dell'Italia sorta in armi, per l'impresa di Libia. Perciò possiamo dolerci che il destino gli abbia negata la gioia suprema di salutare l'ultima resurrezione della Patria, l'insurrezione audacemente eroica, osata e voluta, per una ben altra cagione, per la più nobile e per la più santa delle cause.

Nel chiudere i suoi ricordi, che s'arrestano al novembre del 1876, Egli usciva in queste parole argutamente amare, dalle quali sembra sprigionarsi uno di quei suoi sospiri caratteristici: " Incominciava il professorato; era finita la giovinezza ".

No, non è vero; se Egli era arrivato ad un punto memorabile di quella sua magnifica ascensione, nella quale il magistero universitario non doveva essere piccola parte, la giovinezza era tutt'altro che finita per Lui; chè Egli serbò fino all'ultimo tale una freschezza d'attività spirituale, che in realtà poteva dirsi una perenne gioventù, una primavera rinascente di spiriti, di sogni, di speranze, di canti. Tanto è vero, che ancora negli anni più tardi, quando ormai il corpo invecchiava, Egli, quasi ribellandosi a questa legge fatale, cantava: " Torna a ringiovanir l'anima mia " e, altrove, rivolgendosi con un umorismo che sa di elegia, " Ai Signori Poeti ", si confortava del privilegio che essi avevano fra gli altri figli di Adamo:

> Ma noi, se pure il crine
> Ci s'imbianca alla fine,
> Andiam d'eterna giovinezza lieti (6).

Certo, in ogni modo, fu una singolare distrazione quella di chi si lasciò sfuggire che al Graf " fu negata la giovinezza o almeno quella che è concessa alla comune dei mortali " [7]. Vero è l'opposto. La solita giovinezza, fatta di umanità ardente e fremente, di passione, di illusioni, di audacie, di desideri e di lotta, il Graf la conobbe e la visse intensamente quanto e più di molti altri uomini di arte e di lettere, anzi la protrasse oltre i limiti consueti. E in verità, se non l'avesse conosciuta, non sarebbe stato quel poeta che fu. Perciò a Lui stesso ben può riferirsi quel suo pensiero: " Beato chi da giovane sognò tali sogni, che possa, da vecchio, seguitare a sognarli " [8].

Della giovinezza colse molti fiori e tra essi, il più fragrante di tutti, l'amore; chè, crediamogli pure, era sincero allorquando nelle *Rime della Selva*, ammoniva:

> Perchè son triste, credete
> Ch'io non sia buono a godere?
> Figliuoli, mal v'apponete,
> E vel potrei far vedere.
>
> Io, che qual belva ferita,
> Fra queste selve mi ascondo,
> Ho assai goduto la vita,
> Ho assai gioito del mondo.
>
> Ho goduto in larga dose,
> Anzi, direi, con eccesso,
> Di tutte quante le cose,
> E, in ispecie, di me stesso [9].

Strofe queste, che, nella loro sincerità fra triste e sorridente, sono profonde, e sono, per noi, un altro prezioso frammento autobiografico, dacchè giovano, assai più di quanto altri non possa credere, a spiegare le vicende del suo spirito e della sua poesia. Infatti, appunto quell'età giovanile, trascorsa fra luci ed ombre, fra sorrisi e lacrime, e, oltre quell'età, il ricordo ond'essa si rinnovellava incessantemente nella sua anima, furono a Lui fonte inesauribile per la sua arte e pel suo pensiero, esperienze di vita, alle quali partecipò, non meno del cuore fervido e della fantasia operosa, l'intelletto precocemente vivace ed irrequieto.

Dalle memorie e da quelle pagine che, nel *Riscatto*, Aurelio Agolanti lasciò scritte di sè e che hanno un innegabile valore

autobiografico pel Graf che le dettò, noi possiamo formarci un'idea di questa precocità intellettuale di Lui, di quella sua insaziabile " avidità di sapere ", di quel suo " furore " di letture svariatissime, dapprima disordinate e poi via via sempre più disciplinate, nelle quali si immerse sin dai primissimi anni. Fu un periodo tumultuario di fermento e di preparazione, un ventennio di quel " libero studio " che egli proseguì con tenacia e con rigore crescenti, in modo che il leggere, lungi dal sopprimere o reprimere la spontanea operosità dello spirito e il gusto della contemplazione e della meditazione, eccitava l'una e l'altra. Queste sue doti e la libertà con cui potè svolgerle, vero autodidatta, se altri fu mai, quel suo irresistibile bisogno di spaziare con versatilità straordinaria nei campi più diversi della coltura e dell'arte, della poesia e della musica sovrattutto, ma altresì delle scienze persino esatte, come la matematica e l'astronomia, da una memoria pronta e viva aiutato allo studio delle lingue antiche e moderne, che a vent'anni possedeva ormai da padrone, tutto questo presentava non pochi pericoli; anzitutto il pericolo solito di una dispersione e dissipazione di forze, in una attività inconcludente e sterile, che è la storia di molti ingegni anche felicissimi.

Ma questi pericoli il Graf seppe evitarli, onde di quel suo noviziato che, fra il '70 e l'80, in Napoli e in Roma, durò tanto severo quanto intenso, egli ritrasse solo i frutti migliori. Da quegli anni, così vissuti, da quegli studi giovanili derivò a Lui una tale ricchezza di vita interiore, che ne uscirono foggiati durevolmente e destinati ad opera seria e feconda, l'uomo, il poeta, lo studioso, il maestro, il critico, lo scrittore futuri.

L'uomo fu un contemplativo nel senso più vero della parola, rifuggente tanto dall'azione pratica, quanto concentrato e dedito instancabilmente all'attività dello spirito. E il suo era uno spirito di elezione, che traspariva già dalla sua figura esterna. Poche volte l'immagine fisica assecondò e quasi plasmò così fedelmente come nel Graf l'immagine interiore. Gracile e delicata la persona, già diritta, poi lievemente curva, negli anni maturi; la fronte alta e spaziosa, tumide le labbra, le narici aperte, grande e mite l'occhio azzurro, Egli aveva una dolcezza triste e dignitosa e una finezza signorile di sguardi, di tratti, di gesti, di parole [10]. In ciò solo discordanti fra loro le due immagini,

che, mentre aveva spesso un'aria di simpatica indolenza e quasi di stanchezza e di amabile rassegnazione, era invece un lavoratore formidabile. Assorto nei suoi pensieri e come trasognato, si lasciava sorprendere talvolta assente e lontano perfino in mezzo alle compagnie più gradite ([11]); ma era un solitario tutt'altro che isolato. Poco espansivo di natura, godeva nei suoi anni migliori dei lieti vivaci conversari con gli amici prediletti e a volte si apriva volentieri e con vera effusione ai più intimi e aveva momenti di giocondità, nei quali il suo spirito, quasi a rifarsi dal consueto austero raccoglimento, scoppiettava irrequieto, inesauribile di frizzi, di arguzie e di celie, tanto da parere in quei rari istanti un tutt'altr'uomo da quello che si conosceva. Era un solitario, ma che dalla solitudine, come da " un luogo aperto luminoso ed alto ", osservava, curioso ed attento, con mal celata commozione, lo spettacolo della vita umana nei secoli andati e nel presente e non soltanto udiva cantare, com'Egli dice, l'anima sua, ma tendeva anche l'orecchio alle voci degli altri e a quelle dell'avvenire. Aveva lo spirito come pervaso da un vivo senso di umanità, la quale Egli sentiva e indagava in sè e nei suoi fratelli, riccamente dotato com'era d'una squisita sensibilità che si traduceva in una delicatezza e nobiltà costante di sentimento, di pensiero e di azione intellettuale. Idealista, in apparenza solitario contemplatore, si sentiva, così, avvinto, quasi per infiniti legami, alla realtà della vita a Lui nota, da Lui studiata, ma anche per tante parti pure a Lui misteriosa e perciò tanto più attraente. Nella sua inettitudine singolare all'azione pratica, aveva un istinto tanto realistico e preciso della necessità di essa, anzi della necessità d'un'azione forte e, occorrendo, audace, da uscire in questa sentenza profondamente arguta: " Mi piacciono i santi, ma a quelli che tengono in mano un giglio, preferisco quelli che tengono in mano la spada " ([12]). Anima e intelletto completi e larghi, che tendevano ad ampliare sempre più, per un bisogno felice d'irradiazione, i confini dell'attività loro.

Da questo confluire di sane correnti spirituali, di sentimenti e di pensieri, di coltura e di osservazioni, da questa esuberante e vibrante interiorità spirituale, come da una fonte perenne, zampillò per tempo una vena copiosa di poesia. È facile comprendere quindi come il Graf sia stato un poeta, precoce, ma formatosi per gradi, in un divenire incessante, dai primi espe-

rimenti [13], dell'adolescenza romantica, via via fino alle *Rime della Selva* e agli ultimi poemetti drammatici, in un lento ascendere che fu, su pei clivi dell'arte, una conquista conseguita per forza di volontà tenace, non meno che di ispirazione spontanea. Sino dai primi passi si rivela uno dei tratti più caratteristici, per non dire il più caratteristico, di questo nuovo poeta italiano, un pessimismo assoluto, una desolata coscienza della vanità del vivere nostro. In una delle sue poesie più giovanili, che comparvero nella primissima raccolta del '76, Egli proclamava il dolore " imperator del mondo " e sè stesso ritraeva come " un uom che sospira " [14].

Sennonchè in un canto del *Dopo il Tramonto* (*Tela di Penelope*), Egli, fra arguto ed amaro, confessò un " brutto guaio " che Gli era capitato nella vita, una " disgrazia grossa ", quella d'essere a un tempo e critico e poeta:

> Avere in casa, e in guerra fra di loro,
> Monna Ragione e Monna Fantasia.

Similmente, nel *Riscatto*, Aurelio confessava che in lui la fantasia e la ragione erano " egualmente operose ed autonome ". Confessioni codeste assai utili per noi e che ci permettono di asserire che non era quello nè un " guaio ", nè una " disgrazia ", non un conflitto dannoso fra le due forze autonome, sì un alternarsi d'influssi e d'impulsi fecondi, delle energie intellettive e di quelle fantastiche, che in quel modo e in quella misura, cioè con una preponderanza delle prime sulle seconde, determinarono l'avviamento e l'atteggiamento della sua vita interiore e quindi della sua arte, che fecero di Lui un poeta eminentemente riflesso, un rappresentante di quell'intellettualismo che i più autorevoli critici convengono essere un contrassegno fra i più rilevanti della sua fisionomia d'artista.

Del pessimismo intellettualistico del Graf, della sua genesi, delle sue fonti e delle forme varie e fortemente individuali, onde si rivestì, molte cose furono dette, molte altre resterebbero da dire. Resterebbero, ad esempio, da valutare i numerosi fattori che vi hanno concorso, le disposizioni congenite ed etniche del Poeta, che fu detto un romantico di razza settentrionale, le vicende avventurose e spesso dolorose della sua giovinezza, gli influssi varî della poesia italiana e straniera [15]. Certo non fu

un pessimismo puramente letterario il suo; fu anzi il dolore esperimentato e fu insieme la duplice coscienza, sentimentale e intellettuale o critica, di esso. Scrisse un giorno il Graf: " La conoscenza del vero è uno dei bisogni dell'umana natura, ma non è l'unico, ma non è nemmeno il massimo. Il massimo è il bisogno della felicità „ ([16]). Orbene, in questa sentenza, che è un'altra confessione, abbiamo non soltanto posto nettamente il problema di cui cerchiamo la soluzione, ma enunciata con tutta chiarezza la soluzione stessa. Queste parole ci assicurano, dunque, che la poesia dolorosa del Graf scaturiva da una doppia fonte, da due esperienze che Egli aveva fatto invano, una, di ordine intellettuale, la ricerca della verità per soddisfare a uno dei maggiori bisogni dell'uomo; l'altra, d'ordine affettivo, che era la ricerca, inane ricerca, della felicità, agognata, inseguita sempre e non raggiunta mai.

Che occorra poi temperare quanto si suole asserire circa l'intellettualismo poetico del Graf, risulta, oltre che dalle cose sommariamente accennate, anche da ciò che Egli stesso scriveva sino dal '77 nella originale Prolusione *Sullo spirito poetico dei tempi nostri*, là dove, accennando alla vena inesauribile d'amarezza e di profonda poesia che sgorgava dalla lotta intestina della coscienza e del pensiero, a quella " voluttà del dolore „ che contrassegna l'anima moderna, osservava la particolare condizione di questo " nuovo dolore „, che era anche il suo proprio, quella d'essere " a un tempo stesso sentito e pensato „. Sentito, dunque, e pensato ([17]). Ancora: in molte manifestazioni del pessimismo grafiano, non è difficile sorprendere una corrente di passione, che pare un gemito e un fremito a forza repressi; ed è, inoltre, trascurata troppo, io credo, un'onda di calda sensualità che prorompe a quando a quando in vere audacie realistiche, alternandosi con certi sprazzi di amaro e caustico umorismo e perfino di satira aspra, di vera e propria satira, che dànno moto alla fantasia del Graf e accrescono varietà al suo mondo poetico ([18]).

Vasto e ricco mondo, che si dischiuse primamente con *Medusa*, uscita nell' '80 e accresciutasi, dieci anni dopo, d'un terzo libro, la raccolta che svelò il nuovo poeta agli Italiani. Chi voglia indagare gli elementi e i mezzi di questa poesia, della quale conosciamo ormai lo spirito informatore, troverà motivo di rile-

vare, ammirando, ancora una volta, l'accordo fecondo, anzi la felice collaborazione, tra il poeta e il pensatore, tra la sua ragione e la sua fantasia. Vi fu un momento, in cui parve ch'Egli intendesse d'assegnare alla poesia una vera missione innovatrice. " Io credo (scriveva nell' '80), sebbene sia opinione da pochissimi professata, che i tempi nostri abbiano, quanti altri mai, bisogno di forte e generosa poesia. Quando le credenze religiose che per secoli hanno sorretto e governato lo spirito, vanno in dissoluzione, quando i sistemi filosofici si scompaginano l'un dopo l'altro, e le scienze più giovani, intente a raccogliere e ordinare i fatti, non parlano ancora se non confusamente alla ragione, la poesia deve sorgere e parlare in lor luogo e tener desta la fiamma della coscienza, finchè non si spenga nella oscurità del silenzio " [19]. Ma tre anni addietro, il Graf, con una chiara risolutezza, mirabile, allora sovrattutto, fra i vaneggiamenti assurdi dei retori e dei letterati legislatori, ostinati a voler conferire " uno scopo " alla poesia, aveva scritto: " La poesia non si propone e non si ha da proporre nessunissimo scopo, non quello d'insegnare, non quello di moralizzare, e nemmeno quello di piacere, perchè essa piace naturalmente agli animi in cui prende vita, e non ha bisogno di proporsi come scopo una qualità sua propria. La poesia nasce e ha da nascere come una spontanea effusione dell'animo e mi pare che non faccia un ignobile, nè un inutile ufficiò, quando rifletta tanta e sì bella parte della nostra vita interiore. La poesia insomma è una creazione, e non uno strumento " [20].

Ma il critico, sino dai suoi esordi, nel discorso citato, proclamava che la poesia " ha bisogno del mito ", come quello che integra idealmente e fantasticamente le cose e perchè senza integrazione ideale e fantastica non v'è poesia [21]; e in uno dei suoi ultimi saggi asseriva poi che l'arte " deve abbracciare tutta la vita, compreso il sogno delle anime nostre. che non è forse della vita la parte meno pregevole e bella " [22]. Ma ancora in quella sua giovanile prolusione rilevava l'importanza grande e nuova che nella poesia moderna aveva assunto la descrizione delle cose naturali come espressione del mondo interiore, di quello che Egli, più tardi, dirà arditamente " il paesaggio dell'anima " sua [23]. Orbene, in *Medusa* noi assistiamo ad una fantasmagoria continua, a un susseguirsi, più vario

assai che non si creda, di leggende e di miti antichi e medioevali — la storia e la vita del passato poetizzate dalla fantasia collettiva — di miti sovrattutto, accorsi spontaneamente al richiamo del Poeta e riviventi con nuova significazione simbolica. A cominciare dal titolo della raccolta, che è come un'insegna paurosa, è tutto un alternarsi di sogni — la realtà, la vita presente, il mondo veduti come in un'altra vita — ed uno splendido intreccio di liriche descrittive, nelle quali la realtà esterna è anch'essa trasfigurata e assunta spesso in funzione di simbolo ([24]). Di elementi mitici e leggendarî, dunque, e di fantasie sognate e di scene descritte, è intessuto da capo a fondo quel libro, nel quale, ancora fra molte durezze e asprezze di forma, con una insistenza che ingenera talora monotonia, attraverso ad una tetraggine di paesaggi tragicamente paurosi che colpiscono e quasi offendono per la loro temeraria irrealità, tra luci sideree, in un'aria plumbea che tronca il respiro, tra figurazioni spettrali che mettono i brividi, passa, minacciando, il pensiero dominante del Poeta, il " pensiero avvoltoio ", si diffonde il grido acuto tormentoso: " invano invano invano! ". Non so quando mai la lirica abbia trovato accenti, linee e colori così terribilmente angosciosi e crudeli ad esprimere il senso della nullità disperata della vita, della realtà della morte, della Morte, " mietitrice " implacabile. Il poeta assiste a questa tragedia come uno dei " morituri ", che si sente ogni giorno morire; ma in questa apparente immobilità del suo spirito dalla fantasia gli rampollano immagini vive originali, che ritraggono le vibrazioni e le sfumature del sentimento incombente. Questa, ad esempio, per tutte:

> Io sento svaporar tacita e cheta
> L'anima mia come un licor sottile,
> Chiuso in un vaso di porosa creta.
>
> Senza romor, senza dolor svapora...

Agli occhi dei più il Graf è rimasto e continuerà ad essere il poeta di *Medusa*; ma può affermarsi — e sarebbe agevole dimostrare — che nelle posteriori raccolte, le quali seguirono a non lunghi intervalli per circa un trentennio e corrispondono alle fasi successive d'una ininterrotta evoluzione del suo spirito e della sua arte, Egli, pur conservando i tratti suoi originarî e

fondamentali di poeta, sia riuscito a significare il proprio mondo interiore in forme di sempre maggiore varietà e bellezza. E infatti in *Dopo il tramonto* (1893), nelle *Danaidi* (1897), in *Morgana* (1901), e più ancora nelle *Rime della Selva* (1906), quello che di troppo rigido e gelido e talvolta di smisurato e iperbolico era nel suo spirito, nelle sue immagini, nella sua stessa forma, si rammorbidisce grado a grado e come una calda corrente d'umanità penetra e investe l'anima sua e la discioglie, sì che la sua fantasia ed i suoi accenti acquistano un'agilità imprevista di atteggiamenti e di movenze. Il poeta di *Dopo il tramonto* non si accorgeva, forse, che in quel tramonto apparente, dal quale Egli annunciava di mandare i suoi " ultimi canti ", c'era la luce d'un'aurora di poesia; ma intuiva che in quel " florido cielo " al quale si rivolgeva, non per nulla vedeva sbocciare le stelle tremule e raggianti, quasi una promessa e un invito. Era, in realtà, l'inizio d'una resurrezione e d'una trasformazione. Quale fosse la portata spirituale ed estetica di questa, e quale mutamento, anzi, fosse già avvenuto nella sua arte, basterebbero a documentarci chiaramente le deliziose strofe del *Resurrexit*, dove vediamo perfino la più antiquata ed abusata delle forme, quella della visione, acquistare una vita ed un valore nuovi. E, in verità, uno degli esempî più squisiti di abbandono lirico del Graf ([25]), è questo, in cui Egli si rivolge alla bionda fanciulla apparsagli come in sogno, piena di fiori le mani e il grembo, e che gli si disvela come la divina Poesia:

> Guardami: io quella sono: io son colei
> Che tu fanciullo amavi già d'amore:
> Io quella sono, e tu pur quello sei,
> Che per età non hai mutato core
> ...Unica amica tua salda e verace.

Egli, che pur sapeva essere " menzogna il tutto " e " disperata vanità ", e che, " quale un bruto d'intelletto privo ", viveva vergognoso, avvicendando " noia e dolor, farnetichi e paure ", confessava di sentirsi rigermogliare nel cuore il desiderio:

> E come lume d'innovata aurora
> Una speranza che di sè m'invoglia
> Dentro l'anima mia si rincolora (*Ben so*)

e intanto nella sua anima e nel suo verso passano fremiti violenti di sensualità tutta umana.

Il rapido processo evolutivo, che è anche progressivo, continua nelle *Danaidi*, nelle quali, nonostante il simbolismo del mito, che ancora una volta s'impone sino dal titolo, come una insegna minacciosa, il pessimismo tende a una figurazione simbolica tra umana e sociale. Il pensiero della morte, assiduo nella mente del poeta, perde sempre più quello che aveva di terrificante e di aspro. Il classicismo rinascente conferisce una nuova plasticità di forme alle fantasie del poeta e non senza un benefico alito fecondatore come sulla terra così all'anima sua ritorna la primavera:

> Ah non è ver ch'io sia
> Interamente morto;
> Qualcuno è in me risorto...
> Sì, sì! l'anima mia!
>
> O santa primavera,
> Poichè t'ho riveduta,
> Ecco, la stanca e muta
> Anima canta e spera [26].

Similmente in *Morgana*, anche se vi permanga quella che era stata e sarà sino all'ultimo la nota fondamentale del suo spirito e della sua poesia. È una condizione quasi di serena tristezza, che Gli permette di riandare e di stringere in una sintesi felice la vita trascorsa, così:

> ...tutte le gioje, o vere o finte,
> Ch'io m'ebbi in sorte, apparvero dipinte
> Sopra un gran fondo di melanconia (*Riscontro*).

Morgana, volumetto tutto impregnato d'un lirismo vivo e nativo, in un moltiplicarsi sempre più agitato di temi poetici e psicologici e descrittivi, con un senso sempre più caldo e immediato della vita e della natura [27]; dove, se troviamo — come nell'*Explicit*, così profondamente sincero — una " grande amarezza " onde il cuore del poeta trabocca, rileviamo anche i segni certi d'una " grande speranza ". E qui e, più addietro, nelle strofe vibranti *L'ale*, sorprendiamo in Lui quasi uno sforzo per liberarsi dall'ossessione della morte:

> È la Morte un'antica menzogna
> . . . .
> Pei cieli infiniti lo spirito spiega
> Ai gran voli più libero l'ale.

Non a caso — attestazione di questo avviamento sempre più sensibile dello spirito del Graf — già in *Morgana* incontriamo il primo poemetto drammatico, *Il riposo dei dannati*.

Dopo i *Poemetti*, i quali nella prima e, finora, unica raccolta, recano la data del 1905, le *Rime della Selva*, uscite in luce l'anno seguente, fanno quasi l'impressione d'un anacronismo. Ma in realtà queste ritraggono uno stato d'animo in gran parte anteriore, e, cronologicamente e psicologicamente, li precedono. L'antico poeta di *Medusa* si riafferma anche in queste rime, assillato sempre da quel suo pensiero tormentoso, ma non senza rimpianti e sospiri, in una rassegnazione tra forzata e pacata, preso da languori pieni di amarezza, pronto a sorrisi più amari d'un pianto, come ringiovanito tuttavia e nel tempo stesso fatto più maturo ed esperto di tutti gli scaltrimenti dell'arte. Nel *Prologo* Egli aveva un bell'ammonire:

> No: non è vero poeta
> Chi abbia un'anima sola...
>
> Quegli è poeta che cento
> Ne chiude ed agita in petto
> E ognuna ha vario l'affetto,
> E ognuna ha proprio talento (*Prologo*).

Illusione la sua! In realtà, queste rime, piene d'un acuto sapore esotico, che conferisce loro una strana suggestione, tutte scatti e guizzi e impeti di sentimento e di fantasia, tutte riboccanti d'umorismo e di crucci accorati, nelle strofette rapide balzanti di versi minori — singolari in un poeta che s'era rivelato maestro nel trattare sovrattutto la più difficile delle forme e la più solida, il sonetto — ritraggono sempre l'anima unica e sola del Graf, che moltiplica nelle forme più diverse le sue vibrazioni con una originalità e con una vena insolitamente copiosa e con certe sprezzature piene di felici ardimenti. In questa successione di brevi poesie, quasi frammenti lirici, abbiamo, a farlo apposta, il più omogeneo ed organico fra tutti i cicli poetici di Lui, quello nel quale Egli attinge, insieme con l'espressione più sincera della propria individualità, il culmine della sua ascensione di artista.

I *Poemetti*, specie gli ultimi, rappresentano invece uno stadio successivo di crisi profonda, di quel raccoglimento assorbente che rimase lo stadio finale, quello in cui la fantasia del poeta si sente

soverchiata a quando a quando dalla ragione, il poeta, affaticato e gravato dai problemi che il pensatore gl'impone; uno stadio che ha i suoi antecedenti già in un periodo di molto anteriore ([28]). Nè di ciò dobbiamo sorprenderci. Pensiamo: del 1° giugno di quel medesimo anno 1905 sono le memorabili pagine cristalline *Per una fede*. Ma fino dal 1900 era uscito il *Riscatto*, l'interessante romanzo psicologico e in gran parte autobiografico a tesi, che preludeva e preparava quel suo atto di fede, che era, anzi, anch'esso una battaglia per una fede contro il pessimismo materialistico, contro l'arido positivismo, dai quali il Graf si era lasciato allettare e contro i quali reagiva; una battaglia e una prima vittoria della volontà e della libertà dell'uomo, il quale riesce a riscattarsi dalla condanna fatale che grava su lui, per virtù delle due forze più feconde, la volontà stessa e l'amore. Anche alla fede, come a una laboriosa, faticosa conquista e per uno sforzo tenace del suo proprio volere, mosso da un istinto del vero e da un desiderio di felicità e di pace, ritornò il Graf. Non a caso Egli ebbe a scrivere: " Chi cerca faticosamente Dio può essere più religioso di chi si adagia nella ferma credenza di averlo trovato " ([29]). Ed io alla mia volta sono convinto e vorrei aver l'agio di dimostrare che in questa persistente ricerca Egli fu incoraggiato, assistito e illuminato dall'esempio di quel grande italiano che era stato l'oggetto di studio amoroso per Lui sino dai primi anni e continuò ad essere fino agli ultimi, da quell'Alessandro Manzoni ch'Egli non esitò a proclamare " un grande pessimista cristiano " ([30]).

Di questo periodo di crisi liberatrice i *Poemetti* sono la voce poetica. Ma quanto e come poetica? Un giudice autorevole, il Cesareo, che pur fu tra i più benevoli ed acuti indagatori dell'arte grafiana, ebbe a scrivere che ciascuno di essi è un " ragionamento vestito " ([31]). Ma questo giudizio, preso alla lettera, sonerebbe come un'aperta condanna di quella produzione, nonostante le eccezioni fatte per alcune parti di essa, e una condanna che mi pare immeritata. Certo, dicevo, in questi *Poemetti*, che, nati anche sotto l'influsso rinascente di esempî stranieri, ormai remoti, segnano il trionfo dell'allegorismo e del simbolismo filosofico, la fantasia del poeta fu messa a dura prova; il tentativo riuscì molto pericoloso. Ma che il Graf abbia superato in gran parte quelle difficoltà e quei pericoli, mi farebbe

credere, oltre il resto, l'interesse vivo, il fascino strano che esercitano, sempre crescenti ad ogni nuova lettura, questi ultimi prodotti della sua musa. Ultimi davvero. Un critico (32), che ne scrisse poco dopo la loro pubblicazione, prevedeva che da quella conversione del Graf, altre rime sarebbero scaturite e diversamente ispirate; ma la previsione non si avverò, nè poteva avverarsi. Ormai il poeta aveva chiuso il suo ciclo creativo; a parte la scemata energia fantastica, esso veniva a chiudersi naturalmente per questo, che s'era illanguidito quello stato d'animo che *fu*, come s'è visto, la motivazione psicologica ed estetica, iniziale e fondamentale, nonchè caratteristica, del suo mondo poetico. Chiuso per sempre quel ciclo, anche se la serie dei *Poemetti* negli ultimi anni si sia accresciuta di alcuni altri che Egli desiderò di vedere, e vide, musicati. Ma come vasto quel ciclo! Tutto un mondo lirico, popolato di creature non destinate a perire e tale per l'ampiezza e l'originalità sua, che basterebbe da solo a nobilitare un'intera esistenza (33). Eppure questa ingente produzione poetica, se fu il fiore del suo ingegno, della sua passione più viva, della sua aspirazione più tenace, fu anche solo il frutto delle sue *horae subsecivae*, dei suoi ozî non frequenti, delle sue solitarie meditazioni, di quelle lunghe e lente passeggiate che erano per lui le predilette cacce poetiche, dalle quali se ne ritornava, lieto di qualche strofa sonante ed alata, che, diceva, " frulla e canta come un cardellino „ (34); lieto come l'ape dopo un suo volo fruttuoso tra i fiori. Ond'Egli, poteva, con ragione, cantare di sè nel *Commiato* delle *Danaidi*:

> Son fiori le rime. Alle api
> I fiori dan miele:
> Dan miele ed assenzio
> All'anime altere le rime.

Di quale somma d'altro lavoro, poderoso e coscienzioso, sia stato capace il Graf, attesta l'opera sua di maestro e di critico, il quale, dopo l'orgia intellettuale della prima giovinezza, dopo le sterminate letture, aveva trovato la volontà e la forza di scegliere la sua via e di percorrerla risolutamente fino ad una mèta lontana ed alta. Sin da principio la sua figura di studioso, venuto agli studî romanzi e poi sempre più a quelli italiani, con la larga preparazione di lingue e di letterature antiche e

moderne che sappiamo, era apparsa come singolarissima da quella Roma, poco dopo il '70, dove ebbe la meritata fortuna d'incontrare consiglieri ed amici preziosi.

Uno di essi, almeno, ho il dovere di ricordare qui, Ernesto Monaci, l'insigne romanista del quale in questi giorni abbiamo deplorata la scomparsa e che alla filologia neo-latina era passato disertando, come Lui, le leggi, anzi l'avvocatura, e che in quegli anni giovanili si dilettava anche di poesia. Nel Graf, fino dal suo primo esordire in quel campo, si videro i segni di un temperamento eccezionale di maestro e di studioso, che alla indagine severa dei fatti, cioè alla pratica, faceva precedere la considerazione teorica e l'orientamento metodologico ([35]) e quella accompagnava con la ricerca, penetrante e luminosa, delle loro ragioni, e poneva ad ogni piè sospinto e tentava di risolvere problemi critici nuovi od opportunamente rinnovati, sì che la esplorazione e la ricostruzione storica e letteraria riuscivano nelle sue mani qualche cosa di vivo, di attuale, veduto e meditato il più possibile in attinenza con lo spirito e con la vita presente. E come l'anima sua di poeta Gli faceva sentire il fascino speciale delle età più oscure, dei recessi umbratili e misteriosi della storia umana, così lo studioso fu istintivamente tratto in particolar modo ad esplorare il Medio Evo, le origini, la vita delle leggende e dei miti, onde l'italianista fu anzitutto e naturalmente un romanista, che prese le mosse dall'età di mezzo e dai primi secoli. Per quella tendenza unitaria, o, come oggi si direbbe, integrale, per quella coerenza costante che era in tutte le manifestazioni del suo pensiero, anche se questo, per amore ardimentoso di novità e per un naturale istinto di modernità e di avversione a sistemi ed a scuole, piegasse docilmente e quasi con avida prontezza alle varie correnti più nuove della coltura e della filosofia, l'attività da Lui esplicata nel suo magistero è intimamente collegata con quella ch'Egli esercitò nel campo della critica e degli studî. Perciò si capisce come lo studioso ponesse in servigio del maestro la vasta dottrina, accumulata ed assimilata nei territorî più diversi e lontani, oltre a quella più propriamente italiana e gli strumenti tutti della ricerca e della comparazione storica e letteraria, della bibliografia e della critica. Fra gli altri, gli forniva quello d'una dialettica agile e penetrante ([36]), e il gusto squisito dell'artista, che faceva di Lui

un prosatore fra i più italianamente moderni e vivi, al quale anche un giorno sarà reso tutto l'onore che merita ([37]); nonchè, infine, un senso impeccabile della misura e una limpidezza rara di mente. Tutto questo ricco viatico, questi sussidî preziosi il maestro tesoreggiava nel modo migliore per quello ch'Egli considerò sempre e volle fosse in realtà il suo ufficio principale. Questo ufficio di magistero adempì con una tale austerità e costanza e nobiltà, con una così intera dedizione di tutto se stesso, ch'era difficile trovare chi lo agguagliasse ([38]). Non solo: ma per quel bisogno che aveva d'irradiare il più largamente possibile il proprio pensiero, il Graf, dopo aver consacrato il meglio delle sue vacanze a preparare i corsi universitari ch'erano sempre una vasta ed accurata trattazione, sapientemente architettata nel suo complesso e nelle singole parti — cioè nelle lezioni, ognuna delle quali, ben meditata e scritta, sapientemente cesellata, esposta con viva scioltezza, era alla sua volta un organismo perfetto — ne traeva materia di articoli e di saggi che diffondeva nel pubblico colto d'Italia, per mezzo delle Riviste più autorevoli, specialmente " La Rivista Europea „ e poi la " Nuova Antologia „. Ma egli sapeva anche apprezzare degnamente quei periodici speciali di carattere scientifico, che esercitavano una ben diversa, ma non meno proficua funzione; anzi d'uno di essi, il più insigne, il " Giornale storico della Letteratura italiana „, fu uno dei fondatori e condirettori, insieme con un altro indimenticabile maestro e nostro collega, Rodolfo Renier, e con Francesco Novati. In tal modo il Graf poneva opportunamente in circolazione i frutti delle sue proprie indagini e meditazioni di maestro, lanciava la propria parola da un'altra cattedra, più alta e più vasta, che non fosse quella, pure eminente, di questo Ateneo, la indirizzava a una moltitudine desiderosa, sovrattutto di giovani, con una efficacia che, se non fu abbastanza apprezzata sino ad ora, si può affermare essere stata non lieve. Infatti questo professore — così poco professore nel senso corrente e men lusinghiero della parola — questo critico *sui generis*, che aveva sempre delle cose, e molto serie e nuove, da dire, e nella forma più nobile ed alta, esercitava un'attrattiva simpatica, particolarmente sulle anime giovanili, e suscitava consensi fervidi, ai quali corrispondevano, quasi riprova incoraggiante, le diffidenze, le preoccupazioni e

le ostilità che ebbe a destare, nei suoi esordî sovrattutto, in altri, non giovani. Colpiva, oltre il resto, quel suo fare largo e spregiudicato, ch'era la negazione di ogni pedanteria, quella sua scioltezza, precisione e trasparenza cristallina di pensiero e di forma, quella novità, audace anzichenò, particolarmente in un professore di lettere, che osava varcare certe frontiere proibite, toccando non timidamente problemi tutt'altro che letterarî, spesso, anzi, schiettamente morali, filosofici e sociali, e non meno colpiva quella dirittura, dialettica ed etica, che portava nei suoi giudizî.

Per quel medesimo bisogno di espansione intellettuale che lo spingeva a tenersi in contatto con la vita spirituale della Nazione, Egli qui in Torino fu uno dei primi conferenzieri, dei primi, intendo, non soltanto in ordine di tempo. Per questo medesimo motivo fu tratto a studiare con calda simpatia la questione sociale, onde in un certo periodo s'indusse a dare ai promotori più risoluti di quel movimento tutta quella ragionevole solidarietà che poteva consentirgli uno spirito alto, equilibrato, nonchè squisitamente aristocratico ed italiano, come il suo. Del resto, circa l'atteggiamento ch'Egli assunse in questo campo si potrebbero ripetere tutte quelle considerazioni che Egli, con felice schiettezza e serenità, ebbe a fare su Edmondo De Amicis [39].

In tal modo, con le lezioni, con gli articoli, coi saggi sempre più numerosi, che solo in parte furono raccolti poi in volume, il Graf spaziò con occhio limpido e sicuro nei secoli e nei campi più diversi della letteratura nostra e della nostra coltura, dal Medio Evo più remoto, attraverso la Rinascita matura, sino al Seicento ed al Secentismo, dall'epica e dalla drammatica delle origini romanze fino al Settecento, di cui illustrò con geniale larghezza l'anglomania, fino al Foscolo, al Leopardi ed al Manzoni, ai quali consacrò dapprima certi corsi universitarî e poscia quei saggi, che dànno la misura più giusta delle sue qualità di ricercatore e di critico [40].

Conforme all'indole sua e ai suoi primi studi, e grazie anche al suo soggiorno romano, che diede ispirazioni, incitamenti, occasioni e materia oltre che al poeta, allo studioso, lo aveva attratto per tempo, con un fascino irresistibile, la poesia emanante da quella storia idealizzata, cioè poetizzata, che è il vasto alone

leggendario aggirantesi sull'Eterna città. Così, da questi impulsi, dalle lunghe accurate indagini compiute nelle principali biblioteche d'Europa, dalle austere vigilie durate per anni e anni uscirono fra l'82 e l'83 i due volumi su *Roma nella memoria e nelle immaginazioni del Medio Evo*, che sono la sua opera capitale di ricercatore e di ricostruttore, veramente poderosa e magistrale, anche se non definitiva, per novità di ricerche e luce di critica; due volumi, che fanno onore agli studî italiani e che non trovano riscontro se non nella monografia celebre di Domenico Comparetti su *Virgilio nel Medio Evo* (41). A questi due volumi, che l'autore bene dedicò " Urbi Aeternae ", s'accompagnano degnamente in quel medesimo campo delle leggende medievali, gli altri due di *Miti, leggende e superstizioni del Medio Evo* (1892-93), composti di saggi, la più parte già pubblicati sparsamente e in alcuno dei quali — come in quello su *Il riposo dei dannati* — è interessante vedere il Graf trattare da storico e da critico quella stessa materia che doveva ispirare poi, anzi ispirava già, l'autore dei *Poemetti drammatici* (42).

Critica essenzialmente storica e psicologica questa sua, nella quale l'indagine e la valutazione poggiano sempre sulla base salda dei fatti e il penetrante intuito di Lui, lettore sagace dell'anima collettiva o dei singoli individui, gareggia con la coscienziosità più scrupolosa dell'erudito e con la precisa e agile chiarezza dell'espositore.

E qui, in questo prevalere presso che esclusivo dell'analisi storica e psicologica e dialettica, anche in casi nei quali l'argomento avrebbe dovuto tentarlo e trascinarlo (43), verrebbe fatto di rilevare quasi una strana lacuna o una deficenza nella produzione critica del Graf; giacchè di analisi estetica vera e propria non ci ha lasciato che pochi saggi, ma tali tuttavia da farci rimpiangere ch'Egli, grande ammiratore di Francesco De Sanctis, che in Roma conobbe di persona, si sia mostrato tanto avaro in una forma d'attività letteraria alla quale aveva pure attitudini felicissime (44).

Questo fatto credo sia da attribuirsi in gran parte a ragioni di metodo, essendo noto che il Graf, sino dai suoi primi anni — e non soltanto nella pratica di studioso e d'insegnante (45), ma anche nella teoria — considerò la critica letteraria come essenzialmente storica e psicologica, e che verso la critica este-

tica serbò sempre un atteggiamento di diffidente riserbo, se non di scetticismo, quasi si trattasse d'un'interpretazione delicatissima, d'un'operazione tanto seria, quanto ardua e pericolosa pel suo soggettivismo. Si direbbe ch'Egli stimasse preferibile lasciarla compiere ad ognuno per proprio conto, ma pubblicamente solo da chi avesse le disposizioni e la preparazione adeguate. E in ciò esagerava. Vero è che sino dal 1876, preludendo al corso di letterature neo-latine, osservava: " La storia delle lettere, ed in ispecial modo quella che si chiama storia letteraria, ha da essere, nei criterî, nelle intenzioni, nei procedimenti, essenzialmente storica, e tale nell'alto significato della parola non avrebbe potuto essere prima di questi nostri tempi, perchè non prima d'ora s'ebbe una psicologia " ([46]). E nell'altra prolusione, che tenne dietro pochi mesi dopo, ad un corso di lettere italiane, avvertiva che " il giudizio estetico nello storico delle lettere non precede, ma segue la spassionata considerazione scientifica " ([47]).

Il Renier notò che il Graf, nei suoi ultimi anni aveva riguadagnata la sua fede nell'estetica ([48]); ma il passo ch'egli cita ad attestare questo mutamento, mostra invece quanto fosse relativa, per non dire scarsa, quella sua fede, anche se esercitazioni feconde e interessanti sulle opere d'arte — persino sui versi che suscitava a gara insieme con le discussioni critiche — fossero spesso, specie nell'ultimo decennio del suo insegnamento, le conferenze del sabato, alle quali studenti di facoltà diverse e pubblico vario partecipavano con fervore di passione.

Ingegno analitico, quello del Graf, minuto, acuto, pazientissimo, armato freddamente, all'occorrenza, anche di microscopio, ma insieme capace, quando il bisogno richiedesse, di stringere la più copiosa e complicata materia in sintesi, mirabile di perspicuità e di vigore ([49]), anche nella forma di conferenza o di saggio divulgativo, facile, limpido, arguto ([50]). Della sua maestria in quest'arte difficile della seria e geniale divulgazione l'esempio più insigne è il suo libro sul Diavolo (1889), non apprezzato abbastanza nè dai dotti, nè dal pubblico, e che Egli dedicò con una succosa e briosa lettera proemiale a Edmondo De Amicis.

Raccogliendo le cose sommariamente esposte sulla vita e sulla molteplice produzione artistica e critica del Graf dobbiamo

riconoscere che poche volte ci è accaduto d'incontrare un uomo così completo come Lui, completo per le qualità disparate dell'animo e dell'ingegno, le quali, lungi dal contrastarsi fra loro, in dissonanze dannose o con effetti negativi, come spesso succede, si integravano a vicenda nel loro esplicarsi, completo per la varietà e per la larghezza di solida coltura e pel pieno adeguarsi della potenzialità con la produzione effettiva.

Sin da principio ho notato che la sua è una individualità quant'altra mai complessa ([51]), ma ora che l'abbiamo considerata, sia pure con la rapidità imposta dal rito presente, posso aggiungere, dunque, che è anche un'individualità rilevantissima, anzi eccezionale per la varietà degli elementi attivi che la compongono, così felicemente distribuiti in simpatico accordo, che ne riceviamo l'impressione come d'un ritmo armonioso e perciò solo fecondo.

Molti anni sono il Graf, chiudendo le strofe, cupamente sonore, vibranti quasi rintocchi funebri, della sua *Ultima campana* (*Danaidi*), cantava:

> O campana, campana, campana,
> La mia favola breve è finita,
> La breve mia favola vana.

" Breve „ sì, ai desiderî nostri e di quanti lo conobbero e lo amarono, ma tutt'altro che " vana „; dacchè, anzi, poche esistenze furono ricche di frutti belli e buoni come la sua.

Vero è che per molte cagioni, le quali non sarebbe opportuno qui indagare, Egli, un po' solitario e nella sua solitudine alquanto sdegnoso ([52]), alieno da quei procedimenti ed atteggiamenti che affrettano il successo effimero, non conseguì dell'opera di maestro, di scrittore e di poeta, quei riconoscimenti esteriori che la fama e la fortuna sogliono concedere ai loro beniamini. Ebbe, in generale, quella che si dice " cattiva stampa „, e scontò così gli effetti di quella solitudine e di quel disdegno, anche per le qualità della sua mente e della sua arte, colte e riflesse, non fatte per diffondersi nel gran pubblico e per allettarlo. Vero è ancora che, in compenso, ebbe l'onore di certe avversioni che non toccano mai ai mediocri e che, appunto per questo, sono la sanzione e quasi la garanzia del vero valore. È noto che all'autore di quel poderoso discorso su l'*Università*

futura, che non ha l'eguale nel genere suo, al maestro, il quale aveva mostrato come pochi altri larghezza e originalità sapientemente ardite di idee innovatrici in tutte le più gravi questioni attinenti alla scuola, fu precluso l'adito al Consiglio Superiore della Pubblica Istruzione. Anche è noto, e non meno deplorato, che in odio a Lui, il quale nel giudicare uomini e cose della sua Italia fu ispirato soltanto da un alacre e puro amore e da un senso altissimo e coraggioso di umanità e di giustizia, fu negato, quasi per un veto incredibile, il laticlavio. Per contro, è onor grande del nostro Ateneo l'averlo avuto Rettore amoroso e zelante e amato anche in giorni difficili; onore grande per questo nostro sodalizio l'avergli dischiuse le sue porte sino dal febbraio del 1888 e l'annoverarlo quindi nella serie dei suoi soci più insigni. Che se in vita non Gli fu resa e ancora dopo morte non Gli fu concessa quella giustizia alla quale ha diritto, il giorno della giustizia è ormai spuntato anche per Lui. Perciò è bello e confortante che a quest'opera, non di artificiosa esaltazione, ma di doverosa rivendicazione, concorra questo Istituto, il quale nella sua storia più che secolare vanta tutta una tradizione di ingegni eminenti. In questa tradizione Arturo Graf occupa — ripeto — uno dei posti più cospicui. Ma l'uomo che aveva pronunciata la sentenza profetica con cui io ho voluto esordire, il maestro, che un giorno aveva detto: “ Se volete serbare fede intera alla verità e alla giustizia, non giurate fede a nessun partito „, Egli, che aveva giurato fede all'Italia; lo scrittore severo, che aveva notato con amarezza: “ L'audacia dei furfanti è fatta, per molta parte, dalla timidità degli onesti „; il cittadino, che nei tempi del più imbelle e servile nostro pacifismo aveva osato ammonire: “ Non amar tanto la pace, che tu divenga inetto alla guerra „ ([53]), Egli, o chiarissimi colleghi, che ebbe sempre il culto per gli ideali più nobili, se oggi fosse ancora fra noi, avrebbe scelto, senza esitare, risoluto e sereno, il suo posto di combattimento accanto a noi, per la causa della libertà, della verità, della giustizia, per la salvezza e per l'onore della Patria e della civiltà, dei cui destini parve sì a lungo disperare e dolorare, ma al cui miglioramento, alla cui fatale ascensione diede sempre e tutto intero se stesso.

NOTE

(1) In *Ecce homo*, Milano, Treves, 1908, n° 418.

(2) G. Papini, *L'uomo Carducci*, Bologna, Zanichelli, [1918].

(3) Nelle *Memorie autobiografiche*, comprese nel vol. I, P. II, p. 87, che col titolo di *Infanzia e giovinezza di illustri italiani contemporanei*, compilò Onorato Roux, pubblicandole nel 1909, per l'editore Bemporad. Nel 2° dei cinque sonetti *Ricordi* (in *Danaidi*, ma già pubblicato insieme col 1°, nella terza edizione di *Medusa*), il Poeta così descrive il giardino, sorgente presso la " dolce casa paterna ":

> Avea presso un giardin, triste e severo,
> Benchè di rose pieno e di vïole,
> E un gran cipresso, avviluppato e nero,
> Aduggiava di fredda ombra le ajuole.

Per la bibliografia grafiana, salvo il caso di particolari riferimenti e di discussioni, rinvio, senz'altro, all'accurata e affettuosa commemorazione che del Graf lesse Rodolfo Renier per l'inaugurazione dell'anno accademico 1913-14 all'Università torinese, Torino, Paravia, 1913 (estr. dall'*Annuario* della R. Università di Torino).

(4) Nella prefazione alle *Poesie e novelle*, Roma, Loescher, 1876, che reca a data di " Roma, il settembre del 1875 ", egli scrive: " Fatto sta ch'io non sono nè Rumeno, nè Triestino, e neanche Greco, benchè sia nato appiè dell'Acropoli, e nemmeno gran fatto Tedesco, benchè abbia avuto il padre di quella nazione; ma sì bene Italiano quanto m'han potuto fare la madre, gli studii, la lunga dimora, la lingua che parlo e che ho sempre parlata ".

(5) Nell'articolo commemorativo *Come fu socialista Edmondo De Amicis?*, pubbl. nella *N. Antologia* del 1° aprile 1908, p. 3 dell'estr. Nel quale articolo il Graf scrisse ancora: " In un antico sonetto E. De Amicis parla della gioia di morir per la patria con una palla in fronte; non credo che mai Edmondo De Amicis si sia vergognato o pentito di avere scritto quel sonetto ".

(6) In *Dopo il tramonto*.

(7) Gallico, *Le lezioni di A. Graf*, nella *Rivista d'Italia* del 30 novembre 1915, p. 743.

(8) *Ecce homo*, n° 215. Una delle cagioni, o delle fonti, della perenne giovinezza spirituale del Graf ce l'addita Egli stesso nel pensiero 147 di *Ecce homo*: " La delicatezza, la forza, la nobiltà, la sublimità dei pensieri e dei sentimenti formano l'elettuario che conserva la gioventù dello spirito ".

(9) Si veda anche il *Ricordo d'Ischia* (in *Dopo il tramonto*), dove è rievocata " l'invidïata giovinezza e l'ore — Fra tanta ebbrezza d'innocente amore ", vissute in quell'isola.

(10) Per l'iconografia del Graf rinvio ai *Cenni su A. Graf uomo* pubbl. da R. Renier nella *N Antologia* del 16 giugno 1913, dove si possono vedere riprodotti tre ritratti di lui, uno d'età matura, uno eseguito a 25 e il terzo a 32 anni. In testa al cit. Discorso commemorativo lo stesso Renier diede poi una bella riproduzione dell'ultimo ritratto, fatto ad olio dal pittore Enrie, fortemente e fedelmente espressivo. Qui è stato preferito, in fotocollografia, quello stesso ritratto che rappresenta il Graf nella sua florida virilità, quale fu riprodotto, felicemente, in fotocalcografia, in testa alla magnifica *Miscellanea di Studi critici edita in onore di A. Graf*, Bergamo, Istituto italiano d'arti grafiche, 1903, e, più tardi, con una mediocre esecuzione, dal Renier in testa al suo articolo cit. della *N. Antologia*.

(11) Non a caso in uno dei pensieri di *Ecce homo* (n° 460) scrisse: " Dante, in mezzo alla folla, sarà più solo che nella selva selvaggia ".

(12) In *Ecce homo*, n° 490.

(13) Alludo alle *Cinque poesie* pubblicate in Napoli nel 1867, che solo nei titoli e nelle epigrafi poetiche manifestano, insieme con le fonti ispiratrici, i germi di svolgimenti futuri. La 1ª, *Vita e morte*, reca come epigrafe, i versi dell'*Amleto* dello Shakespeare: " Legge è comune, | Amleto, il sai, tutto che vive al mondo | Morrà... ". È una fantasia tetra, apocalittica, sull'origine del mondo e della vita, fantasia cosmogonica; la scena è negli spazî siderei. La 2ª, *Morte per amore, A Lidia*, ha un'altra epigrafe shakespeariana, dall'*Otello*; la 3ª, *La vita universale*, una byroniana, da *Cielo e terra*; la 4ª, *Il fuoco fatuo*, una del *Faust*; la 5ª, una saffica, *Due isole*, reca in testa un passo delle *Méditations poétiques* del Lamartine.

(14) " Imperator del mondo " è proclamato il dolore nella poesia (pagina 31 sg.), dove è ritratta una figura marmorea, rappresentante " il Genio del dolore ". L'" uom che sospira " è a p. 41. Nel son. *Al sonno* il Graf leopardeggia e foscoleggia, ma si sforza d'esprimere un suo stato d'animo sincero, come nelle sconsolate quartine *Ad un cipresso*, dove invoca l'eterno sonno, e come nei sonetti *Al fratello*, dai quali s'innalza una voce di pianto e di dolore. Infine, rilevo come documento della sua tendenza a far rivivere i miti antichi per esprimere il proprio mondo interiore, *Il vaso di Pandora*.

(15) Fra i poeti italiani appena occorre dire — anzi ripetere — che il Leopardi occupa in tal caso un posto speciale. Ma giova rammentare, a far meglio vedere l'affinità elettiva che era fra lo spirito del Graf e quello del recanatese, che come tema per la dissertazione di libera docenza, da lui conseguita per la letteratura italiana all'Università di Roma, nel '75, il futuro poeta di *Medusa* scelse appunto il prediletto Leopardi.

(16) Nel saggio *Sulla letteratura dell'avvenire*, compreso nel vol. *Foscolo, Manzoni, Leopardi*, Torino, 1898, p. 468. Ma è opportuno anche richiamare due suoi pensieri dell'*Ecce homo* (n.i 31 e 43): " Quand'anche la felicità fosse cosa possibile, la vita è sì breve, che non ci sarebbe tempo a procacciarla, e meno ancora a goderla "; — " La felicità è come quell'oste che aveva scritto sulla sua bottega: Domani si farà credenza ".

(17) Torino, 1877, p. 26. E poichè a intendere il Graf poeta giova conoscere il Graf critico, sovrattutto là dove questo preannuncia e prepara

quello, importa riferire queste altre parole che seguono: " Gli antichi sentivano il dolore, noi moderni e lo sentiamo e lo pensiamo. Entrato così nel dominio della riflessione, il sentimento acquista alcuni caratteri del pensiero e tende all'infinito „. Rilevata questa tendenza " all'infinito e al trascendente „, il Graf notava un altro carattere non meno importante della poesia moderna, " l'intellettualismo, pel quale nome si vuol significare un certo abito dello spirito di far passare per l'intelletto e pel discorso della ragione tutti i fatti della vita interiore „. Anche addito, come un annuncio lontano della futura *Medusa*, il passo, dove il Graf, dopo notati " i due obbietti della poesia presente, come dell'antica, l'uomo e la natura „, e la febbrile insistenza con cui l'uomo tende oggi a scrutare addentro questo eterno problema dell'esser nostro, soggiunge: " Più d'una volta abbiamo veduto l'uomo farsi Gorgone a se medesimo, ecc. „ (p. 13).

(16) Il Graf aveva un temperamento fortemente sensuale, ch'Egli riuscì a vincere e disciplinare, per virtù di volere, forse a scapito della sua arte, tanto che sono convinto, che, senza questa virtù accresciuta da un senso morale costante e sempre più austero, il Graf ci avrebbe lasciato un ricco ciclo di liriche audacemente realistiche, delle quali quelle poche venute in luce, come *Amor di Vergine*, in *Dopo il tramonto* (arbitrariamente soppressa nella ristampa postuma, e malamente trascelta, delle *Poesie*, Torino, 1915, insieme con la forte *Notte di Natale*), ci dànno la misura della sua capacità poetica anche in questo campo.

Più ancora vi sarebbe da dire della tendenza che il Graf ebbe assai spiccata alla satira e, meglio ancora, a quella forma particolare di essa che è l'umorismo satirico e l'ironia amara e tagliente. Com'egli narra nelle citate *Memorie autobiografiche* (pp. 98-9), la prima poesia da lui data alle stampe, nel 1861, in Braila, fu una lunga satira, intitolata *Il progresso*, e già prima, ancor dodicenne, aveva composto " una specie di poema satirico, ad imitazione degli *Animali parlanti* „. Del resto, una sezione del primo volume *Poesie e novelle* (1876), comprende quelle quattro *Satire* in endecasillabi sciolti, che per la loro toscanità lessicale, gli procurarono le lodi entusiastiche del Fanfani, e altri saggi di satira sono fra gli *Scherzi* dello stesso volume e nella posteriore produzione grafiana. Come esempio di amaro umorismo satirico basti ricordare il potente *Al Crocifisso lungo la via* in *Danaidi*, a cui fa riscontro *Al Crocifisso sulla montagna*. Ma ben pochi hanno saputo e pochissimi ormai ricordano che proprio il Graf fu l'autore d'un'allegra e saporita parodia satirica giustiana, *Il " Dies irae „ di Bartolommeo*, che ebbe un grande successo nel mondo universitario, sovrattutto studentesco, torinese. Per assecondare il desiderio d'un gruppo di suoi studenti vivacemente battaglieri l'insigne maestro improvvisò a tamburo battente quelle strofette aculeate contro il senatore Bartolommeo Casalis, che come prefetto di Torino aveva suscitate le giuste ire della studentesca e della cittadinanza liberale, tanto che fu poi traslocato. Questa satira fu pubblicata con lo pseudonimo di *Studente Vendettallegra* nel giornale torinese *Il Mattino* del 15 marzo 1885 e ne furono tirati numerosissimi estratti in foglietti volanti, che gli studenti stessi distribuirono ai passanti sotto i

Portici di Via Po, fra gli allegri commenti del pubblico. Vi rilevo, per l'occasione, questa strofa:

In Italia io ci son nato
Per un caso sfortunato,
Ma nel fondo son Croato.

([19]) Nella Prefazione all'eccellente saggio *Prometeo nella poesia*, Torino-Roma, Loescher, 1880.

([20]) Nella *Breve Prefazione* alle *Considerazioni intorno alla storia letteraria, ai suoi metodi e alle sue appartenenze*, Torino, 1877 (estr. dalla *Rivista di filologia classica*), in cui sono riprodotte tre lezioni introduttive del Corso, tenuto dal Graf all'Università torinese.

([21]) Nella Prolusione cit. *Dello spirito poetico*, ecc., p. 11. Pel Graf la mitologia assumeva. spontaneamente, un significato simbolico; e anche per questo essa ebbe tanta parte nella sua poesia. Perciò non ci stupiremo di incontrare in *Ecce homo* (ni 757, 885) i due pensieri seguenti: " Alla vita degli uomini non sono meno necessarî i simboli che le cose „; e " Senza una qualche mitologia, comunque poi la si denomini, non è possibile poesia „.

([22]) Nel cit. saggio *La letteratura dell'avvenire*, p. 485. In *Dopo il tramonto* v'ha una lirica, *Nuova tortura*, in cui sono bene ritratti questi effetti del sogno, in contrasto con la realtà, onde, mentre il corpo invecchia e già si prepara a morire, " Torna a ringiovanir l'anima mia... E gli obbliati sogni ecco risogna — E un ben che più non può sperare agogna „. E non è inutile ricordare che sul frontespizio del pregevole saggio su *La leggenda del Paradiso terrestre*, Torino, 1878, il Graf pose come epigrafe i versi del Leopardi: " Nostri sogni leggiadri ove son giti — Dell'ignoto ricetto...? „.

([23]) Alludo in particolare alla *Pittura interiore* di *Medusa*; ma il caso, caratteristico, si ripete ad ogni piè sospinto.

([24]) Una delle espressioni più squisitamente liriche di questa tendenza, per la quale dalla visione della natura esteriore scaturisce il simbolo, con moto tutto spontaneità e quasi istintivo, si avrà più tardi ne *La falce* delle *Danaidi*, tre strofette che fanno anch'esse rabbrividire, come le figurazioni più paurose di *Medusa*, con l'immagine della Falciatrice, della Mietitrice inesorabile, che minaccia dall'alto.

([25]) Abbandono lirico, cui corrisponde, in una nobile pagina di prosa critica, l'esortazione appassionata rivolta ai giovani, perchè si consacrino al culto della poesia: " Ricordate che senza poesia la vita si scolora e si annebbia e che perde il senso delle alte e delle gentili cose il popolo che dimentichi o sprezzi la divina arte dei versi „ (*La crisi letteraria*, Torino, 1888, pag. 41).

([26]) Si noti peraltro che questi versi di *Letizia d'aprile* appartengono al 3° libro, aggiunto nell'edizione del 1905. Pieni di plasticità tutta classica e d'un naturalismo fresco e vivo sono il sonetto proemiale delle *Danaidi* e quello, quasi gemello, *Le danzanti*.

([27]) Si pensi ai cicli consacrati a *La città dov'io nacqui*, a *Venezia* e a *Napoli* e alle agili strofette fragranti *A tutte le rose*, che preludiano alle *Rime della Selva*; e si ricordino quelle quartine, così profondamente acco-

rate, *Il saluto al mare*, queste sovrattutto, stupende, per l'intenso lirismo che al Graf ispira la visione del mare:

> E penso a questa inesorabil sorte
> Che mutando non muta, e alle infinite
> Che furono e saran misere vite
> Sacre invano al dolor, sacre alla morte.
> E mi s'acqueta il cor doglioso e tace
> Dei turbolenti miei pensieri il grido:
> Torno coi fati e con me stesso in pace
> E dello stolto mio dolor sorrido.

(28) Tra questi antecedenti remoti pare a me abbia una portata singolare quella pagina del *Prometeo della poesia* (Torino, 1880, p. 187), dove il Graf, parlando del *Lucifero* rapisardiano, mostra una straordinaria larghezza e una risoluta simpatia nel considerare il fatto religioso, ingiustamente deriso dal poeta siciliano. Tra l'altro, Egli scriveva: " E poi, se questa religione, a cui tutti dobbiam qualche parte del nostro pensiero, altro non è che un ammasso di sciocca superstizione, di sogni puerili e di insipide fole, indegne della considerazione dei saggi, quale concetto volete voi che io mi faccia d'una umanità che, per secoli, credendovi, ha dato prova così solenne di insipienza? „.

(29) In *Ecce homo*, n° 218.

(30) Senza dubbio, nell'interpretare il pensiero manzoniano, il Graf mise non poco di se stesso, naturalmente: ma ciò non scema, anzi accresce, il valore delle sue interpretazioni per chi, come noi, voglia illustrare le vicende del suo pensiero. Di qui l'importanza delle pagine citate, tratte da quel saggio sopra *Il romanticismo del Manzoni*, che — si noti — è del 1895 (vedasi nella cit. ristampa in volume, *Foscolo, Manzoni, Leopardi*, ecc., a pp. 64-5). In quel medesimo saggio (p. 112) Egli concludeva esprimendo l'augurio d'un ritorno ragionevole al Manzoni. E della larghezza com'Egli intendeva questo ritorno, ne dava prova con l'esporre il concetto che s'era formato dell'arte, la quale, secondo Lui, " si muove liberamente nel tempo e nello spazio e una delle virtù sue più mirabili consiste nel rifar vivo ciò che è morto, presente, ciò che è remoto „. Mentre il Manzoni escludeva la mitologia, il Graf (p. 111) asseriva nulla esservi di più poetico d'un mito ellenico " ripensato da una coscienza del sec. XIX, e, più, credo, del XX „; questo scriveva quindici anni dopo aver consacrato un volumetto a studiare *Prometeo nella poesia* e dieci anni prima di cantare *L'ultimo viaggio di Ulisse*. Di ispirazioni e, quasi direi, di vibrazioni manzoniane è piena la scrittura *Per una fede*, come, a p. 39, quella sentenza: " Nella storia sono tutti i delitti, ma c'è anche una giustizia nella storia... „. Sovrattutto importante per noi il saggio *Perchè si ravvede l'Innominato?*

(31) *Arturo Graf*, articolo pubbl. in *N. Antologia* del 1° febbraio 1900, e, poscia, con aggiunte, in *Critica militante*, Messina, 1907, p. 139.

(32) Lo stesso Cesareo, *Op. cit.*, p. 144.

(33) Anche per la bibliografia riguardante il Graf poeta rimando alla nota 12 della cit. Commemorazione di R. Renier, dove è dato giustamente il

debito rilievo al saggio del Cesareo, già citato. Aggiungo: G. Lesca, *La poesia di A. Graf*, nella *Rassegna nazionale* del 16 maggio e del 16 settembre 1906; Dino Mantovani in *Letterat. contemporanea*, 3ª ed., Torino, 1913, pp. 148 sgg.; Fr. Flamini, *A. Graf poeta*, nella *N. Antologia* del 16 giugno 1913; Andrea Novara, *L'opera poetica di A. Graf*, nella *Rivista ligure*, XLI, 3 (1914); Vittorio Rossi nella succosa sintesi commemorativa di *A. Graf*, Padova, 1913 (estr. dal vol. XXIX degli *Atti e Memorie della R. Accademia di scienze, lettere ed arti in Padova*); Corrado Corradino, *A. Graf*, nella *N. Antologia*, 1° giugno 1914, pp. 457-70, notevolissime pagine, perchè d'un poeta e di tale che conobbe e amò come pochi il Graf. Giuste osservazioni fa Fr. Picco, *D'un'ediz. di poesie scelte di A. Graf*, nel *Fanfulla della Domen.*, XXXVI, 22 (1914). A B. Croce (la cui *Nota*, pubblicata ne *La Critica* del gennaio 1906, è riprodotta nel vol. II de *La letteratura della nuova Italia*, Bari, 1914, pagine 203-13) è peccato che un inesplicabile preconcetto negativo, anzi ostile, abbia impedito un'adeguata e serena valutazione dell'opera del Graf poeta e critico.

È da augurare che tutti i versi del Graf, a partire da *Medusa* fino agli ultimi *Poemetti*, sieno raccolti in un bel volume su carta velina, in fronte al quale potrebbe riprodursi come un'epigrafe che bene riassumerebbe l'impressione fondamentale e caratteristica della poesia grafiana, l'efficace epigramma di Manfredo Vanni, *Epigrammi vecchi e nuovi*, Ferrara, Taddei, 1915, p. 201:

A pie' d'un'alta solitaria rupe
  Corrono in suon di pianto l'acque cupe.
Dalla cima, che al ciel rompesi ardita,
  Stride un'aquila; passa, e par ferita.

(34) *La mia caccia*, in *Morgana*.

(35) Di questo avviamento originario nel Graf i documenti più notevoli sono la Prolusione *Di una trattazione scientifica della storia letteraria*, Torino, 1877 e le *Considerazioni intorno alla storia letteraria, ai suoi metodi e alle sue appartenenze*, Torino, 1877 (estr. dalla *Rivista di filologia classica*, a. V, genn.-apr. 1877), che riproducono le lezioni introduttive.

Il Graf aveva l'istinto buono di risalire sempre ai principi e di segnare la via, in ogni occasione. Così, ad es.. nella Lettera proemiale di *Madre* di Giov. Cena (Torino, 1897), avvertiva che il giovine poeta mostrava d'avere inteso " due cose molto importanti, sebbene assai semplici; e molto poco intese, sebbene tanto ripetute: la prima, che la parola è un mezzo e non un fine; la seconda, che l'arte è fatta per manifestare e non per isconciare l'anima umana ". Similmente, nell'esordio del suo mirabile discorso su *L'università futura*, diceva: " Non dobbiamo dimenticare il passato, quel passato che in noi medesimi sopravvive, e che tali ci fe' quali siamo: ma, più che il passato, ci deve stare a cuore il presente, ch'è il tempo concesso al nostro operare, e l'avvenire, che sarà per molta parte fatto da noi ". E soggiungeva: " Bella è la storia; ma più bella è la vita, di cui la storia non serba se non una pallida immagine ". Parole d'oro, che fanno onore a chi le ha scritte, che non per nulla era un grande maestro!

([36]) Dialettica, a volte, troppo sottile, forse, e proclive, per desiderio di compiutezza e di obbiettività, più a scoprire e illustrare tutti gli aspetti d'un problema che non a giungere ad una conclusione precisa e a una soluzione esauriente. Così nelle sue lezioni, così, talora, nelle sue discussioni critiche, ad es., nei saggi manzoniani.

([37]) E allora riuscirà interessante e istruttivo il rilevare i progressi fatti, rapidamente, dal Graf anche in questa forma dell'attività sua di scrittore. Accenno solo a un confronto tra la sua prosa, ancora dura, impacciata o alquanto artificiosa, delle *Novelle*, promettenti esercitazioni, che facevano andare in visibilio il Fanfani, e dei suoi primi articoli, come quello *Della poesia popolare rumena* (in *N. Antologia*, vol. XXX, 1875, pp. 5-30) e degli stessi *Studi drammatici*, e quella del *Diavolo*, dei *Saggi* sul *Foscolo, Leopardi, Manzoni*, degli articoli e dei discorsi dell'ultimo ventennio, come quelli raccolti nel volumetto *Per la nostra cultura*, o *Il fenomeno del Secentismo* o *Per una fede*, modello di prosa lucida, fluida, salda nel tessuto del periodo e, nel tempo stesso, flessibile. Meno felice pare a me nelle prose d'arte, alle quali nuoce la preoccupazione letteraria; nel *Riscatto*, che pure ha pagine vive e colorite, sento un po' d'inamidatura. Ma *La leggenda del vino* è un esemplare gustoso di " conferenza ", anche per la forma e pel tono. Le sue lettere poi sono fra le più belle di quante io abbia mai conosciute, onde il Renier scrisse a ragione che esse " sono quasi sempre bellissimi documenti di bontà e modelli di stile lucido, conciso e famigliare " (*Cenni di A. Graf uomo*, nella *N. Antologia*, 16 giugno 1913, p. 9 dell'estr.).

([38]) Pel carattere, pel significato, pel valore e per l'efficacia dell'insegnamento suo, mi permetto di rinviare a quanto scrissi già, poco dopo la sua morte, nella *Nuova Antologia* del 16 giugno 1913. Del Graf maestro dettò alcune pagine, acute ed esatte, un suo degno discepolo, Gius. Gallico, *Le lezioni di A. Graf*, nella cit. *Riv. d'Italia* del 30 nov. 1915, pp. 743-50. Sul fermento rinnovatore che la parola del Graf produsse nelle menti dei migliori giovani che primi l'ascoltarono, si veda anche l'articolo cit. del Corrado, pp. 465 sg. Questo nome dell'amico Corrado m'induce a rievocare qui un episodio che meglio di qualsiasi altro potrà lumeggiare quella prima fase dell'attività del Graf come maestro, a documentare l'indole di essa, a dar un'idea della libertà sconfinata e perfino arrischiata ch'Egli concedeva ai suoi giovani e a se stesso, assumendo certi atteggiamenti alquanto eterodossi, per non dire iconoclastici. Solo poche settimane dopo aver inaugurato l'insegnamento di lettere italiane con la citata prolusione *Sullo spirito poetico dei tempi moderni*, il Graf, nell'ora dedicata alle letture di lavori e alle conferenze e discussioni, alle quali erano ammessi anche non studenti e perfino laureati di altre Facoltà, aveva concesso che scendessero nell'arena o salissero sulla cattedra il giovane avv. Tempia e il giovane dottore in lettere Corrado Corradino, a discutere sul Manzoni poeta, a proposito degli *Inni sacri*. Il primo aveva preso le difese del Manzoni, il secondo aveva pronunciato una sentenza di condanna. Il clamore in Torino fu grande, tanto più che il Graf s'era associato alla sentenza assolutamente negativa del Corrado, e che la polemica, da letteraria diventò, facilmente, politico-religiosa, inasprendosi, mescolandovisi passioni estranee alla critica

e alla letteratura. Un quotidiano torinese, il *Risorgimento*, in un'*Appendice* intitolata *Corriere Universitario*, e firmata Gino De-Giulii, narrando l'episodio, esordì con queste parole: " Una strana notizia. Hanno cancellato il nome di Alessandro Manzoni dal novero dei poeti italiani "; e in un'acre nota, forse della Direzione, si dava al Graf del " professore tedesco ". Nella *Gazzetta piemontese* del 28 marzo, il Graf rispose con una lettera sdegnosa, che il giornale pubblicò come d'un " egregio amico ", pur dandogli torto; il *Risorgimento* del 29 non solo accennò a questa risposta, riproducendo il cappello della *Gazzetta*, ma in *Cronaca*, in una nota di spirito antitedesco, ricordò che, circa due anni addietro, *Pasquino* aveva effigiato " un busto del Manzoni coll'alloro e a poca distanza da quello un professore napoletano, per vero dire, di riputazione egregia nelle lettere (il Settembrini), che s'affaticava a soffiargli contro per abbatterlo, tante bollicine di sapone ". Inoltre nel numero del 30 marzo inserì un lunga lettera del prof. Corrado, che è sovrattutto una calda difesa del Graf, del quale è detto che " non è per nulla tedesco ", che " l'educazione sua è prettamente italiana, italiana l'anima sua, italiano ogni suo affetto ", e del quale è esaltato l'insegnamento e si dice che " non mai si vide così popolata l'aula destinata a queste lezioni ". Rammento che nei suoi ultimi anni, accennando a questo episodio, il Graf ne sorrideva con una cert'aria di compassione verso se stesso e confessava che in quel caso egli aveva tentato di mordere il granito. A quelle discussioni partecipò anche Ettore Stampini, allora laureando in lettere.

(39) Nell'articolo citato della *N. Antologia*. Per questo aspetto del pensiero del Graf rimando alla nota 58 del discorso commemorativo del Renier e aggiungo che in questi atteggiamenti di " simpatizzante " del socialismo Egli mostrò quel suo senso caratteristico della misura e quel riserbo aristocratico al punto, che ebbe più vòlte a confessarmi la sua ripugnanza ad un contatto, materiale, con un operaio autentico, a stringere con le sue mani nitide e delicate una mano incallita di lavoratore. Anche rilevo che nel saggio *Preraffaeliti, simbolisti ed esteti*, che è del 1897 (riprodotto poi nel vol. *Foscolo, Manzoni*, ecc., p. 459), Egli parla delle " due forze veramente vive e poderose che operano ora nel mondo, lo agitano e lo trasformano, la scienza e l'idea sociale ". Di questa seconda aggiunge che essa " trascina irresistibilmente a un nuovo assetto le società civili, a un nuovo uso delle umane energie, a una vita nuova ".

(40) In tutti i lavori del Graf, ai quali qui si accenna rapidamente, la sobrietà limpida dell'esposizione e dell'apparato erudito e bibliografico è pari soltanto alla originalità dei materiali e alla sagacia della valutazione storica e critica di essi e al rigore del metodo. Per questi pregî appunto il volume *Attraverso il Cinquecento* (1888) e quello su *L'Anglomania e l'influsso inglese in Italia nel sec. XVIII* (1911) — per citare i due estremi della ricca serie — sono contributi tali alla storia della coltura letteraria, in due periodi tanto diversi, da non temere quelle ingiurie del tempo, che sogliono colpire irrimediabilmente i lavori d'erudizione storica. Come esempio di recensione bibliografica, di carattere espositivo ed erudito, cito quella sul noto volume dello Schuchardt, *Ritornell und Terzine*, nella *Zeitschrift f. roman. Philol.*, 1878, vol. II, pp. 115-22.

(41) Notevolissima, l'*Introduzione*, che contiene il programma e insieme la genesi storica, critica e sentimentale dell'opera. Ad attestare il valore di quest'opera basterebbe il giudizio di quel massimo fra i medievalisti che fu GASTON PARIS, nel *Journal des Savants* del 1884, pp. 557 sgg. Un altro maestro compianto di questi studî, ALESSANDRO D'ANCONA, nel *Fanfulla della Domenica* del 23 aprile 1882, la proclamò " lavoro di capitale importanza ".

(42) Similmente, al poemetto *La morte di Caino*, corrisponde l'anteriore saggio *La poesia di Caino*, nella *N. Antologia* del 16 marzo e 1° apr. 1908

(43) Ad es., nel saggio su *L'arte del Leopardi* (nel vol. *Foscolo, Manzoni, Leopardi*), assai notevole, nonostante le soverchie concessioni alle idee, allora correnti con vittoriosa baldanza, della nuova psichiatria, e nella nitida *Prefazione* alle *Poesie di Giacomo Zanella* (Firenze, Successori Le Monnier, 1912). Quanto al De Sanctis il Graf lo ammirava come " miracoloso interprete di mondi poetici " (cfr. GALLICO, *Op. cit.*, p. 745); ma era alieno dalle idolatrie e perciò discuteva, con *rationabile obsequium*.

(44) Ricordo certe pagine che nel saggio giovanile sul *Prometeo nella poesia* (Torino, 1880) il Graf consacrò al Monti, al Byron e allo Shelley, altre in un articolo divulgativo, inserito nelle *Letture per le giovinette*, del marzo 1886, *L'Epopea in Italia*, sulla morte di Orlando, altre sparse nel volume *Foscolo, Manzoni*, ecc., la Prefazione ai *Rusteghi* per la ristampa curata da LUIGI RASI, ecc. Nel pensiero critico del Graf e nelle applicazioni pratiche ch'Egli ne venne facendo, sarebbero da distinguere varie fasi e anche certe oscillazioni; ma è indubitato che in questa sua produzione, cospicua per la quantità e per la qualità sua, v'è un progredire continuo. Non v'ha scrittura di Lui, anche secondarissima, che non rechi un contributo pregevole o di ricerche o di pensieri agli studî letterarî. Sul Graf storico e critico v'è quasi tutto ancora da fare. Ne scrissero con giusta deferenza e simpatia e con serena penetrazione LUIGI TONELLI, *La critica letteraria italiana negli ultimi cinquant'anni*, Bari, 1914, pp. 314-29, e ALFREDO GALLETTI, *A. Graf. Il critico e lo storico*, nella *N. Antologia* del 16 giugno 1913.

(45) Cfr. GALLICO, *Le lezioni di A. Graf*, cit., pp. 747-8, che scrive, fra l'altro: " Le più belle lezioni del Graf sono dovute alle introspezioni psicologiche, alle rivelazioni che il Graf poeta faceva d'un poeta ".

(46) *Storia letteraria e comparazione*, Torino, 1877, p. 12.

(47) *Op. cit.*, p. 22. Allo stesso modo, nel saggio *Dell'epica francese nel medio evo*, pubbl. nella *N. Antologia* dell'ottobre 1876 (p. 37 dell'estratto), scrisse che " il criterio della storia letteraria non può essere un puro criterio estetico ".

(48) A. p. 17 della cit. Commemorazione, mentre nella nota 45 riferisce il passo del discorso su *L'Università futura* (in *Per la nostra cultura*, p. 13), dove il Graf invoca che nelle Università si faccia almeno " qualche esercitazione di quella estetica, che sarà o non sarà una scienza, ma pure è tal cosa, che chi non abbia famigliarità con le sue intuizioni, o almeno coi suoi problemi e i suoi dubbii, parrà un ostrogoto ogni volta che vorrà parlare di arte e di letteratura ".

(49) Si veda l'articolo commemorativo, da lui steso in pochi giorni, con grande fervore d'ispirazione, *Vittore Hugo passati cent'anni dalla nascita*, pubbl. nella *N. Antologia* del 16 febbr. 1902, e la *Notizia letteraria* su Giuseppe Baretti, inserita nello stesso periodico del 16 dicembre 1911, che fu una delle ultime, ma anche delle più felici sue scritture.

Un esempio insigne della facoltà che possedeva il Graf di raccogliere in una larga visione sintetica gli elementi d'un'acuta disamina analitica nella rappresentazione di tutto un periodo storico, ci offre il suo Discorso inaugurale su *La crisi letteraria*, letto il 3 novembre 1888. Ma era ancora maestro nell'arte difficile di ricostruire e illustrare con viva dottrina, con erudizione recondita, con ricchezza di felici accostamenti, senza mai pesantezza o pedanteria, la storia di certi temi psicologici e poetici, come *L'amore dopo la morte*, pubbl. nella *N. Antologia* del 16 nov. 1904.

(50) È giovanile, ma è anche magistrale, nel suo genere, la conferenza che il Graf tenne su *La leggenda del vino*, il 12 gennaio 1880, pubblicata nel volume miscellaneo *Il vino* (Torino-Roma, Loescher, 1880), nel quale a quello di lui fanno corona i nomi cari di Alfonso Cossa, Corrado Corradino, Michele Lessona, S. Cognetti De Martiis, Giov. Arcangeli, Angelo Mosso, G. Giacosa, Giulio Bizzozero, Cesare Lombroso ed Edmondo De Amicis. Per altre conferenze e scritti divulgativi del Graf vedasi la nota bibliografica 36 della *Commemorazione* cit. del Renier.

Un bell'esempio di saggio divulgativo, che, pel tempo in cui fu scritto, era una novità, specie in Italia, è l'articolo *Dell'Epica francese nel Medio Evo*, pubblicato nella *N. Antologia* dell'ottobre 1876 e, in forma ancora più piana, quelli sull'*Epopea in Italia* e su *La morte d'Orlando*, pubbl. nelle *Letture per le giovinette*, voll. V e VI, agosto 1885, marzo 1886.

(51) Si direbbe avere un chiaro valore autobiografico e, in tal caso, gioverebbe a spiegarci certe tendenze già rilevate nel pensiero e nella produzione del Graf, il seguente passo del suo Discorso su *La crisi letteraria*: " Le nature complicate, le nature affinate e scaltrite dalla coltura, hanno un perpetuo bisogno di novità, e ciò non già per frivolezza o per capriccio, ma perchè è in loro una recettività più larga... " (p. 26). Ma è anche suo quest'altro pensiero, di stampo non meno vivamente autobiografico: " La vita solo è bella davvero quando è ascensione " (*Ecce homo*, n.° 94).

(52) Sdegnoso di quella " popolarità " che egli definì " una servitù illustre " (*Ecce homo*, n° 72). Rammento le pagine che ne *La crisi letteraria* (pp. 22-3) scrisse, con coraggiosa franchezza e con fresca arguzia, intorno al " giornalismo ", che crea correnti, spesso fittizie, di sentimenti e di idee, improvvisando riputazioni e celebrità, consacrando idoli.

(53) Queste tre sentenze si possono rintracciare in *Ecce homo*, rispettivamente ai n[i] 595, 597 e 602.

Gli Accademici Segretari
CARLO FABRIZIO PARONA
ETTORE STAMPINI

CLASSE
DI
SCIENZE FISICHE, MATEMATICHE E NATURALI

Adunanza del 16 Giugno 1918

PRESIDENZA DEL SOCIO PROF. COMM. ANDREA NACCARI
PRESIDENTE DELL'ACCADEMIA

Sono presenti i Soci: Segre, Peano, Jadanza, Guidi, Mattirolo, Grassi, Panetti, Sacco, Majorana, i Corrispondenti Maggi e Colonnetti e il Socio Segretario Parona.

È scusata l'assenza del Direttore della Classe Senatore D'Ovidio e dei Soci Guareschi e Somigliana.

Si legge e si approva l'atto verbale della precedente adunanza.

Il Socio corrispondente Maggi presenta in omaggio due suoi volumi *Dinamica dei Sistemi*, lezioni sul Calcolo del Movimento dei corpi naturali; *Geometria del Movimento*, lezioni di Cinematica, e si dice lieto dell'occasione che gli si presenta di rinnovare a voce i ringraziamenti per l'onore fattogli dalla R. Accademia colla nomina a Socio. Il Presidente si compiace della presenza del Collega, lo ringrazia del dono assai apprezzato e delle sue espressioni all'indirizzo dell'Accademia.

Il Socio Mattirolo presenta, a nome dell'A., Prof. Costantino Gorini, la commemorazione di Francesco Ardissone, compianto nostro Socio corrispondente.

Il Socio SEGRE segnala con parole di elogio il volume *Sulla classificazione dei gruppi continui di trasformazioni di contatto dello spazio*, inviato in dono all'Accademia dall'A. Prof. Ugo AMALDI.

Sono presentate e accolte per la stampa negli *Atti* le seguenti Note:

Prof. Gaetano SCORZA, *Sopra alcune notevoli matrici riemanniane*;

Prof. Ernesto LAURA, *Sopra i moti quasi-liberi di un fluido elastico*;

Prof. Guido FUBINI, *Fondamenti della Geometria proiettivo-differenziale di una superficie*.

Queste tre Note sono presentate dal Socio SEGRE.

Socio O. MATTIROLO, *Contribuzione allo studio della* MONILIA SITOPHILA (Mont.) Sacc.;

Dott. P. QUARRA, *Calcolo delle parentesi*;

Dott. Luisa VIRIGLIO, *Estrazione graduale di radice cubica*.

Queste due Note sono presentate dal Socio PEANO.

Socio F. SACCO, *Il glacialismo antico e moderno del Cervino*. Nota II;

Dott. Lorenzo MOSCHETTI, *Sulla probabile identità della "peganite" con la "variscite"*. Nota presentata dal Socio PARONA.

Il Presidente nel togliere l'adunanza, che per la Classe chiude l'anno accademico, saluta i colleghi, e, nel momento così grave per la Patria, si fa interprete del sentimento generale mandando un commosso, augurale saluto ai nostri prodi difensori, e fa voti affinchè l'inaugurazione del prossimo anno accademico sia confortata ed allietata dalla sicurezza della pace vittoriosa.

LETTURE

Sopra alcune notevoli matrici riemanniane

Nota del Prof. GAETANO SCORZA

Nella teoria delle matrici riemanniane di genere superiore a 2 il numero degli esempi concreti ben conosciuti è così scarso, che non mi pare inutile indicare qui un teorema atto a fornire esempi notevolissimi di matrici di Riemann di genere qualunque.

1. — Sia

$$a_0 x^{2p} + a_1 x^{2p-1} + \dots + a_{2p-1} x + a_{2p} = 0 \tag{1}$$

un'equazione di grado $2p$ a coefficienti interi, priva di radici multiple, con le radici tutte imaginarie e aventi tutte per modulo la radice quadrata di uno stesso numero razionale (positivo) σ.

Allora si può dimostrare che:

Se $\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_p$ *sono* p *radici distinte della* (1), *di cui due non siano mai imaginarie coniugate, la matrice*

$$\omega \equiv \| 1, \alpha_j, \alpha_j^2, \dots \alpha_j^{2p-1} \| \qquad (j = 1, 2, \dots, p)$$

è una matrice riemanniana di genere p, *per i cui indici di singolarità e moltiplicabilità* k *e* h [1] *si ha*

$$k \geq p - 1, \qquad h \geq 2p - 1,$$

in queste relazioni valendo insieme i segni superiori o insieme i segni inferiori.

[1] Per la definizione di matrice riemanniana e dei suoi caratteri che qui si considerano vedi la mia Memoria: *Intorno alla teoria generale delle matrici di* Riemann *e ad alcune sue applicazioni* ("Rendiconti del Circolo Matematico di Palermo", t. XLI, 1916), Parte I, n[i] 5 e 6.

2. — Cominciamo dal far vedere che:

La matrice ω *ammette almeno* p *forme riemanniane* ([2]) *alternate indipendenti.*

Poichè il prodotto di due radici coniugate della (1) è sempre uguale a σ, le radici della (1) coincidono con quelle dell'equazione che si ricava da essa ponendo $\frac{\sigma}{x}$ al posto di x e poi riducendo a forma intera.

Di qua si trae, indicando con ϵ un numero opportuno,

$$a_n = \epsilon \sigma^n a_{2p-n} \qquad (n = 0, 1, \ldots, 2p).$$

Ma è, per le ipotesi fatte,

$$\frac{a_{2p}}{a_0} = \sigma^p,$$

dunque si ha

$$\epsilon = \frac{1}{\sigma^p},$$

ed

$$a_n = \sigma^{n-p} a_{2p-n}.$$

Dopo ciò, l'equazione (1) che, divisa per x^p, diviene

$$a_0 x^p + a_1 x^{p-1} + \ldots + a_p + \frac{a_{p+1}}{x} + \ldots + \frac{a_{2p}}{x^p} = 0,$$

può scriversi

$$a_{2p}\left(\frac{x^p}{\sigma^p} + \frac{1}{x^p}\right) + a_{2p-1}\left(\frac{x^{p-1}}{\sigma^{p-1}} + \frac{1}{x^{p-1}}\right) + \ldots + a_{p+1}\left(\frac{x}{\sigma} + \frac{1}{x}\right) + a_p = 0. \tag{2}$$

Ora è

$$\frac{x^j}{\sigma^j} + \frac{1}{x^j} = \left(\frac{x^{j-1}}{\sigma^{j-1}} + \frac{1}{x^{j-1}}\right)\left(\frac{x}{\sigma} + \frac{1}{x}\right) - \frac{1}{\sigma}\left(\frac{x^{j-2}}{\sigma^{j-2}} + \frac{1}{x^{j-2}}\right),$$

dunque, mediante la sostituzione

$$\frac{x}{\sigma} + \frac{1}{x} = y, \tag{3}$$

l'equazione (2) si può trasformare in un'equazione in y di grado p a coefficienti interi.

([2]) Loc. cit., [1]), I, n° 4.

Indichiamo questa equazione con

$$b_0 y^p + b_1 y^{p-1} + \dots + b_{p-1} y + b_p = 0, \tag{4}$$

e le sue radici con $\beta_1, \beta_2, \dots, \beta_p$.

Allora le coppie di radici coniugate della (1) si otterranno risolvendo le p equazioni

$$\frac{x}{\sigma} + \frac{1}{x} = \beta_j \qquad (j = 1, 2, \dots, p),$$

ossia le p equazioni quadratiche

$$x^2 - \sigma\beta_j x + \sigma = 0, \tag{5}$$

e si può supporre di aver scelte le denominazioni delle radici della (4) in tal maniera che fra le equazioni (5) quella rispondente alla radice β_j abbia per radici la radice α_j dell'equazione (1) e la radice ad essa coniugata $\bar{\alpha}_j$ (3).

Ciò posto, consideriamo gli elementi della riga j^{ma} della matrice ω come le coordinate proiettive omogenee di un punto A_j in uno spazio Σ a $2p-1$ dimensioni, e diciamo $\bar{A}_j$ il punto imaginario coniugato di A_j.

Poichè la (1) è a radici tutte distinte, si vede subito che i $2p$ punti A_j e $\bar{A}_j$ risultano indipendenti; quindi i due spazi a $p-1$ dimensioni, τ e $\bar{\tau}$, congiungenti l'uno i p punti A_j e l'altro i p punti $\bar{A}_j$, risultano due spazi imaginari coniugati indipendenti.

Adesso si consideri, entro la totalità lineare $\infty^{p(2p-1)-1}$ di tutti i sistemi nulli dello spazio Σ, quella, pure lineare, che diremo μ, dei sistemi nulli rispetto a ciascun dei quali risultano coniugate le $2p(p-1)$ coppie di punti del tipo:

$$(A_j A_l), \qquad (A_j \bar{A}_l), \qquad (\bar{A}_j \bar{A}_l) \qquad (j \neq l). \tag{6}$$

Si verifica subito (per es., prendendo per un momento i punti A_j e $\bar{A}_j$ come vertici della piramide fondamentale delle

(3) Occorre appena avvertire che il ragionamento del testo è perfettamente analogo ad uno ben noto della teoria delle equazioni reciproche, e che le radici della (4) riescono tutte reali.

coordinate in Σ) che la totalità μ ha la dimensione $p-1$; ed è poi chiaro che due punti qualunque di τ, o di $\bar{\tau}$, risultano coniugati rispetto ad ogni sistema nullo di μ.

Si concepisca un sistema nullo di Σ come un punto di uno spazio lineare Σ' a $p(2p-1)-1$ dimensioni, riguardando come coordinate proiettive omogenee di questo punto in Σ' i $p(2p-1)$ coefficienti che compariscono nell'equazione del connesso di punti definito dal sistema nullo; allora la totalità lineare μ si riflette in uno spazio lineare μ' di Σ' di dimensione $p-1$, e, in base a considerazioni ben note [4], l'affermazione fatta a principio di questo n° sarà dimostrata appena si sia fatto vedere che μ' è uno spazio *razionale* di Σ', cioè che i mutui rapporti delle coordinate proiettive omogenee di μ' sono numeri razionali.

Per questo si osservi che i sistemi nulli di Σ aventi una coppia di punti coniugati in *una*, comunque fissata, delle $2p(p-1)$ coppie (6) costituiscono una totalità lineare, della dimensione $p(2p-1)-2$, riflettentesi in un iperpiano di Σ', e che μ' è l'intersezione dei $2p(p-1)$ iperpiani indipendenti di Σ', che così si ottengono in corrispondenza alle $2p(p-1)$ coppie (6); quindi i mutui rapporti delle coordinate di μ' sono intanto funzioni razionali a coefficienti interi delle radici dell'equazione (1).

Poichè l'insieme di coppie (6) è simmetrico rispetto ai punti di ciascuna delle coppie di punti imaginari coniugati $(A_j \bar{A}_j)$, questi mutui rapporti dipendono simmetricamente dalle radici di ciascuna delle p equazioni quadratiche (5), quindi essi sono pure funzioni razionali a coefficienti interi delle radici dell'equazione (4).

Ma l'insieme di coppie (6) è anche simmetrico rispetto all'insieme delle p coppie di punti $(A_j \bar{A}_j)$, dunque queste funzioni delle radici dell'equazione (4) sono funzioni simmetriche delle radici stesse, e i nostri mutui rapporti, una volta che i coefficienti della (4) sono numeri interi, sono, come volevasi, dei numeri razionali.

Notisi che, se $p>1$, la totalità lineare μ contiene p sistemi nulli indipendenti, reali, degeneri, dotati ciascuno di un asse a $2p-3$ dimensioni. Questi assi sono gli spazi congiungenti a $p-1$ a $p-1$ le p coppie di punti imaginari coniugati $(A_j \bar{A}_j)$.

---

[4] Cfr. loc. cit., [1]), I, § 2.

3. — Dimostriamo in secondo luogo che:

La matrice ω *è riemanniana,*

facendo vedere che:

Essa possiede delle forme riemanniane alternate principali [5].

Poichè la cosa è evidente se $p = 1$, possiamo supporre $p > 1$, cioè possiamo supporre che la totalità μ considerata nel n° precedente sia infinita.

Allora, poichè entro l'insieme dei sistemi nulli reali di μ i sistemi razionali costituiscono un insieme dovunque denso, per dimostrare che ω possiede forme riemanniane alternate principali, basta far vedere che μ contiene sistemi nulli reali in ciascun dei quali non riescono mai coniugati un punto di τ e il punto imaginario coniugato di $\bar{\tau}$ [6].

Per l'osservazione che chiude il n° 2, ciò potrebbe essere dedotto in modo immediato dall'interpretazione geometrica del teorema di esistenza delle funzioni abeliane che ho sviluppata in una mia Memoria del 1915 [7]; ma è forse più comodo per il lettore procedere nel modo che ora sarà indicato.

Si ponga, con le $\xi_{j,r}$ e $\eta_{j,r}$ reali,

$$\alpha_j^{r-1} = \xi_{j,r} + i\eta_{j,r} \qquad (i = \sqrt{-1}\,;\ j = 1, \dots, p\,;\ r = 1, \dots, 2p),$$

e si eseguisca nello spazio Σ la trasformazione *reale* [8] di coordinate in cui le antiche coordinate x_r $(r = 1, \dots, 2p)$ sono legate alle nuove x'_r mediante le formule

$$x_r = \sum_j^{1..p} (\xi_{j,r} x'_{2j-1} + \eta_{j,r} x'_{2j}).$$

Le nuove coordinate del punto A_l sono tutte nulle, tranne la x'_{2l-1} e la x'_{2l}, date rispettivamente da

$$x'_{2l-1} = 1 \qquad \text{e} \qquad x'_{2l} = i,$$

e quindi lo spazio a $2p - 3$ dimensioni, congiungente tutti i

---

(5) Loc. cit., 1), I, n° 5.

(6) Cfr. loc. cit., 1), I, n° 12.

(7) SCORZA, *Il teorema fondamentale per le funzioni abeliane singolari* [" Memorie della Società ital. delle Scienze (detta dei XL) ", serie 3ª, t. XIX].

(8) È la trasformazione di coordinate che si utilizza anche nel n° 53 della Memoria cit. in 7).

punti A_l diversi da A_j e tutti i punti $\bar{A}_l$ diversi da $\bar{A}_j$, sarà rappresentato, nel nuovo sistema di coordinate, dalle equazioni:

$$x'_{2j-1} = 0, \qquad x'_{2j} = 0.$$

Ma allora il sistema nullo di μ avente questo spazio come asse sarà rappresentato (come connesso di punti), nel nuovo sistema di coordinate, dall'equazione

$$x'_{2j-1}\, y'_{2j} - x'_{2j}\, y'_{2j-1} = 0$$

dove le y'_r sono, al pari delle x'_r, coordinate correnti di punto; e la totalità μ, indicando con le $\lambda_1, \lambda_2, \ldots, \lambda_p$ dei parametri indeterminati, sarà rappresentata dall'equazione

$$\sum_j^{1..p} \lambda_j \left(x'_{2j-1}\, y'_{2j} - x'_{2j}\, y'_{2j-1}\right) = 0. \tag{7}$$

Indicando con $\rho_1, \rho_2, \ldots, \rho_p$ dei numeri non tutti nulli e con $\bar{\rho}_j$ il numero imaginario coniugato di ρ_j, le nuove coordinate di un punto di τ sono della forma

$$x'_{2j-1} = \rho_j \qquad x'_{2j} = \rho_j\, i \qquad (j = 1, \ldots, p);$$

e per conseguenza quelle del punto imaginario coniugato di $\bar{\tau}$ sono date da

$$x'_{2j-1} = \bar{\rho}_j \qquad x'_{2j} = -\rho_j\, i \qquad (j = 1, \ldots, p),$$

o, come possiamo anche supporre, da

$$x'_{2j-1} = \bar{\rho}_j\, i \qquad x'_{2j} = \bar{\rho}_j \qquad (j = 1, \ldots, p).$$

Ora il primo membro della (7) per

$$x'_{2j-1} = \rho_j, \qquad x'_{2j} = \rho_j\, i, \qquad y'_{2j-1} = \bar{\rho}_j\, i, \qquad y'_{2j} = \bar{\rho}_j$$

diventa

$$2 \sum_j^{1..p} \lambda_j\, \rho_j\, \bar{\rho}_j;$$

dunque perchè la (7) rappresenti un sistema nullo soddisfacente alla condizione posta più sopra basta supporre che in essa le λ_j siano reali, non nulle e tutte dello stesso segno.

4. — Da quanto è stato detto nei n[i] 2 e 3 risulta che ω è una matrice riemanniana (di genere p), con le imagini τ e $\bar{\tau}$ [9] nello spazio rappresentativo Σ, e che per il suo indice di singolarità k si ha

$$k \geq p - 1. \tag{8}$$

Adesso si indichi con h l'indice di moltiplicabilità di ω, e si ricordi [10] che $h - k$ è il massimo numero di polarità razionali indipendenti di Σ in ciascuna delle quali riescono coniugati due punti qualunque di τ (e di $\bar{\tau}$).

Intanto, ragionando come nel n° 2, si riconosce che esistono p polarità razionali indipendenti di Σ in ciascuna delle quali riescono coppie di punti coniugati le $p(p+1)$ coppie di punti (distinti o no)

$$(A_j A_l) \qquad \text{e} \qquad (\bar{A}_j \bar{A}_l)$$

e le $p(p-1)$ coppie di punti

$$(A_j \bar{A}_l) \qquad\qquad (j \neq l),$$

e in ciascuna di codeste polarità riescono coniugati due punti qualunque di τ (e di $\bar{\tau}$), dunque deve essere

$$h - k \geq p. \tag{9}$$

Di qua e dalla (8) si trae, come volevasi,

$$h \geq 2p - 1. \tag{10}$$

5. — Resta ora da far vedere che nella (8) e nella (10) valgono insieme i segni superiori o insieme i segni inferiori, ossia che se delle due uguaglianze

$$k = p - 1 \qquad \text{e} \qquad h = 2p - 1$$

ne sussiste una, sussiste anche l'altra.

Sia in primo luogo $k = p - 1$.

Allora ω non ammette sistemi nulli riemanniani all'infuori di quelli contenuti nella totalità μ e quindi, se $p > 1$, non ammette altri pseudo-assi [11] (o, eventualmente, assi) di dimen-

---

(9) Cfr. loc. cit., ¹), I, n° 9.

(10) Loc. cit., ¹), nota ²²), a piè di pagina.

(11) Loc. cit., ¹), I, § 12.

sione 1 all'infuori delle p rette congiungenti le p coppie di punti $A_j \bar{A}_j$. Segue che ogni omografia riemanniana di ω deve lasciar fermi questi pseudo-assi o scambiarli fra di loro. D'altronde si vede subito ([12]) che essa non può scambiarli fra di loro, quindi essa ha necessariamente $2p$ punti uniti nei $2p$ punti A_j e $\bar{A}_j$.

Se $p = 1$ non si può parlare di pseudo-assi (o assi) di ω; ma, in tal caso, la conclusione a cui siamo pervenuti è evidente *a priori*.

Da essa si trae

$$h \leq 2p - 1;$$

e quindi, confrontando con la (10), si ha, come volevasi,

$$h = 2p - 1.$$

Sia, in secondo luogo, $h = 2p - 1$.

Allora la (9) dà

$$k \leq p - 1,$$

e quindi, confrontando con la (8), si ha pure

$$k = p - 1.$$

6. — A complemento del teorema del n° 1, oramai dimostrato, giova tener presenti le osservazioni che seguono:

I. *Se la matrice* ω *è pura* ([13]), *per essa si ha certo* $\mathrm{k} = \mathrm{p} - 1$ *e* $\mathrm{h} = 2\mathrm{p} - 1$.

E infatti, se ciò non fosse, sarebbe $h > 2p - 1$ e ω sarebbe, contro l'ipotesi, impura ([14]).

II. *Se la matrice* ω *è dotata di assi isolati* ([15]), *l'equazione* (1) *è riducibile nel corpo dei numeri razionali*;

per modo che:

III. *Se l'equazione* (1) *è irriducibile nel corpo dei numeri razionali, la matrice* ω *o è pura o è impura ma priva di assi isolati.*

([12]) Loc. cit., [1]), II, n° 11.
([13]) Loc. cit., [1]), I, n° 32.
([14]) Loc. cit., [1]), I, n° 42.
([15]) Loc. cit., [1]) I, n° 41.

Suppongasi infatti che ω ammetta degli assi isolati (cosicchè è certo $p > 1$).

Allora le omografie riemanniane di ω debbono mutare in sè ciascuno di questi assi ([16]). Ma fra codeste omografie quella risultante dal prodotto di un sistema nullo riemanniano generico di ω contenuto nel sistema μ per l'inversa di un altro sistema nullo sì fatto non ammette altri punti uniti che quelli delle p rette $A_j \bar{A}_j$, dunque ciascun asse isolato di ω è uno spazio congiungente un certo numero delle p coppie di punti coniugati $A_j \bar{A}_j$.

Supponiamo, per fissar le idee, che un asse di ω sia lo spazio, della dimensione $2q - 1$, congiungente i punti $A_1, A_2, \ldots, A_q$ e $\bar{A}_1, \bar{A}_2, \ldots, \bar{A}_q$.

Le coordinate di questo spazio sono i minori di ordine $2q$ estratti dalla matrice

$$(11) \qquad \left\| \begin{matrix} 1 & \alpha_1 & \alpha_1^2 & \ldots & \alpha_1^{2p-1} \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ 1 & \alpha_q & \alpha_q^2 & \ldots & \alpha_q^{2p-1} \\ 1 & \bar{\alpha}_1 & \bar{\alpha}_1^2 & \ldots & \bar{\alpha}_1^{2p-1} \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ 1 & \bar{\alpha}_q & \bar{\alpha}_q^2 & \ldots & \bar{\alpha}_q^{2p-1} \end{matrix} \right\|,$$

dunque, poichè il nostro spazio è un asse di ω, i mutui rapporti di questi minori debbono essere numeri razionali.

Si considerino fra questi minori quello formato dalle prime $2q$ colonne e quelli, in numero di $2q$, che si ottengono sostituendo in esso, successivamente, la $(2q+1)^{ma}$ colonna di (11) alle colonne $1^a, 2^a, \ldots, 2q^{ma}$. I rapporti di questi $2q$ minori a quello formato dalle prime $2q$ colonne sono, a meno, per alcuni di essi, del segno, le somme dei prodotti a t a t ($t = 1, 2, \ldots, 2q$) dei $2q$ numeri $\alpha_1, \ldots, \alpha_q, \bar{\alpha}_1, \ldots, \bar{\alpha}_q$ ([17]), dunque queste somme sono numeri razionali e l'equazione (1) si spezza, nel corpo dei numeri razionali, in una equazione di grado $2q$, avente per radici $\alpha_1, \ldots, \alpha_q, \bar{\alpha}_1, \ldots, \bar{\alpha}_q$, e una equazione di grado $2(p-q)$, avente per radici $\alpha_{q+1}, \ldots, \alpha_p, \bar{\alpha}_{q+1}, \ldots, \bar{\alpha}_p$.

([16]) Loc. cit., [1]), nota [60]), a piè di pagina.

([17]) Vedi, per es., Pascal, *I determinanti* (Hoepli, Milano, 1897), pagine 171 e 172.

Notisi che se l'equazione (1) è riducibile nel corpo dei numeri razionali, poichè le sue radici sono, per ipotesi, tutte imaginarie, le equazioni di grado inferiore a $2p$ in cui essa si spezza sono tutte di grado necessariamente pari; e allora, basta ricordare il teorema sul determinante di VANDERMONDE generalizzato ([18]) di cui or ora è stato invocato un caso particolare, per dedurre che:

IV. *Se l'equazione* (1) *è riducibile nel corpo dei numeri razionali, la matrice* ω *è certo dotata di assi, cioè impura.*

Infine è utile rilevare esplicitamente che le proprietà della matrice ω dipendono non solo da quelle dell'equazione (1), ma anche dal modo come fra le sue radici si scelgono le p radici $\alpha_1, \alpha_2, \ldots, \alpha_p$ a due a due non coniugate.

Per es., se l'equazione (1) è l'equazione alle radici primitive settime dell'unità

$$x^6 + x^5 + x^4 + x^3 + x^2 + x + 1 = 0,$$

cosicchè nel caso attuale è $p = 3$, e una sua radice si indica con α, prendendo, per costruire ω, una volta la terna di radici $(\alpha, \alpha^2, \alpha^4)$ e un'altra la terna di radici $(\alpha, \alpha^2, \alpha^3)$, si ottiene, nel primo caso, una matrice riemanniana impura a indici massimi, nel secondo caso, una matrice riemanniana *pura* con l'indice di singolarità 2 e l'indice di moltiplicabilità 5.

Di queste due affermazioni la prima risulta da una mia Nota precedente ([19]), l'altra si troverà stabilita in un lavoro di prossima pubblicazione della sig.na RACITI, laureanda dell'Università di Catania.

Del resto sulle matrici riemanniane provenienti nel modo indicato in questa Nota dalle equazioni alle radici primitive dell'unità avrò forse occasione di ritornare in avvenire, per mostrare il legame strettissimo della loro teoria con la teoria gaussiana della divisione del cerchio.

Catania, 5 giugno 1918.

([18]) Loc. cit., [17]), pag. 169.

([19]) SCORZA, *Sulla quartica di* KLEIN *e la quintica di* SNYDER („ Atti dell'Accademia Gioenia di scienze naturali in Catania „, serie 5ª, vol. X).

Sopra i moti quasi-liberi di un fluido elastico

Nota di ERNESTO LAURA

In varie Note (¹), occupandomi del problema esterno della equazione delle onde sferiche

$$\frac{\partial^2 \varphi}{\partial t^2} = a^2 \Delta \varphi, \tag{1}$$

notai, che per assicurare la unicità di soluzione di questo problema, si deve supporre che la φ si annulli ad ogni istante sopra il bordo dell'onda che si propaga. In una Memoria, contenuta nel volume pubblicato per le " Onoranze al Prof. D'Ovidio „ (in corso di stampa), dimostrai, come conseguenza di questa condizione, *la non possibilità*, in generale, della propagazione di onde di tipo armonico semplice tutte di uguale periodo all'esterno di una superficie σ convessa. Questo risultato lascia prevedere la esistenza di particolari soluzioni della (1) annullantisi (o la cui derivata normale si annulla) sopra la superficie σ, dai punti della quale si inizia il moto.

Queste soluzioni. d'altra parte, già mi si sono presentate nella determinazione del moto di un fluido all'esterno di una sfera (²).

(¹) Cfr. in modo particolare *Sopra il problema esterno della Dinamica dei mezzi elastici isotropi*, " Memorie della R. Accademia delle Scienze di Torino „, Serie II, vol. LXIV.

Cfr. pure A. E. H. Love, *The propagation of Ware-motion in an isotropic medium*, " Proc. London Math. Society „, vol. I, 2ª Serie, 1906.

(²) E. Laura, *Sopra il problema della propagazione di moto all'esterno di una sfera, ecc.*, due Note, " Atti della R. Acc. delle Scienze di Torino „, vol. L, 1915.

Non mi sembra perciò inopportuno definire in questa Nota queste particolari soluzioni, che, a giudicare dal caso trattato della sfera, sembrano avere, nei riguardi del problema esterno della equazione (1), importanza analoga a quella che le vibrazioni libere hanno nello studio delle vibrazioni dei corpi elastici di dimensioni finite.

Nella presente Nota, ammessa *a priori* l'esistenza di queste soluzioni, dimostro la proprietà fondamentale da esse posseduta e cioè *di essere periodiche o aperiodiche, sempre però con carattere smorzato.*

I.

Diremo nel seguito *moti quasi-liberi* di un fluido, propagati all'esterno di una superficie σ convessa, quei moti che ammettono un potenziale di velocità soddisfacente alle proprietà seguenti:

1° È rappresentabile mediante un potenziale ritardato di spazio, o di semplice strato, o di doppio strato:

$$\int_S \mu \frac{e^{k\left(t-\frac{r}{a}\right)}}{r} dS; \qquad \int_\sigma \mu \frac{e^{k\left(t-\frac{r}{a}\right)}}{r} d\sigma; \qquad \int_\sigma \mu \frac{\partial}{\partial n} \frac{e^{k\left(t-\frac{r}{a}\right)}}{r} d\sigma$$

dove S è lo spazio racchiuso da σ, e n è la normale esterna a σ.

In questi integrali k è una quantità reale o complessa e ponendo $\mu = \mu_1 + i\mu_2$ le μ_1, μ_2 sono funzioni continue, reali de punti del campo di integrazione.

2° Si annulla nei punti di σ per ogni istante $t \geq 0$ (oppure si annulla la sua derivata normale).

3° Se $k = ik_2$ è un imaginario puro, i considerati potenziali sono del tipo (limitandoci ad integrali di spazi):

$$\int_S \frac{\cos k_2\left(t-\frac{r}{a}\right)}{r} \mu dS$$

essendo la μ una funzione reale e continua dei punti di S. Noi ammetteremo, cioè, che non possa essere identicamente nullo,

nè il coefficiente di $\cos k_2 t$, nè quello di $\operatorname{sen} k_2 t$. In altre parole noi escludiamo dalle considerazioni nostre, soluzioni del tipo ([3]):

$$\cos k_2 t \,.\, \varphi \qquad \text{o} \qquad \operatorname{sen} k_2 t \,.\, \varphi$$

essendo la φ soluzione della equazione $\Delta\varphi + k^2\varphi = 0$ annullantesi sopra la σ (o la cui derivata normale si annulla nei punti di σ).

Ammettiamo, *a priori*, che esista una successione di valori di k e una corrispondente successione di funzioni μ, per le quali i potenziali considerati abbiano le proprietà ora postulate; dimostreremo allora, che le quantità complesse k sono tutte con parte reale negativa.

II.

Supporremo nel seguito che i potenziali di velocità dei moti quasi-liberi sieno rappresentati mediante integrali superficiali estesi alla superficie, all'esterno della quale avviene il moto. La dimostrazione che seguirà, con leggiere modificazioni, si potrà adattare ai casi in cui i detti potenziali fossero rappresentati da integrali di spazio o da potenziali di doppio strato. Sia:

$$\psi = \int_\sigma \mu \frac{e^{k\left(t - \frac{r}{a}\right)}}{r} d\sigma$$

uno di questi potenziali. Posto:

$$\psi = \psi_1 + i\psi_2$$

([3]) Nella Nota già citata ([2]) questa ipotesi restava implicitamente ammessa dalla forma particolare che io davo alle soluzioni studiate. Tra esse perciò non si presentavano soluzioni quale la seguente:

$$\cos kt \frac{\operatorname{sen} kr}{r}$$

la quale ovviamente si annulla sopra la sfera di raggio $R = \frac{2\pi}{k}$ ed è regolare all'esterno della sfera stessa (esclusi al più i punti all'infinito).

saranno le ψ_1, ψ_2 nulle sulla superficie σ (oppure saranno nulle le derivate normali di queste funzioni) per ogni valore di $t \geq 0$. Il potenziale:

$$\psi' = \psi_1 - i\psi_2 = \int_\sigma \mu' \frac{e^{k'\left(t-\frac{r}{a}\right)}}{r} d\sigma$$

nel quale k', μ' sono quantità complesse coniugate delle k, apparterrà perciò ancora alla classe ora considerata.

Si ponga:

$$\psi = e^{kt}\varphi \qquad \psi' = e^{k't}\varphi'.$$

Sicchè:

$$\varphi = \int_\sigma \mu \frac{e^{-k\frac{r}{a}}}{r} d\sigma; \qquad \varphi' = \int_\sigma \mu' \frac{e^{-k'\frac{r}{a}}}{r} d\sigma.$$

Le φ, φ' all'esterno di σ soddisfanno perciò alle equazioni:

$$\Delta\varphi = \frac{k^2}{a^2}\varphi, \qquad \Delta\varphi' = \frac{k'^2}{a^2}\varphi'.$$

Da cui:

$$\varphi'\Delta\varphi - \varphi\Delta\varphi' = \frac{k^2 - k'^2}{a^2}\varphi\varphi'. \tag{2}$$

Sia Σ_1 una superficie tutta esterna a σ, n la normale esterna a σ e ν quella a Σ rivolta verso lo spazio S_1 compreso tra σ e Σ. Integrando la (2) ed estendendo la integrazione allo spazio S_1, si ottiene:

$$-\int_\sigma\left(\varphi'\frac{\partial\varphi}{\partial n} - \varphi\frac{\partial\varphi'}{\partial n}\right)d\sigma - \int_\Sigma\left(\varphi'\frac{\partial\varphi}{\partial\nu} - \varphi\frac{\partial\varphi'}{\partial\nu}\right)d\Sigma = \\ = \frac{k^2 - k'^2}{a^2}\int_{S_1}\varphi\varphi' dS. \tag{3}$$

Notando che le φ, φ' $\left(\text{oppure le } \frac{\partial\varphi}{\partial n}, \frac{\partial\varphi'}{\partial n}\right)$ sono nulle sopra e ponendo:

$$k = k_1 + ik_2; \qquad k' = k_1 - ik_2$$

avremo dalla (3), supponendo $k_2 \neq 0$:

$$4k_1\int_S \varphi\varphi' dS = \frac{i}{k_2}\int_\Sigma\left(\varphi'\frac{\partial\varphi}{\partial\nu} - \varphi\frac{\partial\varphi'}{\partial\nu}\right)d\sigma. \tag{4}$$

Si supponga che la Σ sia una superficie sferica di raggio R tendente all'∞^{to}; il limite del 2° membro esiste ed è nullo o negativo ([4]). Poichè d'altra parte $\int_{S_1} \varphi\varphi' dS$ è una quantità reale e positiva, si conchiuderà:

$$k_1 \leq 0 .$$

III.

Dimostreremo ora che k_1 non può essere nullo. Se invero k fosse un imaginario puro, il potenziale ψ assumerebbe la forma:

$$\int_\sigma \frac{\cos k_2\left(t - \frac{r}{a}\right)}{r} \mu d\sigma$$

con k_2 e μ reali.

Le funzioni:

$$\varphi = \int_\sigma \mu \frac{\cos k_2 \frac{r}{a}}{r} d\sigma ; \qquad \varphi' = \int_\sigma \mu \frac{\operatorname{sen} k_2 \frac{r}{a}}{r} d\sigma$$

si annullano sopra σ (oppure le loro derivate normali si annullano sopra σ).

E poichè all'esterno di Σ si ha:

$$\Delta\varphi + k^2\varphi = 0 , \qquad \Delta\varphi' + k^2\varphi' = 0 ,$$

se Σ è una superficie tutta esterna a σ si avrà:

$$\int_\Sigma \left(\varphi \frac{\partial\varphi'}{\partial\nu} - \varphi' \frac{\partial\varphi}{\partial\nu}\right) d\Sigma = 0 .$$

E questa eguaglianza sussisterà anche al limite, quando Σ divenga una sfera di raggio infinitamente grande. Con un ragio-

---

([4]) *Sopra i potenziali generalizzati di Helmholtz*, 1ª Nota, „ R. Istituto Lombardo Scienze e lettere „ (in corso di stampa).

namento analogo a quello del N. 4 della Nota [4] già citata, avremo dunque:

$$\int \mu \frac{\operatorname{sen} k_2 \frac{r}{a}}{r} d\sigma = 0$$

per ogni punto dello spazio. Il potenziale assumerebbe in conseguenza quella forma che noi abbiamo esclusa per definizione.

IV.

Nelle precedenti considerazioni è stato implicitamente ammesso che k non fosse reale. Consideriamo a parte questo caso. Si ponga:

$$\psi = \int_\sigma \mu \frac{e^{k\left(t - \frac{r}{a}\right)}}{r} d\sigma$$

con k e μ reali. Ponendo come precedentemente:

$$\psi = e^{kt} \varphi ; \qquad \varphi = \int_\sigma \mu \frac{e^{-k\frac{r}{a}}}{r} d\sigma$$

la φ soddisferà all'equazione:

$$\Delta \varphi = k^2 \varphi .$$

Da questa moltiplicando per φ ed integrando ad uno spazio S_1 compreso tra la superficie σ ed una sfera Σ tutta esterna a σ otterremo:

$$- \int_\sigma \varphi \frac{\partial \varphi}{\partial n} d\sigma - \int_\Sigma \varphi \frac{\partial \varphi}{\partial \nu} d\Sigma =$$
$$= \int_S \left[k^2 \varphi^2 + \left(\frac{\partial \varphi}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial \varphi}{\partial y}\right)^2 + \left(\frac{\partial \varphi}{\partial z}\right)^2 \right] dS$$

dove ν è la normale a Σ rivolta verso S_1. Il 1° integrale del 1° membro è nullo, poichè sopra σ si ha $\varphi = 0$ oppure $\frac{\partial \varphi}{\partial n} = 0$. Avremo dunque, il 2° membro essendo sempre positivo:

$$\int_\Sigma \varphi \frac{\partial \varphi}{\partial \nu} d\Sigma < 0 \tag{5}$$

qualunque sia la sup. Σ esterna a σ. Si ha ora [5]:

$$\int_{\Sigma} \varphi \frac{\partial \varphi}{\partial \nu} d\Sigma =$$

$$= \int_{\Sigma} d\Sigma_Q \int_{\sigma} \int_{\sigma} d\sigma_{P_1} d\sigma_{P_2} \mu(P_1) \mu(P_2) \left[-\frac{k}{a} + \frac{1}{r_2} \right] \frac{e^{-k\frac{r_1+r_2}{a}}}{r_1 r_2} \frac{\partial r_2}{\partial \nu}.$$

Si ponga $d\Sigma_Q = R^2 d\omega$ dove $d\omega$, è l'elemento di una sfera unitaria; allora, poichè la funzione integranda è continua sia rispetto a R che rispetto alle variabili di integrazione ed i campi di integrazione sono tutti al finito, si avrà [6]:

$$\lim_{R=\infty} \int_{\Sigma} \varphi \frac{\partial \varphi}{\partial \nu} d\Sigma =$$

$$= \int_{\omega} d\omega \int_{\sigma} \int_{\sigma} d\sigma_{P_1} d\sigma_{P_2} \mu(P_1) \mu(P_2) \lim_{R=\infty} \left(-\frac{k}{a} + \frac{1}{r_2} \right) \frac{e^{-k\frac{r_1+r_2}{a}}}{r_1 r_2} \frac{\partial r_2}{\partial \nu} R^2 =$$

$$= \frac{k}{a} \lim_{R=\infty} \int_{\omega} d\omega \int_{\sigma} \int_{\sigma} d\sigma_{P_1} d\sigma_{P_2} \mu(P_1) \mu(P_2) e^{-k\frac{r_1+r_2}{a}} =$$

$$= \frac{k}{a} \lim_{R=\infty} \int_{\omega} d\omega \left[\int_{\sigma} d\sigma_{P_1} \mu(P_1) e^{-k\frac{r_1}{a}} \right]^2.$$

Dalla (5) discende allora subito:

$$k < 0.$$

Si conclude perciò in definitiva il Teorema seguente: *i moti quasi-liberi di un fluido elastico all'esterno di una superficie* σ *chiusa sono periodici o aperiodici di tipo smorzato.*

Pavia, 7 giugno 1918.

---

(5) Essendo $r_1 = | P_1 Q |$, $r_2 = | P_2 Q |$.

(6) Per i particolari di questo calcolo cfr. la mia nota già citata (4).

Contribuzione allo studio della "Monilia sitophila (Mont.) Sacc.„

Nota del Socio naz. resid. O. MATTIROLO

La Guerra (come del resto tutti i grandi rivolgimenti che determinano correnti di scambi e di commerci) si è sempre rivelata agente efficacissimo di trasporto di germi d'ogni specie.

La odierna immane tragedia che insanguina il mondo dovrà, anche per questo riguardo, essere segnalata in un prossimo avvenire, come agente di disseminazione di importanza grande, ed io non dubito di affermare che non tarderanno ad essere numerose le constatazioni di nuove specie importate nel nostro paese coi materiali che vi affluiscono dalle più lontane regioni.

La maggior parte di tali specie appariranno come meteore isolate, vi saranno segnalate per scomparire poi più o meno presto; mentre altre potranno trovare presso di noi condizioni adatte al loro sviluppo e a poco a poco si naturalizzeranno, come hanno fatto prima di loro centinaia di altre specie che ora hanno acquistato il diritto indiscutibile di dimora.

Gli esempi di queste immigrazioni non fanno difetto, nè credo sia qui il caso di trattenermi sopra fatti che ognuno può trovare largamente riferiti e documentati nella infinità di libri che si occupano di tali argomenti (1).

(1) Fra questi, interessantissimi sono i lavori di: GODRON, TOUCHY, COSSON, PLANCHON, GRENIER, ZIMMERMANN, BEHRENDSEN, NÆGELI, THELLUNG, FLAHAULT, GILLOT ecc. e la recente opera di TOUSSAINT, *Europe et Amérique (Nord-est) — Flores comparées comprenant tous les Genres Européens et Américains, les espèces communes aux deux contrées, naturalisées et cultivées*, Paris, 1912; e quella di A. BÉGUINOT ed O. MAZZA, *Le avventizie esotiche della Flora ital.*, " Nuovo Giorn. bot. ital. „ (Nuova Serie), vol. XXIII, N. 3, luglio 1916 (V. ivi la bibliografia).

Fra i vegetali che più si adattano a nuovi *habitat*, sono da annoverarsi gli inferiori, *Alghe, Funghi*, ecc., i quali, per la loro scarsa differenziazione, trovano più facilmente degli altri, si può dire quasi ovunque, condizioni convenienti alla loro vita.

È fra i Funghi che si trova il maggior numero di specie cosidette *cosmopolite*.

Sanno, più di tutti, gli agricoltori con quanta facilità i parassiti delle piante coltivate viaggino coll'uomo e si trasportino colle merci, ecc. ecc.

Il caso che io ho l'onore di segnalare oggi è una nuova dimostrazione della facilità dell'introduzione di nuovi germi operata da quel fattore al quale i naturalisti dànno il nome di *Antropico*; e, in questo nostro caso, il trasporto è stato indubbiamente operato dall'uomo, colla importazione dei semi e dei frutti alimentari.

La specie di cui discorrerò mi fu segnalata in quest'anno sopra il pane cosidetto di *munizione* adoperato per la nutrizione dei soldati.

Essa fu infatti già osservata a Torino due volte.

La prima sul pane dei soldati accasermati nei locali del R. Politecnico al Valentino, gettato dalle finestre del Palazzo nelle Ajole del R. Orto botanico della nostra Università.

La seconda sullo stesso *substratum* nella Caserma Lamarmora, ed ivi in quantità inquietante.

Sopra il pane il micelio e gli organi di moltiplicazione del fungo si svolgono in modo che il pane stesso si riveste in pochi giorni come di una muffa fitta di color ranciato di bellissimo aspetto.

Ho coltivato la specie sopra parecchi *substratum* (Gelatina peptonizzata, Agar, Pane, decotto di pane, ecc.) e ne ottenni rigogliosa la riproduzione conidiale in una quantità di culture così che oggi stimo opportuno di segnalarla ai micologi italiani, dopo averla comunicata al mio illustre amico Prof. P. A. SACCARDO, dal quale ebbi gentile eccitamento a scrivere questa breve illustrazione del fungo, che farò precedere da una rapida rivista della storia della specie *nuova* per la Flora italiana.

La prima volta il nostro fungo fu osservato sul pane d'uso militare, nell'anno 1841 dal Sig. M. ROUSSEL, Farmacista-capo a *Val de Grâce* in Francia.

Egli comunicò tale sua scoperta all'insigne micologo CAMILLO MONTAGNE, che ne curò lo studio di concerto col MAGENDIE.

Prima però che il lavoro di MONTAGNE fosse pubblicato, il DUMAS aveva egli pure notata la specie non soltanto sul pane, ma anche sulle farine, come sul frumento immagazzinato nei depositi militari francesi, dove si era riprodotta con inquietante prontezza, così da recare gravi danni.

Il MONTAGNE pubblicò la prima illustrazione della specie negli *Annales des Sciences naturelles* del 1843 (1), descrivendola sotto il nome di:

Penicillum sitophilum. Mont., derivando il nome da *Σίτος*, grano.

Dalla Memoria di MONTAGNE appare, che egli ritenne la specie *esotica*: *antea ut videtur non observatam, nullibi saltem, quod sciam, descriptam.* Egli non riferisce perciò dati relativi all'*Habitat*.

Lo stesso Autore nel 1856 nella *Sylloge* (2) indica invece più esattamente la località di stazione con queste parole:

Hab. in pane praesertim castrensi, nec non in tritico acervato et in similagine. Parisiis. Magendie.

Come sinonimo riferisce l'*Oidium aurantiacum* Lév. *secundum* cl. *Payen.*

Alcuni decenni dopo, nel 1882, P. A. SACCARDO in *Michelia* (3) al N. 1531, ricorda e descrive nuovamente il fungillo avuto dal THERRY di Lione, *in medulla panis corrupti, specimina pulcherrima* (N. 5090); però correggendo la classificazione del Montagne e indicando il fungillo col nome di:

Monilia sitophila (Mont.). Sacc.

e ricordando la sinonimia ammessa dal suo Autore.

Il SACCARDO aggiunse alla descrizione le misure tanto dei portaconidii (120-130. 12 μ) quanto dei conidii (10. 12 μ) diam.

---

(1) MONTAGNE C., *Quatrième Centurie des plantes cellulaires exotiques nouvelles*, Décades VIII, IX, X, " Annales des sciences naturelles ", II^{e} Série, tom. XX, 1843, pag. 377, N. 99.

(2) C. MONTAGNE, *Sylloge Generis specierumque Cryptogamarum*, Parisiis, 1856, pag. 301.

(3) P. A. SACCARDO, *Michelia*, pag. 359, vol. II. Patavii, 1882.

Più tardi, negli anni 1877-1886, per opera dello stesso Saccardo, la specie comparve delineata nei *Fungi italici autographice delineati* (*additis nonnullis extra-italicis asterisco notatis*) al N.850, colla indicazione dell'*habitat* Lionese.

Finalmente nei volumi della *Sylloge* (1886) P. A. Saccardo elencò la diagnosi della specie colle identiche parole riferite già nella Michelia e mantenendo lo stesso nome.

Ivi alla indicazione dell'*habitat* di *Lione* aggiunse quella di *Parigi.*

Nessun'altra indicazione io ho potuto trovare nei libri di Micologia speciale degli *Hyphomycetes.* La specie non appare citata nè dal Lindau (1), nè dal Ferraris (2).

Riassumendo: il nostro fungo fu osservato sinora soltanto in Francia ed ivi sullo stesso *substratum* sul quale io lo rinvenni a Torino nell'autunno 1917 e nella primavera 1918.

Indicazioni sulla probabile stazione di origine del micete, oltre alle citate, io non ho potuto trovare, per cui, da quanto ho riferito, credo lecito inferire che anche in Francia possa essere stato importato coi grani esteri; perocchè parrebbe cosa impossibile che un fungillo così nettamente caratterizzato, così evidente per il suo rigoglioso sviluppo e per il suo colore notevolissimo, non sia stato prima segnalato dai micologi Europei, ciò che sarebbe certamente avvenuto se la specie fosse indigena dei nostri paesi. Certo è che in Francia apparve due volte sole e tutte e due le volte su grani importati, adibiti ad uso militare.

Mi auguro che il cenno presente possa essere di incitamento a nuove ricerche, dalle quali, spero, potranno risultare indicazioni positive sulla patria della specie, di cui ecco la descrizione.

I conidii germinano colla massima facilità e prontezza, appena poche ore dopo la semina. Dalla sera al mattino i filamenti micelici (che si ramificano rigogliosamente dicotomizzandosi) lasciano già scorgere le aree di semina ad occhio nudo!

---

(1) Lindau, in *Rabenhorst-Kryptogamen Flora,* IX. Abth. *Fungi imperfecti.*

(2) T. Ferraris, *Flora italica cryptogama. Hyphales.* Rocca San Casciano, 1910.

Sotto al microscopio, ho calcolato una velocità di progressione dei filamenti uguale a circa 70 *micra* in un'ora!

La germinazione dei conidii ha luogo secondo le modalità descritte nei trattati, specialmente per il genere *Monilia* così diligentemente illustrate nei classici lavori di WORONIN.

Le ife risultanti dai conidii germinanti, si presentano già a poca distanza dal punto vegetativo, *settate*; esse corrono, si può dire, così velocemente sul *substratum* di coltura, dove si intrecciano, si aggrovigliano, riccamente ramificandosi, così da ricoprirlo in breve di uno fitto strato di muffa bianca.

Il diametro dei filamenti varia da 2 a 4-6 e + micra. In generale essi si presentano come bulbosi, presso i punti dove si ramificano, e qua e là rigonfi, a mo' di coroncine. Il contenuto è molto vacuolizzato, i setti assai vicini; la parete molto rifrangente.

I conidiofori cominciano a formarsi dopo uno o due giorni dalla semina; il loro sviluppo ricorda quanto già è stato descritto per le specie del *Genere* dal WORONIN e dal DE BARY, ecc.

I rametti si erigono verticalmente sul *substratum*; i conidii si originano secondo il tipo acrogeno solito; ma non si formano in generale se non quando il conidioforo si è già ripetutamente ramificato.

Gli articoli conidiferi terminali, che si vanno abbozzando al disotto dell'apice di vegetazione, a poco a poco si rigonfiano, e quindi si separano a guisa di coroncine e finalmente si distaccano, però senza la intromissione di quei " *disjunctores* „ curiosi, che il WORONIN ha descritto nelle forme conidiali della maggior parte delle sue *Sclerotiniae*.

Catenule infinite di conidii seriati moniliformi si formano a questo modo ed è appunto alla loro presenza, in numero colossale, che si devono le colorazioni delle aree occupate dal fungo.

I conidii così formati variano assai nei loro contorni, imperocchè, quantunque normalmente dimostrino forma globosa, pure molti di essi assumono parvenze e dimensioni differenti dalle normali.

Alcuni sono ovati, altri trapezoidali, altri limoniformi, quasi triangolari, allungati, rettangolari, ecc., come del resto si osserva nei conidii delle altre specie del Genere e del

Genere *Oidium*. Le misurazioni mi hanno dato una media di 8 a 12 μ di lunghezza per 6 a 8 di larghezza; in genere misurano 10 × 8 μ.

Il contenuto conidiale è molto vacuolizzato, formato da materiali plasmatici e oleosi; accompagnato da un nucleo assai piccolo che si può riconoscere coll'impiego del carmino. La membrana conidiale è netta e rifrangente.

I conidii sono leggerissimamente colorati, e quasi si potrebbero dire incolori. Dapprima, riunendosi i conidiofori in agglomerazioni diffuse, fioccose non compatte, la muffa assume un color roseo, che a poco a poco diventa più carico, poi rosso spiccato e finalmente ranciato. La successione di queste tinte sul *substratum* è di un bellissimo effetto.

Solo in certe condizioni di cultura, come nei tubi da saggio, ove l'accesso dell'aria è limitato, i colori rimangono sbiaditi, mentre invece in queste condizioni ha maggiore sviluppo il micelio sterile bianco.

La *Monilia sitophila* si comporta nelle colture come le specie *saprofite*, ed il suo micelio si estende sulla superficie dei *substrati* di cultura.

Sul pane, il micelio stesso si insinua sulle crepature interne, lungo la superficie delle cavità (che in esso si formano per effetto della lievitazione e della panificazione), e che a poco a poco interseca, invadendo tutta la pasta. I conidiofori si svolgono soltanto in contatto dell'aria, sopra aree talora assai vaste, così che la superficie di rottura del pane assume un bel colore rosso ranciato, e si ricopre di una polvere dello stesso colore, dovuta alla presenza di una massa enorme di conidii e di catenule conidiali che il vento facilmente dissemina.

Il colore rosso-ranciato caratteristico, a poco a poco diminuisce di intensità allorquando le culture si lasciano esposte alla luce diretta.

Tutti i molteplici tentativi intesi ad ottenere una *riproduzione* del fungo, indispensabile per determinare la sua vera posizione sistematica, non ebbero risultato.

Per quante prove io abbia fatto non riescii che ad ottenere la forma conidica, la quale si svolse sempre colle modalità ora ricordate.

Nello stato presente della Scienza (quantunque questa sistemazione sia da ritenersi come transitoria), la *Monilia sitophila* va compresa fra gli *Hyphomycetes*, ordine dei cosidetti *Fungi imperfecti*, nei quali necessariamente, *pro tempore*, i micologi riuniscono forme conidiali o secondarie, specialmente di *Ascomycetes* e di *Basidiomycetes*.

La *Monilia sitophila*, come le sue congeneri, aventi analogo tipo di moltiplicazione conidiale, dovrà certamente prender posto fra gli *Ascomycetes* e più propriamente fra i Generi delle *Pezizaceae*; ma questa sistemazione definitiva non potrà avvenire se non quando sarà nota la forma perfetta, che non ha voluto ancora rivelarsi.

Fondamenti della geometria proiettivo-differenziale di una superficie

Nota di GUIDO FUBINI

§ 1. — In due note di ugual titolo in corso di stampa nei " Rendiconti della R. Accademia dei Lincei „ mi sono occupato dei fondamenti analitici della geometria proiettivo-differenziale di una superficie, cioè dello studio delle proprietà differenziali di una superficie, invarianti per collineazioni.

Qui riassumerò brevemente le prime applicazioni geometriche di tali studi, che ci faranno vedere come al campo proiettivo si possano estendere i concetti di curvatura, e torsione geodetica, di linee di curvatura, di curvatura totale d'una superficie, del triedro mobile di Darboux, Ribaucour e Cesaro, ecc. ecc.

Si escludono le superficie *sviluppabili*, e assai spesso anche le rigate, per cui la teoria è ben più semplice.

Nelle Note cit. abbiamo provato l'esistenza di una forma

$$\varphi_2 = a_{11}\,du^2 + 2\,a_{12}\,du\,dv + a_{22}\,dv^2 \tag{1}$$

$$\nabla = a_{11}\,a_{22} - a_{12}^2 \neq 0$$

nelle variabili curvilinee $u = u_1$, $v = u_2$, di significato *intrinseco* (cioè indipendente dalla particolare scelta delle linee coordinate) ed *invariante* per collineazioni. Essa, uguagliata a zero, definisce le assintotiche, ed è perciò proporzionale alla ben nota seconda forma di Gauss $D\,du^2 + 2D'\,du\,dv + D''\,dv^2$; da cui si deduce, moltiplicando per un fattore N, di cui parleremo più avanti.

Si possono *normare* le coordinate omogenee x, y, z, t di un punto della superficie così che (*)

$$\frac{1}{\sqrt{\nabla}}(x, x_1, x_2, d^2x) = \varphi_2 . \tag{2}$$

Dalle coordinate *cartesiane* x, y, z, $t = 1$ si passa a tali coordinate *normali*, moltiplicandole per un fattore ρ determinato dalla $\rho^2 = N\sqrt[4]{K}$ (essendo K la curvatura totale della superficie). Una collineazione tra due superficie è determinata da una trasform. lineare a coefficienti *costanti* a determinante *unità* sulle coordinate *normali* (senza bisogno di ricorrere a un fattore di proporzionalità, che *potrebbe essere funzione delle* u, v). In modo simile si definiscono coordinate *normali di piano*, che si deducono dalle *cartesiane* (coseni direttori X, Y, Z, e $-W$, ove W è la distanza dall'origine) moltiplicandole per ρ_1, ove $\rho_1^2 = N:\sqrt[4]{K}$. La forma φ_2 *si può definire anche mediante queste coord. normali di piano*: essa è perciò *invariante* anche per reciprocità.

§ 2. **Metrica proiettiva**. — Ora sorge spontanea l'idea di addottare φ_2 come *elemento lineare di una geometria metrica sulla nostra superficie*: geometria metrica, che sarà *invariante per collineazioni* (ed anche per *reciprocità* e per *deformazioni proiettive*). Non già che questa proprietà sia caratteristica per la geometria definita da φ_2: anche le altre forme quadratiche definite loc. cit. (p. es. la forma ottenuta moltiplicando φ_2 per la sua curvatura) possono servire allo stesso scopo; ma con quanta maggior complicazione!

Si potrebbe considerare anche un'altra geom. metrica, abbastanza semplice, ma ben *differente* dalle geometrie metriche classiche: quella definita assumendo ad elemento lineare ds la $\sqrt[3]{\varphi_3}$, dove φ_3 è la forma cubica definita loc. cit. E si otterrebbe anche qualche semplice risultato: il grave inconveniente

(*) Con (x, x_1, x_2, d^2x) indico il determinante, la cui prima riga è formata dagli elementi x, $\frac{\partial x}{\partial u}$, $\frac{\partial x}{\partial v}$, d^2x; e le altre righe si ottengono sostituendo ordinatamente y, z, t alla x. Con notazioni analoghe indico determinanti analoghi.

sarebbe però quello che le geodetiche di tale metrica, per cui è minimo lo $\int \sqrt[3]{\varphi_3}$, soddisferebbero a un'equazione differenziale, che avrebbe le assintotiche come linee singolari.

Indicati con $\delta^2 u$, $\delta^2 v$ i differenziali secondi *controvarianti* (loc. cit.) delle u, v, le linee geodetiche nella nostra metrica sono quelle per cui è nulla l'espressione *intrinseca*

$$\sqrt{-\nabla}\,(du\,\delta^2 v - dv\,\delta^2 u). \tag{3}$$

Noi senz'altro, indicando con $\bar{g}_3$ una forma cubica di significato *intrinseco,* scriveremo $\bar{g}_3 = \bar{\psi}_3 + l\varphi_2\bar{g}_1$, ove $\bar{\psi}_3$ è coniugata a φ_2 (cioè ha lo Hessiano proporzionale a φ_2), ed $l\bar{g}_1$ è quindi necessariamente una forma covariante di primo grado. (Con l indico un fattore numerico).

E studieremo tutte le curve, per cui

$$\sqrt{-\nabla}\,(du\,\delta^2 v - dv\,\delta^2 u) = \bar{\psi}_3 + l\varphi_2\bar{g}_1 \tag{4}$$

Essendo questa equazione intrinseca, possiamo (con qualche lieve semplificazione di calcoli) assumere come linee u, v le assintotiche. In tal caso (loc. cit.)

$$\varphi_2 = 2\beta\gamma\,du\,dv; \qquad \varphi_3 = 2\beta\gamma\,(\beta du^3 + \gamma dv^3);$$
$$\bar{\varphi}_3 = 2\beta\gamma\,(\beta du^3 - \gamma dv^3) \ (*)$$

sono le forme che definiscono la superficie a meno di una deformazione proiettiva, cosicchè $N = \frac{\beta\gamma}{D'}$. Porremo

$$\bar{\psi}_3 = \lambda_1 du^3 - \lambda_2 dv^3 \qquad \bar{g}_1 = h_1 du - h_2 dv. \tag{5}$$

Per vedere il significato geometrico delle curve che soddisfano a (4) consideriamo il sistema ∞^1 di quelle tra esse che escono da un punto (x, y, z, t) della nostra superficie; e cerchiamo l'in-

(*) Si possono definire β, γ come i valori di $\left\{ {11 \atop 2} \right\}$ e $\left\{ {22 \atop 1} \right\}$ per l'elemento lineare di Gauss (si potrebbe ricorrere anche all'immagine sferica).

viluppo dei loro piani osculatori in A. Indicate con x_{rs} derivate *covarianti* (rispetto a φ_2), un tale piano osculatore contiene i punti (che indichiamo, assegnandone la sola prima coordinata)

$$x,\ dx,\ d^2x = x_1\,\delta^2u + x_2\,\delta^2v + x_{11}\,du^2 + 2\,\frac{\partial^2 x}{\partial u\,\partial v}\,du\,dv + x_{22}\,dv^2.$$

Indicando con lettere maiuscole le coordinate correnti, ricordando (loc. cit.) che le coordinate normali soddisfano alle

$$(6) \qquad x_{11} = \beta x_2 + nx \qquad x_{22} = \gamma x_1 + \nu x \quad (*)$$

troviamo che l'equazione di tale piano osculatore è

$$0 = (X, x, x_1, x_2)\left[(du\,\delta^2 v - dv\,\delta^2 u) + \beta\,du^3 - \gamma\,dv^3\right] + \\ + 2\left[(X, x, x_1, x_{12})\,du + (X, x, x_2, x_{12})\,dv\right] du\,dv$$

ossia

$$(7) \qquad 0 = T(\psi_3 + l\bar{g}_1\varphi_2 + \varphi_3) + \varphi_2(N_1\,du + N_2\,dv)$$

ove

$$T = (X, x, x_1, x_2); \qquad N_1 = (X, x, x_1, x_{12}); \qquad N_2 = (X, x, x_2, x_{12}).$$

Notisi che $T = 0$ è il piano tangente in A alla superficie; i piani $N = 0$ passano ciascuno per una tangente assintotica.

Caso 1°. — È $\bar\psi_3 = -\bar\varphi_3$. In tale caso i piani (7) formano *un fascio* (come avviene dei piani osculatori alle geodetiche ordinarie). L'asse di tale fascio è dato dall'intersezione dei piani

$$(8) \qquad lh_1 T + N_1 = 0 \qquad -lh_2 T + N_2 = 0$$

ossia

$$(X, x, x_1, x_{12} + lh_1 x_2 + lh_2 x_1) = 0$$
$$(X, x, x_2, x_{12} + lh_2 x_1 + lh_1 x_2) = 0.$$

Perciò tale retta è il luogo dei punti:

$$(8)^{bis} \qquad \lambda x + \mu(x_{12} + lh_1 x_2 + lh_2 x_1) \qquad (\lambda,\ \mu \text{ parametri variabili}).$$

Questa retta, al variare di l, *descrive un fascio di rette, il cui piano incontra il piano tangente alla superficie nella retta tangente alla curva* $\bar g_1 = 0$.

(*) È superfluo per noi scrivere i valori effettivi di n, ν.

Consideriamo la congruenza formata da queste rette (una per ogni punto A della superficie, quando si dia ad l un valore costante). Le sue sviluppabili sono definite dall'equazione:

$$(x; dx; x_{12} + lh_1 x_2 + lh_2 x_1; d[x_{12} + lh_1 x_2 + lh_2 x_1]) = 0.$$

Tenendo conto di (6), questa equazione diventa:

$$(9) \quad \left(n + \beta \frac{\partial \log \beta^2\gamma}{\partial v}\right) du^2 - \left(\nu + \gamma \frac{\partial \log \beta\gamma^2}{\partial u}\right) dv^2$$
$$+ l \left\{ \begin{pmatrix} h_2\beta - h_1 \frac{\partial \log \beta\gamma}{\partial u} - lh_1^2 \\ + \frac{\partial h_1}{\partial u} \end{pmatrix} du^2 - \begin{pmatrix} h_1\gamma - h_2 \frac{\partial \log \beta\gamma}{\partial v} - lh_2^2 \\ + \frac{\partial h_2}{\partial v} \end{pmatrix} dv^2 \right\}$$
$$+ l \left(\frac{\partial h_1}{\partial v} - \frac{\partial h_2}{\partial u}\right) du\, dv = 0.$$

Il primo termine non è che la terza forma necessaria per determinare una superficie a meno di una collineazione (loc. cit.), *che qui viene ritrovata per nuova via* (indipendente dal valore di $\bar{g}_1$ e di ψ_3). Il terzo termine ci dice: *Le sviluppabili di tale congruenza tagliano la superficie in un sistema coniugato allora e allora soltanto che* $lg_1 = l(h_1 du + h_2 dv)$ *è un differenziale esatto* (*condizione sempre soddisfatta se* $l = 0$, *ossia se* $\bar{g}_3$ *è coniugata di* φ_2).

Tra le forme g_1, $\bar{g}_1$ covarianti del primo ordine più semplici vi è (loc. cit.) quella ottenuta ponendo $h_1 = \frac{\partial \log \beta\gamma^2}{\partial u}$, $h_2 = \frac{\partial \log \gamma\beta^2}{\partial v}$. Posto $x = \sqrt{\beta\gamma}\,\bar{x}$, e analoghe, la nostra retta diventa il luogo dei punti $\left(\text{supposto } l = -\frac{1}{2}\right)$

$$\lambda \bar{x} + \mu \left(\frac{\partial^2 \bar{x}}{\partial u \partial v} - \frac{1}{2} \frac{\partial \log \beta}{\partial u} \bar{x}_v - \frac{1}{2} \frac{\partial \log \gamma}{\partial v} \bar{x}_u\right)$$

che è la *retta di Wilczinsky* (una delle direttrici della congruenza intersezione dei complessi lineari osculatori alle assintotiche) (*).

(*) Cfr. " Trans. of the Amer. Math. Soc. ", tomo 9, pag. 95. Il Wilczynski indica con y il nostro $\bar{x}$, con $-2b$ e $-2a'$ i nostri β, γ.

Queste coordinate di Wilczynski non sono però, come le nostre, di significato intrinseco.

Caso 2°. — Se $\psi_3 + \bar{\varphi}_3 \neq 0$, i piani osculatori (7) generano *un cono razionale di terza classe e di quarto grado, la cui equazione si ottiene uguagliando a zero il discriminante del secondo membro di* (7), *pensato come forma cubica nelle* du, dv. Indicando con $\xi N_1 + \eta N_2 + \zeta T = 0$ l'equazione di un piano qualunque della stella di vertice A, le coordinate ξ, η, ζ di un piano tangente al nostro cono sono date da:

$$\zeta = a\,du^3 - b\,dv^3 + 2\beta\gamma\,du\,dv\,(h_1\,du - h_2\,dv)\,l;$$
$$\xi = 2\beta\gamma\,du^2\,dv; \qquad \eta = 2\beta\gamma\,du\,dv^2$$
$$(\text{si è posto } \bar{\psi}_3 + \bar{\varphi}_3 = a\,du^3 - b\,dv^3).$$

L'equazione del nostro cono in coordinate di piano è pertanto:

$$(\zeta - l h_1 \xi + l h_2 \eta)\,\xi\eta = 2\beta\gamma\,(a\xi^3 - b\eta^3). \tag{10}$$

Questo cono ha dunque tre *cuspidi*; *i piani tangenti cuspidali si intersecano sulla retta* $\zeta - l h_1 \xi + l h_2 \eta = 0$, che in coordinate di punto ha per equazioni

$$N_1 + l h_1 T = 0 \qquad N_2 - l h_2 T = 0\,,$$

che non dipende da ψ_3, *e che coincide proprio con la retta* (8) *precedentemente studiata! I piani cuspidali del cono incontrano poi il piano tangente alla superficie sulle rette* $a\xi^3 - b\eta^3 = 0$, *che sono le tangenti alle curve definite dalla* $\bar{\psi}_3 + \bar{\varphi}_3 = 0$. *Tali coni poi hanno il piano tangente* $T = 0$ *della superficie come piano bitangente, e lo toccano nelle tangenti assintotiche.*

Posto $\bar{\psi}_3 = 0$, $\bar{g}_1 = 0$, abbiamo che:

I piani osculatori delle geodetiche nella metrica (1) *uscenti da un punto* A *della nostra superficie inviluppano un cono razionale di terza classe e quart'ordine, che è bitangente al piano tangente della superficie lungo le direzioni assintotiche; i tre piani cuspidali tagliano il piano tangente nelle tangenti alle linee definite da* $\varphi_3 = 0$ (*secondo sistema di linee di Segre*) *e si intersecano lungo la retta* $N_1 = N_2 = 0$. *Le sviluppabili della congruenza generata da queste rette tagliano la superficie secondo un sistema*

coniugato ed hanno per equazione quella che si ottiene uguagliando a zero la terza forma fondamentale della superficie

$$\left(n + \beta \frac{\partial \log \beta^2 \gamma}{\partial v}\right) du^2 + \left(\nu + \gamma \frac{\partial \log \beta \gamma^2}{\partial u}\right) dv^2.$$

Pare dunque che a tale retta si possa dare il nome di retta N (generalizzazione della *normale*) (come vedremo altrove, essa ha molte proprietà della normale ordinaria); a tale sistema coniugato il nome di sistema C (generalizzazione delle linee di *curvatura*).

Se indichiamo con $x + \sigma_r \frac{x_{12}}{\beta\gamma}$ $(r = 1, 2)$ la prima delle coordinate omogenee dei due fuochi (punti ove la retta N tocca il suo inviluppo), le σ_1, σ_2 hanno significato intrinseco, e sono l'analogo intrinseco dei *raggi di curvatura*. Se chiamiamo *curvatura proiettiva media* la $\frac{1}{\sigma_1} + \frac{1}{\sigma_2} + 2$, troviamo facilmente che essa vale $-\frac{2}{\beta\gamma} \frac{\partial^2 \log \beta\gamma}{\partial u \, \partial v}$, cioè vale meno *il doppio della curvatura totale della forma* φ_2. Questo teorema ricorda il noto teorema sulla curvatura totale metrica di una superficie come curvatura dell'elemento lineare di Gauss.

La retta N, *la retta di Wilczinsky, insieme alle tangenti assintotiche* (tutte rette *intrinseche*, e di significato invariante per collineazioni) *formano un tetraedro, che è l'analogo nel classico triedro mobile della ordinaria geom. differenziale.*

§ 3. **Curvatura assintotica.** — Il più semplice invariante (per collineazioni) di una curva della superficie, che abbia significato intrinseco e che sia di secondo ordine, è evidentemente

$$\sqrt{-\nabla} \frac{du\, \delta^2 v - dv\, \delta^2 u}{\varphi^{2\frac{3}{2}}},$$

che noi chiameremo la curvatura assintotica $\frac{1}{\rho_a}$.

Varrà dunque la:

$$\sqrt{-\nabla}\, (du\, \delta^2 v - dv\, \delta^2 u) = \frac{d\sigma^3}{\rho_a} \qquad (\text{se } d\sigma = \sqrt{\varphi_2}).$$

Esso è l'analogo dell'ordinaria curvatura geodetica: il nome di *assintotica* mi pare ricordi bene che esso è la curvatura geo-

detica della curva su una superficie per cui $d\sigma^2 = \varphi_2$ è l'elemento lineare; (notisi che $\varphi_2 = 0$ definisce le *assintotiche*).

Che relazione passa tra la curvatura assintotica $\frac{1}{\rho_a}$ e la curvatura geodetica $\frac{1}{\rho_g}$? (*)

È facile riconoscere (assumendo le assintotiche a linee coordinate) che:

$$\left(N\sqrt{K}\frac{ds^3}{\rho_g} - \frac{d\sigma^3}{\rho_a}\right) = \beta\gamma\left[\beta du^3 - \gamma dv^3 - \left(2\frac{\partial \log \rho}{\partial v}dv - 2\frac{\partial \log \rho}{\partial u}du\right)du\,dv\right]$$
$$= \bar{\varphi}_3 - \left(\frac{\partial \log \rho}{\partial v}dv - \frac{\partial \log \rho}{\partial u}du\right)\varphi_2 .$$

Ricordando che φ_2, φ_3 sono invarianti per collineazioni, e che due superficie aventi comuni le forme φ_2 e φ_3 o sono collineari, o sono proiettivamente applicabili, abbiamo che: *Su due superficie collineari la* $N\sqrt{K}\frac{ds^3}{\rho_g}$ *ha valori, che differiscono soltanto per una forma divisibile per* φ_2; *cioè la espressione* $N\sqrt{K}\frac{ds^3}{\rho_g}$ *ha valori uguali per curve omologhe tangenti alle assintotiche.* Questa condizione (necessaria per la collinearità) è sufficiente per l'applicabilità proiettiva. Perciò: *Due superficie, aventi la stessa forma* φ_2, *sono proiettivamente applicabili se* $N\sqrt{K}\frac{ds^3}{\rho_g}$ *ha valori uguali per curve omologhe tangenti alle assintotiche, cioè se i valori di* $N\sqrt{K}\frac{ds^3}{\rho_g}$, *calcolati per due curve omologhe qualsiasi,*

(*) Ricordo che, se $\sqrt{H}$ è il discriminante ed $\left\{ {rs \atop t} \right\}$ sono i simboli di Christoffel di seconda specie per l'elemento lineare di Gauss, allora $\left(\text{ricordando il valore di } N = \frac{\beta\gamma}{D'} = \frac{1}{D'}\left\{ {11 \atop 2} \right\}\left\{ {22 \atop 1} \right\}\right)$ è in coordinate assintotiche

$$N\sqrt{K}\frac{ds^3}{\rho_g} = \beta\gamma\left[du\,d^2v - dv\,d^2u + \beta du^3 - \gamma dv^3 + \right.$$
$$\left. + \left\{\left(\left\{ {22 \atop 2} \right\} - 2\left\{ {12 \atop 1} \right\}\right)dv - \left(\left\{ {11 \atop 1} \right\} - 2\left\{ {12 \atop 2} \right\}\right)du\right\} du\,dv\right].$$

Ricordo che $\rho^2 = N:\sqrt{K}$, cosicchè $-2\rho_u : \rho = \left\{ {11 \atop 1} \right\} - 2\left\{ {12 \atop 2} \right\} - \frac{\partial \log \beta\gamma}{\partial u}$ e che $-2\rho_v : \rho = \left\{ {22 \atop 2} \right\} - 2\left\{ {12 \atop 1} \right\} - \frac{\partial \log \beta\gamma}{\partial v}$.

hanno per differenza una forma divisibile per la seconda forma di Gauss.

Indicati con $\left\{ {ih \atop k} \right\}$ i simboli di Christoffel di 2ª specie per l'elemento lineare di Gauss, si ponga in coordinate curvilinee u, v generiche

$$(11) \begin{cases} \dfrac{\left\{ {11 \atop 2} \right\}}{D} = k, \quad \dfrac{\left\{ {22 \atop 1} \right\}}{D''} = h; \quad \left\{ {11 \atop 1} \right\} - hD = 2\pi'; \quad \left\{ {12 \atop 2} \right\} - kD' = \pi; \\ \left\{ {22 \atop 2} \right\} - kD'' = 2\kappa'; \quad \left\{ {12 \atop 1} \right\} - hD' = \kappa. \end{cases}$$

Il precedente risultato si enuncia: *Condizione necessaria e sufficiente per l'applicabilità proiettiva di due superficie, che hanno proporzionali le seconde forme di Gauss* (cioè che hanno le assintotiche come curve omologhe) *è che le* $\pi - \pi'$ *e* $\kappa - \kappa'$ *abbiano valori uguali in punti omologhi delle due superficie.* In altre parole: *Se per una superficie è data la forma* $F_2 = \frac{\varphi_2}{N} = D du^2 + 2 D' du dv + D'' dv^2$ *di Gauss, e sono date le* $\pi - \pi'$ *e* $\kappa - \kappa'$, *ne resta determinata anche la forma* $F_3 = \frac{1}{N} \varphi_3$ (*).

(*) Ciò si può provare direttamente: In virtù di (11) le equazioni di Codazzi dànno:

$$\frac{\partial D}{\partial v} - \frac{\partial D'}{\partial u} - 2(\pi - \pi') D' = D(\kappa - kD'' - hD') - D'(\pi - hD - kD').$$
$$\frac{\partial D''}{\partial u} - \frac{\partial D'}{\partial v} - 2(\kappa - \kappa') D' = - D'(\kappa - kD'' - hD') + D''(\pi - hD - kD').$$

Quindi, se la superficie non è *sviluppabile*, e perciò $DD'' - D'^2 \neq 0$, se ne possono dedurre $\kappa - kD'' - hD'$ e $\pi - hD - kD'$ espressi mediante le D, e le $\pi - \pi'$, $\kappa - \kappa'$. Ora F_3 non è che $-\delta F_2 + \frac{3}{4} F_2 \log K$ (loc. cit.), ove δF_2 è la derivata covariante di F_2 rispetto all'elemente lineare di Gauss.

Posto $F_3 = \Sigma\, C_{rst}\, du_r\, du_s\, du_t$, è facile, in virtù dell'osservazione precedente, calcolare tutti i coefficienti C_{rst}. Così p. es. si trova

$$C_{111} = \frac{\partial D}{\partial u} + D\left[(\pi - \pi') - \frac{3}{4}\,\frac{\partial \log (DD'' - D'^2)}{\partial u}\right] + \frac{1}{2}\, D(\pi - hD - kD')$$

e analoghe per le altre C_{rst}.

Ne risulta appunto che tutti questi coefficienti sono determinati dalle D e da $\pi - \pi'$, $\kappa - \kappa'$.

§ 4. **Torsione proiettiva e assintotica.** — Per una linea posta sulla superficie la più semplice espressione *intrinseca* del terzo ordine (che cioè dipenda dai differenziali terzi), e che sia invariante per collineazioni, è (cfr. loc. cit.)

$$\frac{S_p}{\varphi_2^3} = \frac{1}{\varphi_2^3} N^2 \sqrt{K} \frac{1}{T} \frac{ds^6}{R^3} = \frac{\sqrt{K}}{N} \frac{1}{T} \frac{R_n^3}{R^3}$$

(K = curvatura totale; $\frac{1}{T}$, $\frac{1}{R}$, $\frac{1}{R_n}$ = torsione, curvatura, curvatura normale).

Essa non è che l'ordinaria *torsione*, moltiplicata per un fattore tale da renderla invariante per *collineazioni*. Io la chiamerei pertanto la *torsione proiettiva* $\frac{1}{T_p}$.

Ricordiamo che dalle formole di loc. cit. segue

$$\frac{1}{T_p} = \frac{1}{\varphi_2^3} \Big\{ - d\left[\sqrt{-\nabla}\,(du\, \delta^2 v - dv\, \delta^2 u)\right] \varphi_2 + \\ + \sqrt{-\nabla}\,(du\, \delta^2 v - dv\, \delta^2 u)\left(\frac{3}{2}\, d\varphi_2 + \varphi_3\right) + P_6 \Big\},$$

dove con P_6 indico un'espressione di primo ordine e sesto grado, la cui importanza è stata riconosciuta al loc. cit. [Ivi essa era indicata con $(x, dx, D_2 x, D_3 x)$]. Quale ne è il significato geometrico? Evidentemente $\frac{P_6}{\varphi_2^3}$ non è che la torsione *proiettiva* della geodetica (nella nostra metrica (1)) tangente alla linea data. Essa non è pertanto che la generalizzazione della *torsione geodetica* e quindi a buon diritto si può chiamare la *torsione assintotica* $\frac{1}{T_a}$ della curva; che sarà invariante per collineazioni, e, come la torsione geodetica, dipenderà dai soli differenziali primi. Essendo P_6 di sesto grado, essa ha per *indicatrice* una curva di sesto ordine.

La formola precedente diventa semplicemente:

$$\frac{1}{T_p} = - \frac{d\left(\frac{1}{\rho_a}\right)}{\sqrt{\varphi_2}} + \frac{1}{\rho_a} \frac{\varphi_3}{\sqrt{\varphi_2^3}} + \frac{1}{T_a}$$

che dà un'espressione semplice di $\frac{1}{T_p}$ espressa mediante le forme fondamentali della superficie.

§ 5. **Considerazioni duali.** — È facilissimo, e interessante, svolgere tutte le considerazioni duali di quelle qui svolte, e confrontarle con queste.

Come una forma $\bar{g}_1 = h_1 du - h_2 dv$ covariante del primo ordine individua una retta r (data dalle $(8)^{bis}$) uscente da ogni punto A della superficie, così essa individua pure una retta r' posta nel piano tangente ad A, come si riconosce con ragionamenti duali. Tale retta r' è definita in *coordinate normali di piano* da formole affatto simili alle $(8)^{bis}$, scritte in coordinate *di punto* (pure normali). Questa corrispondenza duale tra le rette uscenti da A e le rette poste nel piano tangente in A ammette due definizioni, una duale dell'altra, e di cui basterà pertanto scrivere una. Consideriamo tutte le curve Γ tracciate sulla superficie, che escono da A, e i cui piani osculatori passano per r. Consideriamo ora l'elemento reciproco di tali piani osculatori; cioè consideriamo i piani tangenti alla superficie in ogni punto di tale curva, e lo spigolo di regresso della sviluppabile così generata. Il punto A' di tale spigolo di regresso, che corrisponde al punto A, genera, al variare della curva Γ, una cubica razionale posta nel piano tangente in A. La retta r' è la retta, che congiunge i tre flessi di questa cubica. (Nelle pag. precedenti si considerava la retta duale, in cui si incontravano i piani cuspidali di un certo cono di terza classe). Alle sviluppabili di una congruenza di rette r corrisponderanno le sviluppabili della congruenza di rette r': alle quali corrisponderà sulla superficie un sistema coniugato, se g_1 è un differenziale esatto. Ciò, che avviene p. es. se la retta r è la normale alla superficie. La retta duale (assunto il punto A come origine e la normale r come asse delle z) ha come equazione nel piano tangente (adottati i simboli delle classiche *Lezioni di Geom. differenziale* del prof. L. Bianchi e indicate con ξ, η le coordinate correnti):

$$\left[\begin{Bmatrix}12\\2\end{Bmatrix}' X_v + \begin{Bmatrix}12\\1\end{Bmatrix}' X_u\right] \xi + \left[\begin{Bmatrix}12\\2\end{Bmatrix}' Y_v + \begin{Bmatrix}12\\1\end{Bmatrix}' Y_u\right] \eta + D' = 0$$

(se le u, v sono assintotiche), ossia

$$\xi \nabla (\log K, x) + \eta \nabla (\log K, y) = 4$$

in coordinate u, v qualsiasi (se ∇ è il noto parametro relativo all'elemento lineare). Questa retta ha notevoli proprietà metriche, che varrà la pena di approfondire: p. es. *essa è all'* ∞ *per tutte e sole le superficie a curvatura costante*; p. es. *la sua posizione sul piano tangente non varia deformando* (in senso metrico) *la superficie.*

La prima di queste proposizioni dà, si può dire, una definizione proiettiva delle superficie a curvatura costante; può essere forse interessante lo studiare in generale la congruenza di queste rette, duali delle normali.

Calcolo delle parentesi

Nota di Dott. PAOLINA QUARRA

In virtù della proprietà associativa, la somma di tre numeri, in dato ordine, si può eseguire in due modi differenti.

$$(a + b) + c = a + (b + c).$$

La somma di 4 numeri si può eseguire in 5 modi e così via.

Invece del segno $+$, si può leggere — o $\times$, ecc. e si avranno, a seconda della posizione delle parentesi, varie formule, che potranno avere lo stesso valore se l'operazione è associativa, o valori in tutto o in parte differenti.

In generale, abbiansi degli enti $a, b, c \ldots$ e supponiamo che l'apposizione di due enti ab indichi un nuovo ente del sistema: per esempio la loro somma. Io mi propongo di calcolare il numero degli aggruppamenti che nell'apposizione di più lettere risultano dalle varie posizioni delle parentesi.

Con uno o due enti, a e ab, le parentesi non si possono usare. Con tre enti si hanno le due decomposizioni: $(ab)\,c$ e $a\,(bc)$.

Con 4 enti si hanno i 5 aggruppamenti:

$$[(ab)\,c]\,d, \quad [a\,(bc)]\,d, \quad (ab)\,(cd), \quad a\,[(bc)\,d], \quad a\,[(b\,(cd)]$$

e così via.

Sia p_n il numero degli aggruppamenti differenti che colla successione di n lettere possono risultare dalle parentesi. Sarà:

$$p_1 = 1 \qquad p_2 = 1 \qquad p_3 = 2p_1p_2 = 2$$
$$p_4 = 2p_3p_1 + p_2^2 = 5 \qquad p_5 = 2\,(p_4p_1 + p_2p_3) = 14$$
$$p_6 = 2\,(p_5p_1 + p_4p_2) + p_3^2 = 42 \,\ldots\ldots$$

Un aggruppamento di n lettere si può scindere o nell'aggruppamento delle prime $n-1$ lettere seguìto dall'ultima lettera, o nell'aggruppamento delle prime $n-2$ lettere seguìto dall'aggruppamento delle ultime due, o da un aggruppamento delle prime $n-3$ lettere seguìto da un aggruppamento delle tre ultime, e così via. Si ha così la formula ricorrente:

$$(1) \qquad p_n = p_{n-1}p_1 + p_{n-2}p_2 + p_{n-3}p_3 + \dots + p_1 p_{n-1}$$

dalla quale si possono ricavare i valori già ricavati precedentemente:

$$\begin{aligned} p_4 &= 2\times1 + 1\times1 + 1\times2 = 5 \\ p_5 &= 5\times1 + 2\times1 + 1\times2 + 1\times5 = 14 \\ p_6 &= 14\times1 + 5\times1 + 2\times2 + 1\times5 + 1\times14 = 42 \\ &\dots\dots\dots\dots\dots \end{aligned}$$

Volendo la formula che dà esplicitamente p_n considero la serie:

$$fx = p_1 x + p_2 x^2 + p_3 x^3 + \dots$$

Elevo a quadrato:

$$\begin{aligned} (fx)^2 = p_1^2 x^2 &+ (p_1 p_2 + p_2 p_1)\, x^3 + (p_1 p_3 + p_2 p_2 + p_3 p_1)\, x^4 + \dots \\ &+ (p_{n-1}p_1 + p_{n-2}p_2 + \dots + p_1 p_{n-1})\, x^n + \dots, \end{aligned}$$

ossia, in virtù della formula ricorrente,

$$(fx)^2 = p_2 x^2 + p_3 x^3 + p_4 x^4 + \dots + p_n x^n + \dots$$

ovvero:

$$(fx)^2 = fx - x,$$

essendo $p_1 = 1$.

Dall'equazione $(fx)^2 - fx + x = 0$ di secondo grado in fx ricavo:

$$fx = 1/2 \pm \sqrt{(1/4 - x)}.$$

Siccome $f0 = 0$, debbo scegliere il segno $-$, poichè col segno $+$ si avrebbe $f0 = 1$.

Dunque

$$fx = [1 - \sqrt{(1-4x)}]/2.$$

Sviluppo il radicale con la formula del binomio di Newton:

$$fx = \frac{1}{2}\left(1 - 1 + \frac{1}{2}\,4x + \frac{1}{2.4}\,4^2x^2 + \frac{1.3}{2.4.6}\,4^3x^3 + \ldots\right)$$

$$fx = x + x^2 + 2x^3 + \ldots \frac{1}{2}\,\frac{1\times 3\times \ldots \times(2n-3)}{2\times 4\times 6\times \ldots \times 2n}\times 4^n x^n + \ldots,$$

onde:

$$p_n = \frac{1}{2}\,\frac{1\times 3\times \ldots \times(2n-3)}{2\times 4\times 6\times \ldots \times 2n}\times 4^n, \tag{2}$$

che si può anche scrivere:

$$p_n = \frac{1\times 3\times \ldots \times(2n-3)}{2\times 4\times \ldots \times 2n}\times 2^{2n-1} = \frac{(2n-2)!}{n!\,(n-1)!} \tag{3}$$

$$p_n = \frac{(n+1)(n+2)\ldots(2n-2)}{1\times 2\times \ldots \times (n-1)}.$$

Per $n = 10$, effettuato il calcolo, si trova: $p_{10} = 4862$, cioè: " La somma di 10 quantità in ordine dato si può eseguire in 4862 modi differenti ".

Per n più grande, per es. per $n = 100$, il calcolo sia con la formula ricorrente (1), sia con la esplicita (2) o (3) è quasi impraticabile.

Allora possiamo ricorrere alla formula di Wallis (G. Peano, *Formulario Mathematico,* t. V, pag. 259).

$$2^{2n}/\sqrt{(n\pi)} > (2n)!/(n!)^2 > 2^{2n}/\sqrt{\left[\left(n+\frac{1}{2}\right)\pi\right]}.$$

Siccome

$$p_n = (2n)!/[(n!)^2\times 2\,(2n-1)],$$

si ricava:

$$\frac{2^{2n-1}}{(2n-1)\sqrt{(n\pi)}} > p_n > \frac{2^{2n-1}}{(2n-1)\sqrt{[(n+1/2)\pi]}}$$

$$\frac{2^{2n-1}}{(2n-1)\sqrt{(n\pi)}} > p_n > \frac{2^{2n-1}}{(2n-1)\sqrt{(n\pi)}}\times\frac{1}{\sqrt{(1+1/2n)}}. \tag{4}$$

Fatto $n = 100$ si ha:

$$\frac{2^{199}}{199\sqrt{(100\pi)}} > p_{100} > \frac{2^{199}}{199\sqrt{(100\pi)}} \times \frac{1}{\sqrt{(1,005)}} \, .$$

Faccio il calcolo con i logaritmi ed ottengo:

$$56,35755 > \mathrm{Log}\, p_{100} > 56,35646 \, ,$$

onde p_{100} è un numero intero avente 57 cifre. Le prime sono 227 ...

Tanti sono i modi di calcolare la somma di 100 termini, tenendo fisso il loro ordine.

Se poi si permuta l'ordine degli n termini, il numero precedente dovrà ancora essere moltiplicato per n!

Il Glacialismo antico e moderno del Cervino

Nota II del Socio nazionale residente Prof. FEDERICO SACCO

(Con una Tavola)

Nel gruppo del Cervino i ghiacciai rimasero per lungo tempo, durante gran parte del Medio Evo, sin verso il secolo XVI, assai arretrati ed impiccioliti rispetto a quello che si verificò in seguito. Infatti abbiamo pure per la Valtournanche leggende di antiche, facili comunicazioni col Vallese, anche per commerci di bestiame.

Così il G. Corona in *Aria di monti. In Valtournanche* (1882, Milano) ricorda la tradizione che nella regione del Cervino già ci fosse una fiorente città; analogamente M. Ulrich, *Die Seitenthäler des Wallis und der M. Rosa* (Zürich, 1850) accenna ad un villaggio di Tiefen Matten, circondato di pascoli, là dove poi discese lo Zmuttgletscher, oltre a ricordare l'antica facilità di comunicazioni, impedite poi dai ghiacciai, tra Zmutt e Zinal. L'A. Heim nel suo *Handbuch d. Gletscherkunde* (Stuttgart, 1885) accenna al ghiacciaio di Zmutt, fra altri che portarono alla loro fronte vecchi tronchi di alberi dimostranti da 200 a 300 anni. Tali tradizioni sono pure riportate da U. Monterin indicando *La leggenda della città di Felik* (" Boll. sez. fior. C. A. I. ", VI, 1915). Veggasi pure in proposito l'interessante nota del Coolidge, *Il colle di S. Théodule nella storia*, " C. A. I. ", 1911.

Dal complesso possiamo ritenere come per un lunghissimo periodo, almeno dal sec. XII al XVI, i ghiacciai del gruppo del Cervino, come delle nostre Alpi in generale, fossero assai meno sviluppati che non in seguito.

Ma più tardi, in complesso negli ultimi tre secoli specialmente, questi vari ghiacciai staccati del Gruppo del Cervino ebbero un nuovo incremento, piccolo rispetto a quello precedente,

dauniano, ma tale da originare depositi morenici anche assai estesi, potenti e lontani dai limiti glaciali attuali; li accenniamo in breve partitamente, cioè:

I. Il **Ghiacciaio italiano della Forca**, che in gran parte scende subtriangolarmente dalla gran costiera calceschistosa ofitifera della Forca (Furggrat), appuntandosi in basso costituì per lungo tempo una stretta ed allungata lingua che giungeva sino alla quota 2453, quasi appoggiandosi a destra ad un affioramento di roccie verdi; depositando così due lunghissime, tipiche morene tuttora di aspetto fresco, appena inerbite alla base, tra loro subparallele, scendenti un po' ondulatamente verso il basso, costituendo nell'assieme un apparato assai curioso ed interessante.

Notisi però che ad Ovest del lungo cordone morenico destro in questione, in basso, ed appoggiantesi verso valle all'indicato affioramento roccioso terminante a quota 2453, esiste ancora un residuo di vecchia morena, ben inerbita, a ciglio subbifido, che potrebbe esser stata depositata fors'anche due secoli fa, ricordando un po' per posizione e *facies* la formazione dell'Anfiteatrino dei trinceramenti di Combal rispetto alla grande morena destra del Miage.

Verso la metà del secolo XIX la sovraccennata lingua (direi quasi proboscide) glaciale andò accorciandosi, pur rimanendo ancora abbastanza notevole come indica l'antica carta dell'Adams-Reilly; ma in seguito, sempre più ritirandosi, essa si ridusse all'attuale forma quasi di triangolo, il cui apice inferiore dista circa un km. dalla punta della precedente lunga lingua sopra accennata.

In quest'ultimo periodo di oltre mezzo secolo, mentre si deponeva abbastanza libera e potente ed anche multipla la morena destra, quasi in continuazione dell'affioramento gneissico di quota 3044, invece la morena sinistra, per la posizione del relativo margine del ghiacciaio (quasi pensile e talora affacciantesi sulla gradinata calceschistosa prasinitifera che lo sostiene) non potè in generale depositarsi regolarmente, salvo un po' verso il basso, venendo il suo materiale detritico precipitato in gran parte in giù da detto ciglione roccioso e confondendosi quindi sia col morenico antico sia col locale detrito di falda.

II. **Ghiacciaio italiano del Cervino** costituente, alle falde immediate della gigantesca piramide elevantesi abruptamente di

oltre 2000 m., quasi una fascia glaciale, la quale deve poggiare sopra una gradinata gneissica che, quasi prolungamento dei banchi analoghi (inclinati a N. N. O.) affioranti presso il colle del Breuil, riaffiora appunto colla testata stratigrafica alla quota 3044 e 3011-2830.

Ma in realtà questo ghiacciaio si collega strettamente con quello della Forca, e gli si collegava tanto più quando, per la maggior potenza della massa glaciale, non compariva l'affioramento gneissico di quota 3044, come (senza parlare delle antiche carte troppo poco minute per simili indicazioni) indicherebbe il foglio Matterhorn della Carta svizzera riveduta da Imfeld nel 1877, che segna quivi morena (come del resto fu ricopiato ancora nella ediz. 1909); qualcosa di analogo sembra indicare la tavoletta Valtournanche dell'I. G. I. levata nel 1884, epoca però in cui probabilmente doveva già apparire più o meno detto spuntone roccioso.

Ad ogni modo lo stretto ed esteso ghiacciaio del Cervino per la sua posizione e costituzione non variò molto, cosicchè mentre il ghiacciaio della Forca si allungava straordinariamente in basso, come sovraccennato, il margine meridionale destro di quello del Cervino solo si estendeva a ricoprire la gradinata gneissica su cui ora esso si affaccia, deponendo così un cordone morenico subondulato a poca distanza dal piede di detta gradinata, oltre ad abbondante materiale morenico sparso a valle di tale cordone semifrontale.

III. **Ghiacciaio del Colle del Leone** (come credetti denominarlo pel Colle a cui soggiace), che, quantunque relativamente piccolo ed altolocato, è interessante sia per il suo braccio destro pensile sopra una gradinata rocciosa (eufotidica), sia per la sua cascata mediana crepacciata, sia per il suo espandimento terminale arrotondato, sia per il suo materiale morenico frontale assai abbondante in relazione coll'intenso sfacelo della estesissima parete occidentale dell'immensa piramide del Cervino.

Le antiche carte, sia il foglio XXII (Valpelline) al 50.000 degli Stati Sardi, sia la carta al 100.000 di Adams-Reilly, indicano che verso la metà del sec. XIX il ghiacciaio in esame, più esteso che non oggi, si collegava lateralmente coi contigui ghiacciai del Cervino, forse talora venendo mascherata la morena intermedia fra di essi.

Del resto anche i depositi morenici frontali o antero-laterali segnano chiaramente tali notevoli espansioni glaciali più o meno antiche, tanto con diversi cordoni concentrici appoggiati alla gibbosità rocciosa (calceschisti prasinitiferi inclinati, come di solito, dolcemente a N. N. O.) dell'Oriondé, quanto coi cordoni laterali di sinistra i quali indicano che quivi il ghiacciaio del Leone, sia perchè deviato da detto ostacolo dell'Oriondé, sia perchè più libero verso S. E., sia pel pendio assai ripido, discese in basso molto notevolmente.

Ma dopo la metà del secolo XIX il ghiacciaio del Col del Leone regredendo, con periodi di posa indicati da detti cordoni morenici, finì anch'esso per ritirarsi (come il contiguo del Cervino) sopra la gradinata rocciosa (rappresentata da Schisti verdastri dolcemente inclinati a N. N. O.) oscillandovi più o meno pensilmente in modo che detta roccia appare più o meno estesamente, secondo le annate, sotto il mobile ammanto glacio-morenico.

IV. **Ghiacciaio del Leone**, il quale si annida nella profonda incassatura semicircolare che, salendo sino al Colle Tournanche, ingracilisce la dorsale del Cervino - Dent d'Hérens.

Notisi incidentalmente che sul lato S. O. della Testa del Leone esiste sempre un ammanto niveo-glaciale abbastanza esteso che si collega con altro analogo del lato settentrionale attraverso la dorsale del Col Tournanche.

Il ghiacciaio del Leone è piuttosto piccolo, subtriangolare, ma esso si estendeva un secolo fa assai più in basso deponendo materiale morenico sia presso i laghetti (originati in parte dagli Schisti prasinitici inclinati dolcemente a N. O.) che segnai sulla cartina; ma ancora verso la metà del sec. XIX detto ghiacciaio discendeva circa 300 m. più a valle che non oggi, giungendo sino a circa 2700 m. s. l. m. come segnano in complesso le antiche carte degli Stati Sardi (foglio XXII, Valpelline) e di Adams-Reilly e più precisamente i due archi morenici concentrici, abbastanza ben conservati, che si osservano tuttora.

Come di solito dopo il 1865 il ghiacciaio in questione andò rapidamente ingracilendosi, per modo che la sua fronte si ritirò (analogamente a quella dei ghiacciai di Col Leone e del Cervino) sopra un gradino roccioso (quotato 2788, alla base di gneiss occhiadini contorti con intercalazioni di schisti verdastri, anfi-

bolici ed epidotici, pure contorti), che presentasi quindi mirabilmente levigato, e sul quale continuò poi a mantenersi pensile, più o meno oscillando secondo le annate ed i periodi dell'anno (1).

Ricordo solo qui incidentalmente l'allungata placca niveo-glaciale, pensile sopra una terrazza rocciosa fortemente inclinata, quotata 3144 m.

V. **Ghiacciaio di Chérillon**, relativamente grande, ramificato in alto, molto allungato verso il basso, dove però (in causa del potente ed esteso detrito trasportato ed accumulato in tanti anni) esso fu in parte mascherato, ma contemporaneamente riparato, dal suo potente ammanto morenico, nonchè direi quasi trattenuto o imprigionato dai suoi cordoni morenici laterali e frontali. Ciò ci spiega come anche quando, negli scorsi secoli, questo ghiacciaio era più sviluppato che non oggi, non avesse una lunghezza frontale molto più grande dell'attuale, solo raggiungendo il ciglione della roccia (Calceschisti prasinitiferi inclinati di pochi gradi verso O. N. S.) sovraincombente alla regione di Batzé-Château du Breuil, facendovi rotolare abbondante detrito morenico, che vedesi infatti largamente sparso lungo il pendio roccioso e nelle sovraccennate sottostanti regioni pianeggianti.

Però se nel suo antico sviluppo, sin verso la metà del secolo XIX, il ghiacciaio di Chérillon non era molto più allungato in basso che non oggi, pur essendo giunto a spingere la sua lingua terminale penzolante verso la regione del Breuil, come mostra il suo terreno morenico terminale, esso era invece molto più gonfio in modo da poter deporre alte e complesse morene, fra cui specialmente importante quella sinistra, di andamento ondulato, multipla, cioè a cresta subbifida (per due principali momenti di deposito), ormai inerbita nella parte esterna, ma presentantesi tuttora d'aspetto fresco sul fianco interno, alle cui falde formaronsi poi altri cordoncini morenici più recenti; morena complessivamente assai importante, anche alta 70, 80 e più metri.

---

(1) Il foglio Matterhorn della Carta Svizzera nelle sue varie edizioni, come pure la Carta geol. d'Italia al 100.000, foglio M. Rosa, 1912, segnano il Ghiacc. del Leone troppo esteso, specialmente verso Est (dove invece sonvi soli nevati) e con un margine non corrispondente al vero.

È pure anche assai alta la morena corrispondente (inerbita in ambo i lati), subrettilinea, di destra, alla cui deposizione però contribuì pure il vicino ghiacciaio del M. Tabel o Tabor o di Hérens.

La spiccata tendenza antica ed attuale del ghiacciaio di Chérillon di scendere specialmente sul lato destro contro la gigantesca muraglia o gradinata divisoria fra esso e il contiguo ghiacciaio di Hérens, dipende in gran parte dalla pendenza del sottostante fondo roccioso, costituito da banchi gneissico-granitici inclinati, come di solito, verso O. all'incirca; ciò ci spiega come anche oggi sia appunto sul lato destro della fiumana glaciale terminale che esce il torrente subglaciale principale frammezzo al detrito mascherante la fronte del ghiacciaio.

Ma fin verso la metà del secolo XIX quando il ghiacciaio di Chérillon era più grandioso e potente, come accennano anche sia le carte topografiche di quel periodo (per quanto assai imperfette), sia i depositi morenici, la sua parte sinistra si espandeva notevolmente, scavalcava e copriva la costiera rocciosa (costituita dai banchi gneissico-granitici, colla solita dolce inclinazione ad ovest circa, di quota 2902-2870-2678), discendendo assai in basso e costituendo così un ramo laterale sinistro, obliquamente subtriangolare, del ghiacciaio di Chérillon.

È allora che fu depositata la bella morena sinistra, lunga circa 1 km., che vedesi scendere regolarmente dalla quota 2902 a 2500 circa, mentre se ne deponeva un'altra meno lunga a destra, ambedue tuttora con aspetto fresco.

Un recente residuo di tale antica espansione glaciale lo troviamo ancora in un piccolo arco morenico soggiacente alla relativa linguetta glaciale che pende dal margine sinistro del ghiacciaio di Chérillon a monte dello sperone roccioso quotato 2678.

Un'analoga lingua glaciale laterale, contemporanea al sovraccennato ramo sinistro del ghiacciaio di Chérillon, scendeva dal fianco sinistro del ghiacciaio di Hérens (attraverso la depressione di quota 2922) collegando assieme tali due ghiacciai, come mostrano le antiche carte degli Stati Sardi e di Adams-Reilly; ciò che contribuì a formare i grandiosi, caotici depositi morenici collinosi che mascherano gran parte della massa terminale del ghiacciaio di Chérillon nell'ultimo chilometro di sviluppo.

In seguito anche tale lingua glaciale del ghiacc. di Hérens, pel regresso generale dei ghiacciai, dopo il 1870, si ingracilì, si ritrasse, riducendosi a quella linguetta triangolare che vedesi pendere sulle roccie presso la quota 2922, allungandosi ed accorciandosi di qualche metro secondo le stagioni e le annate.

Nello stesso tempo il ghiacc. di Chérillon pure si ingraciliva e si ritraeva alquanto, si individualizzava del tutto e specialmente si abbassava molto per modo che la sua parte terminale (ultimo chilometro) crepacciata trasversalmente nella sua parte superiore, si ridusse quasi ad una vasta area di ghiaccio fossile (ben distinta dalla soprastante area di ghiaccio vivo terminante in frastagliatura seraccata verso 2700-2650 m. circa), apparente solo qua e là sotto alla potente e proteggente massa sedimentaria morenica, sia allineata in grandi e piccoli cordoni longitudinali di aspetto fresco, caotico e spesso frananti in basso (1), sia sparsa largamente; spesso sotto le morenule ed i depositi morenici vedesi apparire il ghiaccio più o meno sporco.

Tutto ciò ricorda alquanto la terminazione dei ghiacciai del Miage, del Triolet, ecc., e ci prova sempre più la poca sensibilità relativa di questi ghiacciai di poca pendenza e quindi di grande lentezza, per cui il materiale morenico man mano trasportato lentamente da monte a valle va sempre più accumulandosi, accatastandosi, e quindi proteggendo sempre meglio il ghiaccio sottostante finchè questo fonde (tanto più se in lento regresso), e così il materiale delle morene mobili, viaggianti, viene a costituire parte delle morene fisse, stabili, laterali ed anteriori o frontali.

Come osservazione di dettaglio che segnala i movimenti odierni del ghiacc. vero di Chérillon, ricordo che mentre l'ultimo piccolo affioramento roccioso (tra le linee di quota 2625 e 2650

(1) Nell'ora che rimasi, il 25 agosto 1916, studiando tale fronte seraccata assistetti a 4 scariche o rovinii della parte anteriore della cascata glaciale in esame ed a fenomeni analoghi della lingua sinistra del ghiacciaio di Hérens, per cui si comprende come si possa costituire sotto detta vera fronte glaciale viva ed attiva un ghiacciaio di seconda formazione o fossile, quello cioè che costituisce la lunga e larga fiumana glaciale di Chérillon compresa tra due alte, tipiche morene laterali e coperta da cordoni morenici e da materiale analogo sparso.

a S. E. dell'affioramento maggiore quotato 2678) della grandiosa gradinata gneissica sostenente il margine sinistro del ghiacciaio, appariva abbastanza bene nell'agosto 1916; invece nell'agosto del seguente anno 1917 tale spuntone era più nascosto dalla massa glaciale sovraincombente ed avvolgente, tanto che vi si presentava nel ghiaccio quasi una cavernosità subtriangolare (in fondo a cui appariva ancora la roccia nereggiante) che pareva quasi vomitare una quantità di materiale morenico allineantesi poscia lentamente a costituire una morena sublaterale poi obliquamente submediana (e sempre maggiore per continuo accumulo) del ghiacc. terminale di Chérillon.

VI. **Ghiacciaio del M. Tabel o di M. Tabor o d'Hérens**, un po' analogo a quello di Chérillon, ma più piccolo, più stretto, irregolarmente ovoide-subellittico. Come si accennò sopra, esso per mezzo di un notevole ramo laterale sinistro scendeva ad unirsi con quello di Chérillon (come indicano le antiche carte topografiche), portandovi un forte contributo di ghiaccio e di morene colle conseguenze già accennate specialmente riguardo ai depositi morenici.

Nello stesso tempo l'asse principale o ramo sinistro del ghiacc. di Hérens, si sviluppava allora notevolissimamente, scendendo per oltre 700 m. più che non oggi e spingendo così la sua fronte arcuata sin sulle roccie (calceschistose-prasinitifere dolcemente inclinate a N. O. circa) di C. Crot (2365 m. s. l. m.); quivi troviamo infatti sia massi erratici angolari sparsi sin sul *ciglione* della balza che precipita sul piano del Breuil, sia due concentrici ma innestantisi semicerchi od archi morenici (a grossi elementi sparsi fra terriccio ben inerbito) collegantisi colla grandiosa morena sinistra (mediana col ghiacc. di Chérillon e relativamente antica, come mostra il suo inerbimento da ambi i lati) e sperdentisi invece nella morena destra alquanto guasta e mascherata da depositi di falda e simili, ma pure in parte inerbita.

Ma dopo il 1860 circa anche il ghiacciaio di Hérens si ingracilì (ritirando il suo grande sovraccennato ramo sinistro, già fluente nel ghiacc. di Chérillon, su cui ora deietta solo più pseudo frane o valanghe glacio-nevose, come indica la fotografia), si deprimette (lasciando apparire sempre più estesamente i banchi gneissici di quota 3136) e regredì abbastanza rapidamente

nella sua regione frontale, abbandonandovi abbondante ma sparso materiale detritico.

Anzi, mentre il ghiacciaio di Chérillon, dopo la regione di cascata seraccata, continua tuttora a presentare una lunga (quasi un km.) ed estesa formazione glaciale, per quanto pseudofossile, invece il ghiacc. di Hérens, perchè più piccolo e quindi meno alimentato, perdette, per graduale fusione e regresso, l'analoga formazione glaciale (già spingentesi sino a 2365 m.), arrestandosi dopo la regione di cascata poco sotto i 2700 m., con variazioni annue e di stagione; notisi però che una precisa indicazione in proposito è difficile, sia per dette variazioni continue, sia perchè un po' di ghiaccio semi-fossile può ancora restar nascosto sotto il detrito morenico franoide tanto abbondante in questa regione.

Verso il 1878-80 il ghiacciaio di M. Tabel era tanto ingracilito ed abbassato che nella sua parte medio-inferiore ne sporgevano due affioramenti rocciosi, come mostra la fotografia presa, dal Geomein, dal Besso in quell'epoca; più tardi esso andò di nuovo ingrossandosi (come gli altri ghiacciai alpini in generale) sin verso la fine del secolo XIX, tanto che lo spuntone inferiore fu coperto dal ghiacciaio, come mostra la fotografia dell'avv. G. Bobba presa il 1° settembre 1899 dalle alture di Pian Torrette sopra il Geomein; in seguito il ghiacciaio in esame subì un nuovo periodo di ingracilimento, per cui lo spuntone inferiore riapparve; ma ora il ghiaccio crescendo ed avanzando tende nuovamente a mascherare completamente detto spuntone, che nell'agosto 1916 (vedi fot. Sacco) appena più si intravedeva sotto la crepacciata massa glaciale sovrincombente, attorniante e montante.

VII. **Ghiacciaio di Cors**, che è ora quasi scomparso (giacchè sonvi appena, come residui, piccoli ammassi glaciali o nevoso-glaciati, in angoli riparati o su alti piani inclinati un po' ampi), ancora nel periodo dauniano occupava la gran conca scavata nella parete orientale della catena montuosa, gneissico-granitica, di Punta des Cors - Jumeaux, ecc., scendendo colla sua fronte terminale sino a circa 2300 m. e depositando allora un arco morenico ancora in parte conservato.

In seguito questo ghiacciaio, per la forma ed esposizione del suo bacino, ecc., scomparve quasi completamente, rimanen-

done solo come residuo piccoli ghiacciai-nevati nelle depressioni più riparate, come ancora accennano le antiche carte degli Stati Sardi e di Adams-Reilly.

Ma anche ciò sparì nella seconda metà del secolo scorso, ed oggi esistono solo più limitate aree nevoso-glaciali nei ripiani rocciosi più elevati.

VIII. **Ghiacciaio di Creton**, anch'esso ormai in massima parte scomparso, ma ancora nel periodo dauniano era abbastanza importante, giacchè occupava tutta l'ampia depressione scavata nella parete orientale dell'alta dorsale gneissico-granitica di Becca Creton - Château des Dames, formando una massa glaciale subtriangolare; questa era tanto imponente da scendere sino al fondo della valle principale, spingendosi (in un periodo di maggior espansione) sull'opposta parete (fianco sinistro di Valtournanche) nonchè volgendosi a sud ed occupando il fondo della valle, cioè la conca di Les Pères; è allora che fu depositata una gran quantità di materiale morenico a grossi massi gneissici sin oltre un centinaio di metri sul fondo della vallata, nonchè potenti formazioni moreniche fin verso il Cret ed altresì una lunga e complessa morena (caratteristica per i suoi grandi massi sparsi), su cui sale tortuosamente la stradicciuola della Valtournanche.

È allora che vennero pure depositati materiali morenici sui fianchi montuosi di C. Bayettes e di C. Vofrède.

In un'ultima fase di arresto alla fine del periodo dauniano il ghiacc. di Creton, essendosi già ritratto dal fondo di Valtournanche, dovette limitare la sua fronte alla strettoia rocciosa esistente circa mezzo chilometro dal fondo della valle principale, deponendo forse allora un arco morenico verso i 2200 m. s. l. m.; arco facilmente sbrecciato in seguito dal T. Creton, ma di cui esiste tuttora un residuo nella piccola dorsale laterale di C. Vofrède.

In seguito il ghiacciaio di Creton scomparve quasi completamente e non potè neppur ricostruirsi col grande incremento glaciale dei secoli scorsi, solo rimanendone come ricordo alcune piccole aree glaciate o glacio-nivali nelle incassature più riparate, come segnano le carte degli Stati Sardi e di Adams-Reilly, che indicano lo stato delle cose verso la metà del secolo XIX; ma anche tali aree glaciate scomparvero o si restrinsero molto, dopo il 1878, restandone solo più placche appollaiate nelle parti più

riparate (p. es. alle falde di Becca Creton) e sulle gradinate più alte (come per es. presso il colle Creton di passaggio in Valpelline).

Però nella profonda ed alta incassatura rivolta a N. E. che scende dall'elevata cresta di Château des Dames-M. Rouss potè naturalmente conservarsi un vero ghiacciaio, che è ben segnato sulla Carta al 100.000 di Adams-Reilly (rilevata nel 1865) col nome di *Glacier de Mont Rouss* (mentre altri l'indica come *Ghiacciaio di Vofrède*), largo circa un km. in alto e lungo quasi 2 km., in modo che la sua fronte giungeva allora sino ad affacciarsi sul gran salto roccioso che sovrasta a les Vorpilles.

Ma, come in generale, dopo il 1865 questo ghiacciaio si restrinse alquanto, ritirò la sua fronte terminale di circa 300 m., come indicano le sue morene laterali residue, mentre intanto appariva più estesamente la cresta rocciosa che divide in alto il vero ghiacciaio di Vofrède dalla zona glaciata (più alta e meno inclinata) che fascia le falde del Château des Dames, quasi a foggia di vedretta o terrazza inclinata di ghiaccio che sale al colle di Bella Tza, e si potrebbe denominare *Vedretta del Château des Dames*.

La fotografia (n° 101 di Catalogo) fatta da V. Sella il 29 luglio 1882, indicata col nome di " Jumeaux de Valtournanche „ e presa dalla sommità del Cervino, mostra assai bene (oltre al ghiacciaio di M. Tabor o di Hérens) questi ghiacciai ultimamente indicati del gruppo di Château des Dames, il ghiacciaio di Vofrède (dietro cui campeggia il ghiacciaio della Roisetta sotto la Punta di Cian), mentre più a destra appaiono i ghiacciai di Cian e di Livournea ed infine quello della piramidale Becca Luseney (ghiacciai pure visibili nella fotografia n° 17 presa da V. Sella il 16 settembre 1887 dal Château des Dames), ma già in gran parte fluenti in Valpelline. È notevole come, confrontando la fotografia presa da V. Sella il 29 luglio 1882, dal Cervino, con una presa da me il 25 agosto 1916, appaiano solo differenze minime sia glaciali, sia nivali, indicandoci che dopo un trentennio, nel quale si era verificata una fase di avanzamento dei ghiacciai, questi erano regrediti sino a riprendere ad un dipresso lo sviluppo di prima.

A chiusa dei cenni sui fenomeni quaternari dell'alta Valtournanche è opportuno ricordare:

Fig. 3

Fig. 4

Fig. 6

ELIGE CALZOLARI & F

1° Il grande sviluppo dei materiali detritici derivanti dall'intensità delle azioni climatiche (specialmente gelo) che decompongono le roccie superficialmente originando un'importante coltre di frammenti che o rimangono in sito nelle regioni pianeggianti (come per es. sugli altipiani inclinati della Vieille tra 2500 e 2700 m. s. l. m.), oppure si accumulano nella parte inferiore dei fianchi montuosi in forma di detriti di falda, talora confondendosi con quelli morenico-franoidi, come per es. sulle falde settentrionali del gruppo di Gran Sommetta - Motta di Pleté, sulle falde meridionali del Furggen Grat, sulle falde orientali della gigantesca, dirupata costiera di Cors - Creton - Château des Dames, specialmente nella parte media dei canaloni di Cors, Creton, ecc.

2° Locali conoidi di deiezione, come quella piccola del T. Chérillon, quelle grandiose del vallone di Cors nel piano di Breuil, del T. Creton allo sbocco del vallone omonimo, ecc.

3° I pianori alluvionali, come: quello lungo ed irregolare dell'alta val Cervino, circa 1/2 km. sopra Batzè; quello mirabile, rotondeggiante (quasi chiuso da un depresso cerchio morenico di giganteschi massi erratici) di Planet di Breuil ed altri minori in fondo di Valtournanche; il piano alluvio-torboso che va avanzandosi e riempiendo la depressione del Lago meridionale di Goillet, ecc.

Particolarmente interessante è il lungo piano della bassa Val Barmaz-Vieille, sopra N. D. des Héremites di Breuil, giacchè esso per la sua forma e la sua caratteristica terrazzatura su ambi i fianchi della valle (specialmente ben visibile con 4 o 5 gradini nella regione di Bardoney-Museroche e delle falde della collinetta dell'Albergo Giomein) mostra la bassa Val Vieille che fu già una regione di parziale arresto acqueo o pseudo-lacustre, in causa dello sbarramento roccioso (schisti prasinitici, inclinati a O. N. O., di N. D. des Héremites) e morenico (morena *dauniana* del Giomein).

In seguito il livello di detto lago paludoso (che potrebbe denominarsi di Bardoney), copiosamente alimentato d'estate per la fondita del ghiacciaio di Valtournanche l. s., tratto tratto dovette abbassarsi per sbrecciatura, sventratura del suo sbarramento, derivandone la terrazzatura delle sponde sino al completo svuotamento dell'area pseudolacustre, cioè finchè esso raggiunse l'attuale fisionomia torrenziale.

Fotografie dei Ghiacciai del Cervino.

Innumerevoli sono naturalmente le fotografie state fatte da ogni lato della mirabile piramide del Cervino e quindi dei ghiacciai che ne rivestono i fianchi e circondano le basi, ma, dato il loro scopo alpinistico, generalmente non servono a quello glaciologico, oltre che quasi tutte sono private e non acquistabili, oppure in commercio ma senza data, ciò che toglie gran parte del loro valore scientifico rispetto agli studi glaciologici.

Ne ebbi in esame un gran numero, così dei sig[i] V. Besso (1878-80), Gugliermina (1908), G. Bobba (1899), E. Gallo (1909), E. Camoletti (1901), I. Brocherel (che sperasi rediga il catalogo delle sue fotografie), ecc. Ma, limitandomi ad indicare le fotografie pubblicate od in commercio, quindi confrontabili con facilità, ricordo:

Pel versante svizzero, le fotografie di V. Sella: N° 124, Cervino dal Vallone Zmutt; N° 127 (luglio 1883) Cervino, Matterhorngl., ecc.; N° 377 (luglio 1883) Cervino e Dent d'Hérens dal Gabelhorn; N° 252 (ag. 1885) Ghiacc. di Ferpècle; N° 399 Cervino dal ghiacc. di Tiefenmatten, ed altre numerose fatte dal Sella nelle estati del 1881-82-83-85 e 87 (V. Catalogo, Serie E). Veggasi pure l'Atlante " Alpinen Majestäten "; I (1901), N° 69-70 (über Theodul-Gletscher) e Furgg Gletscher; III (1903), N° 223 (Theodulgl. e Furgg-Gletscher); N° 239 (Parte alta destra dello Zmuttgl.); IV (1904), N° 230 (Furgg-Gletscher); nonchè l'Album " Zermatt " pubblicato dal Vehrli di Zurigo con varie fotografie dei ghiacciai del Cervino del lato svizzero, fra cui la terminazione dello Zmuttgletscher.

Pel versante italiano: le fot. di Vittorio Sella, cioè: N° 77 (22 agosto 1881) Ghiacciai di Ventina, di Valtournanche e di S. Théodule dal picco Tyndall sul Cervino; N° 78 (4 settembre 1881) Ghiacc. italiani del Cervino; N° 101 (22 luglio 1882) (dalla vetta del Cervino) Ghiacciai di M. Tabel o di Hérens, le placche nevoso-ghiacciate della grande muraglia gneissica sino

al ghiacc. di Valfroide (1); N° 111 (luglio 1882) Ghiacciai di Valtournanche, della Gran Sommetta e di Roisetta, dalla punta del Cervino; N° 416 (16 settembre 1887) Ghiacciai ital. del Cervino dal Château des Dames, ed altre fatte dal Sella in diverse annate dal 1881 al 1887 (V. suo Catalogo, Serie E).

Inoltre le fotografie fatte dal Col[lo] Celesia nell'estate del 1913, cioè (del Catalogo J. Neer) N° 684 coi ghiacciai e loro apparati morenici fascianti le basi italiane del Gruppo del Cervino; N° 776 coi ghiacciai Chérillon e Leone (e loro morene frontali) sino alla Punta Bianca; N° 791 con vista analoga al 684 ma più di lontano.

Nell'agosto del 1916 e 1917 studiando i ghiacciai del gruppo del Cervino ne trassi varie fotografie a scopo documentario.

---

(1) Per questa regione vedi anche N. 417 (16 sett. 1887), Ghiacciai di Colle Valcournera, colle tipiche morene a collana sino alla punta di Cian (La Roisetta).

SPIEGAZIONE DELLA TAVOLA FOTOTIPICA

1. Da destra a sinistra: Ghiacciai del Cervino, del Colle del Leone, del Leone e di Chérillon (Fotografia di V. Sella, presa dal Châteaux des Dames il 16 settembre 1887).
2. Ghiacciaio del M. Tabel o d'Herens; in alto la cresta dei Cors (Fot. di V. Besso, estate del 1879?).
3. Idem (Fot. di G. Bobba, 1° settembre 1899).
4. Idem (Fot. di F. Sacco, 25 agosto 1916).
5. Ghiacciai italiani del Cervino e loro apparati morenici (Fot. di G. Celesia, estate del 1913).
6. Ghiacciai di S. Teodulo e di Val Tournanche o Plan tendre (Fot. di V. Sella, presa dal Pic Tyndall il 22 agosto 1881).
7. Da sinistra a destra: Ghiacciai di Matterhorn, di Tiefemmatten e gran colata glacio-morenica dello Z'Muttgletscher, del Cervino e della Dent d'Herens (Fot. di V. Sella, presa dal versante svizzero nel luglio 1883).
8. Apparato morenico del Ghiacciaio del Cervino (Fot. di G. Bobba, 1° settembre 1899).

Sulla probabile identità della peganite con la variscite (1)

Nota del Dott. LORENZO MOSCHETTI

Nel 1830 A. Breithaupt (2) distinse, sotto il nome di peganite, un fosfato idrato di alluminio, cristallino, trovato, sotto forma di una sottile e compatta incrostazione verde, su roccie silicee, in una collina situata tra Langen-Strigis e Frankenberg in Sassonia. Sulla peganite si trovava della wavellite in belli e numerosi cristalli.

Breithaupt distinse il suo minerale dalla wavellite sopratutto per l'aspetto esterno: i cristallini di peganite non permisero misure precise, e l'angolo del prisma risultò di 52°-53°, vicinissimo a quello del prisma }110{ della wavellite (53° 34 $^2/_3$) secondo Senff (3). Se cristallograficamente la peganite sembrava identica alla wavellite, se ne differenziava, però, per i caratteri chimici, contenendo una minore quantità di acqua (23 $^1/_2$ a 24 $^0/_0$ invece del 27 $^0/_0$ circa della wavellite), e presêntando un rapporto $P_2O_5 : Al_2O_3$ diverso da quello di quest'ultimo minerale.

I dati di Breithaupt erano troppo sommarî perchè la peganite potesse essere considerata come una specie minerale ben definita, sicchè essa fu per vario tempo considerata come wavellite, finchè nel 1844 R. Hermann (4) pubblicò un'analisi del materiale di Strigis (II della tabella seguente), in base alla quale la peganite risultò possedere una composizione ben diversa da quella della wavellite, esprimibile mediante la for-

---

(1) Lavoro eseguito nell'Istituto di Mineralogia della R. Università di Torino, diretto dal Prof. F. Zambonini.

(2) A. Breithaupt, " Journ. f. Ch. u. Ph. „ (Schw.), *60*, 308, 1830.

(3) Senff, " Pogg. „, *18*, 474, 1830.

(4) R. Hermann, " Journ. prakt. Chem. „, *33*, 287 (1844).

mula $2Al_2O_3 . P_2O_5 . 6H_2O$, la quale richiede i numeri della colonna I.

Dopo il lavoro di Hermann, la peganite fu generalmente ritenuta un minerale ben definito ed accolta come tale nei trattati più riputati, come, per esempio, in quello di Dana.

Anche minerali di altre località furono, in progresso di tempo, riferiti alla peganite, ma risultarono, però, quando furono esaminati più accuratamente, sempre diversi dalla peganite tipica. Così CHESTER (1) dimostrò che la pretesa peganite dell'Arkansas era, in realtà, variscite, e, quanto al minerale di Nobrya, presso Albergharia velha nel Portogallo, che anche il DANA ha riunito alla peganite sassone, è da notare che le analisi di LICHTENBERGER (2) e di FRENZEL (3) (III e IV) differiscono molto da quella di Hermann, e sono, in realtà, molto più prossime alla composizione della wavellite, la quale, secondo la formula di GROTH (4), confermata da ZAMBONINI (5), è riferita nella colonna V.

	I	II	III	IV	V
(CuO)	—	Traccie	0,64	0,83	—
(BaO)	—	—	0,43	0,39	—
Al_2O_3	44,97	44,49	38,90	39.62	36,8
Fe_2O_3	—	Traccie	—	—	—
P_2O_5	31,25	31,28	36,14	34,33	33,9
H_2O	23,78	22,82	23,14	23,53	27,0
F	—	—	—	—	2,3
Ganga	—	2,20	—	—	—
	100,00	100,79	99,25	98.70	100,00

(1) A. N. CHESTER, " Am. Journ. ", III, *13*, 295 (1877).
(2) LICHTENBERGER, " N. JB. Min. ", etc., 1872, 819.
(3) A. FRENZEL, " N. JB. Min. ", etc., 1872, 819.
(4) P. GROTH, " Z. Kryst. ", *26*, 108 (1896).
(5) F. ZAMBONINI, " R. Acc. d. Linc. " (5 *a*), *11*, 123 (1902).

È, del resto, facile vedere che nel minerale portoghese il rapporto $P_2O_5 : Al_2O_3$ è precisamente quello della wavellite: i rapporti molecolari

	P_2O_5 :	Al_2O_3 :	H_2O
I	0,50	1	3,00
II	0,51	1	2,91
III	0,65	1	3,30
IV	0,62	1	3,37
V	0,66	1	4,16

mostrano, appunto, che il minerale di Nobrya è del tutto diverso dalla peganite tipica, e rappresenta piuttosto una wavellite lievemente disidratata. A questo proposito merita di essere ricordato che, secondo le esperienze di Church (1), la wavellite subisce già a 100° una perdita di peso uguale a 2,28 %, sicchè, data questa facilità di emissione di una parte dell'acqua, appare probabile che il minerale analizzato da Lichtenberger e da Frenzel non sia stato altro che della wavellite, un poco disidratata in seguito ad alterazione.

In complesso, perciò, di vera peganite non rimane che quella originaria di Strigis, fondata, a prescindere da caratteri esteriori poco decisivi, sull'unica vecchia analisi di Hermann. Nuove ricerche sulla peganite apparivano, perciò, assai desiderate.

Per consiglio del Prof. Zambonini, io ho sottoposto ad analisi un campione di peganite del Museo di Torino, proveniente da Frankenberg, in Sassonia, che ha tutti i caratteri della peganite tipica di Breithaupt.

In esso, infatti, la peganite si presenta, come nei campioni descritti da Breithaupt, sotto forma di una crosta cristallina verdastra, su una roccia silicea; sulla peganite si osserva della wavellite giallognola in aggruppamenti raggiati.

---

(1) A. H. Church, " Am. Journ. Chem. Soc. ,, *26*, 110 (1873).

Dato questo complesso di caratteri e la provenienza dalla stessa località che fornì il materiale studiato da Breithaupt, appare assai probabile che il minerale del Museo di Torino sia identico a quello sul quale il Breithaupt fondò la sua specie.

Il campione non si prestava ad uno studio cristallografico, perchè i rari cristalli verdognoli esistenti erano così piccoli, così mal conformati e così tenacemente aderenti alla crosta, nella quale erano immersi, da non poter essere misurati con esattezza.

Dalla crosta, dello spessore di $^1/_2$ millimetro, potei isolare gr. 0,1979 di minerale puro, e su questa quantità, disciolta in acido nitrico, determinai il fosforo secondo il metodo di Woy, e, dopo aver eliminato il molibdeno mediante l'idrogeno solforato sotto pressione, dosai l'alluminio ed il calcio.

I risultati da me ottenuti sono riuniti in I nella tabella che segue:

	I	II
(CaO)	0,65	—
Al_2O_3	31,63	32,32
Fe_2O_3	traccie	—
P_2O_5	44,99	44,90
H_2O	23,20	22,78
Residuo insolubile	0,01	—
	100,48	100,00

Furono pure trovate traccie minime di manganese.

Questi risultati sono del tutto inattesi, perchè dimostrano che il minerale di Frankenberg da me analizzato possiede una composizione ben diversa da quella indicata da Hermann, ed identica, invece, a quella della variscite, la cui formula $AlPO_4 . 2H_2O$ richiede i numeri della colonna II.

Che si tratti veramente di variscite, è confermato dal comportamento rispetto all'acido cloridrico ed al riscaldamento. Infatti, la polvere, bianco-verdastra, era insolubile in acido clori-

drico bollente; riscaldata a 110° essa diventò grigia, a 120° lilla, a 150° bleu-lavanda, e solo dopo questo cambiamento spiccato di colore si sciolse con grande facilità in acido cloridrico diluito, caldo. Ora, le proprietà da me osservate stanno in buon accordo colle esperienze fatte da W. T. SCHALLER (1) a varie temperature sulla variscite dello stato di Utah.

Per il peso specifico io ho trovato 2,56-2,57, col metodo della sospensione, in buon accordo con il valore trovato da SCHALLER per la variscite cristallizzata (2,54).

Poichè il minerale da me analizzato possiede tutti i caratteri di quello descritto da BREITHAUPT, è assai probabile che la peganite originaria di Sassonia non sia stata che *variscite*. Certamente, per risolvere il problema in modo definitivo occorrerebbe poter studiare i campioni originali del BREITHAUPT; ad ogni modo è da osservare che la quantità di acqua trovata dal mineralista sassone coincide con quella trovata da me, il che conferma la probabile identità dei due materiali. Si può aggiungere che il valore dato da BREITHAUPT per il peso specifico (2,492-2,496) è molto vicino a quello trovato da SCHALLER per la variscite dello stato di Utah (2,54) (2).

Mi sembra, perciò, di poter concludere che la peganite originaria di Sassonia è da ritenersi identica alla variscite.

Quanto all'analisi di HERMANN è da notare che, se si ammettesse un errore di trascrizione per il quale fossero stati scambiati i valori dell'allumina e del pentossido di fosforo, essa diverrebbe praticamente identica alla mia. Un errore di trascrizione del genere non è difficile ad ammettersi, e non sarebbe unico nella letteratura chimica mineralogica.

Nel chiudere questo mio breve lavoro, credo doveroso porgere i miei più vivi ringraziamenti al Prof. ZAMBONINI per i consigli datimi e per avermi concesso di analizzare, nel Laboratorio da Lui diretto, un materiale, in questo momento, rarissimo.

---

(1) W. T. SCHALLER, " Z. Kryst. ", *50*, 341 (1912) e " Bull. geol. Surv. U. S. ", 509, *64* (1912).

(2) Per la variscite del Voitgland, TH. PETERSEN (" N. JB. Min. ", ecc., 1871, 537) dà per il peso specifico un valore molto più basso di quello trovato da SCHALLER, e, cioè, 2,41.

Estrazione graduale di radice cubica

Nota di Dr. LUISA VIRIGLIO

(R. Scuola Normale Domenico Berti di Torino)

Mi propongo di esporre l'estrazione graduale della radice cubica di un numero.

I fondamenti del calcolo graduale si trovano nelle Note del Prof. Peano: " Approssimazioni numeriche ", e " Interpolazione nelle tavole numeriche " (" Atti della R. Accademia delle Scienze di Torino ", 1917 e '18). Farò qui uso delle notazioni di questa seconda Nota, cioè:

$V_r a$ è il valore con r cifre decimali del numero a.

$T_r a$ è il termine di grado r di a; r essendo un numero intero, positivo, nullo o negativo.

$a \times_r b$ è il prodotto di grado r di a per b.

Indico con $P_r(a, b)$ la somma di tutti i prodotti di un termine T_s di a per un termine T_{r-s} di b tali che la somma dei loro gradi valga r; s può assumere tutti i valori interi da $-\infty$ a $+\infty$; la somma però consta di un numero finito di termini non nulli. In simboli:

$$a, b \,\varepsilon\, \mathrm{Q} \,.\, r \,\varepsilon\, \mathrm{n} \,.\, \supset .\, \mathrm{P}_r(a, b) = \Sigma\, [\mathrm{T}_s a \times \mathrm{T}_{r-s} b \,|\, s, \mathrm{n}] \qquad \text{Def.}$$

Si avrà:

$$a \times_r b = a \times_{r-1} b + \mathrm{P}_r(a, b),$$

ossia " il prodotto di grado r di due numeri si ottiene aggiungendo al loro prodotto di grado $r-1$ il prodotto P_r ".

Come esempio, estrarrò la radice cubica, con dieci cifre decimali, del numero 7. Il calcolo si dispone come segue:

			7·000000
$v = 1{\cdot}91$		$v^3 =$	6·967871
	$d_2 =$ 10·9443	$r_2 =$	32129
$T_3 = 2\,X^{-3}$	$P_3 =$ 10	$d_2 \times_4 t_3 =$	218
	$d_3 =$ 10·9543	$r_3 =$	1032
	2	$\delta_5 =$	10
		$r_3' =$	1022
$T_4 = 9\,X^{-4}$	$P_4 =$ 59		981
	$d_4 =$ 602	$r_4 =$	419
	29	$\delta_6 =$	74
		$r_4' =$	345
$T_5 = 3\,X^{-5}$	$P_5 =$ 84		327
	$d_5 =$ 104	$r_5 =$	180
	293	$\delta_7 =$	47
		$r_5' =$	133
$T_6 = 1\,X^{-6}$	$P_6 =$ 57		109
	$d_6 =$ 97	$r_6 =$	240
	2931	$\delta_8 =$	27
		$r_6' =$	213
$T_7 = 1\,X^{-7}$	$P_7 =$ 57		109
	$d_7 =$ 1027	$r_7 =$	1040
	29311	$\delta_9 =$	124
		$r_7' =$	916
$T_8 = 8\,X^{-8}$	$P_8 =$ 143		872
	$d_8 =$ 413	$r_8 =$	440
	293118	$\delta_{10} =$	128
		$r_8' =$	312
$T_9 = 2\,X^{-9}$	$P_9 =$ 127		218
	$d_9 =$ 10·961104257	$r_9 =$	940
	2931182	$\delta_{11} =$	81
		$r_9' =$	859
$T_{10} = 7\,X^{-10}$			763
		$r_{10} = 7 - v^3 - d_9 \times_{11} z =$	96

$$V_{10}\sqrt[3]{7} = 1{\cdot}9129311827$$

Per calcolare un prodotto P è utile disporre, sotto le cifre di uno dei due numeri, le cifre dell'altro in ordine inverso, in modo che la somma dei termini rappresentati da due cifre in colonna sia costantemente eguale al grado del prodotto. La somma dei prodotti di due cifre in colonna dà il numero che rappresenta P.

$P_r(a, b)$ si potrà perciò chiamare " il prodotto trasversale, di grado r, di a e b ".

La disposizione opportuna delle cifre può ottenersi facilmente scrivendo il secondo numero sopra una striscia mobile, e facendolo scorrere capovolto sotto il primo. Così suggerirono Fourier, Cauchy, ecc. Se i prodotti parziali sono pochi, si sommano facilmente a memoria; se invece sono numerosi, la loro somma si effettua più comodamente mediante l'*Abaco*, specie di pallottoliere, usato già dai Romani e tuttora dai Cinesi.

Le varie operazioni eseguite si possono così spiegare:

Scrivo il numero di cui si vuol calcolare la radice cubica:

$$7{\cdot}000000$$

Nelle tavole comuni dei cubi dei numeri da 1 a 1000 leggo il valore con due cifre decimali della radice, e sia

$v = \mathbf{1{\cdot}91}$ e $\qquad v^3 = 6{\cdot}967871$

Posto $r_2 = 7 - v^3$, sarà $\qquad r_2 = 0{\cdot}032129$

Posto $d_2 = 3v^2$, servendomi delle tavole dei quadrati, ho:

$$d_2 = 10{\cdot}9443$$

Divido $V_4 r_2 = 0{\cdot}0321$ per $V_1 d_2 = 10{\cdot}9$; ho per quoziente:

$\mathbf{T_3 = 2}\, X^{-3}$, $\qquad d_2 \times_4 T_3 = \quad 218$

e per resto $r_3 = r_2 - d_2 \times_4 T_3 = 7 - v^3 - 3v^2 \times_4 T_3$:

$$r_3 = 0{\cdot}010329$$

Calcolo: $\quad 3v = 5{\cdot}73$

e $P_3(3v, T_3) = 5 \times 2\, X^{-3} = \quad 10$

Posto $d_3 = d_2 + P_3(3v, T_3) = 3v^2 + 3v \times_3 T_3$, sarà:

$$d_3 = 10{\cdot}9543$$

Pongo $\delta_5 = d_3 \times_5 T_3 - d_2 \times_4 T_3 = (10{\cdot}95 - 10{\cdot}9) \times 2\, X^{-3} =$
$5\, X^{-2} \times 2\, X^{-3}$: $\qquad \delta_5 = \quad 10$

Pongo $r_3' = r_3 - \mathfrak{d}_5 = 7 - v^3 - d_3 \times_4 T_3 - \mathfrak{d}_5 = 7 - v^3 - d_3 \times_5 T_3$:
$r_3' = 0{\cdot}010229$

Divido $V_5 r_3' = 0{\cdot}01022$ per $V_1 d_3 = 10{\cdot}9$; ho per quoziente:
$T_4 = \mathbf{9}\, X^{-4}$, $d_3 \times_5 T_4 =$ 981

e per resto $r_4 = r_3' - d_3 \times_5 T_4 = 7 - v^3 - d_3 \times_5 T_3 - d_3 \times_5 T_4$:
$r_4 = 0{\cdot}000419$

Pongo $z_3 = T_3$ e $z_4 = T_3 + T_4$; sarà $r_4 = 7 - v^3 - d_3 \times_5 z_4$.
Calcolo $P_4(3v, z_4) =$ 59

Pongo $d_4 = d_3 + P_4(3v, z_4) = 3v^2 + 3v \times_4 z_4$:
$d_4 = 10{\cdot}9602$

Pongo $\mathfrak{d}_6 = d_4 \times_6 z_4 - d_3 \times_5 z_4 = (10{\cdot}960 - 10{\cdot}95) \times 2\, X^{-3} +$
$(10{\cdot}96 - 10{\cdot}9) \times 9\, X^{-4}$: $\mathfrak{d}_6 =$ 74

Pongo $r_4' = r_4 - \mathfrak{d}_6 = 7 - v^3 - d_3 \times_5 z_4 - d_4 \times_6 z_4 + d_3 \times_5 z_4 =$
$7 - v^3 - d_4 \times_6 z_4$: $r_4' = 0{\cdot}000345$

Divido $V_6 r_4' = 0{\cdot}000345$ per $V_1 d_4 = 10{\cdot}9$; ho per quoziente:
$T_5 = \mathbf{3}\, X^{-5}$: $d_4 \times_6 T_5 =$ 327

e, posto $z_5 = z_4 + T_5$, il resto sarà: $r_5 = r_4 - d_4 \times_6 T_5 = 7 - v^3 -$
$d_4 \times_6 z_4 - d_4 \times_6 T_5 = 7 - v^3 - d_4 \times_6 z_5$: $r_5 = 0{\cdot}0000180$

Calcolo $P_5(3v, z_5) =$ 84

Pongo $d_5 = d_4 + P_5(3v, z_5) = 3v^2 + 3v \times_5 z_5$:
$d_5 = 10{\cdot}96104$

Pongo $\mathfrak{d}_7 = d_5 \times_7 z_5 - d_4 \times_6 z_4 = 10\, X^{-4} \times 2\, X^{-3} + 1\, X^{-3} \times 9\, X^{-4} +$
$6\, X^{-2} \times 3\, X^{-5}$: $\mathfrak{d}_7 =$ 47

Pongo $r_5' = r_5 - \mathfrak{d}_7 = 7 - v^3 - d_5 \times_7 z_5$: $r_5' = 0{\cdot}0000133$

Divido $V_7 r_5' = 133\, X^{-7}$ per $V_1 d_5 = 109\, X^{-1}$; ho per quoziente:
$T_6 = \mathbf{1}\, X^{-6}$: $d_5 \times_7 T_6 =$ 109

e, posto $z_6 = z_5 + T_6$, e $r_6 = r_5' - d_5 \times_7 T_6 = 7 - v^3 - d_5 \times_7 z_6$,
si avrà: $r_6 =$ 240

Calcolo $P_6(3v + z, z)$, ove con z intendo la frazione 0·002931... che andiamo determinando; i punti indicano cifre ancora incognite, ma che non si presentano nel calcolo che facciamo; invece di z si può leggere z_6, se si vuole. Si ha che

$P_6(3v+z, z) = P_6(3v, z) + P_6(z, z)$. $P_6(3v, z) = \left\{ \begin{matrix} 573 \\ 186 \end{matrix} \right\} X^{-6}$ è il prodotto trasversale, e $P_6(z, z) = \}2\{ X^{-6} = 4 \times X^{-6}$ (*).

Quindi $P_6(3v+z, z) = (53+4) X^{-6} = \quad 57$

$d_6 = d_5 + P_6(3v+z, z) = 3v^2 + (3v+z) \times_6 z =$ $\quad 10{\cdot}961097$

$\delta_8 = d_6 \times_8 z_6 - d_5 \times_7 z_5 =$ $\quad 27$

$r_6' = r_6 - \delta_8 = 7 - v^3 - d_6 \times_8 z_6 =$ $\quad 213$

Divido $V_8 r_6' = 213\, X^{-8}$ per $V_1 d_6 = 109\, X^{-1}$; trovo

$T_7 = \mathbf{1}\, X^{-7}$ $\qquad d_6 \times_8 T_7 = \quad 109$

$r_7 = r_6' - d_6 \times_8 T_7 = 7 - v^3 - d_6 \times_8 z_7 =$ $\quad 1040$

$P_7(3v+z, z) = P_7(3v, z) + P_7(z, z) = \left\{ \begin{matrix} 573 \\ 118 \end{matrix} \right\} X^{-7} + \}29\{ X^{-7} =$

$(21 + 36) X^{-7} =$ $\quad 57$

$d_7 = d_6 + P_7(3v+z, z) = 3v^2 + (3v+z) \times_7 z =$ $\quad 10{\cdot}9611027$

$\delta_9 = d_7 \times_9 z_7 - d_6 \times_8 z_7 =$ $\quad 124$

$r_7' = r_7 - \delta_9 = 7 - v^3 - d_7 \times_9 z_7 =$ $\quad 916$

$T_8 = \mathbf{8}\, X^{-8}$ $\qquad d_7 \times_9 T_8 = \quad 872$

$r_8 = r_7' - d_7 \times_9 T_8 = 7 - v^3 - d_7 \times_9 z_8 =$ $\quad 440$

$P_8(3v+z, z) =$ $\quad 143$

$d_8 = d_7 + P_8(3v+z, z) = 3v^2 + (3v+z) \times_8 z =$ $\quad 10{\cdot}96110413$

$\delta_{10} = d_8 \times_{10} z_8 - d_7 \times_9 z_8 =$ $\quad 128$

$r_8' = r_8 - \delta_{10} = 7 - v^3 - d_8 \times_{10} z_8 =$ $\quad 312$

$T_9 = \mathbf{2}\, X^{-9}$ $\qquad d_8 \times_{10} T_9 = \quad 218$

$r_9 = r_8' - d_8 \times_{10} T_9 = 7 - v^3 - d_8 \times_{10} z_9 =$ $\quad 940$

$P_9(3v+z, z) =$ $\quad 127$

$d_9 = 3v^2 + (3v+z) \times_9 z =$ $\quad 10{\cdot}961104257$

$\delta_{11} = d_9 \times_{11} z_9 - d_8 \times_{10} z_9 =$ $\quad 81$

$r_9' = r_9 - \delta_{11} = 7 - v^3 - d_9 \times_{11} z_9 =$ $\quad 859$

$T_{10} = \mathbf{7}\, X^{-10}$ $\qquad d_9 \times_{11} T_{10} = \quad 763$

$r_{10} = r_9' - d_9 \times_{11} T_{10} = 7 - v^3 - d_9 \times_{11} z_{10} =$ $\quad 96$

(*) Con: $\}2\{$; $\}29\{$; ... si intendono i prodotti trasversali: $\left\{ \begin{matrix} 2 \\ 2 \end{matrix} \right\}$; $\left\{ \begin{matrix} 29 \\ 62 \end{matrix} \right\}$; ecc.

Abbiamo dal calcolo, posto $z = z_{10}$:

$$7 = v^3 + [3v^2 + (3v + z) \times_9 z] \times_{11} z + 96\,X^{-11}.$$

In conseguenza

$$7 < v^3 + [3v^2 + (3v + z) \times_9 z] \times_{11} (z + X^{-10}).$$

Il prodotto di due numeri è maggiore del loro prodotto graduale: se nel secondo membro poniamo i prodotti ordinari, e inoltre scriviamo anche nel primo prodotto $z + X^{-10}$ in luogo di z, sarà *a fortiori*:

$$7 < v^3 + [3v^2 + (3v + z + X^{-10}) \times (z + X^{-10})] \times (z + X^{-10}),$$

ossia

$$7 < (v + z + X^{-10})^3,$$

e perciò

$$\sqrt[3]{7} < v + z + X^{-10}.$$

D'altra parte il prodotto di due numeri, di cui il secondo ha un numero finito di cifre, è minore del prodotto graduale dei numeri stessi aumentato di tante unità dell'ultimo ordine quante ne indica la somma delle cifre del secondo numero; e quindi il prodotto graduale è minore dell'ordinario diminuito della stessa somma:

$$a \times b < a \times_r b + (\Sigma \text{ cifre } b)\,X^{-r}\,; \qquad a \times_r b > a \times b - (\Sigma \text{ cifre } b)\,X^{-r}.$$

Se quindi nell'eguaglianza data dal calcolo sostituisco ai prodotti graduali i prodotti ordinari, avrò

$$7 > v^3 + [3v^2 + (3v + z) \times_9 z] \times z + 96\,X^{-11} - (\Sigma \text{ cifre } z)\,X^{-11}.$$

E poi:

$$7 > v^3 + [3v^2 + (3v + z) \times z - (\Sigma \text{ cifre } z)\,X^{-9}] \times z + 96\,X^{-11} - (\Sigma \text{ cifre } z)\,X^{-11},$$

ovvero:

$$7 > v^3 + [3v^2 + (3v + z) \times z] \times z + 96\,X^{-11} - [(\Sigma \text{ cifre } z)\,X^{-9} \times z + (\Sigma \text{ cifre } z)\,X^{-11}].$$

Nel primo prodotto del termine da sottrarre, a z sostituisco $X^{-8} > z$; avrò:

$$7 > (v + z)^3 + 96\, X^{-11} - 2\, (\Sigma \text{ cifre } z)\, X^{-11}.$$

E, poichè Σ cifre $z = 33$, sarà infine

$$7 > (v + z)^3,$$

e quindi

$$\sqrt[3]{7} > v + z.$$

Poichè abbiamo trovato

$$v + z < \sqrt[3]{7} < v + z + X^{-10},$$

sarà $V_{10} \sqrt[3]{z} = v + z = 1{\cdot}9129311827$.

Per determinare con 10 cifre decimali la radice cubica di un numero, che suppongo maggiore di 1, il metodo comunemente usato nelle nostre scuole spinge il calcolo a 30 cifre decimali; mentre si sa che, conoscendo n cifre decimali del numero, con altrettante cifre si può determinare la sua radice cubica a meno di una unità dell'ultimo ordine.

Col metodo di " estrazione abbreviata della radice cubica ", spiegato in alcuni libri, trovate colla regola ordinaria 5 cifre decimali della radice, si ottengono le rimanenti dividendo il resto, che ha 15 cifre decimali, per il triplo quadrato della radice trovata; e, poichè si scrive accanto al resto una nuova cifra per ognuna di quelle del quoziente, le cifre decimali introdotte sono 20.

Il calcolo graduale, per giungere alla decima cifra decimale della radice cubica di 7, limita le operazioni a 11 cifre decimali.

Estrarrò come secondo esempio la radice cubica di π (*).

Comincio a calcolarne il valore con 5 cifre decimali, $V_5 \sqrt[3]{\pi}$.

(*) Nel " Bulletin de l'Académie Royale des Sciences, des Lettres et des Beaux Arts de Belgique ", 1875, tome 40, pag. 137, Houzeau ha calcolato $\sqrt[3]{\pi}$ con 19 cifre decimali. Egli usa il metodo di " estrazione abbreviata ", di cui sopra abbiamo detto, e calcola le parti della radice e le prime cifre dei successivi quozienti e prodotti mediante le tavole dei logaritmi.

Pongo $v = V_2 \sqrt[3]{\pi}$, e $v + z = V_5 \sqrt[3]{\pi}$; e scrivo $V_6 \pi = 3{\cdot}141592$

$v = \mathbf{1{\cdot}46}$			$v^3 =$	$3{\cdot}112136$
	$3v = 4{\cdot}38$	$d_2 = 3v^2 = 6{\cdot}3948$	$\pi - v^3 = r_2 =$	29456
$T_3 = \mathbf{4}\,X^{-3}$	$\rotatebox{180}{4}$	$P_3(3v, z) = 16$	$d_2 \times_4 T_3 =$	252
		$d_3 = 4108$	$r_3 =$	425
		$\rotatebox{180}{4}$	$\delta_5 =$	44
			$r_3' =$	381
$T_4 = \mathbf{5}\,X^{-4}$	$\rotatebox{180}{45}$	$P_4 = 32$	$d_3 \times_5 T_4 =$	320
		$d_4 = 40$	$r_4 =$	616
		$\rotatebox{180}{45}$	$\delta_6 =$	21
			$r_4' =$	595
$T_5 = \mathbf{9}\,X^{-5}$			$d_4 \times_6 T_5 =$	576

$$\pi - v^3 - [3v^2 + (3v + z) \times_4 z] \times_6 z = r = 19$$

Qui la somma delle cifre di z vale 18; il suo doppio, 36, supera il resto, 19; quindi non si può conchiudere come prima che tutte le cifre scritte sono giuste. Però se al posto dell'ultima cifra 9 pongo 8, il resto sarà $19 + 64 = 83 > 2\Sigma$ cifre z; perciò conchiudo come prima $\pi > (1{\cdot}46458)^3$, e $V_5 \sqrt[3]{\pi} \geqq 1{\cdot}46458$; siccome d'altra parte $V_5 \sqrt[3]{\pi} \leqq 1{\cdot}46459$, tutte le cifre trovate saranno giuste, salvo l'ultima che forse si deve diminuire di 1 unità.

Volendo risolvere questa ambiguità, basta continuare il calcolo. Troverò $\pi - (1{\cdot}46459)^3$.

Era $3 \times 1{\cdot}46^2 + (3 \times 1{\cdot}46) \times_4 0{\cdot}00459 =$		$6{\cdot}4140$	
Per avere $3 \times 1{\cdot}46^2 + (3 \times 1{\cdot}46) \times 0{\cdot}00459$			
mancano:	$P_5(3v, z) =$	83	8372
	$P_6 =$	67	67
	$P_7 =$	72	
Avrò $3v^2 + 3v \times z =$		$6{\cdot}4149042$	
A questo debbo ancora aggiungere z^2,			
che leggo nelle tavole:	$z^2 =$	210681	
Ottengo $3v^2 + (3v + z) \times z = d =$		$6{\cdot}4149252681$	

Il prodotto $d \times_6 0{\cdot}00459$ è già stato calcolato e sottratto da π; occorre togliere ancora i prodotti trasversali di grado superiore al sesto, che disporrò come più sopra a destra:

$$\begin{array}{l} 6591190879 \\ \;\;8157897 \\ \;\;1 \\ \hline 7506980579\,X^{-15} \end{array}$$

La somma dei prodotti è $7506980579\,X^{-15}$

Sottraggo:

$$r = V_{15}\pi - (1{\cdot}46459)^3 = X^{-6}(19{\cdot}653589793 - 7{\cdot}506980579)$$
$$= 0{\cdot}000012146609214$$

Lo stesso resto si può ottenere calcolando direttamente $(1{\cdot}46459)^3$ e sottraendolo da $V_{15}\pi$.

Poichè questo resto è positivo, conchiudiamo: $V_5 \sqrt[3]{\pi} = 1{\cdot}46459$.

Siccome $v + z = 1{\cdot}46459$, calcolo $3(v+z) = 4{\cdot}39377$, e $3(v+z)^2 = 3v^2 + 6vz + 3z^2$.

Era $3v^2 + 3vz + z^2 =$		6·4149252681
Aggiungo $3vz$	$=$	162372 3867
e $2z^2$	$=$	421362
Sarà $3(v+z)^2$	$=$	6·4350716043

Pongo ora v al posto di $v + z$; chiamo d il nuovo divisore che si va successivamente formando, e il cui primo valore è $3v^2$; e indico con z il numero decimale che segue il nuovo v.

Le differenze δ, di cui negli esempi precedenti, qui si riducono a $P(d, z)$ perchè le cifre che si usano ogni volta non variano più nel seguito. Tutte le altre operazioni procedono come nei detti esempi.

Scrivo dunque $\pi - v^3 = r$; divido per $3v^2, \dots$; e il calcolo si presenterà nel modo seguente.

$$\pi = 3{\cdot}14159265358979\,3$$
$$v^3 = 1{\cdot}46459^3 = 3{\cdot}141580506980579$$

$r = \pi - v^3 = 12146609214$ | $d = 3v^2 = 6{\cdot}4350716043$ | $3v = 4{\cdot}39377$

$1\ X^{-6}$		643	$P_6(z, 3v) =$	4
		5716		5
$8\ X^{-7}$	$P_9(z, d) =$	5		
		5144	$P_7(z, 3v) =$	35
		5676		91
$8\ X^{-8}$	$P_{10}(z, d) =$	40		
		5144	$P_8(z, 3v) =$	65
		4920		75
$7\ X^{-9}$	$P_{11} =$	47		
		4501	$P_9(x, 3v) =$	127
		3729		881
$5\ X^{-10}$	$P_{12} =$	100		
		3215	$P_{10}(z, 3v) =$	144
		4142		957
$6\ X^{-11}$	$P_{13} =$	161		
		3858	$P_{11}(z, 3v) =$	189
		1231		759
$1\ X^{-12}$	$P_{14} =$	224		
		643	$P_{12}(z, 3v+z) =$	201
		3644		791
$5\ X^{-13}$	$P_{15} =$	246		
		3215	$P_{13}(z, 3v+z) =$	213
		18323846		8123
$2\ X^{-14}$	$P_{16} =$	304		
		1286	$P_{14} =$	214
		2423		444
$3\ X^{-15}$	$P_{17} =$	295	$P_{15} =$	285
		1929		

		1998
	$P_{18} =$	277
$2\ X^{-16}$		1286
		4354
	$P_{19} =$	269
$6\ X^{-17}$		3858
		2276
	$P_{20} =$	300
$3\ X^{-18}$		1929
		4726433
	$P_{21} =$	307
$0\ X^{-19}$		0
		1656
	$P_{22} =$	317
$2\ X^{-20}$		1286
		534
	$P_{23} =$	402
$0\ X^{-21}$		0
		1323
	$P_{24} =$	365
$1\ X^{-22}$		643
		3153
	$P_{25} =$	375
$4\ X^{-23}$		2572
		20683279
	$P_{26} =$	400
$2\ X^{-24}$		1286
		3823
	$P_{27} =$	391
$5\ X^{-25}$		3215

$\pi - v^3 - V_{25}\,z \times_{27} d = \quad 217 > (\Sigma \text{ cifre } z) \times 1{\cdot}01$

	725
$P_{16} =$	285
	535
$P_{17} =$	309
	659
$P_{18} =$	333
	923
$P_{19} =$	296
	526
$P_{20} =$	297
	557
$P_{21} =$	263
	833
$P_{22} =$	285
	615
$P_{23} =$	228
	378
$P_{24} =$	300
	4080

Il resto dell'operazione è $217\,X^{-27}$; e Σ cifre $V_{25}z = 71$.

L'errore che si commette sostituendo in d il prodotto di grado 24 di $(3v + z)$ per z al prodotto ordinario è minore di $71\,X^{-24}$. Il prodotto di grado 27 di d per z introduce un altro errore, minore di $71X^{-27}$; essendo $z < X^{-5}$, sarà $71X^{-24} \times z < 71X^{-29}$. E quindi l'errore di $V_{25}\,z \times_{27} d < 71 \cdot 71\,X^{-27} < 217\,X^{-27}$.

In conseguenza tutte le cifre trovate sono cifre esatte di $\sqrt[3]{\pi}$. E si può scrivere:

$$V_{25}\sqrt[3]{\pi} = 1 \cdot 4645918875615232630201425.$$

Questo valore è stato ottenuto usando nei calcoli 27 cifre decimali.

L'Accademico Segretario
CARLO FABRIZIO PARONA

CLASSI UNITE

Adunanza del 23 Giugno 1918

PRESIDENZA DEL SOCIO PROF. COMM. ANDREA NACCARI
PRESIDENTE DELL'ACCADEMIA

Sono presenti,

della Classe di Scienze fisiche, matematiche e naturali, i Soci Segre, Peano, Jadanza, Guidi, Parona, Grassi, Fusari, Panetti, Sacco, Majorana;

della Classe di Scienze morali, storiche e filologiche, i Soci Pizzi, De Sanctis, Einaudi, Baudi di Vesme, Schiaparelli, Patetta, Vidari, Prato, Cian, Pacchioni, Valmaggi, e Stampini Segretario della Classe, che funge da Segretario delle Classi unite.

Scusa l'assenza il Socio Mattirolo.

Si legge e si approva l'atto verbale della precedente adunanza del giorno 16 corr.

Risolto dalla Accademia un quesito posto a riguardo della votazione fatta nella precedente adunanza del giorno 16 corr., il Presidente invita l'Accademia a votare, mediante schede segrete, per il conferimento del Premio Gautieri per la Letteratura (triennio 1914-1916), il quale viene aggiudicato al Prof. Ettore Bignone, autore dell'opera *Empedocle. Studio critico, traduzione e commento delle testimonianze e dei frammenti.*

Il Presidente dice commosse parole a riguardo del recentissimo lutto che ha colpito la nostra Accademia per la morte del Socio Icilio Guareschi, caduto anzi tempo sulla breccia come un soldato per la Scienza e per la Patria, per la quale

aveva in questi ultimi tempi raddoppiata la già meravigliosa attività scientifica, logorando la salute con immane pertinace lavoro attorno a vari problemi e ricerche relative ai gas asfissianti ed alla alimentazione. Soggiunge che di lui farà speciale commemorazione il Socio Ponzio, e intanto propone che l'Accademia mandi alla famiglia dell'illustre Collega estinto le sue condoglianze. La proposta è approvata alla unanimità.

L'Accademico Segretario legge il seguente telegramma del Generale Diaz in risposta a quello inviatogli dal Presidente a nome dell'Accademia: " Accolgo con animo grato il fidente " auspicio rivolto in quest'ora di ardente fede e di fiera lotta " ai prodi combattenti. Generale Diaz. "

A nome del Socio assente Sforza, l'Accademico Segretario Stampini legge un breve preambolo alla commemorazione, che lo Sforza sta redigendo, dell'insigne storico, già Socio nazionale della nostra Accademia, Pasquale Villari, con l'aggiunta dell'indice di detta commemorazione, la quale sarà stampata negli *Atti*.

Si passa alla votazione per la nomina della Commissione da costituirsi per il Premio Bressa (internazionale), relativo al quadriennio 1915-1918, secondo le norme stabilite dall'art. 1 del Regolamento interno pel conferimento di detto Premio.

La Commissione riesce composta

per la Classe di Scienze fisiche, matematiche e naturali dei Soci Parona, Segre e Grassi;

e per la Classe di Scienze morali, storiche e filologiche dei Soci De Sanctis, Patetta e Stampini.

COMMEMORAZIONE

DI

PASQUALE VILLARI

del socio nazionale residente GIOVANNI SFORZA

" Non mi propongo di fare un elogio indeterminato, sconfinato. Desidero, per quanto le mie forze lo consentono, di " esporvi ciò che vi fu di permanente e di duraturo nella sua " opera, qual parte del suo spirito rimane immortale fra noi. " Non mi asterrò dal parlarvi anche delle critiche che gli furono " fatte e dal dirvi fino a che punto io le creda giustificate. " Questo potrebbe in me parere segno di poca reverenza. Ma " io crederò di essere più fido seguace dei precetti del maestro, " cercando di contemplarlo criticamente, storicamente, come alla " distanza di un secolo „. Con queste parole Pasquale Villari dava principio alla commemorazione di Francesco De Sanctis, che lesse in Roma il 27 gennaio del 1884, per invito dell'Associazione della Stampa. Le faccio mie, e con gli stessi propositi piglio a ritrarre il suo cuore, il suo pensiero, l'azione sua.

Insieme con Napoli, che gli diede la vita; insieme con Firenze, che lo accolse esule e lo adottò per figlio, lo piange la nostra Accademia, orgogliosa d'averlo ascritto tra' propri soci corrispondenti il 12 decembre del 1880; d'averne premiata la monografia su Niccolò Machiavelli, il 20 decembre del 1885, ritenendola " il più notevole lavoro di storia che abbia veduto " la luce in Italia negli ultimi tempi „ (1); d'averlo fatto socio nazionale non residente il 16 marzo del 1890.

(1) *Atti della R. Accademia delle Scienze di Torino*, vol. XX (1885-86), pp. 201-207. Ebbe il premio di lire dodicimila, che il medico Cesare Ales-

Capitolo I

Il Villari studente a Napoli.

Secondogenito di Matteo Villari e di Luisa Ruggero, nacque a Napoli il 3 ottobre del 1827; il giorno seguente ebbe il battesimo nella chiesa di Santa Maria Ognibene e gli furono imposti i nomi di Pasquale, Luigi, Alessandro, Emilio (1). Avvocato il padre, avvocati gli zii, avvocati quasi tutti gli altri parenti, la famiglia lo avviò allo studio delle leggi, per fare anche di lui un avvocato.

Sebbene Napoli, " capitale alla francese „ — la frase felice è del De Sanctis — contasse allora parecchie migliaia di studenti, venuti in gran parte dalle provincie, l'Università " era " deserta „. Attesta infatti Francesco Saverio Arabia, condiscepolo del Villari, che " non entrava nella vita studentesca che come un " ritrovo, un di più; nessuno si aspettava sul serio di farvi un " corso qualunque di studio. Uomini cospicui non ne mancavano: " basti citare il Galluppi e il Nicolini. Ma parea che molte cose " si unissero per neutralizzare o distruggerne l'efficacia. Innanzi " tutto era libera, cioè nessuno avea obbligo d'andarvi. Poi le " lezioni non poteano oltrepassare la mezz'ora. Un po' di tempo

---

sandro Bressa di Langosco fondò col suo testamento, fatto a Mortara il 23 settembre del 1835. Era allora presidente della R. Accademia il professore Angelo Genocchi, al quale il Villari così scrisse il 22 decembre dell'85: " Riconoscente alla S. V. Ill.ma ed a tutta l'Accademia, pel segnalato onore che mi è concesso, porgo i miei più vivi ringraziamenti, con " la speranza che saprò per l'avvenire dimostrarmi non affatto indegno " della buona opinione che la R. Accademia ha avuto di me e de' miei " lavori „.

(1) Vide la luce in via de' Sette Dolori nella casa che oggi ha il n° 48. La dichiarazione di nascita venne fatta dal padre stesso il 4 d'ottobre alle ore 17, come risulta dal volume 2605 dello *Stato Civile della Sezione di Montecalvario*, anno 1827, n° d'ordine 923. Furono testimoni alla redazione dell'atto D. Francesco Antonio Collaci di Parghelia e D. Agostino Correale di Napoli, entrambi legali; e l'atto venne scritto dall'Eletto d'allora, Giuseppe Cuffari Ristori marchese di Casaleggio.

" al professore per salire in cattedra, un po' per cavar di tasca
" la scatola del tabacco o trar su il moccichino, un po' per
" riandar la lezione precedente ed appiccarvi la nuova, e la
" mezz'ora era quasi che andata... Oltre al tempo limitato per
" le lezioni, si può ben dire che tra il fare o non farne affatto
" per il Governo era lo stesso. C'era chi non faceva lezione
" perchè non aveva scolari... C'era chi per darsi una posa as-
" soldava un par di uditori e gli pagava... Se non che, se l'Uni-
" versità dava poco, chiedeva anche poco. La cosa più facile
" del mondo era conseguirvi gradi accademici. Trattavasi di
" tradurre in cattivo latino qualche articolo del Codice, di cui
" era permesso avere con sè il testo. Poi veniva una specie di
" esame orale, in cui i professori erano risoluti di approvare a
" qualunque costo. E la ragione era naturale: i professori erano
" pagati dal fondo delle lauree... Per altro, coloro che voleano
" tener basso il livello della scienza, per la paura che non ne
" uscisse il terribile spettro del liberalismo, faceano male i loro
" conti, perchè gli studenti da questo insegnamento pubblico,
" che non insegnava nulla, erano spinti per questo stesso fatto
" ad accorrere agli studii privati. E qui la scena cambiava in
" tutto. Questi privati docenti era il meglio che vi fosse in
" Napoli, così per la scienza, che per la moralità e dignità
" d'uomo ". Ascendevano a un numero grande, ma " tre aveano
" nome sopra gli altri " e " insegnavano tutta l'enciclopedia del
Diritto ": Roberto Savarese, Vincenzo Sartorio Clausi, Nicola
Gigli. La meno affollata di queste scuole private contava du-
gento studenti; quella maggiormente frequentata quattrocento
cinquanta e più (1). I giovani poi — lo attesta il De Sanctis —
" accorrevano dove il livello degli studi era più alto e i prin-
" cipii più larghi, e chiamavano pedanti o empirici quelli che
" esponevano la scienza caso per caso, con troppi minuti par-
" ticolari; a' maestri non era lecito addormentarsi sul loro pas-
" sato e ripetersi, incalzati da un'onda continua di emuli, larghi

---

(1) Francesco Saverio Arabia, *Cronaca Napoletana dal 1820 al 1860.* Cfr. Luigi Antonio Villari, *I tempi, la vita, i costumi, gli amici, le prose e poesie di Francesco Saverio Arabia, studio sulla Napoli letteraria dal 1820 al 1860,* Firenze, Successori Le Monnier, 1903, pp. 38-42.

“ promettitori, e in mezzo a mobile gioventù, loro stipendiatrice
“ e di non facile contentatura. Non fu raro il caso di vecchi
“ maestri e sperimentati, rimasti sul lastrico, perchè non più
“ *al corrente della scienza*, come dicevano i giovani, giudici ine-
“ sorabili e sempre giusti „ (1). Sebbene al Villari toccasse in sorte uno de' più valenti di questi insegnanti privati, lo studio delle leggi fu per lui il più crudele de' martirii. Non c'era tagliato, non ci aveva vocazione, e se ne stancò ben presto. Un bel giorno, rinserratosi nella sua cameretta, dette fuoco a tutti gli scartafacci legali, e per non morire asfissiato dal fumo, bisognò che co' pugni spezzasse i vetri della finestra. Sempre si compiacque della presa risoluzione, sebbene cagionasse dolore grande alla madre, donna di forte ingegno, avveduta e vigile massaia, che rimasta vedova fin dal '37 (2), reggeva con mano gagliarda la casa; non d'altro desiderosa nè avendo altro intento che quello d'aprire e spianare a' figliuoli la strada dell'agiatezza e della fortuna.

Il ribelle scolaro di legge studiò invece con amore e profitto la filosofia e la fisica, nelle quali ebbe privato insegnante Luigi Palmieri, che nel '47 succedette al Galluppi, e passato poi dalla cattedra di filosofia alla cattedra di fisica terrestre, diresse l'Osservatorio Vesuviano con gloria sua e della scienza (3). Studiò pure, con amore e profitto, le matematiche, avendo in esse per maestri privati Francesco Paolo Tucci (4) e Salvatore

(1) De Sanctis F., *Saggi critici*, Napoli, Morano, 1874, pp. 491-492.

(2) L'avv. Matteo Villari morì di colèra nella sua villa presso Afragola il 12 luglio del '37. Anche Pasquale fu colpito da quella terribile malattia e andò quasi in fin di vita.

(3) Il Villari “ negli anni 1846 e 47 „ ebbe per “ compagno nella scuola di fisica e di filosofia di Luigi Palmieri „ Gaetano Cammarota (1828-1909), che dopo il 15 maggio '48 esulò a Torino, dove visse insegnando scienze naturali in una scuola secondaria. Entrò poi nel ministero dell'istruzione pubblica e fu anche provveditore agli studi. Il Villari ne pianse la morte con un'affettuosissima necrologia, che stampò nel *Giornale d'Italia* del 13 febbraio 1909, e riprodusse nel volume: *Storia, politica e istruzione*, Milano, Hoepli, 1914, pp. 93-98.

(4) Il Tucci, matematico di gran valore, era nato a Vignola, nella Basilicata, il 20 giugno del 1790. Per oltre quarant'anni fu direttore degli studi e insegnante nel Collegio Militare di Napoli. Insieme col De Angelis

De Angelis (1). " Nello studio della matematica si trovò come " più dimesticamente in contatto del vero, e parevagli quasi " respirare un'aura più pura e meno grave; si sentiva, la prima " volta, libero da quell'apparato di frasi, che non raccolgono " pensiero, e delle quali fu sempre capitale nemico. Questo " studio ebbe una gran parte nella formazione del suo ingegno; " ad esso egli dovette alcuni dei principali pregi nelle sue " opere. Nondimeno, neppure la matematica poteva contentarlo " affatto, perchè non sentivasi nato a quella: la sua mente era " desiderosa di qualche altra cosa, che non conosceva e pure " gli era necessaria „ (2).

Nelle lettere italiane ebbe a maestro Leopoldo Rodinò (3), " uno dei più eletti discepoli „ del marchese Basilio Puoti,

---

aprì una scuola privata, che ebbe numerosa scolaresca e molto credito. Nell'insegnare il calcolo si valse, prima del Lacroix, poi del Navier, che tradusse in parte. Nel '43 stampò le proprie lezioni col titolo: *Elementi di calcolo differenziale e integrale*. Ne fece una seconda edizione il 1858. Morì nel 1875.

(1) Il De Angelis, nato a Lentiscoso (Salerno) verso il 1789, insegnò matematiche per tutta la vita nel Collegio Militare e fu anche professore di calcolo nella Scuola di applicazione. Fece delle note alla traduzione dell'*Algebra* del Lacroix; e non pare pubblicasse altro. Appartenne alla Accademia Pontaniana e a quella delle Scienze. Morì il 5 decembre del 1850. Fece dell'insegnamento un vero sacerdozio ed è a lui soprattutto che la scuola privata di matematiche, che tenne insieme col Tucci, si rese così benemerita in Napoli.

(2) Così il Villari ebbe a scrivere di Cesare Beccaria, ma son parole che rispecchiano anche sè stesso e si adattano a lui. Cfr. Villari P., *Saggi di storia, di critica e di politica,* Firenze, tip. Cavour, 1868, pp. 287-288.

(3) Leopoldo Rodinò, morto il 17 gennaio del 1882, è autore della *Grammatica novissima della lingua italiana, ricomposta per uso del Liceo Arcivescovile e del Seminario di Napoli sopra quella compilata nello Studio di Basilio Puoti*, tante volte ristampata. Gaspero Barbèra la inserì nella sua *Collezione scolastica* (Firenze, 1858, in-16° di pp. xiv-237) " rivista da un maestro toscano „ (Zanobi Bicchierai di Prato); e l'editore Antonio Morano di Napoli ne fece un'edizione anche nel 1877. È pure autore del *Repertorio di voci buone o male adoperate*, che ebbe cinque edizioni, l'ultima delle quali venne fatta, appunto dal Morano, nel '73; e di un discorso *Intorno all'insegnamento della grammatica italiana*, da lui inserito nell'annata II del " Progresso educativo „, di cui si fecero degli estratti. Come scrisse l'amico mio Benedetto Croce, " innanzi al movimento letterario del De Sanctis

come lo chiama; non senza soggiungere: " avendo minore in-
" gegno di lui, andava esagerando le sue esagerazioni „. Di quella scuola fa questa pittura: " Dopo aver condannato gli
" scrittori moderni e gli stranieri, quasi tutti; si voleva far lo
" stesso con moltissimi del cinquecento. Io fui rimproverato
" per aver preso a leggere il Guicciardini, e per aver letto
" alcune Vite del Vasari. Bisognava leggere e rileggere i soli
" scrittori del trecento, aggiungervene due o tre del cinque-
" cento, e non più. Bisognava poi cavar da questi autori le *frasi*,
" cioè i modi che più si allontanavano dalla lingua parlata e
" dall'uso comune, e metterne più che si poteva nei propri
" scritti. Questa era la *vera* arte dello scrivere. E come ogni
" setta ha un suo linguaggio proprio, così anche noi avevamo
" il nostro. Non dicevamo quel giovane ha gusto, scrive bene;
" ma: *sa molte frasi*. Se volevamo dire: preferisco l'Ariosto al
" Tasso; dicevamo invece: l'Ariosto *ha più frasi*... Uno scri-
" veva: ho imparato la lezione a mente; e l'altro invece: *so*
" *la lezione per lo senno a mente*. — Questa è lingua, diceva su-
" bito il maestro. — Uno scriveva: io mi vergogno; e l'altro
" invece: *io mi perito*. — Bello quel *perito*, osservava il maestro.
" — E allora si saliva di grado in grado, forzando la mano più
" che si poteva. *Le aspre ritortole della tirannide aragonese stre-*

" rimanevano come sbalorditi i superstiti della scuola del Puoti (compagni
" un tempo di lui, e da lui, a grande distanza, sorpassati), bravi maestri
" di lingua che seguitarono l'opera loro nelle scuole secondarie, pubbliche
" e private, adoperando i testi del Trecento, ristampati dal Puoti, le *Lettere*
" raccolte da Elia Giardini, gli *Esempi di bello scrivere* del Fornaciari. Tali
" Bruto Fabbricatore, Gabriele de Stefano, Leopoldo Rodinò, e altri uomini
" onorandi per bontà d'animo e ingenuo affetto alla lingua italiana e alla
" grammatica. Di Leopoldo Rodinò (del quale sono stato scolaro, ahimè,
" degenere), ricordo che, consigliere comunale, una volta, offeso il suo de-
" licato senso grammaticale dalla frase *Signorie loro*, che risuonava nelle
" relazioni della Giunta e nei discorsi dei colleghi, chiese la parola senza
" aver nulla da dire, semplicemente per infiorare il suo breve discorso di
" una diecina di *Signorie vostre!* „. Cfr. Croce B., *La vita letteraria a Napoli dal 1860 al 1900*, nel periodico " La Critica „, ann. VII, fasc. V, 20 settembre 1909, pp. 341-342, e ann. VIII, fasc. III, 20 maggio 1910, p. 214. Un'affettuosissima lettera del Puoti al Rodinò fu messa di recente alle stampe. Cfr. Puoti B., *Epistolario*, Reggio d'Emilia, Collezione storico-letteraria, 1914, pp. 364-365.

“ *menzirono la vitalità di quelle provincie*, scrisse uno di noi; ed
“ un altro per dire che, nel secolo XV, alcuni esaltavan troppo
“ le cose antiche e viete, scriveva: *per fino del rancio portavano*
“ *alto il gonfalone.* Si giunse a tale che, parlando di Federico II,
“ un mio compagno lo chiamava *Stuffo di Soave*; e si ragionò
“ a lungo sulla proprietà di queste parole, essendovi l'esempio
“ infallibile del Villani, che così aveva tradotto il nome degli
“ Hohenstauffen „ (1).

Un giorno il Villari si trovò testimone a un caso, che lo commosse. Si trattava dell'amore contrastato d'un suo amico; e dovette ammirare l'animo d'una giovane generosa che, in pochi giorni e in fatti semplicissimi, aveva saputo dimostrare un carattere eroico, senza quasi rendersene conto. Il Villari immaginò una novella “ nella quale i personaggi veduti erano
“ trasformati, ma ritenevano tutto il colore ed il carattere
“ della verità „. La dovette leggere nella scuola in una solenne adunanza, alla quale intervenne il Puoti “ con tutti
“ coloro che a Napoli avevano nome e pretensione di scrit-
“ tori „. Finito che ebbe la lettura, gli si rovesciò addosso una tempesta. “ Il mio maestro (così racconta), disingannato cru-
“ delmente nella speranza di presentare al pubblico un vero
“ modello di scrittore tutto frasi, livido per la rabbia, mi disse
“ che dovevo ricominciare da capo i miei studi, che tutto era
“ perduto per me. Il Puoti fece un lungo discorso intorno alle
“ alte ragioni, cui deve elevarsi lo scrittore: *Tu mi hai descritto*
“ *invece*, disse egli, *un giovane di questi che vanno per Napoli.*
“ *Mi pare di vederlo, mi pare di averci proprio parlato.* E ripetè
“ questo: *mi par di vederlo,* con una stizza ed una insistenza
“ singolare „. Uscito dalla scuola, umiliato e confuso, trovò un amico, che gli disse: “ Tu devi dimostrare a quei pedanti che
“ sai fare come essi vogliono, e se non lo fai, è perchè non
“ vuoi „. Seguì il consiglio, e dopo una settimana lesse a scuola un'altra novella “ tutta frasi „. Venne portato alle stelle “ ed
“ accolto come il figliuol prodigo; gli elogi furono sconfinati,
“ come sconfinato era stato il biasimo „ (2). Da quel giorno,

(1) Villari P., *Prefazione* alle *Memorie e scritti di* Luigi La Vista, Firenze, Le Monnier, 1863, pp. ix-x.

(2) Villari P., op. cit., pp. xxi-xxiii.

peraltro, la scuola del Rodinò non lo rivide più; e per tutto il resto della vita conservò un odio implacabile e inestinguibile contro il purismo ed i puristi, da spingerlo persino a giudicare il Puoti con troppa severità e troppa parzialità. Infatti, afferma che tutta la sua dottrina si restringeva al consiglio di imitare gli scrittori del Trecento e del Cinquecento. " Non credete al " buon Villari quello che vi dice del Puoti, perchè egli non lo " conobbe nè bene nè da vicino „, esclama il Settembrini in una delle sue lezioni. " Il Puoti (prosegue) voleva che gl'Ita- " liani scrivessero italianamente; scrivessero, e però pensassero " e sentissero, tornassero italiani come erano prima di diven- " tare servi degli stranieri. Questa è la vera sostanza delle sue " dottrine: e queste due parole *scrivere italianamente* significano " una rivoluzione... Se voi, o giovani, volete il vero ritratto del " Puoti, ve lo ha fatto Francesco De Sanctis nell'*Ultimo dei* " *Puristi*: qualche parte vi manca, perchè l'uomo era magna- " nimo e non era dimentico della sua patria, come pareva ai " giovani, coi quali egli non poteva parlare di patria senza pe- " ricolo. Questa parte l'aggiungo io. Quante volte egli mi di- " ceva: *Se capissero quello che fo! Lo dirai tu dopo la mia morte.* " *Io vorrei che gl'Italiani parlassero come il Machiavelli, ed ope-* " *rassero come il Ferruccio.* Ma anche a non riguardarlo da " questa parte, il Puoti fu tra noi il restauratore della lingua " italiana, e, ancorchè non se ne fosse accorto, del sentimento " italiano „ (1).

Il Villari andò allora alla scuola del De Sanctis (2). Quarant'anni dopo, tornando col pensiero a quei " giorni felici, pieni " di speranze „, scriveva ad Angelo Camillo De Meis, uno dei

(1) LUIGI SETTEMBRINI, *Lezioni di Letteratura Italiana dettate nell'Università di Napoli*, Napoli, Morano, 1892, vol. III, pp. 392-395.

(2) Il Villari fu scolaro del De Sanctis negli anni 1846-47 e ne' primi mesi del '48. Il maestro fece " un corso speciale per i meno provetti, ritornando sulle cose grammaticali e dettandone un sunto „, e parallelo ad esso un corso di letteratura. Il Villari serbava un quaderno del corso grammaticale, che poi non gli riuscì più ritrovare. Cfr. BENEDETTO CROCE, *Le lezioni di Letteratura di Francesco De Sanctis dal 1839 al 1848 (dai quaderni della scuola)*, in *La Critica, rivista di letteratura, storia e filosofia*, ann. XIII, fasc. I, 20 gennaio 1915, pp. 32-33.

condiscepoli (1): " Mi pare di vedere le ombre del La Vista e
" dei nostri più cari compagni, morti per la patria, sorgere
" dalle loro tombe e circondarti di nuovo, là nella vecchia sala
" del Vico Bisi, alla fioca luce della lampada che pende dalla
" volta. E dinanzi a noi sorge la bruna e alta cattedra, di sopra
" alla quale riappariscono i grossi occhiali e i baffi ispidi del
" De Sanctis, il cui braccio dimagrato, col pugno stretto, si
" agita di nuovo, ed egli ci ripete: *Lo stile deve essere vero, lo*
" *scrittore deve essere sincero, come l'uomo deve essere onesto. La*
" *eleganza dello stile è nell'artista ciò che è nel cittadino la di-*
" *gnità del carattere.* E a queste parole, che, sotto un governo,
" il quale cercava in mille modi corrompere la società, ci arri-
" vavano come l'annunzio della buona novella, come la parola
" della verità e della vita, io sento ancora il fremito che inva-
" deva tutta la scolaresca. Ricordi quel sordo mormorio, come
" di mare improvvisamente mosso da vento inaspettato? Non
" puoi però ricordare il tuo tacito, inconsapevole sorriso, che
" così bene esprimeva la gioia dei nostri animi, i quali in te
" si raccoglievano, e per mezzo tuo si ricongiungevano al
" maestro " (2).

Luigi La Vista, nato a Venosa il 1826, nella scuola del De Sanctis era " ammirato da tutti, da nessuno invidiato "; e con ragione. " Innamorato del bello coll'ardore d'un poeta, la " sua parola, armoniosa, chiara, eloquente, manifestava un intel- " letto pronto a salire nelle più alte speculazioni della filosofia ". Contro genio studiava legge, per compiacere il padre, che s'era messo in testa far di lui un avvocato, professione che egli detestava. Afflitto e tormentato da questo pensiero molesto, lo sgomento, lo sconforto e l'irrequietezza presero a padroneggiarlo

---

(1) Intorno ad Angelo Camillo De Meis, medico e filosofo, nato a Bucchianico, nella provincia di Chieti, il 14 luglio 1817, morto a Bologna il 6 marzo del 1891, cfr. *La giovinezza di Francesco De Sanctis, frammento autobiografico pubblicato da* Pasquale Villari, Napoli, A. Morano editore, 1889, pp. 245-247 e 252; e Giovanni Gentile, *La Filosofia in Italia dopo il 1850. VI. Gli hegeliani. VII. Angelo Camillo De Meis*; in *La Critica, rivista di letteratura, storia e filosofia,* ann. XII, fasc. IV, 20 marzo 1914, pp. 286-310.

(2) Tolgo queste parole dalla lettera con la quale il Villari dedica al De Meis *La giovinezza di Francesco De Sanctis.*

in modo, che più d'una volta meditò suicidarsi; ma sempre ne fu dissuaso da' compagni, che a gara gli prodigavano il tesoro de' loro affetti. Un giorno il Villari gli disse: " Vorrei rianimarti col fuoco della mia anima „. Il La Vista ne prese ricordo nelle sue *Memorie*; nelle quali pur si legge: " Pasquale Villari, " senno d'uomo, anima di giovane, amico singolare, osservatore " affettuoso; poco carico della scienza dei libri, ricco assai di " quella del cuore. Stimatore indipendente; lodatore accorto; " censore, più che gentile, amoroso: egli è il mio genio. Volesse " il cielo che io potessi giovarmi de' suoi consigli! Io ho molti " amici ottimi, i quali mi amano e mi rispettano; lui solo io " conosco, il quale mi riprende amandomi, e mi ammonisce sti" mandomi „ (1). Il Villari, dal canto suo, confessa: " Io ricordo " quei giorni, nei quali incerto ancora dell'indirizzo de' miei " studi, annoiato delle grammatiche, dei dizionari e della ret" torica, ero tormentato dal bisogno di sentire e di pensare, nè " sapevo io stesso dove rivolgermi. Allora mi bastava confon" dermi fra quei giovani che circondavano Luigi La Vista, il " quale non mi conosceva, ma pure mi tollerava; e non appena " l'avevo udito parlare, che tornando a casa, infiammato dalle " sue parole, io leggevo, studiavo, scrivevo, tutto pieno d'ar" dore „ (2).

Fin dal '40 frequentava la casa del Villari un povero ragazzo del popolo, che uno zio appunto di lui aveva preso a benvolere ed a soccorrere di quando in quando. Era Domenico Morelli, che riuscì poi uno de' pittori più famosi del secolo scorso. Pieno d'ammirazione per " la lotta, che egli sosteneva " con le necessità della vita, e l'ardore, l'entusiasmo con cui par" lava della sua arte „, strinse subito amicizia con lui. " Inter" minabili „ divennero le conversazioni che facevano in casa e

---

(1) La Vista L., *Memorie e scritti*, Firenze, Le Monnier, 1863, pp. 156, 157 e 186.

(2) Oltre il La Vista, il De Meis e il Villari, furono scolari del De Sanctis: Francesco Saverio Arabia, Agostino Magliani, Giuseppe De Luca, Carlo Pavone, Enrico Capozzi, Liborio Menechini, Achille Vertunni, Diomede Marvasi, Ferdinando Flores, Nicola Marselli, Gaetano Cammarota, Giovanni e Giuseppe Novi, Lorenzo Greco e altri. Cfr. *La Civiltà Italiana, giornale di scienze, lettere ed arti*, secondo semestre, n° 18, 11 novembre 1865, p. 288.

durante le lunghe passeggiate del pomeriggio " a Mergellina, " alla Gaiola, a Posillipo, guardando il tramonto, il mare, la " luna ". Il Villari era " sin d'allora uno spirito critico, indaga- " tore "; il Morelli, " uno spirito impulsivo, spontaneo, tutto fan- " tasia ed immaginazione creatrice ". " Il giovane artista, così " pieno di vivacità e d'impeto, si trovò nell'Accademia di belle " arti come in un carcere intellettuale " (1). Tornando col pensiero a quei giorni il Morelli scriveva nella vecchiaia: " A noi " s'insegnava a guardare il vero nella forma esteriore e segnarlo " a contorno, dando a questo una importanza maggiore del " chiaroscuro... Ve l'immaginate voi come si possano dipingere " a contorni gli scogli, l'arena, il mare, il cielo? ". E soggiunge: " C'insegnavano la pittura, facendoci copiare solamente statue " e gessi, senza darci alcuna cognizione della pittura antica; " imparavamo, cioè, la pittura studiando sulla scultura, e senza " aver modo di formarci quel gusto pittorico, che viene dalla " continua osservazione e dallo studio delle antiche pitture " (2). Per il Morelli " quegli studi rigidi e metodici, fatti all'Acca- " demia di Napoli, erano come una punizione al suo genio divi- " natore "; maledisse sempre quel periodo scolastico accademico, e il Villari gli fece eco, anzi rincarò la dose. Eduardo Dalbono — insigne artista anch'esso — fu però di " contrario avviso ", e nella commemorazione bellissima che fece del Morelli non si peritò di scrivere: " Io credo, invece, che quegli " studi fermi, severi e monotoni sieno stati un ottimo fonda- " mento alla fantasia morelliana. Quelle teorie e quelle pratiche " potevano essere povere, pedantesche, impacciate da pastoie, e " tutto quel che vi pare; ma in quell'insegnamento non vi erano " frodi per parere e non essere, non vernici seducenti, nè salti " sulle difficoltà " (3).

---

(1) Villari P., *Discussioni critiche e discorsi*, Bologna, Zanichelli, 1905, pp. 181-185.

(2) Domenico Morelli, *Filippo Palizzi e la scuola napoletana di pittura dopo il 1840*. Cfr. D. Morelli - E. Dalbono, *La scuola napoletana di pittura nel secolo decimonono ed altri scritti d'arte, a cura di* B. Croce, Bari, Laterza, 1915, pp. 8, 14 e 16-17.

(3) Eduardo Dalbono, *Domenico Morelli* (commemorazione, letta alla R. Accademia di archeologia, lettere e belle arti di Napoli il 25 nov. 1901). Cfr. D. Morelli - E. Dalbono, Op. cit., p. 80.

Ecco che il Morelli s'innamora della Virginia — la sorella del Villari —; il quale ne fu lietissimo. Nella famiglia sua però " nacque una vera tempesta „. A Napoli, " per molti, pittore " era, a quel tempo, sinonimo di stravagante, di mezzo matto, " di povero, o straccione, come dicevano. Inoltre pochi o nes- " suno s'aspettavano dal Morelli grandi cose „. Non c'era che il nostro Pasquale, ma la sua opinione " non contava nulla „. L'artista " fu accusato di vera ingratitudine, d'audacia inso- " lente „, e lui " tenuto poco meno che colpevole d'un delitto „. Il Morelli era sgomento, non sapeva che risoluzione pigliare. " Parti subito per Roma „, gli disse il Villari: " dipingi un " quadro che faccia capire di che cosa sei capace, e torna con " questo da Roma „. Partì e tornò col quadro; v'era impressa la scintilla del genio: " nessuno dubitò più del suo avvenire „. Il " poco meno „ che delinquente Pasqualino non cape in sè dalla gioia; afferra la penna e descrive il quadro. Ma da una penna temperata alla scuola del Rodinò, da un giovane che " aveva appena cominciato a lasciare una via per pigliarne " un'altra „, non poteva uscire che uno scritto " assai scorretto, " assai ampolloso, quasi puerile „. Il Villari stesso schiettamente e candidamente lo confessa (1). Fu quello il suo " primo lavoro " destinato alla stampa „, e il primo che stampasse (2). Non aveva però quattrini per pubblicarlo e si trovava sgomento. Il La Vista, che era divenuto per lui " uno dei più fidi compagni " che si possano trovar nella vita „, lo levò d'imbarazzo; fattosi consegnare il manoscritto, col pretesto di rileggerlo, a sua insaputa, lo diede alla luce a proprie spese. S'era messo a scrivere in un giornale e si trovava in tasca pochi scudi; i primi guadagnati. Il Villari ebbe così la soddisfazione d'annunziare, " senza essere contradetto, che Napoli avrebbe dato all'Italia " un grande artista „; non ebbe però la consolazione di piegar la famiglia al sospirato e contrastato matrimonio, che seguì, ma assai più tardi. Virginia Villari, donna singolarissima per potenza d'ingegno e vivezza di cuore, ebbe azione così grande

---

(1) Villari P., *Discussioni critiche e discorsi*, Bologna, Zanichelli, 1905, pp. 196-198.

(2) Villari P., *Parole sopra un quadro di Domenico Morelli*, Napoli, tipografia all'insegna dell'Ancora, 1848, in-16° di pp. 24.

sulla vita dell'insigne artista e sul destino di lui, che la penna è impotente a significarlo. Dopo che gli fu morta, il Morelli scriveva al cognato: " Non ho più idee, non so più dipingere, nessuno " mi suggerisce più nulla: con lei è sepolta ancora la mia arte „.

Spunta l'alba del 15 maggio 1848. Ferdinando II di Borbone s'è tolto la maschera; Francesco De Sanctis ed i suoi scolari, soldati della libertà, col fucile in pugno, difendono la patria tradita. Il piombo degli Svizzeri, venduti sicari di ogni tirannide, fracassa il cranio a Luigi La Vista e gli crivellano il corpo a colpi di baionetta. Il De Sanctis è fatto prigioniero, e l'alunno, che si trovò accanto a lui, raccontava " come, per " strada, il professore andasse spiegando agli Svizzeri il significato " storico della rivoluzione del 15 maggio, e ricordasse loro Gu- " glielmo Tell, tanto che essi un momento si fermarono a sen- " tirlo. Poi gli dettero una spinta, e insieme con gli altri lo " condussero sulle navi da guerra „. Anche il Morelli fu fatto prigioniero e lo volevano fucilare; " ma il fucile, che doveva " ucciderlo, era così vicino, che la punta della baionetta toccò " la sua fronte; ed egli allora, con un movimento istintivo della " mano, potè essere in tempo ad afferrare la canna e deviare " il colpo. Ebbe sulla fronte una leggera scalfitura, la palpebra " inferiore dell'occhio fu divisa in due, ma la vista restò mira- " colosamente intatta. Gli dettero molti colpi sulla testa, e lo " lasciarono a terra semivivo; poi lo portarono all'ospedale mi- " litare „. Il Villari venne fatto egli pure prigioniero e condotto nella darsena sulle navi da guerra; liberato dopo poche settimane, corse a vedere il Morelli, e lo trovò convalescente. Il De Sanctis, quando la reazione già infuriava, radunò in una stanza il Villari e gli altri suoi fidi, e con parola commossa e faconda ricordò la tragica morte del prediletto scolaro, che, consapevole della " sua futura grandezza, non dubitò di dare alla " patria, più che la vita, il suo avvenire „. Da quel giorno la scuola restò chiusa per sempre. Il De Sanctis fugge a Cosenza, ma è scoperto, incarcerato, poi bandito dal regno; i discepoli " sparsi " pel mondo e divisi, chi in esilio, chi in prigione, chi cercando " nascondersi, per farsi dimenticare „ (1). Tra gli esuli è il Villari.

---

(1) Villari P., *Saggi di storia, di critica e di politica*, Firenze, tip. Cavour, 1868, pp. 352-356; *Discussioni critiche e discorsi*, Bologna, Zanichelli, 1905,

Capitolo II.

Il Villari esule a Firenze.

Nel registro de' visitatori della Biblioteca Laurenziana di Firenze, dove, tra gli altri, scrissero di propria mano il loro nome l'Alfieri, il Goethe e il Manzoni, Pasquale Villari, il 14 febbraio del '50, al suo aggiunse: *venni a studiare il Savonarola* (1).

Nel '47, essendosi egli ammalato in Napoli, un amico della famiglia, l'avv. Landolfi, gli portò a leggere le *Poesie* di fr. Girolamo, messe alla luce in Firenze, appunto in quell'anno, coi torchi del Baracchi, da Stefano Audin de Rians. Il Villari confessava, che " quando prese il libro tra le mani, non sapeva chi " fosse il Savonarola, che cosa avesse fatto, che cosa gli fosse " accaduto. Ma cominciò a leggere, e s'interessò sempre più " alla lettura di quei versi piuttosto brutti, nei quali tuttavia " intravedeva una nobiltà di pensiero che lo affascinava. E si " chiese: come mai da questi versi, che non hanno quasi nessun " valore letterario, si può comprendere l'altezza dell'animo di " chi li ha dettati? Allora si propose di scrivere su questo

---

pp. 198-200; *Commemorazione in onore di Francesco De Sanctis*, in *La gioventezza di* Francesco De Sanctis, *frammento autobiografico pubblicato da* Pasquale Villari, Napoli, Morano, 1889, pp. 347-348.

(1) Il Villari, fiutando il vento infido, fu tra' primi a esulare. Il De Sanctis racconta: " In Napoli, nel 1848, stavo una sera al Largo della Carità come " perduto in uno de' tanti gruppi, dove s'andavano a sciogliere le processioni politiche, quando vidi accostarmisi un giovine pallido e malinco" nico, che: — Io parto — mi disse. Vado a Firenze a scrivere il mio Sa" vonarola. — Il dì appresso Pasquale Villari partiva. Lasciava la madre di" letta, sorelle amatissime, compagni ed amici che l'adoravano, lasciava la " patria in un momento solenne, che parea fino le pietre dovessero gri" dargli: — Fermati! — E partiva come uno degli antichi pellegrini, solo, " senza amici, senza protezione, non recando altra cosa che la speranza. " Poteva esser fantasia di giovane, poteva esser risoluzione d'uomo ". Cfr. *La Critica, rivista di letteratura, storia e filosofia*, ann. XII, fasc. V, 20 settembre 1914, p. 361.

" tema, e cominciò subito a svolgerlo „ (1). La scelta di Firenze a stanza di esilio, fu appunto ispirata dal desiderio ardente di condurre a fine la vita del Frate; della quale si affrettò a stampare un piccolo saggio nel novembre del '49. Celestino Bianchi, il coraggioso direttore del giornale *Il Nazionale*, se ne fece editore, accompagnandolo con queste parole: " Pasquale Villari, " giovane dedito agli studi storici, pubblicherà tra breve il suo " lavoro sulla storia di fra Girolamo Savonarola. Intanto po- " niamo volentieri nella nostra appendice l'introduzione „ (2). Aveva per titolo: *Introduzione alla storia d'Italia. Dal cominciamento delle Repubbliche nel medio-evo fino alla riforma del Savonarola.* Si divideva in tre parti: I. *Della civiltà italiana considerata nei suoi rapporti colla civiltà antica e colla moderna*; II. *Della civiltà italiana considerata nella sua indole e nel suo svolgimento*; III. *Della civiltà italiana considerata nelle cagioni e nel modo del suo cadere* (3). Fu da altri giustamente notato: " Ha " tutti i difetti dell'opera giovanile non maturata di studi severi " e profondi, ma contiene in germe quello che sarà lo storico " futuro. Egli non si attarda sui fatti, generalizza, ricostruisce, " cerca di comporre in unità elementi disparati, deduce leggi " universali. Audacia si dirà, forse anche presunzione esagerata " delle proprie forze; ma queste avventatezze sono spesso la " rivelazione di certe facoltà interiori tuttavia nascoste, la con- " sapevolezza cosciente di ciò che non si è ancora, e che si vuol " diventare. E certo, in questo intimo convincimento del proprio " valore sta la spiegazione del fatto singolare che il Villari sia " stato critico prima che storico „ (4).

---

(1) Francesco Baldasseroni, *Pasquale Villari, profilo biografico e bibliografia degli scritti*, Firenze, tip. Galileiana, 1907, p. 16.

(2) Vide la luce nei numeri 258, 259, 260 e 261, de' 15, 16, 17 e 18 novembre 1849. Ne fu fatta una tiratura a parte col titolo: *Introduzione* | *alla* | *Storia d'Italia* | *di* | Pasquale Villari | (*Estratta dai N*[i] 258, 259, 260 *e* 261 *del* Nazionale) | Firenze | Tipografia Italiana | via de' Martelli, n° 6234 | 1849; in-8° di pp. 45.

(3) Nel n° 220 dell'anno I del giornale *Il Nazionale* fin dal 7 ottobre di quello stesso anno aveva stampato un articolo sull'*Epistolario* di Giacomo Leopardi, venuto allora alla luce per cura di Prospero Viani. È il suo primo scritto letterario.

(4) Antonio Panella, *Pasquale Villari storico*; in *Il Marzocco*, an. XXII, n° 50, 16 decembre 1917.

Ecco come tratteggiò allora la figura del Savonarola: " Volle chiudersi in un chiostro e andò a Bologna a prendere " l'abito dei frati predicatori. Ma la solitudine gli era un con" tinuo sprone agli alti pensieri, ivi la meditazione e lo studio " educarono il suo spirito ad una filosofia operativa; la quale, " quantunque non ancora studiata, è un miracolo di quei tempi, " in cui la erudizione formava la principale cultura e la filo" sofia non era altro che un commentario di Aristotele e di " Platone. In lui si formò una dottrina che, elevandosi da un " lato alle più nobili altezze della speculazione, scendeva poi " con un tal vigore alla pratica, che egli ripeteva sempre queste " parole: *tantum scimus, quantum operaremus*. La corruzione " dei costumi era per lui la rovina della religione e della libertà, " le quali stringevano nella sua dottrina un nodo insolubile. " Per lui la vera libertà consisteva a trovare il governo più " adatto all'indole di ciascun popolo, correggendo i costumi e " difendendo la vera religione; la quale doveva sostenere la " libertà e la scienza filosofica, purificare il cuore, aiutare la " intelligenza nei suoi voli, il governo nei suoi progressi „. Qua e là ha dei tratti che rivelano l'unghia del futuro leone. Basti la critica che fa de' differenti sistemi co' quali il Sismondi e il Leo e soprattutto il Balbo (1) spartiscono la storia d'Italia. Presenta, coraggioso, " un nuovo sistema „ suo, dichiarando: " Moltissimi non vorranno perdonare ai miei pochi anni ed alla " mia poca scienza l'ardire di scuotere l'autorità di tanto " tempo e di tanto ingegno. Io mi sento libero d'un tale pec" cato, abominevole soprattutto alla mia giovinezza: ma non " credo che debba essermi proibito di cercare il vero, perchè " altri che avevano ingegno più grande del mio non sono giunti

(1) La confutazione del metodo ideato dal Balbo è addirittura schiacciante. Conclude: " Egli ha il gran merito di non aver nascosto le difficoltà, " ma egli non ha creduto di poterle superare, e non le ha superate; imper" ciocchè a noi, una sola via rimane per trovare il vero e distruggere lo " errore; correr sempre a cercare il primo nella sua origine, a distruggere " il secondo nella sua sorgente; questo il Balbo non ha fatto, egli ha usato " quei mezzi indiretti, i quali giammai produssero sicuri effetti. A chi si " potrà mai persuadere che si dividano le azioni gloriose della Repub" blica Fiorentina o Veneziana, secondo le diverse prepotenze dei re An" gioini, secondo le varie crudeltà dei Duchi Milanesi? „.

" a trovarlo „. Così ragiona: " La Storia d'Italia è la storia di " *una sola nazione* composta di una moltitudine di *stati particolari*; dunque quale fu *la vita di questi stati particolari,* quale " fu *la vita di tutta la nazione*? Il problema volge assolutamente " sopra questi due cardini; bisogna, esaminando i primi, ritrovar la seconda „. Si sforza di riuscirvi, convinto, come è, che " una vera storia d'Italia non esiste ancora „; e che quella, che abbiamo, è " in una confusione che fa torto alla nostra cultura ed al nostro amor di patria „. Finisce: " Ci siamo dilettati troppo di parlar della nostra antica grandezza, è venuto " ormai il tempo in cui dobbiamo intenderla: a che varrebbero " le continue elegie sui tempi antichi, quando le nostre opere " non mostrano che noi ci affatichiamo a studiare e conoscere " questa patria, che vogliamo rinnovellare? Alle donne è permesso avere un cuore che si pasce solo dei suoi affetti; nell'uomo il cuore deve assolutamente essere animato dai grandi " pensieri: ai popoli che cadono si appartiene guardare con indifferenza i monumenti della grandezza: ma a noi, che abbiamo caldo il desiderio e viva la speranza di risorgere, si " appartiene scuotere la polvere degli antichi volumi, e leggere " le antiche glorie per infiammarci alle nuove „. Queste parole uscivano dalla penna del ventiduenne esule, mentre sul lastrico delle strade di Firenze gli uffiziali austriaci, con insolenza spavalda, facevano rumoreggiare i loro squadroni.

Prima che terminasse il 1849 ebbe una consolazione: venne a trovarlo Domenico Morelli e rimase per dieci giorni al suo fianco. " Vi arrivai di notte — racconta il grande artista — " e guidato dal Villari, che in quel tempo scriveva il *Savonarola*, girammo per le vie tutta la notte. Mi pareva di essere " entrato nella casa di Michelangelo, di Dante, di Giotto, dell'Orcagna, di Benvenuto Cellini: mi pareva quasi di poterli " incontrare per via. Il campanile del duomo, la statua del " David, Or san Michele, la Giuditta, il Perseo mi parevano " tutti fatti apposta per abbellire, per ornare la loro Firenze. " E mi sembrava che andassero tutti di accordo, Michelangelo, " Cellini, Donatello, il Ghirlandaio, e che parlassero un solo " linguaggio in diversi toni di voce „. Passò que' dieci giorni, sempre col fido Villari a guida, " continuamente nelle chiese e " nelle gallerie, chè dappertutto vi era da vedere „. Nel ricor-

darlo, quarantatre anni dopo, ai giovani dell'Istituto di belle arti, esclamava, in un impeto d'entusiasmo: " Ah se nel cervello fosse stata una spugna, avrei tutto assorbito per spremerlo qui a Napoli fra i miei compagni! " (1).

La madre lontana, con una famiglia numerosa da mantenere (2), poco poteva mandare al figliuolo, e il Villari venne a trovarsi in dure strettezze. Per tirare innanzi la vita, bisognò che si mettesse a dar lezioni private, a' forestieri principalmente; cosa che gli riuscì agevole, sapendo bene il francese e l'inglese, e principiando a imparare la lingua tedesca.

Per condurre a fine l'opera incominciata, e non mai interrotta, su fra Girolamo ed i suoi tempi, il 7 decembre del '49 chiese ed ottenne di venire ammesso nella Palatina — la Biblioteca privata del Granduca — ricca d'antiche edizioni e di manoscritti. Nel giugno del '50 gli furono aperte le porte delle Riformagioni; così si chiamava allora l'Archivio di Stato. Frequentò pure le altre Biblioteche della città, principalmente la Magliabechiana, la Laurenziana e la Riccardiana. Senza mai pigliarsi nè un divertimento nè uno svago, spartiva le sue giornate tra le lezioni per vivere e le ricerche erudite; studiando assiduamente gran parte della notte, nella sua modesta cameretta, pieno d'ardore e con salda costanza, per farsi una cultura vasta, soda, variata. Molto, per altro, egli imparò dalla viva voce di due scrittrici straniere, con le quali strinse amicizia in Firenze. È indubitato che quelle due donne, greca una, l'altra americana, ebbero un'azione gagliarda sull'ingegno suo, che seppero scaldare, e contribuirono a meglio svolgersi. Dell'americana — Margherita Fuller, che, venuta in Italia, vi sposò

(1) Domenico Morelli, *Filippo Palizzi e la scuola napoletana di pittura dopo il 1840*; in D. Morelli - E. Dalbono, *La scuola napoletana di pittura nel secolo decimonono ed altri scritti d'arte a cura di* B. Croce, Bari, Laterza, 1915, p. 23.

(2) Pasquale ebbe tre fratelli e due sorelle. De' fratelli, Emilio [1836-1904] fu professore di fisica, prima nell'Università di Bologna, poi in quella di Napoli, ed ha alle stampe pregiati lavori scientifici; Ernesto, morto a Napoli nel 1901, esercitò la professione d'ingegnere; Achille si dette al commercio, e cessò di vivere esso pure a Napoli nel 1917. Delle sorelle. Virginia, morta il 21 gennaio 1888, sposò Domenico Morelli; Angelina fu moglie dell'avv. Demetrio Strigari.

il marchese Ossoli di Roma — scrive il Nostro: " Chi non la " vide animarsi in un cerchio d'amici, e discorrere ed abbandonarsi al fiume delle sue parole e della sua eloquenza, non " può dire d'averla mai conosciuta „. Sapeva il latino, l'italiano, il francese, il tedesco e un po' anche il greco; fu ammiratrice di Dante, di Shakespeare e di Goethe; parlava con entusiasmo di Virgilio, del Pulci, del Poliziano, del Richter, del Novalis; non gli erano ignoti Fichte, Kant ed Hegel (1). La greca — Margherita Albana di Corfù, moglie del pittore Giorgio Mignaty di Cefalonia — per l'accoglimento ospitale e la singolare intelligenza attraeva nel suo salotto gl'ingegni più eletti di Firenze. Collaboratrice del giornale inglese *The Daily News*, dedicò al Gladstone la sua opera di lena maggiore: *The Sketches of the Historical past of Italy;* festeggiò il sesto centenario della nascita del Divino Poeta col libro: *Dante and his times* (2).

Il Villari, assorto com'era nello studio e nelle ricerche, per allora niente dette alle stampe. Soltanto nel '54 ruppe il silenzio curando per la *Biblioteca nazionale* di Felice Le Monnier una nuova edizione delle *Opere* di Cesare Beccaria e pubblicando a proprie spese il *Saggio sull'origine e sul progresso della Filosofia della Storia*. Il discorso che premise alle *Opere* del Beccaria fu da lui messo nuovamente alla luce quattordici anni dopo, dichiarando: " Compilato da me in età assai giovane, con " lo scopo modesto d'una semplice prefazione, non pretendeva " ad alcuna originalità di nuove ricerche, e molto meno può " pretenderlo adesso, dopo le recenti pubblicazioni che hanno " avuto luogo sul medesimo soggetto. Io, nondimeno lo ristampo, " dopo averlo riveduto, perchè, sebbene le nuove pubblicazioni " darebbero luogo ad un lavoro più ampio, esse non alterano " sostanzialmente in nulla, ciò che sapevamo sull'ingegno e sul " carattere del Beccaria „ (3). Ha ragione. La pittura del ca-

(1) Pasquale Villari, *Saggi di storia, di critica e di politica*, Firenze, tip. Cavour, 1868, p. 363 e segg.

(2) Angelo De Gubernatis, *Dizionario biografico di scrittori contemporanei*, Firenze, Successori Le Monnier, 1879, p. 715. Cfr. A. De Gubernatis, *Ricordi biografici, pagine estratte dalla storia contemporanea letteraria italiana in servigio della gioventù*, Firenze, tip. editrice dell'Associazione, 1873, pp. 379-385.

(3) Pasquale Villari, *Saggi di storia, di critica e di politica*, Firenze, tip. Cavour, 1868, p. 283, in nota

rattere e dell'ingegno del criminalista milanese è fatta da lui con mano così sicura, da lasciare a distanza grande il Custodi che lo precedette e il Cantù venuto dopo. Nel paragonare il Beccaria col suo amico Pietro Verri, trova che nel primo predomina l'ingegno, nel secondo il carattere; che in quello primeggia il pensatore, in questo il buon cittadino. E persuaso che " l'uf- " ficio di chi scrive è quello di dire il vero solamente ", afferma senza paura: " La posterità deve un'infinita gratitudine ai buoni " scrittori, perchè essi illuminano l'umanità; ma ne deve una " maggiore ai buoni cittadini, perchè essi la consolano e la ren- " dono migliore. Il genio e la virtù sono come la luce e il ca- " lore che ci vengono coi raggi del sole: l'uno dà più splen- " dore, l'altro più vita ". Per naturale impulso, il Villari è attratto verso il Verri, che " non posò mai ", che " ebbe un'anima " piena d'affetto, un bisogno prepotente d'abnegarsi per la patria " e per gli amici " (1). Il *Saggio sull'origine e sul progresso della Filosofia della Storia* si guardò bene dal ristamparlo: voleva restasse per sempre in dimenticanza (2). È tempo di tirarlo fuori dalla sepoltura: serve allo studio dello storico in formazione. Si rifà dall'origine della storia e come si svolse presso i Greci e presso i Romani, ripetendo " cose notissime "; e dalle cronache medioevali italiane, dalla " scuola dei cronisti fiorentini, " Compagni, Malespini e Villani ", viene al Guicciardini ed al Machiavelli. La " prosa " del primo è " assai più elaborata "; quella del secondo è " la più perfetta che si abbia l'Italia ". Nel Guicciardini " gl'intrighi, le inimicizie, le relazioni delle " corti sono con sottile accorgimento narrate "; nel Machiavelli " troviamo per la prima volta lo storico politico ". Con lui " la descrizione delle battaglie " comincia " a dar luogo alla " narrazione delle cagioni che le produssero, delle passioni che

---

(1) *Le opere di* Cesare Beccaria, *precedute da un discorso sulla vita e le opere dell'autore di* Pasquale Villari, Firenze, Felice Le Monnier, 1854, in-16° di pp. xxxii-554, oltre l'antiporta, il frontespizio e l'indice. Il *Discorso* occupa le pp. iii-xxxii.

(2) *Sull'origine e sul progresso* | *della* | *Filosofia della Storia* | *Saggio* | *di* Pasquale Villari | Firenze | Tipografia Galileiana | di M. Cellini e C. | 1854; in-8° di pp. 66. Sulla copertina si legge: *Prezzo Paoli 2 e mezzo, pari a ital. Lire 1.40.*

“ le accesero, degli effetti che ne seguirono „; con lui “ la de-
“ scrizione dei tumulti „ comincia a dar luogo “ all'esame dei
“ mutamenti nella forma del governo „. “ Pochi uomini sono così
“ male intesi e tanto calunniati „; “ ha ricevuto ingiustizia dalla
“ posterità „; contro di esso “ corrono ancora i più strani giu-
“ dizi; nè finora esiste un concetto chiaro dei suoi principii, e,
“ quello che è più, del suo carattere „. Quando “ pensava alla
“ storia di Firenze il suo occhio spaziava oltre la cerchia delle
“ mura cittadine „. Nel primo libro narra “ brevemente tutti gli
“ accidenti d'Italia dalla declinazione dell'Impero Romano per
“ infino al 1434 „. A giudizio del Villari, questo primo libro “ me-
“ rita di essere considerato come diverso da tutti gli altri; in
“ esso ci descrive le irruzioni dei barbari ed il nascere della
“ nuova civiltà. Quando si pensa in quale stato era a quei
“ tempi l'erudizione storica, e come questo lavoro del Machiavelli
“ era primo nel suo genere, non si può fare a meno di non essere
“ maravigliati della chiarezza e del genio con cui l'autore di-
“ segna quel quadro stupendo: ivi per la prima volta gl'indi-
“ vidui spariscono, e restano solo popoli che vengono a con-
“ trasto, città che cadono o risorgono, e la civiltà che si
“ trasmuta „. Però “ per quanto grande si fosse l'ingegno del
“ Machiavelli, i suoi tempi non erano ancora maturi; onde il
“ suo lavoro riuscì piuttosto un abbozzo che un'opera finita, come
“ fu più tardi l'*Introduzione* alla *Storia di Carlo V* di Guglielmo
“ Robertson „, pubblicata nel 1769. A questo scozzese “ si può
“ dare veramente il nome d'inventore di un genere nuovo di
“ storia, sebbene il Machiavelli lo abbia preceduto „; genere
nuovo di storia, che “ fu compiuto e perfezionato ancora più dal
“ Guizot nella sua opera sulla *Civiltà in Europa* „.

Al Bossuet “ viene da molti, e forse a ragione, attribuito
“ il primo pensiero di ricercare le ragioni della storia „; infatti
“ egli fu primo a riconoscere la *mano di Dio* nella storia „.
“ Ecco il suo merito „, esclama il Villari. Nel *Discours sur
l'histoire universelle* il Vescovo di Meaux afferma: “ La lunga
“ catena delle cause particolari che fanno e disfanno gl'imperi
“ dipende dagli ordini segreti della divina Provvidenza; Iddio
“ tiene dal più alto dei cieli le redini di tutti i regni; egli ha
“ tutti i cuori nella sua mano: ora modera le passioni, ora al-
“ lenta la briglia, e così muove ed agita tutto il genere umano.

" Vuol fare dei conquistatori? Ecco che fa correre lo spavento
" innanzi a loro, e ispira ad essi e ai loro soldati un ardore
" invincibile ". Osserva giustamente e argutamente il Villari:
" Sia detto con gran rispetto d'un sì gran maestro; ma a noi
" pare che una tale descrizione senta un poco di paganesimo.
" Iddio che guida colla briglia i popoli e manda lo spavento
" innanzi a loro, non ha una qualche somiglianza col Giove che
" scaglia i suoi fulmini dall'Olimpo? Tale è stato il fondamento
" di tutta una scuola. Hanno immaginato un Dio, il quale re-
" goli l'umana società, al modo stesso che un cocchiere guide-
" rebbe i cavalli, o come un generale condurrebbe il suo eser-
" cito: gli ordini vengono, i soldati si muovono, ma la cagione
" di questo moto è sepolta nella mente del capitano, e non è
" intelligibile ".

Passa a scrutare " il pensiero che balenò per la prima " volta sull'altissima fronte di G. B. Vico "; pensiero che " creò " la Filosofia della Storia ". Dell'autore della *Scienza Nuova* il Villari scrisse poi la vita, che stampò in inglese a Londra, il 1888, nella *Encyclopaedia Britannica*; in italiano, a Bologna, il 1894, e di nuovo il 1911 (1). È inutile dunque fermarsi su quello che disse di lui nel 1854. Trascriverò soltanto la chiusa: " Quando " il Vico riposò eternamente il capo affaticato [1744] il se- " colo XVIII continuò il suo lavoro sull'uomo-macchina e di- " menticò l'uomo formato ad immagine di Dio. Studiò il sistema " nervoso e sanguigno, la notomia del cuore e del cervello, " studiò l'attrazione e la ripulsione, l'elettricità e la luce; ma " dimenticò lo spirito e la Provvidenza. Poteva un tal secolo " comprendere o lodare G. B. Vico? ". Peraltro, se non lo comprese, " gli fu pur forza ubbidirlo " e " continuare il suo lavoro ". Infatti studiò e quasi scoprì l'antica civiltà dell'Oriente, trovò le leggi della natura inanimata e le mise in relazione con le leggi morali, introdusse nella società " l'idea del progresso ". L'Herder, per il primo, la intravide e n'ebbe " una sincera, " sebben vaga, convinzione "; il Condorcet la determinò " con

(1) *Vico Giovan Battista*; nell'*Encyclopaedia Britannica*, di Edimburgo, vol. XXIV [1888], p. 911 e segg. È in inglese ed è firmato P. V. Lo ristampò, in italiano, a pp. 117-142 degli *Scritti vari*, Bologna, Zanichelli, 1911; in-16°. Si trova anche nella prima edizione degli *Scritti*, fatta nel 1894.

“ più chiarezza „ e con una convinzione “ assai più profonda „. Con le sue *Idee per servire alla filosofia dell'umanità* l'Herder senza dubbio allargò molto “ il campo della scienza „; ma quest'opera “ ha comune „ con la *Scienza nuova* del Vico “ una “ grande lacuna „, giacchè “ il medioevo e la civiltà moderna non “ vi sono esaminati „. Si sforzò di riempire questa lacuna Federico Schlegel; un protestante che si era fatto cattolico; ma disgraziatamente nelle sue *Lezioni sulla Filosofia della Storia* “ egli ritorna all'antica scuola del Bossuet ed esamina la storia “ con idee preconcette; onde, quanto alla scienza storica, la sua “ opera riesce debolissima, e manca assolutamente d'una reale “ penetrazione filosofica nell'intimo dei fatti „. A giudizio del Villari, “ la questione si riduce in questi termini semplicissimi: “ Dio è autore della società; ora, o egli la governa secondo “ alcune leggi, ovvero no; nel primo caso queste leggi deter- “ minano la natura della società, e noi dobbiamo studiarle, “ perchè, ritrovandole, la loro armonia ci parlerà della Provvi- “ denza; nel secondo caso la filosofia della storia è un sogno „. Lo Schlegel, “ troppo predominato dalle sue teorie, parte da “ quelle, per andare alla storia, mentre bisognava che avesse “ tenuto il metodo inverso; oltre di che, il concetto che ebbe “ della libertà umana, lo conduceva indirettamente a distruggere “ i fondamenti della scienza „.

Passa poi ad esaminare la *Filosofia della Storia* dell'Hegel, ma prima di esporre il suo “ sistema storico „, spiega “ in “ qualche parte „ il suo “ sistema filosofico „. Hegel, dice il Villari, “ appartiene a quella scuola panteistica della Germania che “ negli scorsi anni ha levato tanto rumore ed ha dato alla luce “ tanti lavori „. Udì per la prima volta il nome del filosofo tedesco sulle labbra del De Sanctis, che a Napoli ne commentava nella propria scuola l'*Estetica*, servendosi della traduzione francese del Bénard; glielo rese caro il La Vista, che “ leg- “ gendo Hegel „ provava “ ciò che si suol provare leggendo “ Leopardi e Dante „ (1). Al suo amico Bertrando Spaventa, allora esule a Torino e che poi si fece riformatore dello hegelismo in Italia e insieme iniziatore d'un nuovo movimento

---

(1) Luigi La Vista, *Memorie e scritti*, Firenze, Le Monnier, 1863, p. 96.

di pensiero, il Villari scriveva, da Firenze, nell'ottobre del '50: " Fare intendere Hegel in Italia, vorrebbe dire rigenerar l'Italia. " Io per me credo che, se tu cominci, vedrai sorger per via " elementi di una vita che non aspettavi: io credo che superato " il primo ostacolo, tu ti vedresti padrone di tutta la gioventù " di Torino. Camillo „ [De Meiss, esule anch'esso in Piemonte] " ti " potrà dire che entusiasmo producevano le parole di De Sanctis, " quando egli spiegava qualche pagina dell'*Estetica* di Hegel. " Ha fatto lezione per moltissimi anni, i suoi giovani parlavano " solamente di quel tempo in cui si spiegava Hegel. È un si- " stema quello che, una volta inteso, s'impadronisce di tutte le " cognizioni di un uomo, di tutte le azioni, di tutta la vita! In " Italia non si è ancora visto un simile fatto, e ve ne è bi- " sogno; senza filosofia non si può diventar nazione, e la filo- " sofia italica oggi non v'è, nè vi è speranza, se qualche gio- " vane ardito non si spinge innanzi: ardisci. Persuaditi pure " che le Accademie, che non muoiono in sul nascere, potranno " rinnovare le questioni dei nominali e reali; e non più. Per " Dio! la filosofia non si rinnova ritornando indietro. L'Italia " non deve correre dietro alle pedate di nessuno, ha bisogno " di trovare un sistema che rappresenti tutta la sua naziona- " lità, che raccolga quanti elementi di vita sono in tutta la " penisola; ma, prima di tutto, ha bisogno di ritrovare la co- " scienza di sè medesima, ed a questo nessun sistema è più " capace dell'hegeliano „ (1). Gli ardori del Villari per il filosofo tedesco erano grandemente smorzati nel '54 quando scrisse e stampò il *Saggio*; " le tendenze positive, storiche, antispecu- " lative dello spirito toscano „ già incominciavano a esercitare la loro efficacia sopra di lui, che pure, come notò acutamente il Gentile, in fondo rimase sempre " meridionale „ (2).

La conclusione del *Saggio* è questa: " La scienza può dirsi " definita, ma ancora non esiste veramente; i suoi materiali " sono tutti raccolti, ma mancano ancora di una vita piena e

---

(1) SILVIO SPAVENTA, *Dal 1848 al 1861, lettere, scritti, documenti, pubblicati da* Benedetto Croce, Napoli, Morano, 1898, p. 66, in nota.

(2) GIOVANNI GENTILE, *La filosofia in Italia dopo il 1850.* III. *I positivisti.* II. *Pasquale Villari*; in *La Critica, rivista di letteratura, storia e filosofia,* ann. VI, fasc. V, 20 settembre 1908, p. 350.

" reale. Molte leggi, è vero, abbiamo scoperte, ma moltissime ci
" resta ancora a trovarne; la legge di progresso, parte essen-
" zialissima di questa scienza, è riconosciuta, ma non è ancora
" determinata: bisogna ancora che tutte le civiltà siano esami-
" nate, che le loro leggi si raccolgano insieme, e che da esse
" risultino le leggi universali. Il metodo tenuto negli ultimi
" tempi in Germania, di costruire la scienza *a priori*, bisogna
" che sia temperato alquanto da una ricerca *a posteriori*, e che
" si consideri la filosofia della storia, come una scienza la quale
" ha molti rapporti colle scienze positive; chè se i primi prin-
" cipii che la regolano sono nell'intimo della nostra natura,
" dobbiamo però osservarli ancora quando si manifestano nei
" fatti, se vogliamo con certezza pervenire a ritrovarli ".

Atto Vannucci, nel 1857, si fece direttore del periodico letterario *La Rivista di Firenze*, a cui era unito il *Bullettino delle Arti del disegno* ed esciva mensilmente in dispense, senza che gli articoli, al modo inglese, avessero il nome degli scrittori. Tra i fini che il Vannucci si propose vi fu quello di " se-
" guire in Italia e fuori l'ingegno e il pensiero italiano, ren-
" dendo conto di ogni sorta di opere, e cercandovi sempre il
" concetto morale e civile, senza cui gli scritti servono a in-
" gombro o a vano trastullo, o a peggio ". Tra' collaboratori della nuova *Rivista*, durata soltanto tre anni, fu il Villari, e vi parlò con vivezza d'affetto delle *Memorie* della sua morta amica Margherita Fuller negli Ossoli, che avevano veduto la luce a Boston, fino dal 1852, per cura degli ammiratori di lei (1). Nel '49 si trovò essa alla difesa di Roma, e direttrice dell'ospedale de' *Fate bene fratelli* prodigò le cure più amorose a' feriti, mentre il marito combatteva su' bastioni. Caduta la Repubblica, volse il pensiero a scriver la storia degli ultimi eventi d'Italia, adunò i materiali, ne stese una parte. Si proponeva di condurla a fine e di stamparla in America, orgogliosa di raccontare le sventure e le glorie della sua patria d'elezione, la terra tanto sospirata, dove per la prima volta aveva sentito tutto il vigore e tutta la forza della vita. Imbarcatasi a Livorno, insieme col marito ed il figlio, la nave che li trasportava si perdette sui

---

(1) *Memoirs of* MARGARET FULLER-OSSOLI, Boston, 1852; 2 vol. in 8°.

banchi dell'Isola del Fuoco, e annegarono. Di ciò che le apparteneva scamparono soltanto poche lettere, trovate in una valigia, che l'onda gettò a terra. Ogni pensiero, ogni affetto della Fuller fu con lei sepolto nel mare. Non morranno però le pagine che consacrò alla sua memoria la penna del Villari, fattosi interpetre della riconoscenza d'Italia (1).

Come notò Francesco D'Ovidio, " dal Mezzogiorno egli " ritrasse l'agilità delle virtù logiche e dialettiche, la tendenza " a cogliere ogni questione nel punto più essenziale e ad assor- " gere prontamente dalle analisi ai concetti sintetici, l'abito, in- " somma, filosofico e critico; ed insieme poi quella sua gaia " vivacità, quella giovialità disinvolta. Ma tutto ciò che nel suo " talento meridionale potesse esservi di esorbitante gli era cor- " retto e raffinato dall'ambiente toscano, che altresì gli fece " sentire più forte il desiderio dell'analisi e della ricerca, più " forte il disgusto per le sottigliezze vane e le formule ne- " bulose " (2).

Nell'estate del '57 fece un viaggio in Germania. Il 18 luglio il De Sanctis scriveva da Zurigo al De Meis: " Villari è a " Monaco e mi ha scritto che verrà a Zurigo e poi a Torino... " Vedremo dunque il nostro bravo Villari, lo aspetto con impa- " zienza. Sarà l'unica gioia che avrò gustato a Zurigo ". Dopo aver passato parecchi giorni in compagnia del suo vecchio e diletto maestro, nel tornare a Firenze, si fermò infatti a Torino, per rivedere gli antichi compagni di scuola. Uno di essi — il De Meis — lo accompagnò fino a Genova; e della gita dette poi ragguaglio al De Sanctis. " Figuratevi " — così in una lettera del 5 settembre; — " figuratevi, che per quei monti anda- " vamo disputando come due spiritati, e parevamo come due " scolarelli che escono dalla scuola, e si vanno accapigliando

---

(1) *Rivista di Firenze e Bullettino delle Arti del disegno, pubblicazione mensile di scienze, di lettere e arti, diretta dal prof.* Atto Vannucci, Firenze, tip. di G. Mariani, 1857, ann. I, vol. I, pp. 106-121.

Col titolo: *Le Memorie di Margherita Fuller-Ossoli* il Villari ristampò questo scritto a pp. 363-384 de' suoi *Saggi di storia, di critica e di politica*, Firenze, tip. Cavour, 1868; ed a pp. 231-259 degli *Scritti vari*, Bologna, Zanichelli, 1911.

(2) *Rendiconti della R. Accademia dei Lincei. Classe di scienze morali, storiche e filologiche*, serie V, vol. XXVI, pp. 784-787.

" sopra quello che non hanno ben capito, e non si possono in-
" tendere fra loro. Ben inteso che il vero scolarello era io che
" facevo la parte di quello che giura sulle parole del maestro,
" cioè Hegel, e il povero Villari ne è rimasto scandalizzatis-
" simo, e me n'ha fatte delle belle rimenate, e diceva che non
" si sarebbe mai aspettato di trovarmi tanto indiavolato e in-
" vasato dell'hegelismo — egli dice che non bisogna accettare
" tirannie di nessun genere nel campo della pratica, nè in quello
" della ragione, e dice che voi siete di questo stesso avviso (1).
" Ma io non voglio adesso attaccare una polemica con voi, come
" ho fatto già con lui: vi dico solo che stento a crederci. Vil-
" lari mi ha un poco indispettito con questo suo antihegelismo,
" che non arrivo a comprendere ". Il De Sanctis gli rispose:
" Ho letto il ritratto che mi hai fatto di Villari con molto
" gusto. È veramente quale me lo descrivi, pieno di vita, di
" cognizioni, d'ingegno e di cuore. La sua presenza ha destato
" in me lo stesso effetto che in te; mi ha fatto rivivere, mi ha
" galvanizzato, ma poi mi ha fatto sentir meglio il vuoto in
" cui mi trovo ".

Un'eco delle dispute hegeliane di Torino si sente nella lettera che il Villari, tornato a Firenze, scrisse al maestro il 25 d'ottobre. " Voi mi parlate di Camillo [De Meis], come se
" vi avessi voluto dire qualche cosa poco giusta di lui. Ma io
" gli dissi mille volte a Torino, che lui pensa chiaro come la
" luce e vero come il suo cuore, ma che forse l'amicizia per
" Bertrando [Spaventa] gli faceva dir certe frasi che mi urta-
" vano un poco. Ma, come voi dite, nulla può guastare il suo
" buon senso. Io vi confesso che mi rattristò il vedere Ber-
" trando soffrire tanto e lavorar tanto per seppellirsi nella
" mente d'un altro individuo, grande, grandissimo, ma io non
" so più ammirarlo quando mi vogliono dare la sua testa pel
" mondo della verità ". La frecciata è per l'Hegel. Prosegue:
" Del resto, questo non è nulla. Bertrando soffre tanto che lo
" rammento sempre, penso sempre a lui, vorrei poterlo confor-
" tare: la sua costanza nel lavorare è ammirabile ".

---

(1) Cfr. Benedetto Croce, *De Sanctis e l'hegelismo*; nel *Saggio sullo Hegel, seguito da altri scritti di storia della filosofia*, Bari, Laterza, 1913, pp. 379-405.

Il Villari vagheggiava allora il disegno di fondare un giornale a Firenze. “ Io penso al giornale e mi par quella una “ nuova èra della nostra vita. Se vi riuscirò, e voi mi accom- “ pagnerete davvero „ (scrive al De Sanctis), “ potremmo forse “ ristabilir l'antico circolo „ (1).

Vane speranze: il giornale non ebbe vita.

Capitolo III.

Il Villari e gli studi sul Savonarola.

A Firenze il Governo del restaurato Granduca, calpestando le vecchie tradizioni e la storia, diventava un giorno più dell'altro intollerante, sospettoso, intransigente. Finì con l'usare rigore anche in fatto di opinioni religiose e prese a rintuzzarle e perseguitarle, cosa non mai provata in Toscana. Tutti ne restarono indignati. Una delle prime vittime fu il conte Piero Guicciardini, il quale il 7 maggio del '51 venne chiuso nelle carceri del Bargello, e dieci giorni dopo confinato per sei mesi a Volterra. Riavuta la libertà, prese spontaneo la via dell'esilio e si rifugiò a Ginevra, dove nell'estate del '54 fu a visitarlo la sorella Luisa col marchese Cosimo Ridolfi, suo marito (2). Figlio di Francesco Guicciardini e di Elisabetta Pucci, nacque a Firenze il 21 luglio del 1808; nella giovinezza si volse all'agricoltura, poi alle industrie e col fratello Luigi aprì ne' dintorni di S. Marcello una fabbrica meccanica di carta e una di panni a feltro. Datosi agli studi della religione, s'innamorò della Riforma, che finì con l'abbracciare, e di scritti religiosi formò una biblioteca ricchissima, da lui poi donata a quella Nazionale di Firenze. Vi erano

(1) *Il De Sanctis in esilio, lettere inedite*; in *La Critica, rivista di letteratura, storia e filosofia*, ann. XII, fasc. III, 20 maggio 1914, pp. 194-197.

(2) Luigi Ridolfi, *Cosimo Ridolfi e gli istituti del suo tempo, ricordi*, Firenze, Civelli, 1901; pp. 59, 109 e 233.

Il conte Piero Guicciardini ha alle stampe: *Profezie politiche e religiose di fra Hieronimo Savonarola, ricavate dalle sue prediche da messer Francesco de Guicciardini l'historico.* Impresso in Fiorenza, MDCCCLXIII nel mese d'aprile, da M. Cellini e Compagni; in-4°.

molte delle opere più rare del Savonarola e una quantità di libri e d'opuscoli che lo riguardano. La schiuse al Villari con signorile larghezza, e al Villari fu d'aiuto grande; disgraziatamente però la partenza sua per Ginevra gli tolse il modo di seguitarvi a studiare. Per buona fortuna il danno venne riparato e compensato da un altro gentiluomo fiorentino, il conte Carlo di Giambattista Capponi, allora giovanissimo, il quale, preso di singolare ammirazione per il Savonarola, con assidua diligenza e larga spesa di danaro, s'era dato a raccogliere, e raccolse, quante potè trovare edizioni antiche e moderne delle opere di lui e quanti libri e opuscoli seppe essere stati scritti in tutte le lingue che trattassero della sua vita (1). Con gentilezza pari alla bontà, mise a disposizione del Villari la insigne raccolta, la più ricca e ben ordinata che avesse alcun privato nella nostra penisola e fuori.

Il culto e l'ammirazione per il Frate ferrarese, ridestato in Francia dal Lacordaire (2), ebbe per primo banditore in Italia

---

(1) Discendeva " per retta linea da Gino, bisavo di quel Piero che fu " oratore della Repubblica col Savonarola a re Carlo; il quale, entrato in " Firenze con intendimento tirannico, si sentì prenunziare dal Frate lo " sdegno di Dio, dal Capponi l'ira del popolo ". Fece e procurò parecchie pubblicazioni sul Savonarola, e mise mano a una compiuta Bibliografia de' suoi scritti; che la morte precoce gl'impedì di tirare a fine. Nacque il 29 settembre del 1831; cessò di vivere nell'agosto del 1865. Cfr. Guasti C., *Biografie*, Prato, tip. de' Successori Vestri, 1895; pp. 101-112.

(2) Così lo giudicò: " Je nommerai encore... ce Jérôme Savonarole, " l'ami constant des Français en Italie, l'idole de Florence, dont il défendit " les libertés et voulut réformer les mœurs, vainement brûlé vif au milieu " d'un peuple ingrat, puisque sa vertu et sa gloire s'élevèrent plus haut " que les flammes du bûcher. Le pape Paul III déclara qu'*il regarderait* " *comme suspect d'hérésie quiconque oserait en accuser Savonarole*; et saint Phi- " lippe de Néri conserva toujours dans sa chambre l'image de ce grand " homme ". Cfr. *Mémoire pour le retablissement en France de l'Ordre des Frères Prêcheurs*; nelle *Œuvres du R. P.* H.-D. Lacordaire *des Frères Prêcheurs*, Paris, Poussielgue-Rusand, 1860; I, 59.

Il P. Ceslao Bayonne, che fin dal 1857 raccoglieva materiali per scrivere la vita del Savonarola, saputo che il Lacordaire aveva lo stesso pensiero, glieli offrì, stimolandolo a tirare a fine il lavoro. Gli rispose: " Je " n'ai pas le temps d'écrire sa vie, et c'est d'ailleurs un sujet plein de très- " grandes difficultés. On l'a pris à plusieurs points de vue. Peut être le " véritable est-il encore à trouver; mais il ne me semble pas que la Divine

il P. Vincenzo Marchese di Genova, dell'Ordine anch'esso dei Predicatori. Presa stanza nel convento di S. Marco di Firenze il 1841, nelle sue *Memorie de' più insigni pittori, scultori ed architetti Domenicani* (1) trattò della riforma delle arti italiane tentata da fra Girolamo, de' concetti suoi intorno ad esse, dei seguaci e fautori che in quella l'aiutarono, degli artisti che sotto l'influenza di lui vestirono l'abito de' Predicatori in S. Marco (2). Uno di questi — fra Benedetto da Firenze — minia-

" Providence m'impose ce travail, qui exigerait beaucoup de recherches et " d'application, et par conséquent de loisir ". Cfr. *Étude sur Jérôme Savonarole des Frères Prêcheurs d'après de nouveaux documents par le R. P.* Emmanuel-Ceslas Bayonne *du même Ordre,* Paris, librairie Poussielgue. 1879, p. 403. Si mise allora di nuovo all'opera, spronato dal desiderio di vendicare la memoria del Savonarola; e al Guasti scriveva: " Nous y réussirions " un jour, croyez bien, malgré tous les *Arrabbiati* et la *Civiltà Cattolica* ". Cfr. Guasti C., Op. cit., p. 354. La morte immatura gl'impedì di colorire il disegno.

(1) Firenze, per Alcide Parenti, 1845-46. Due volumi in-8°, con ritratti. Ne fece una nuova edizione, nel 1854, Felice Le Monnier, corretta dall'autore e arricchita di nuove notizie e nuovi documenti. Vennero ristampate a Genova dalla Tipografia della Gioventù nel 1869, ed a Bologna dal Romagnoli, nel 1878. Le tradusse in inglese Carlo Mechan il 1852. Ne parlò Bartolommeo Aquarone nell'*Archivio stor. ital.*, Appendice, tom. III, pp. 212-222.

(2) Ne trattò, calcando in gran parte le orme di A. F. Rio, che nella sua opera: *De la Poésie Chrétienne*, Paris, Hachette et Debecourt, 1836, parla nel cap. VIII " De la grande réforme tentée par Savonarole dans les " sciences, dans les arts et dans toutes les branches de l'éducation publique ", e in quello IX dell' " École religieuse pure formée sous l'influence de Savo- " narole ". Il primo di questi due capitoli fu tradotto in italiano da Cesare Cantù, che lo stampò, il 1837, nel periodico milanese *L'Indicatore,* col titolo: *Fra Girolamo Savonarola.* Il Montalembert ebbe a scrivere: " N'est pas seulement à l'histoire de l'art, c'est à l'histoire religieuse en " général que M. Rio a rendu un service essentiel, en pulvérisant les men- " songes à l'aide desquels les protestants et les philosophes ont jusqu'à " présent exploité le rôle joué par Savonarola au profit de leur haîne contre " l'église romaine... M. Rio a réhabilité les opinions religieuses et poli- " tiques de ce grand homme; il a prouvé que son catholicisme était aussi " pur, que sa politique était sage et éloignée de la démagogie qu'on lui " impute; il a reconquis pour l'église la gloire et le génie de Savonarola. " Qu'il en soit béni! ". Ricordando " les philosophes " il Montalembert colpiva in pieno petto il Bayle, che nel suo famoso *Dictionnaire historique*

tore, musico, poeta, che amò di forte e sincero affetto il maestro, non solo al pari degli altri, ma più degli altri, e molto patì e operò per lui quando era in vita; e morto, ne difese la memoria con tale costanza, da fruttargli, prima l'esilio, poi il carcere; appunto in carcere, ne scrisse in versi rimati la vita, e vi unì la propria, quasi episodio dell'orrenda tragedia. Il Marchese la stampò, accompagnandola con un proemio e arricchendola di note (1). Di fra Girolamo adunò poi quante lettere inedite gli riescì raccogliere, indirizzate alla famiglia, a' principi, agli amici, a' discepoli, per mettere a riscontro la sua vita privata con la pubblica e spiegare questa con quella. Vi unì parecchi documenti, parimente inediti, col medesimo intento; sempre animato dal desiderio d'alzare un lembo del misterioso velo che avvolge la vita del frate ferrarese, che con tanta for-

---

et critique, " con freddo e crudele cinismo ", — mi valgo della penna del Villari — " scagliava contro il misero frate i suoi crudeli e pungenti sarcasmi, chiamandolo ridicolo e basso impostore, degno del martirio che aveva sostenuto ". Raccolse quel fango il P. Modesto Rastrelli, un figlio dell'allora dispersa Compagnia di Gesù. Cfr. la sua *Vita del padre Girolamo Savonarola dell'Ordine de' Predicatori*, Ginevra [Firenze], 1781; in-8°. Si levarono animosi a ricacciarglielo in gola il P. Vincenzo Barsanti e il P. Guglielmo Bartoli, domenicani tutti e due. Cfr. *Della storia del Padre Girolamo Savonarola da Ferrara, domenicano della Congregazione di S. Marco di Firenze, libri quattro* [del P. Vincenzo Barsanti], *dedicati a Sua Altezza Reale Pietro Leopoldo, Arciduca d'Austria, Granduca di Toscana, ecc. ecc.*, in Livorno, MDCCLXXXII. Nella Stamperia di Carlo Giorgi; in-8°; e *Istoria dell'arcivescovo S. Antonino e de' suoi più illustri discepoli. Coll'Apologia di F. Girolamo Savonarola. Libri III, descritti e dedicati a S. A. R. Pietro Leopoldo, Arciduca d'Austria, Granduca di Toscana, ecc. da* F. Guglielmo Bartoli, *domenicano, lettore in S. Marco di Firenze*, in Firenze, per Anton Giuseppe Pagani e Comp., MDCCLXXXII; in-4°.

(1) *Cedrus Libani ossia Vita di Fra Girolamo Savonarola scritta da Fra* Benedetto da Firenze *l'anno 1510*; nell'*Archivio storico ital.*, Appendice, tom. VII, pp. 39-95.

L'*Avvertimento* occupa le pp. 41-58. Il Marchese lo ristampò col titolo: *Della vita e delle opere di Fra Benedetto Fiorentino, poeta e miniatore del secolo XVI, con un saggio intorno agli antichi Poeti Domenicani*, a pagine 367-438 de' suoi *Scritti vari*, Firenze, Felice Le Monnier, 1855; in-16°; e col titolo di *Saggio intorno agli antichi Poeti Domenicani*, a pp. 123-205 del vol. II degli *Scritti* stessi, *seconda edizione, riveduta e accresciuta dall'autore*, Firenze, Felice Le Monnier, 1860.

tezza sostenne il martirio " in nome di Dio e della Patria „ (1). Nel *Sunto storico del convento di S. Marco di Firenze* tornò a parlarne, e la gagliardia dell'affetto lo rese eloquente (2).

Il Marchese, " elegante scrittore, sincero cattolico, animo ardentemente innamorato del vero e della libertà „, ebbe per il Savonarola " una venerazione che somigliava quasi ad un " culto religioso „; era però " troppo grande ammiratore del suo eroe, per esserne storico affatto imparziale „. Il giudizio è del Villari, che ricorda d'essere stato sempre incoraggiato da lui " con affetto paterno „. Di più, " egli non aveva fatta quella " serie continuata di ricerche, indispensabili a chi vuole scrivere " una vera biografia „, e di fra Girolamo " conosceva solo una " parte delle opere e delle prediche „ (3); poi l'abito che portava in dosso gli era di freno alla lingua, e amava meglio restasse un po' di nebbia intorno alla memoria del suo confratello, che squarciare il vero nella sua pienezza riguardo alla riforma ecclesiastica da lui con tanto coraggio tentata. Lo confessò apertamente a Paolo Luotto, dicendogli con le braccia levate al cielo e le mani congiunte: " Figlio mio, a difendere, in questo " campo, fra Girolamo, bisogna mostrare tante infamie, svelare

---

(1) *Lettere inedite di Fra* Gerolamo Savonarola *e documenti concernenti lo stesso, raccolti e ordinati dal P.* Vincenzo Marchese *de' Predicatori*; nell'*Archivio storico italiano*, Appendice, tom. VIII, pp. 73-203.

Il Marchese ne ristampò la *Prefazione* ne' suoi *Scritti vari*, pp. 319-366 della prima edizione; e pp. 69-122 del vol. II della seconda, da lui riveduta e accresciuta.

(2) *San Marco, convento dei Padri Predicatori in Firenze, illustrato e inciso principalmente nei dipinti del B. Angelico: con la vita dello stesso pittore, e un sunto storico del convento medesimo del P.* Vincenzo Marchese, *domenicano*, Firenze, a spese della Società Artistica [Prato, co' tipi di David Passigli], 1850-53; in-fol.

L'opera si compone di 20 fascicoli di due fogli di stampa di 8 pagine per ciascuno, ed è adorna di 40 tavole incise in rame. Ogni fascic. costava 8 paoli. Gli artisti editori furono: Antonio Perfetti, Filippo Calendi, Domenico Chiossone, Filippo Livy e Gustavo Bonaini. Il Marchese ristampò il *Sunto storico del Convento di S. Marco di Firenze* a pp. 1-287 de' suoi *Scritti vari*, Firenze, Felice Le Monnier, 1855; in-16°. Nella seconda ediz. degli *Scritti vari*, Firenze, Felice Le Monnier, 1860, il *Sunto* occupa il volume primo.

(3) Villari P., *Prefazione* alla prima edizione della *Storia di Girolamo Savonarola e de' suoi tempi*, Firenze, Le Monnier, 1861, vol. II, pp. x e xii.

" tante lordure! Il tempo farà certamente giustizia... La causa " del Savonarola cammina; ma a' cattolici torna amara la sua " completa rivendicazione, se lo consideriamo levato contro il " guasto nella Chiesa e alle prese co' vizi del clero „ (1). Nel '50 chiudeva il proemio alle *Lettere inedite* del Savonarola, " facendo voti perchè egli rinvenga finalmente uno storico grave, " diligente, lontano da ogni esorbitanza, e sinceramente cattolico „. Ristampando quel proemio nel '54, si compiaceva che " in meno di venti anni „ avessero veduto la luce " ben sei " vite „ del suo confratello. " Due — scrisse — ce ne ha date " l'Alemagna, due l'Inghilterra, due la Francia, e due se ne " preparano in Italia „ (2). Erano quelle del Villari e di Bartolommeo Aquarone, che vennero poi fuori quasi a un tempo.

L'Aquarone, nato a Porto Maurizio il 24 agosto del '15, presa che ebbe la laurea in legge nell'Università di Genova, venne in Toscana, dove allora la polizia di Leopoldo II non dava le molestie che martoriavano i sudditi di Carlo Alberto; e vi rimase dal '42 al '50. Abitava in una modesta casuccia di campagna ne' dintorni di Firenze, fuori di Porta S. Nicolò, e quasi ogni mattina andava a piedi a studiare nella Biblioteca del convento di S. Marco, tutto intento a scrivere la *Vita di fra Jeronimo Savonarola,* incominciata nel 1844. Collaborò al giornale fiorentino *L'Alba*, insieme con Giuseppe La Farina negli anni 1847 e '48; dopo la restaurazione, diresse *Il Costituzionale*, che poi nel giugno del '50 venne soppresso, e l'Aquarone fu scacciato dalla Toscana (3). Dalla quale, l'anno dopo, ebbe pure

---

(1) Paolo Luotto, *Il vero Savonarola e il Savonarola di L. Pastor. Seconda edizione*, Firenze, Successori Le Monnier, 1900, p. 242.

(2) Marchese V., *Scritti vari*, prima ediz., p. 366. Cfr. la p. 122 del vol. II della seconda edizione.

(3) Il Governo ritenne " atti a turbare l'ordine e la tranquillità pubblica „ gli articoli da lui scritti nel *Costituzionale*; giornale che gli era un vero prugno negli occhi, meditando fin d'allora Leopoldo II d'abolire il giurato Statuto, che da Gaeta aveva promesso di mantenere. L'Aquarone riparò in Piemonte, dove il 14 decembre di quell'anno fu nominato professore di storia e geografia nel Collegio convitto di Alessandria, con lo stipendio di lire mille ottocento annue. In quella città stampò la *Vita di fra Jeronimo Savonarola*. Il primo volume uscì fuori, co' torchi di Carlo Astuti, nel 1857; il secondo, impresso nella tipografia Gazzotti e comp.,

lo sfratto il P. Marchese, accusato d'essere nemico del principe, del papa e della religione. Il perseguitare un uomo così pio e mansueto e di tanta dottrina sdegnò tutti; e l'indignazione fu tale da forzare il Governo a richiamarlo. Il Marchese, per altro, ricusò di tornare dove al suo onore era stato fatto un così ignobile oltraggio (1).

---

diretta da A. Bonino, nel 1858. Nella prefazione dichiara: " Provandomi a " evocare e risuscitar dalle ceneri quella grande figura, ricercai: 1° La vita " di lui nel secolo — il cittadino; — 2° La vita di lui nel monastero — " il riformatore; — 3° La condizione di quella società, per cui gli fallì la " riforma e cadde — la protesta e il martire ". L'11 decembre del '59 scriveva a Gabrio Casati, ministro allora dell'istruzione pubblica: " Dopo avere " insegnato per dieci anni nel Collegio di Alessandria, con assiduità, con " coscienza e adeguatamente, per quanto concedevano le sue deboli forze; " dopo avere per quattro anni diretto e compilato un giornale politico in- " teso a propugnare l'indipendenza d'Italia e a ricordare la dignità propria " agl'Italiani; dopo avere tradotto dall'inglese *Il Dottor Antonio*, lavoro di " un italiano, che era indecoroso non conoscesse l'Italia; dopo avere scritto " la *Vita di fra Jeronimo*, la quale (se il desiderio di aver fatto cosa buona " non lo gabba) trovò qualche gradimento presso gl'intelligenti; dopo tutto " questo, non avendo mai ottenuto un fatto, un atto, o una parola di con- " forto da' suoi superiori; il sottoscritto, signor Ministro, è venuto nella " deliberazione di rassegnare la sua dimissione da professore di storia e " geografia nel Collegio di Alessandria ". Fu accettata, " con rincresci- mento ", il 22 di quello stesso mese. Il Governo provvisorio della Toscana lo nominò professore di storia nell'Università di Siena; cattedra che gli fu poi mutata in quella di diritto costituzionale, unendovi anche il diritto amministrativo.

(1) Ferdinando Ranalli afferma essere " quelle calunnie provenienti " dallo stesso monisterio " di San Marco, " dove il Marchese avea avver- " sari implacabili, che alla sua fama invidiavano ". Cfr. Ranalli F., *Le Istorie italiane*, Firenze, Le Monnier, 1859; IV, 322. In questo racconto non vi è ombra di vero; nel convento di San Marco era da tutti amato e stimato. Furono gli altri ordini religiosi, spalleggiati da alcuni sacerdoti intransigenti, che suscitarono la tempesta; non sapendo perdonare al Marchese d'avere affermato nel proemio al *Cedrus Libani* di fra Benedetto da Firenze: " Tre grandi italiani, usciti in tempi diversi da un chiostro me- " desimo, ebbero dolorosa la vita, dubbia e combattuta la fama, e due tra " essi crudelissima la morte. Giordano Bruno, Tommaso Campanella e Ge- " rolamo Savonarola lasciarono in forse quale fosse più grande o più sven- " turato. Tutti e tre instauratori o cultori di una nuova filosofia in Italia; " e tutti e tre nemici di ogni maniera di tirannide ".

Cesare Guasti scrive: " Questo non tacerò, che la persecuzione mi

Il Villari, che lo amava riamato, ne sentì dolore, e nell'*Archivio storico italiano*, pigliando in esame le due nuove biografie del Savonarola, scritte dal Madden e dal Perrens, ricordò le ricerche " coscienziose „ e " originali „ del P. Marchese, affermando animoso: " Ha comune col Savonarola la castità " dell'animo, l'ardente zelo per la religione, il santo amore di " una temperata libertà „. Soggiungeva: " Dopo tanti scritti

---

" strinse di più forte affetto al P. Marchese, già a me legato di cara ami" cizia.... Il P. Marchese fu denunziato all'autorità politica per avere stam" pato clandestinamente in San Marco il *Cedrus Libani* di frate Benedetto, " che dal Savonarola aveva ricevuto l'abito de' Predicatori, e alla memoria " del Savonarola aveva consacrato i suoi scritti: nè valse mostrare che " quella innocua scrittura fosse da qualche anno stampata, con l'approva" zione dei Regi Censori, in un volume che faceva parte dell'*Archivio sto" rico italiano*. Al frate straniero fu dato termine tre giorni a lasciare il " suolo Toscano „. Cfr. Guasti C., *Opere*; II, 299.

Nel giornale fiorentino *Il Costituzionale* fu stampato, nel maggio del '51, un articolo anonimo in sua difesa. Incominciava: " Un fatto doloroso è av" venuto in questa città. Dalla Delegazione del Quartiere di Santa Croce " è stato imposto lo sfratto entro ventiquattro ore al P. Vincenzo Marchese " da Genova, dell'Ordine de' Predicatori, sotto la grave accusa di essere " nemico alla religione, al papa e al Governo. Sappiamo che a questa tre" menda imputazione l'umile frate rispose protestando che per la nostra " religione e per il sommo pontefice avrebbe sempre offerto la sua vita; " che del Governo erasi sempre astenuto di parlare, come cosa che non " riguardava l'istituto della sua vita „. L'articolo fu scritto da Gaspero Barbèra, il valente editore. Lo confessa egli stesso nelle sue *Memorie*, e soggiunge: " Procurò al P. Marchese molta soddisfazione; perchè a nome " del Governo granducale il prof. Bonaini gli fece, senza por tempo in " mezzo, le sue scuse, e venne tosto revocato il decreto di espulsione. Ma " il P. Marchese, ringraziando, non accettò „. Cfr. Barbèra G., *Memorie di un editore*, Firenze, Barbèra, 1883; pp. 66-68, 467-468 e 528. Come realmente andassero le cose si rileva dalla seguente *Memoria per S. E. il Consigliere Leonida Landucci, Ministro dell'Interno del Granducato di Toscana*, che è inedita e si conserva nel R. Archivio di Stato in Firenze:

" *Eccellenza*,

" Il sottoscritto Padre Vincenzo Marchese de' Predicatori, nativo di Genova, Professore onorario dell'I. e R. Università di Siena, e Socio di onore dell'I. e R. Accademia fiorentina di Belle Arti, umilissimo servo di Vostra Eccellenza, ha l'onore di rappresentarle rispettosamente

" Come dopo di avere dimorato per il lasso di anni dieci nel convento di S. Marco di Firenze, con l'intendimento particolare di scrivere la Storia degli Artisti Domenicani e d'illustrare i preziosi dipinti dell'Angelico e di

" sul Savonarola, ancora resta molto a desiderare. Gl'Italiani,
" quando se n'eccettui il solo P. Marchese, hanno da lungo

---

fra Bartolommeo, che si vanno presentemente pubblicando, venne richiamato dalla Delegazione di S. Croce e intimatogli di lasciare la Toscana per gravi addebiti.

" Come si uniformò alla intimazione soprindicata, non perchè stimasse che gli fossero secondo verità date quelle incolpazioni, ma perchè egli è uso di rispettare gli ordini dell'autorità.

" Come non appena uscito dai confini del Granducato e ricondottosi in Genova, sua patria, ricevè lettera, scrittagli dal Profess. Franc. Buonaini, col quale era legato per vincoli di antica amicizia e per conformità di studi; nella qual lettera gli veniva significato, che il Sig.r Prefetto del Compartimento fiorentino, prese accurate informazioni, aveva trovati esser falsi e insussistenti gli addebiti per i quali era stato espulso dal Granducato, e in vista di questo dover l'esponente ritenere come non datogli l'ordine di partire dalla Toscana.

" Come fu di gran conforto ad esso un tal annunzio, perchè gli faceva conoscere come gli fosse stata resa una pronta giustizia, e gli dava speranza di potersi ricondurre ai suoi prediletti studi in materia di Belle Arti, ai quali solamente avrebbe potuto attendere vivendo in Firenze, dove è copia di documenti e di opere di disegno.

" Come nella sua lettera responsiva al Profess. Buonaini, mentre lo incaricava di far presente al Sig.r Prefetto di Firenze i più vivi sentimenti della sua gratitudine, gli faceva per altro conoscere la necessità di ottenere dalla giustizia del Governo Toscano quella più ampia riparazione che fosse possibile, e che gli era necessaria anche per le sue condizioni di religioso e di scrittore.

" Come persistendo in questo desiderio, volendo che ne consti nel modo il più ampio ed esplicito, all'Eccellenza Vostra ardisce di rinnovare più formalmente una tal domanda, certo che il Governo Toscano sia per adottare una misura che, non solo gli renda possibile il ritorno nel Granducato, ma che lo garentisca efficacemente dalla calugna e dalla persecuzione.

" Tanto egli si confida ottenere dalla somma giustizia e religione della Eccellenza Vostra.

" Genova, 11 giugno 1851.

" Umil.mo Devot.mo ed Obbl.mo Servo
" Vincenzo F.o Marchese de' Predicatori ".

L'onesta domanda non trovò ascolto presso il reazionario ministro Landucci, e il Marchese sdegnò di tornare in Toscana. Monsig. Ferdinando Baldanzi, vescovo di Volterra, il 16 aprile del 1851 scriveva da Roma al Guasti: " Il P. Jandel [generale de' Domenicani] è convinto dell'ingiustizia " con cui si procede contro il P. Marchese; egli ne sa le virtù, i talenti, " i meriti. Crede che il Governo, male informato, e ormai indisposto contro " di lui, voglia rimuoverlo senza comparire di farlo, perchè teme di farsi " odioso con un atto che colpisce un uomo di buona reputazione. Ma lo " vuole lontano, perchè dànno sospetto le frequenti visite di artisti o di " amatori delle arti, di ogni nazione, di ogni colore, che egli riceve ". Cfr. Isidoro Del Lungo, *Vincenzo Marchese e Cesare Guasti dal loro carteggio inedito (1845-1887)*; nella *Rassegna nazionale*, di Firenze, ann. XX, vol. CII, 16 agosto 1898, pp. 641-642.

" tempo del tutto abbandonato il soggetto; gli stranieri lo
" hanno studiato con diligenza, con perseveranza, con penetra-
" zione; ma l'indole di quell'uomo fu troppo essenzialmente na-
" zionale, per non venire alterata sotto la loro penna „ (1).

Il giudizio sulle due biografie, comparso alla luce nel 1856, fu veramente il primo saggio che l'ingegno del Villari dette della propria potenza e originalità come storico; lo fece conoscere, lo fece apprezzare; valse a rompere, in grandissima parte, il cerchio d'indifferenza e di diffidenza che intralciava il cammino al " giovane napoletano „, come lo chiamavano allora a Firenze. Quel saggio indusse Felice Le Monnier, uno degli editori più in voga, ad accogliere nella propria *Biblioteca Italiana* la sua *Storia di Girolamo Savonarola.* La stampa incominciò nel '58; il primo volume venne pubblicato nel decembre del '59; il secondo nell'aprile del '61 (2).

Ne parlò subito la *Rivista di Firenze.* Ebbe a dire: " Il
" napoletano signor Pasquale Villari, molto innamorato degli
" studi storici, fece tesoro di tutto quanto fu scritto intorno al
" Savonarola, peraltro con attento esame e ponderato criterio
" cercando di sceverare dal falso il vero e rettificando giudizi
" erronei ed avventati. Ma non bastava: per giungere a questo,
" conveniva perlustrare il campo già da altri percorso e sco-
" prirvi nuova messe da raccogliere. Il signor Villari spese in
" ciò lungo tempo e lunghi studii con solerzia indefessa e direi
" rara a trovarsi in giovine dell'età sua, quando gli impeti del
" sangue sono più caldi, e l'animo meno si piega alle pazienti
" ricerche negli archivi e nelle biblioteche. Ma gli studii fati-
" cosi e la polvere dei documenti non arrestarono lo scrittore,

---

(1) *Archivio storico ital.*, nuova serie, tom. III, part. I, pp. 105-124.
Questa recensione è firmata Y. Il Villari la ristampò col titolo: *Due biografi del Savonarola* a pp. 165-192 de' *Saggi di storia, di critica e di politica, nuovamente raccolti e riveduti dall'autore*, Firenze, tip. Cavour, 1868; in-8°; e di nuovo nel volume: *Arte, storia e filosofia, saggi critici*, Firenze, Sansoni, 1884, pp. 295-335.

(2) *La Storia* | *di* | *Girolamo Savonarola* | *e de' suoi tempi* | *narrata da* PASQUALE VILLARI | *con l'aiuto di nuovi documenti.* | *Volume primo.* | Firenze | Felice Le Monnier | 1859; in-16° di pp. 489, oltre 6 in principio e 3 in fine n. n. — *Volume secondo.* | Firenze | Felice Le Monnier | 1861; in-16° di pp. XXVIII-224–CDXXVII, oltre 4 in principio e 3 in fine n. n.

" giacchè oltre al desiderio di dare alla luce un'opera che riu-
" scisse pregevole per dottrina istorica, volle eziandio che avesse
" uno scopo altamente nazionale, e con libero animo di citta-
" dino intese di far sull'altare della patria offerta del suo
" libro „. Si augurava " di presto veder pubblicato il secondo
" volume „, sperando " trovar con lo stesso zelo proseguita la
" narrazione dei casi ammirabili „ del frate infelice, " di cui può
" dirsi che ebbe alti sensi, profondo sentimento religioso, forte
" amore di libertà, e che fu uno dei martiri sacrificati al vecchio
" errore della potestà temporale dei Papi „ (1).

Isidoro Del Lungo, nel pubblicare alcuni nuovi documenti intorno al Savonarola, prese a confrontare insieme le biografie del Frate scritte dall'Aquarone e dal Villari. " Nell'una e nel-
" l'altra troviamo „ (così il Del Lungo), " ciò che più o meno
" mancava nelle straniere, svolto compiutamente su lo studio
" dei fatti il duplice carattere del Savonarola e della sua ri-
" forma: religioso e politico. I biografi stranieri, che i fatti
" trascuravano o fraintendevano, aveano quasi tutto con l'inter-
" pretazione delli scritti ricostruito l'edifizio savonaroliano; e
" come l'interpretazione offre sempre adito al dubbio e, secondo
" il Rudelbach mostrò, alla mala fede, così le incertezze e gli
" errori abbondarono. Coi biografi italiani torniamo ai fatti; e
" più col Villari, che sui documenti delli archivi fiorentini con-
" dusse fedelmente la sua storia, e potè per essi chiarire molte
" parti della vita del frate e respingerne molte accuse: non
" pur quelle de' narratori moderni, che e narravano e accusa-
" vano a caso, ma de' nostri vecchi storici, le cui parole hanno
" troppo maggiore autorità... L'Aquarone divide il lavoro in tre
" libri: nel primo si comprendono gli anni giovanili e la predi-
" cazione avanti la rivoluzione del '94; il secondo va dalla ca-
" lata di Carlo VIII sino alla scomunica, nel '97; il terzo, i
" contrasti con Roma sino alla morte. Seguono i documenti,
" quasi tutti tolti dal Meier (2). In quattro libri il Villari;

(1) *Rivista di Firenze*, ann. III [1859], vol. VII, pp. 455-463.

(2) Federico Carlo Meier, dopo aver fatto lunghe e pazientissime ricerche negli archivi e nelle biblioteche di Firenze e di Venezia, tornato in Germania, dette mano a scrivere una nuova biografia del Savonarola. Cfr. *Girolamo Savonarola auss grossen Theil handschriftlichen Quellen darge-*

" primo, *la gioventù del Savonarola ed i suoi primi lavori* [1452-
" 1494]; secondo, *il Savonarola entra nella vita politica* [1494-95];
" dove si descrive *il governo fondato e ispirato da lui*; terzo, *il*
" *Savonarola in lotta con Roma. Pericoli della Repubblica Fioren-*
" *tina* [1495-97], innanzi la scomunica: quarto, *la scomunica, le*
" *ultime predicazioni e la morte.* Seguono i documenti „; de' quali il Del Lungo mostra la qualità e il pregio. Prosegue: " Ora
" delle due narrazioni. Io cerco quanto abbiano congiunta la
" storia del frate alla storia dei tempi, poichè ho detto questo
" parermi ciò che principalmente dovea farsi. Sendo impossibile
" una compiuta analisi, parlerò per esempii. L'invasione di
" Carlo VIII, il fatto principale dei tempi, è raccontata e illu-
" strata diffusamente dall'Aquarone, e assai bene; ma durante
" la narrazione, Firenze e il frate spariscono. Il Villari è più
" breve, ma lega tutto al soggetto: arte che spesso manca al-
" l'Aquarone, sebbene egli citi più frequentemente opere del
" frate. La predicazione dell'Avvento del '94, il fatto principale
" del frate, è nell'Aquarone staccata dalla riforma del Governo
" seguitone; l'una si descrive nel capitolo VI, l'altra nel VII
" del libro II; il Villari congiunge prediche e riforme così stret-
" tamente, ne scuopre con tanta acutezza la connessione e le
" ragioni, che quel suo capitolo V del libro II, dove la infuo-
" cata parola del frate si alterna ai solenni documenti del senno
" repubblicano de' nostri padri, come è il più laborioso, così è
" forse il più bello dell'opera. Ma le prediche, qui e altrove,
" sono analizzate con maggior minutezza e riferite con affetto
" talvolta quasi oratorio dall'Aquarone; il quale anco è minuto,

---

stellt von Fr. Karl Meier, Berlin, Reimer, 1836; in-8°. Come osservò il Villari, " quasi tutti i codici che i biografi posteriori ci annunziarono come
" scoperti da loro, quasi tutti i documenti che furono pubblicati col titolo
" di *nuovi*, erano già stati trovati dal Meier, e sono citati o riportati nel
" suo libro. Ma, incredibile a dirsi, l'autore non seppe cavarne alcun pro-
" fitto. In lui è una strana mescolanza di maravigliosa diligenza e pazienza
" da un lato, d'imperdonabile negligenza ed inesattezza dall'altra. Egli de-
" plora la perdita d'alcuni documenti; eppure si trovano in quei medesimi
" codici, ch'esso ha scoperti e continuamente citati „. Il Villari, " nel col-
" lazionare i documenti da lui pubblicati „, vi trovò " assai spesso errori
" e lacune imperdonabili in qualunque più negligente scrittore, ma ine-
" splicabili nel Meier, che, per solito, è così diligente e scrupoloso „.

" dove il raccogliere sotto brevità giova meglio, cioè nell'esame " delle operette filosofiche del frate. Insomma l'Aquarone più " analitico, il Villari più sintetico; questo, perchè l'Aquarone " ha condotta la storia più che altro su gli scritti del frate; il " Villari studiava sì li scritti, ma la propria sua fonte furono " i fatti, dove le teorie incarnandosi si raccolgono e quasi si " condensano; studiava i fatti, pe' quali aveva a sua disposizione " maggior ricchezza di documenti „ (1).

La *Vita* dell'Aquarone è da un pezzo travolta nell'oblio; invece la *Storia* del Villari serba intatta la sua robusta e giovanile freschezza. Le riviste straniere, non solite allora a occuparsi di opere italiane, le furono larghe di lodi, ne fecero a gara l'estratto. Nel '63 fu tradotta in inglese dall'Horner; nel '68, in tedesco dal Moritz Berduschek; nel '74, in francese dal Gruier.

Scelta Firenze come stanza d'esilio, per condurre a fine la incominciata biografia, appena si fu addentrato nelle ricerche, rovistando instancabile e paziente le biblioteche e l'archivio, capì che per trattare in tutta la sua pienezza un argomento come quello e sciogliere tutte le questioni che vi si annodano e collegano, bisognava che ricominciasse daccapo. Ebbe il coraggio di mandare in pezzi il manoscritto e di rifare il lavoro sotto un aspetto intieramente nuovo. Senza mai lasciarsi scoraggiare dalle difficoltà dell'impresa, che furono molte e gravi; sempre rammentandosi che il " non risparmiare nè diligenza, " nè fatica di sorte „ era un " dovere „ per lui, v'impiegò " più " anni „. Confessò nella prefazione: " La norma con cui procedemmo sino alla fine, fu di leggere tutti i moderni; ma di " non ammettere altra autorità, se non quella degli scrittori " contemporanei, delle opere del Savonarola, dei documenti ori- " ginali „. Dopo avere studiate le biografie, si dette alla ricerca del processo, " che aveva sempre destata così grande curiosità „. Il processo a stampa era noto a tutti; ma il Savonarola era stato esaminato tre volte, e il Villari scoperse i manoscritti degli altri due esami; e quelli de' suoi compagni di martirio, fra Silvestro Maruffi e fra Domenico Buonvicini. Questi docu-

(1) Isidoro Del Lungo, *Fra Girolamo Savonarola*: nell'*Archivio storico italiano*, nuova serie, tom. XVIII [1863], parte I, pp. 3-18; e parte II, pagine 3-41.

menti però gli davano " poca luce, perchè tutti erano in molti luoghi falsificati dal notaio della Signoria ". Invece, cavò " grandissimo vantaggio ad illustrare la storia degli ultimi giorni del " Savonarola " dagli interrogatorii di molti altri implicati nel processo, " autografi in un codice che il Meier aveva, per la " prima volta, scoperto, senza però esaminarlo con diligenza ". Rinvenne " una copia della vera e genuina esamina di fra Domenico, che egli aveva scritta di proprio pugno ". Del Savonarola il notaio aveva trascritte e alterate le confessioni, e andarono, a quanto sembra, smarrite; il Villari ebbe la fortuna di trovare " i manoscritti di due autori che le avevano viste, e, " paragonandole col processo a stampa, ne avevano notato tutte " le principali differenze ". Que' due manoscritti erano le *Giornate* di Lorenzo Violi, che " da lungo tempo sembravano affatto " smarrite ", e la terza parte del *Vulnera diligentis* di fra Benedetto da Firenze. Così intorno al processo potè raccogliere tutte le notizie desiderabili, tutti i particolari più minuti; e il fatto, tanto " oscuro e controverso, dell'esperimento del fuoco " ebbe modo di metterlo " nella sua vera luce " (1).

---

(1) Il Villari, nel 1862, a p. XXI della *Prefazione* alla prima edizione così scrisse, in nota: " La curiosità che destavano questi processi era tale, " ed il tempo che dovemmo impiegare a compiere il nostro lavoro fu così " lungo, che non ci era possibile impedire che altri pubblicasse alcuni dei " documenti che noi andavamo trovando e dei quali, certo, non volevamo " far mistero. Per queste ragioni, non possiamo presentare come inediti, " tutti i documenti intorno al processo, che noi scoprimmo in Firenze; nè " possiamo astenerci dal metterli nella nostra Appendice, perchè quelle " pubblicazioni, curate da chi non aveva fatto studio particolare del soggetto, dovettero, per necessità, riuscire imperfettissime. Così avvenne della " pubblicazione di un dei processi apocrifi del Savonarola, fatta dal chiarissimo prof. Paolo Emiliani Giudici nell'appendice alla sua *Storia dei Municipii italiani*. Più diligenti furono gli eruditi compilatori del *Giorn. stor. degli Archivi toscani*, nel pubblicare altri documenti, una parte dei quali " noi avevamo ritrovati, e parte ne avevamo raccolti, dietro alcune indicazioni date dal Meier. Nondimeno, anche questa pubblicazione riusciva " assai incompiuta e scorretta, come avremo occasione di mostrare ". Ristampando questa nota, il 1887, nella " nuova edizione ", così la rifece: " Il tempo necessario a compiere questo nostro lavoro fu assai lungo, e la " curiosità che destavano i documenti da noi scoperti, massime i varii processi, fu tale e tanta, che molti s'accinsero a profittar d'una parte di essi, " prima che il nostro libro venisse alla luce. Noi non potemmo impedirlo, " non volendo, coll'affrettare la stampa, sciupare ogni cosa. Il prof. Paolo

Datosi a studiare " minutamente „ gli scritti del Savonarola, restò sorpreso della " negligenza incredibile ed imperdo- " nabile dei biografi „; finì col persuadersi che " non avevano " lette quelle opere che citavano di continuo „. " Come spiegare " altrimenti (esclama) l'ignoranza di quasi tutte le notizie che " ivi si trovavano? Come spiegare la così imperfetta conoscenza " delle dottrine religiose del Savonarola, e l'ignoranza assoluta " del suo sistema filosofico? Essi hanno alle mani un gran pen- " satore e non se n'avvedono; s'arrestano a uno scritto che non " ha valore alcuno, mentre lasciano inosservato quello appunto " dove si vede tutta l'originalità del loro autore. Chiedono con " istanza cosa pensava il Savonarola nella prigione, quale era " il suo animo? E appena guardano ciò che egli scriveva nella " prigione „. Il Villari non lasciò inosservato " un solo verso „ del Savonarola, dedicando " parecchi anni di studio paziente a " quest'ardua impresa, senza la quale non sarebbe stato possibile " di scrivere una seria biografia „. Non contento delle opere a stampa, andò in cerca de' suoi scritti inediti e delle sue lettere, non senza fortuna. Fu il primo a scoprire e il solo che esaminasse le " note autografe, microscopiche e quasi indeciferabili „, di cui ricoprì i margini d'una Bibbia. Prese a studiare la sua

---

" Emiliani-Giudici pubblicò in appendice alla sua *Storia dei Comuni italiani* non solo il processo già edito del Savonarola, ma anche i due pro- " cessi inediti, da noi la prima volta ritrovati. Il *Giornale storico degli Archivi toscani* (vol. II) andò più oltre. Non appena noi ponemmo mano alla " stampa, che s'affrettò a pubblicare i processi di Fra Domenico e di " Fra Salvestro, anch'essi da noi scoperti. E vi aggiunse le esamine degli " altri accusati e testimonii, delle quali il sig. Meier aveva dato la prima " notizia, e che noi avevamo raccolto pel nostro lavoro, come ai direttori " di quel giornale era notissimo, avendolo il P. Marchese, sin dal 1855, " annunziato per le stampe (*Scritti vari*, pag. 246, nota 2). Ci risentimmo " allora pubblicamente, narrando il fatto nei suoi particolari. Non potemmo " però rinunziare a stampare quei documenti, non solo perchè, letterariamente parlando, li giudicavamo nostri; ma ancora perchè la pubblica- " zione n'era stata fatta in gran fretta, senza critica, senza note o illustra- " zioni d'alcuna sorta, e però senza cavarne alcun costrutto „.

Il cenno datone dal P. Marchese è il seguente: " Queste disamine " con molti documenti inediti saranno pubblicati dall'egregio signor Pasquale " Villari, napoletano, che da più anni si travaglia intorno ad una storia " del Savonarola „. La *Dichiarazione* del Villari vide la luce nel periodico fiorentino *Lo Spettatore*, ann. IV, n° 33, 15 agosto 1858, pp. 390-392.

vita politica e le vicende della Repubblica al tempo suo, in modo affatto nuovo. Con la guida delle Provvisioni potè rifare fedelmente la costituzione di Firenze; con la guida delle Pratiche, " o sieno bozze dei discorsi tenuti in Consiglio „, potè " conoscere da vicino le passioni e gli uomini „ che avevano dato alla Repubblica nuova forma e nuova vita. Si accorse che in quelle Pratiche sta nascosto " un tesoro sconosciuto dell'an-" tica sapienza ed eloquenza civile degl'italiani „. Mettendo a riscontro questi documenti con le prediche del frate di S. Marco, potè vedere " fino a qual segno „ era stato esso " lo spirito " animatore del gran dramma politico „ da lui preso in esame. Nè gli sfuggirono " le corrispondenze inedite dei privati; le let-" tere segrete d'alcuni ambasciatori ed agenti di Governi italiani; " un numero grandissimo d'opuscoli religiosi o politici editi o " inediti; le poesie popolari „, non tralasciò nulla di ciò che poteva dargli " un ritratto più fedele degli uomini, delle passioni " politiche e religiose „ del tempo in cui visse, operò e morì il Savonarola. Scrisse di lui e del suo secolo " senza alcuna idea " preconcetta „; tenendo sempre impressa nella mente la massima: " chiunque imprende a narrare il passato, entra in un terreno " sacro e inviolabile „, e sacro e inviolabile rimase per lui (1).

Il Villari, il 7 gennaio del '60, scriveva al De Sanctis, allora sempre a Zurigo: " Io ho pubblicato il primo volume " del mio *Savonarola*, che vi mando... Attendo il vostro parere " con ansietà infinita „. " Villari m'ha scritto, ma non ho an-" cora ricevuto il suo libro, inviatomi per la posta, e puoi " pensare con che impazienza l'aspetto „ — così il De Sanctis in una lettera al De Meis, del 12 di quel mese. " Il mio libro " è piaciuto in Toscana assai „ (così il Villari al De Sanctis in una lettera del 4 di febbraio); " ma i napoletani mi attaccano " sulla lingua: *vi sono certe frasi moderne!* Questa è la con-" danna dei compatriotti; ma la più parte di essi non hanno " letto il libro... Io non so se voi avete letto il Perrens, che è " l'ultimo lavoro sul Savonarola. Io vi posso assicurare che " un merito vi è certo nel mio libro, quello di essere costruito " nuovo di pianta. Della filosofia del Savonarola niun biografo " ha pure sospettato. La parte politica è tutta cavata dai mss.

(1) Cfr. la *Prefazione* alla prima edizione, pp. XX–XXVI.

" degli Archivi. Il capitolo sulle Profezie è di mio capo, riscon-
" trato solo con molti documenti. Così, per esempio, niuno ha
" fin adesso studiato le *Pratiche* della Repubblica, le quali forse
" un giorno riveleranno una sorgente di eloquenza civile ita-
" liana affatto sconosciuta ".

Finalmente l'aspettato volume giunse a Zurigo e il De Sanctis " a prima fame " lo scorse " qua e là rapidamente ", sebbene fosse giorno di lezione, e il Machiavelli, che n'era il soggetto, gli " girasse per la testa ". Al De Meis comunicava le prime impressioni ricevute con queste parole: " Il capo IV
" del libro II mi ha arrestato, magnifico di chiarezza e di ca-
" lore, e non sono ito più avanti. Ho fatto la lezione con Sa-
" vonarola e Machiavelli in capo, che facevano a pugni. Narra
" bene e discute meglio: ingegno chiaro, esatto e *vero*. Mi sono
" sorti alla lettura una folla di dubbi e d'impressioni; temo che
" la sua anima, immersa per sì lungo tempo ne' particolari del
" soggetto, abbia perduto un po' di vista l'insieme; che per
" tropp'analisi abbia rimpiccioliti i contorni; che a forza di ru-
" minare e di riflettere, si sia un po' in lui indebolita la vista
" immediata e drammatica del soggetto; che dopo tanto studio
" in notomizzare non si sia formato le idee generali con esat-
" tezza, e che per difetto di queste idee siano confuse insieme
" cose essenziali ed accessorie. Sono queste impressioni e non
" giudizi, impressioni vaghe e provvisorie; il libro non l'ho
" quasi ancora letto; a te scrivo tutto che mi passa pel capo;
" naturalmente, dopo studiatolo, te ne scriverò a lungo. Da
" molto tempo non era comparsa in Italia un'opera sì coscien-
" ziosa e importante, scritta con pazienza tedesca e sottigliezza
" fiorentina ". Tornò a scrivergli: " Ho letto il *Savonarola* e lo
" trovo uno dei più bei lavori che abbia mai letto. Ah, Villari
" ha un grande avvenire! La sua anima è fresca, piena di fede
" e di luce ". S'accinse a comporre un " articolo ", che intitolò: *Il " Savonarola " di Pasquale Villari*; ma scritto che n'ebbe poche pagine, depose la penna. Gli avvenimenti di que' giorni memorabili gl'impedirono di riprenderla (1).

---

(1) Il Croce le trovò tra le carte del De Sanctis e le dette alle stampe. Cfr. *Il De Sanctis in esilio, lettere inedite*; in *La Critica, rivista di letteratura, storia e filosofia*, ann. XII, fasc. V, 20 settembre 1914, pp. 361-363.

Il Villari, ristampando venticinque anni dopo la sua *Storia di fra Girolamo*, " aumentata e corretta „, confessava: " In così
" lungo periodo di tempo gli studii storici intorno al Rinasci-
" mento italiano hanno fatto grandissimo cammino, ed anch'io
" mi sento in molte delle mie idee mutato. Se oggi intrapren-
" dessi a scrivere, farei certo un lavoro assai diverso, quan-
" tunque il mio giudizio intorno al carattere ed al valore sto-
" rico di lui sia rimasto sostanzialmente lo stesso „. Tanto sostanzialmente lo stesso, da stampare: " Solo a chi non lo
" conosce da vicino, il Savonarola apparisce come uno che
" voglia tornare al medio evo, sacrificare di nuovo la terra al
" cielo, la società civile alla ecclesiastica. A chi invece se ne
" rende familiari gli scritti e la vita, esso apparisce, com'è ve-
" ramente, un'anima assetata dell'ideale cristiano, la quale an-
" nunzia ai suoi contemporanei che, senza virtù, senza abnega-
" zione, senza morale grandezza, l'uomo e la società vanno in
" rovina. Circondato da eruditi, da filosofi, da poeti ed artisti,
" che erano tra i suoi più ardenti seguaci, egli non fu un ne-
" mico del Rinascimento italiano; ma vedeva, sentiva ciò che
" al Rinascimento mancava, ciò che ne apparecchiava la rovina.
" Con ardore eloquente, ispirato, lo annunziò dal pergamo, e fu
" veramente precursore, profeta dell'avvenire. A questa fede
" nella virtù, santificata dalla religione, e santificatrice della
" libertà, dedicò la vita intera, e per essa morì. Non ostante
" le sue superstizioni, i suoi errori, le allucinazioni e le debo-
" lezze, egli rimarrà perciò nel Rinascimento italiano, di cui è
" parte essenziale, una figura eroica, illuminata dall'aureola del
" martirio. E fino a quando gli uomini avranno fede nella virtù,
" dovranno sentire ammirazione per lui „ (1).

Per quanto al Savonarola sia toccata la fortuna d'avere per storico Pasquale Villari, l'austero frate resterà sempre

Segno d'immensa invidia
E di pietà profonda,
D'inestinguibil odio
E d'indomato amor;

offrirà sempre il fianco ai nemici del vero.

---

(1) Cfr. la *Prefazione alla nuova edizione*, pp. I-XVI.

Martin Lutero lo volle de' suoi e stampò che in nome di Cristo lo canonizzava precursore della Riforma a dispetto dei papi e de' papisti (1). Non furono parole al vento. Nel monumento che la Germania eresse al suo grande riformatore in Worms, ai piedi di lui, insieme con Girolamo da Praga, con Giovanni Huss e col Wiclefo, venne effigiato il Savonarola. Se ne accorò Cesare Guasti — credente vero — e a sfogo del " nobile sdegno „ (2), chiese che " le Arti italiane riparassero " l'ingiuria innalzando la statua dell'austero Domenicano „ sulla piazza della Signoria, " nel luogo stesso dove fu accesa la fiamma " che l'arse, e ora sta il Nettuno mediceo a far pompa meno " d'acque che di vergogne „. Ma poi disse tra sè: " Credi tu che " un monumento al Savonarola risponderebbe oggi al concetto cattolico? „ E qui corse col pensiero " a certi cattolici che la-" scerebbero volentieri a' protestanti frate Girolamo; e per quanti " fatti e argomenti s'adducano in sua difesa, ripetono: Non

(1) Le parole di Lutero son queste: " Christus canonisiret ihn durch " uns, sollten gleich dei Päbste und Papisten mit einander sich darüber " zerbersten „. Letteralmente tradotte, dicono: " Cristo lo canonizza attra-" verso noi, quand'anche dovessero scoppiar perciò fra di loro „; vale a dire: " Cristo lo santifica negli animi nostri, se anche Papi e Papisti do-" vessero tra loro schiattarne di rabbia „.

(2) Nel Guasti, coscienza candida, anima gentile, è " nobile sdegno „; ne' preti, ne' frati, ne' vescovi, ne' cardinali, " rabbia „, come Lutero prevevedeva. Infatti monsig. Giacinto Rossi, vescovo di Sarzana, a p. 17 del suo *Elogio funebre del P. Vincenzo Marchese*, grida: il Protestantesimo, " quasi per dare a sè stesso un'origine meno vergognosa „, s'è sempre sforzato d'impadronirsi del nome del Savonarola. Esclama il card. Alimonda [*Lutero e gl'Italiani*, p. XL]: " Levate dal monumento di Worms la statua " del Savonarola. Vi sta per gridare a Lutero: Tu sei il malvagio fedifrago. " E gli volge le spalle „. Invece " nobile „ è lo sdegno del P. Pio Maria Rouard de Card [*Girolamo Savonarola e la statua di Lutero*; nella *Rivista universale*, di Genova, nuova serie, ann. III (1868), vol. VI, p. 313]. Scrive: " Figliuolo di S. Domenico, credo di difendere una causa che è " cara alla sua famiglia. Credo di difendere le ragioni della Chiesa Catto-" lica, che non può abbandonare agli eretici la memoria di uno de' suoi " figliuoli, quando egli è morto nella pace della sua comunione, e credo " altresì di difender le ragioni della verità e della giustizia „. Lo scritto del Rouard de Card vide la luce col titolo: *Jérôme Savonarole et la statue de Luther à Worms*, Louvain et Paris, 1867, in-8°. Io mi son valso dell'elegante traduzione che ne fece Cesare Guasti.

" obbedì a papa Alessandro, fu scomunicato! — Ma Francesco
" di Paola (diciamo noi) ne prenunziò le virtù. — Documenti di
" dubbia fede! — rispondono. Ma Caterina de' Ricci lo invocò
" nelle sue infermità; ne custodì nel suo monastero le reliquie
" e la immagine; ne promosse il culto. Ma Filippo Neri stette
" orando nella chiesa della Minerva mentre se ne discuteva la
" dottrina dinanzi al Pontefice, e prima che la sentenza fosse
" pubblicata, l'annunziò ai compagni, gridando: abbiam vinto „ (1).
Erano santi il Neri e la Ricci, ma se " avessero conosciuto il
" netto degli affari avrebbero emendato il loro giudizio e mutato
" concetto „, replica la *Civiltà Cattolica* (2), tromba e pulpito di
quella Compagnia, che la coscienza di papa Ganganelli — il
fondatore del Museo Vaticano — soppresse; e che ripristinò
papa Chiaramonti, il giacobineggiante vescovo d'Imola, che, divenuto vicario di Cristo, andò a Parigi a ungere con gli olii
sacri la spada insanguinata che un conquistatore aveva torto
in corona e si metteva in testa; papa Chiaramonti, che fulminò
di scomunica i Carbonari, non d'altro rei che di amare con la
stessa gagliardia d'affetto Cristo e l'Italia. La disubbidienza a
papa Borgia per i Gesuiti non è che un pretesto; nel frate
martire intendono colpire e colpiscono il credente, che vuole
affratellata la Religione con la Libertà; l'oratore sacro che dal
pergamo grida coraggioso: " La Chiesa allora era santa; fu
" gettata in terra questa virga quando fu data alla Chiesa la
" potestà temporale; e gettata che fu in terra, *id est* tra la
" polvere delle cose terrene e delle ricchezze e delli beni tem-
" porali, cominciò a sentire la superbia e fu maculata questa
" virga e questa potestà..... Ora non ha più vivo di donzella
" quella virga, ma è fatta tutta serpente. Non si dice ora più
" li miei nepoti, ma il mio figliuolo e la mia figliuola. Vanno
" ora in S. Pietro le meretrici, ogni prete ha la sua concubina,
" apertamente fanno li peccati, et è diffuso questo veneno da
" per tutto „ (3). Lo ritengono un ribelle que' cattolici, disgraziatamente numerosi, che " vorrebbero fare della Chiesa e della
" Religione un partito „ e " la desiderano in lotta con l'Italia, nè

(1) GUASTI C., *Scritti storici*, Prato, Belli, 1894, pp. 139-140.
(2) *Civiltà Cattolica*, serie quarta, vol. XII, p. 571.
(3) Tolgo questo brano dal Sermone XII sull'*Esodo*.

ammettono mai nessuna discussione di fronte all'autorità del Papa, infallibile sempre „. Invece, lo dicono, “ profeta e mar- “ tire „, lo proclamano “ santo „ que' cattolici che “ desiderano “ l'unione di tutti i cristiani in un solo ovile, sotto un solo pa- “ store, e vorrebbero vedere la Chiesa procedere in armonia con “ lo Stato, la Religione santificare la Libertà e la Patria „ (1). Però non sempre, nè in tutto si trovan essi d'accordo nel giudicarlo. Per darne un solo esempio, mentre il Capecelatro ritiene che il Savonarola non si sia condotto con quella pazienza e umiltà sacerdotale, che disarma talora i più fieri nemici, e in sostanza sia colpevole di disobbedienza; il Guasti gli fa osservare: “ L'addebito non è per documenti provato. Dico meglio, i “ documenti provano che disobbedienza non vi fu, anche stando “ ai semplici fatti „ (2).

La statua, che il Guasti vagheggiò per il primo, gli fu rizzata, non sulla piazza della Signoria, ma nel salone de' Cinquecento (3). La scolpì Enrico Pazzi; la inaugurò il Villari, ed

---

(1) Villari P., *Discussioni critiche e discorsi*, Bologna, N. Zanichelli, 1905, p. 46.

(2) Guasti C., *Letteratura, storia, critica*, Prato, tip. de' successori Vestri, 1899, part. II, pp. 703-704.

(3) Prima che gli fosse innalzata la statua nel salone de' Cinquecento, gli venne eretto un monumento nel convento di S. Marco. Lo promosse un comitato, che ebbe a presidente Gino Capponi e per segretario Isidoro Del Lungo; ne fecero parte il Tommaseo e il Lambruschini, il Tabarrini ed il Guasti, il Conti e Bettino Ricasoli, Luigi Mannelli-Galilei e Giovanni Duprè, il quale, nel sottoscriversi, dichiarò: “ Io per affetto, non per pre- “ sunzione, m'offro di scolpire il monumento „. Infatti uscì dal suo scarpello. Il Capponi, a nome del comitato, rivolse “ agl'Italiani „ queste parole: “ È dall'Italia dovuto un monumento a Girolamo Savonarola, che “ seppe in un affetto comprendere potentemente Dio e il popolo, la reli- “ gione e la patria, l'Italia e la Chiesa; che seppe conciliare la contempla- “ zione e l'azione, la scienza e l'eloquenza, l'ispirazione del nuovo e la ri- “ verenza all'antico, ardimento e mansuetudine, affabilità con decoro, con “ pudore eleganza. Il nome di questo Ferrarese appartiene alla storia della “ civiltà universale, ma è più propria eredità agl'Italiani, che, innalzando “ a lui in luogo pubblico una memoria, terranno onorati sè stessi del poter “ rendere a un alto ingegno e a un'alta sventura questo tributo di rive- “ rente dolore, e in lui sentiranno di commiserare ammirando quanti fu- “ rono sulla terra illustri infelici. Egli fece del patibolo pergamo e scala “ a salire più alto delle umane passioni; e, levando in quella regione noi

ebbe calda, faconda, affascinatrice la parola (1). Stava allora preparando la nuova edizione della sua storia del Frate, " sottoponendo da capo ad esame le fonti „; quando ecco che Leopoldo Ranke, paragonando insieme la biografia di fr. Girolamo scritta in latino da Gio. Francesco Pico della Mirandola, con quella in italiano attribuita a fr. Pacifico Burlamacchi, vi trovò frasi e periodi così identici da fargli ritenere che uno avesse copiato dall'altro. La prefazione del Pico, concluse, ha la data del 1530; nella biografia del Burlamacchi si cita quella del Pico, e si mentova una volta l'anno 1545, due volte l'anno 1566. Il Burlamacchi, morto nel 1519, non può essere autore di un libro che ricorda date tanto posteriori. Le due fonti si riducono dunque a una sola: a quella del Pico, a suo giudizio poco credibile e senza valore storico, perchè scritta con intendimento di esaltare il Savonarola nel fervore della seconda repubblica e nel tempo dell'assedio. Nel suo studio biografico, il Ranke, per conseguenza, si valse il meno possibile, tanto del Pico, quanto del Burlamacchi; fondò la propria narrazione sui documenti già noti e sui cronisti, dando tra questi la preferenza a due ancora inediti, il Parenti e il Cerretani, di cui egli stesso, nella giovinezza, aveva trascritto alcuni squarci, che stampò nell'appendice (2). L'avere il Ranke tirato fuori que' due cronisti

---

" tutti, c'insegna a meditare in operoso raccoglimento sulle arcane sorti " de' popoli e sul tremendo destino dei grandi „. Cfr. *Monumento a fra Girolamo Savonarola in S. Marco nel 1873,* Firenze, tip. Cooperativa, 1873; in-8°, con una fotografia del monumento stesso. Gliene innalzò uno anche la nativa Ferrara. Cfr. *Inaugurazione del monumento a Girolamo Savonarola, 23 maggio 1875. Atti del Comitato,* Ferrara, Taddei, 1875, in-4°.

(1) *Inaugurazione della statua di Girolamo Savonarola nel Salone dei Cinquecento. Discorso del senatore conte* Achille Rasponi. *Discorso del prof.* Pasquale Villari. *Appendice* [Manifesto per la costituzione del Comitato per l'erezione della statua, dettato dal senatore Atto Vannucci]. *Epigrafi poste sotto la statua. Riassunto delle spese fatte dal prof. comm.* Enrico Pazzi *per lo scolpimento della statua,* Firenze, Galletti e Cocci, 1882; in-8°.

Il *Discorso* del Villari è a pp. 9-23. Col titolo: *Discorso letto per la inaugurazione della statua di Girolamo Savonarola nel Salone dei Cinquecento, in Firenze, il 25 giugno 1882*: lo ristampò a pp. 337-357 del volume: *Arte, storia e filosofia, saggi critici,* Firenze, Sansoni, 1834, in-16°.

(2) L. von Ranke, *Savonarola und die florentinische Republik gegen Ende des fünfzehnten Jahrhunderts*; in *Historisch-biographische Studien,* Leipzig, Duncker und Humblot, 1877, pp. 81-357.

inediti parve al Sybel una tale novità da fargli muovere aspro rimprovero agl'italiani di non essersi saputi valere di due fonti così importanti e autentiche. Il Villari, con la più squisita gentilezza e bravura, prese a confutare i due tedeschi. Provò che non era giustificata la preferenza data alle due cronache, del resto, notissime: e il Sybel lealmente si ricredette dell'avventato giudizio. Rivendicò l'importanza della biografia del Pico, contemporaneo e amico del Savonarola, nepote d'un intimo amico suo; provò che nel 1520, e forse prima, era già scritta e che più volte la corresse, sempre facendovi modificazioni e aggiunte. Riconobbe non essere del Burlamacchi la biografia a lui attribuita; scoperse derivare da una inedita, in lingua latina, composta verso il 1524 e condotta su documenti autorevoli, nè ignota al Pico stesso; la quale non ha nome d'autore, ma è però indubbiamente uscita dalla penna d'un frate di S. Marco, contemporaneo del Savonarola e suo fido seguace (1).

Nel 1887, di marzo, uscì alla luce il primo volume, nel decembre il secondo della nuova edizione della Storia di fra Girolamo (2). Dopo che la prima era stata messa alle stampe, il Guasti (3) e il Del Lungo, il Lupi ed il Conti, il Portioli e il

---

(1) *Una nuova questione sul Savonarola*; nella *Rivista stor. ital.* di Torino, vol. I [1884], pp. 7-21. La ristampò a pp. 297-326 de' *Saggi storici e critici*, Bologna, Zanichelli, 1890; in-16°.

Tornò a parlarne a pp. v-xii della *Prefazione* alla nuova edizione della *Storia di fra Girolamo*.

(2) Di questa nuova edizione fece una rassegna il Perrens; alla quale il Villari rispose con la *Lettre au sujet du compte-rendu de son livre sur Savonarole*, che è a stampa a pp. 413-415 del tom. XXXVIII [1888] della *Revue historique* di Parigi.

(3) Due pubblicazioni Savonaroliane di Cesare Guasti non andarono a sangue al Villari: *L'Officio proprio per fra Girolamo Savonarola e i suoi Compagni scritto nel secolo XVI, ora per la prima volta pubblicato, con un proemio*, Prato, per Ranieri Guasti, 1860, in-8°, del quale venne fatta una seconda edizione, accresciuta di documenti, nel 1863; e le *Poesie di fra* Girolamo Savonarola, *tratte dall'autografo*, Firenze, tip. Galileiana, 1862, in-8°. Ne fece una rassegna nel periodico fiorentino *La Civiltà italiana* [ann. I, n° 1, 1° gennaio 1865, pp. 7-9], scrivendo, tra le altre cose: " Chiunque legge, " senza passione, l'*Officio*, vi trova un monumento di singolare superstizione, " e niente altro. Sì tratta d'alcuni frati, che, nel secolo XVI, ancora accen- " devano i lumi e recitavano preghiere al Savonarola, ed ai suoi due com- " pagni. Una di tali preghiere è appunto questo *Officio*, di cui il sig. Guasti,

Cappelli, il Neri e il Cittadella, il Bayonne ed il Gherardi avevano disseppelliti e pubblicati una quantità di documenti in-

---

" aiutato dal conte Carlo Capponi (anch'esso molto erudito nelle cose del
" Savonarola), ha procurata l'edizione con eleganza e diligenza. Egli vi pre-
" mette una prefazione, che sembra scritta da un antico piagnone. Non è
" contento di dare molta importanza a questo *Officio*, ma fa una lista di
" tutti i santi che ebbero devozione al Savonarola..... A chi è diretta la
" preghiera di questo *Officio*? Chi era adorato, chi apparve e guarì S. Ca-
" terina [dei Ricci]? I tre martiri, cioè il Savonarola, insieme con fra Do-
" menico da Pescia e fra Silvestro Maruffi, che ascesero con lui il patibolo.
" E fra Silvestro è quegli appunto che ingannò, tradì, rinnegò il suo
" maestro, che aveva avuto in lui una così cieca ed illimitata fiducia. Per
" venerare il Savonarola come santo, noi dobbiamo dunque inginocchiarci
" ancora innanzi a chi lo tradiva? Non era forse meglio lasciare il generoso
" martire su quell'altare più santo che egli aveva innalzato a se stesso,
" combattendo e morendo per la libertà politica e religiosa? ". Dell'edizione delle *Poesie* dà questo giudizio: " Erano state già pubblicate da un
" codice tutto di mano d'un suo fedele discepolo, fra Benedetto fiorentino,
" poeta anch'esso. Più tardi però fu trovato a Milano uno di quei tanti
" libri di appunti, nei quali il Savonarola soleva abbozzare la prima idea
" dei suoi scritti, stendere le selve de' suoi sermoni; ed in esso vi era
" anche un autografo delle sue poesie. Paragonandolo con la copia di fr. Be-
" nedetto, risultò subito evidente che l'autografo era in gran parte un in-
" forme abbozzo, utile solo a far conoscere l'esistenza di alcune poesie, che
" mancavano nell'altro codice. Queste poesie solamente furono pubblicate,
" ed il codice venne giudicato secondo la sua vera importanza da chi ne
" ne aveva dato la prima notizia. Ma dalla nuova edizione e dalla prefa-
" zione che vi è premessa, apparisce come il sig. Guasti ne faccia diverso
" giudizio..... Avendo innanzi a sè le poesie del Savonarola sotto due forme
" diverse; una autografa, ma a primo aspetto abbozzata e scorretta; l'altra
" per molto tempo riconosciuta come genuina, più corretta, ma non auto-
" grafa; due sole ragioni potevano far preferire quella a questa. O biso-
" gnava credere che la lezione preferita era più corretta, perchè allora
" essendo anche autografa, non bisognavano altri argomenti in suo favore.
" O bisognava *provare* che le più corrette lezioni del codice di fra Bene-
" detto erano fatte di sua mano e non dall'autore; giacchè fra Benedetto
" non solo ci dà quelle poesie per opere del Savonarola, ma ci dice d'averle
" cavate da una *copia fedelissima*. Cosa ha pensato il sig. Guasti su tali
" quistioni? Non se ne occupa neppure. Gli basta che le poesie da lui pub-
" blicate siano tratte da un autografo. Che questo autografo sia la prima
" o l'ultima copia, è questione che lascia da parte. Discorriamone un mo-
" mento noi. Quanto all'essere il pregio intrinseco della lezione autografa
" inferiore di gran lunga a quello della copia di fra Benedetto è cosa che
" non ammette discussione. Basta paragonare questa nuova edizione con
" quella di Audin de Rians, il quale ha seguìto la copia di fra Benedetto,

torno al Frate animoso di S. Marco. Il prof. Antonio Cosci, che li prese in esame e ne spremette il sugo, ebbe però a confes-

" per esserne convinti. Non si tratta solo di una semplice diversità di pa-
" role; ma spesso è diverso il metro e l'ordine delle idee..... La quistione
" si riduce tutta a sapere se queste correzioni son fatte dal Savonarola, o
" da fra Benedetto, come parrebbe aver creduto il sig. Guasti, sebbene
" egli non abbia sentito l'obbligo di parlarne apertamente. E di certo
" fra Benedetto era poeta e toscano; il dubbio poteva quindi sembrare
" giustificabile. Se non che, egli ci dice di aver trascritto da *copia fedelis-*
" *sima*; egli considerava come sacra ogni parola uscita dalla bocca o dalla
" penna del suo maestro, cui dette, in vita e dopo la morte di lui, tante
" prove di devozione. Perchè non dubitare della sua buona fede? Perchè
" non credere alla parola d'un uomo leale e generoso, come fra Benedetto?
" Ma quando anche non si voglia prestar fede alla sua parola, vi sono ra-
" gioni che mettono la cosa fuori d'ogni dubbio. Alcune delle poesie, che
" troviamo così diverse ne' due codici, furono stampate a Firenze dal Sa-
" vonarola stesso, in fine al trattato sull'*Amor di Gesù*. Noi sappiamo che
" egli correggeva da sè le prove di stampa; e quando qualche suo scritto
" venne pubblicato da altri, con varianti da lui non consentite, egli ne fece
" lamento dal pergamo e per le stampe. Quale è dunque la lezione da lui
" seguìta? Questo è ciò che può distruggere ogni dubbio. Ebbene le poesie
" stampate dal Savonarola sono identiche a quelle trascritte da fra Bene-
" detto, diversissime quindi dalla lezione autografa, che il sig. Guasti ha
" voluto riprodurre. Si paragoni quella poesia che nella nuova edizione
" è XII, sia con la edizione originale, sia col codice di fra Benedetto, e si
" vedrà che l'ordine delle idee è stato nel medesimo modo invertito da
" quel che era nel primo autografo. Si faccia lo stesso confronto con la
" poesia che nella nuova edizione è V, e si vedrà che dove l'autografo dice:
" *for, il fin azial, pregiona, resona, se acorda, chionque, un om, lazi, pede,*
" *comenziai, toe, soe, canzionetta*, ecc.; il codice di fra Benedetto e la stampa
" del secolo XV, che anche qui sono in perfetto accordo, dicono: *fuor, il*
" *fin acciaio, prigion, risuona, s'accorda, chiunque, un huom, lacci, piede, co-*
" *minciai, tue, sue*, ecc. È dunque evidente che il Savonarola stesso, negli
" anni più maturi, e dopo la pratica dell'uso toscano, s'era corretto, e che
" il codice di fra Benedetto è davvero *fidelissimo* ".

Il Guasti non mancò di rispondere al suo avversario, e diffusamente. Tra le altre cose dice: " Il Villari tiene per fede, che la copia di Fra Be-
" nedetto meriti d'esser preferita all'autografo, perchè Fra Benedetto dice
" d'averla tratta da una *copia fidelissima* (notate, che non dice da un altro
" autografo, o almeno originale); perchè l'autografo dà le poesie infarcite
" di lombardismi, dai quali il Savonarola si dovette divezzare dimorando
" in Firenze; perchè l'autografo di casa Borromeo non può contenere l'ul-
" tima lezione approvata dall'autore..... Posto che fosse vero tutto ciò, re-
" sterebbe sempre a decidere, se abbiano peccato contro la sana critica il
" Capponi e il Guasti a far conoscere la *prima* e *più autentica* lezione delle

sare che tutti questi documenti " poco di veramente nuovo „ aggiunsero alla vecchia narrazione del Villari, la quale " è la

" poesie di Fra Girolamo. *Prima* lezione la dico così per dire, perchè solo " il Villari può sapere ed asserire che il Savonarola ne approvasse poi " una seconda: *più autentica* lezione la dico sul serio, perchè mi viene di- " nanzi non solo in autografo, ma nel materiale idioma del Ferrarese, che " almeno nell'accento si sarà sempre manifestato per non toscano. A buona " ragione, dunque, si potrebbe dire, che le poesie dell'autografo sono cer- " tamente quali le scrisse l'autore; quelle copiate da Fra Benedetto, forse " sì e forse no. Per lo meno è ragionevole il dubbio, che al Frate fioren- " tino, il quale era anche poeta, saltasse il ticchio copiando, di sruvidirle: " come avvenne delle Prediche, raccolte da penne fiorentine, mentre il Fer- " rarese le pronunziava dal pergamo, e da torchi fiorentini stampate. Il " Villari porta alcuni versi della laude di Maria Maddalena (*Pro itineran-* " *tibus*) per far vedere come la lezione di Fra Benedetto sia migliore del- " l'autografa e per dedurne la conseguenza che il Savonarola rifiutò questa " per quella. Ma pel mio gusto (e de' gusti non se ne disputa) preferisco " la lezione dell'autografo; perchè in quell'altra ci sento, e quasi ci vedo " le zeppe di Fra Benedetto, incaponito che que' versi dovessero arrivare " alla misura di undici sillabe „. Son ragioni che calzano. Cfr. Guasti C., *Di certe critiche del cavaliere Pasquale Villari, professore di filosofia della storia nell'Università di Pisa, lettera al cav. Augusto Conti, professore di storia della filosofia della medesima Università*; in *La Gioventù, giornale di letteratura e d'istruzione*, ann. IV, dispensa 61, vol. VII, n° 1, 15 gennaio 1865, pp. 75-86.

Quando uscì fuori la 1ª ediz. dell'*Officio per fra Girolamo* il march. Gino Capponi ne fece parola nell'*Archivio storico ital.* [nuova serie, tom. XII, part. II, pp. 167-168] osservando: " Le sei lezioni dove è narrata, secondo " il rito, la vita del Santo, qui a noi sembrano dettate con certa enfasi di " linguaggio aliena pur troppo da quella casta semplicità di cui s'abbellano " le scritture dei primi secoli della Chiesa: comunque i fatti vi siano stroz- " zati, come da chi sentiva di camminare su brace ardente; le intonazioni " non sono quelle che possano bene ricevere in sè le solenni e pacate mo- " dulazioni di quel canto che appelliamo gregoriano; e dentro vi sono certe " malizie da cui dovrebbe almeno la preghiera andar immune. Ma fu sven- " tura di fra Girolamo avere avuto tra' suoi devoti anche dei politici, seb- " bene la parte dalla quale stavano, fosse a quei dì l'ultimo refugio d'ogni " pensiero più generoso „.

Dell'*Officio proprio per fra Girolamo*, delle *Poesie* e della *Canzona d'un Piagnone pel bruciamento delle vanità nel Carnevale del 1498. Da una rarissima stampa contemporanea. Aggiuntavi la descrizione del bruciamento fatta da Girolamo Benivieni* [con una prefazione d'Isidoro Del Lungo, che ne fu l'editore], Firenze, tip. Galileiana, 1864, in-8°, discorse Nicolò Tommaseo nella *Rivista contemporanea nazionale ital.*, di Torino, nuova serie, vol. XXXVIII, luglio 1864, pp. 125-156. Del Savonarola, tra le altre cose,

" storia più dotta ed eloquente che mai sia stata scritta del mar-
" tire ferrarese „ (1). Il Döllinger infatti chiamò il Nostro " il
" migliore dei biografi „ del Savonarola; Gino Capponi trovò nella
sua biografia " maggior pienezza d'ogni altra „ (2).

Non tutti però vorranno consentire col Cosci che " poco di
" veramente nuovo „ fosse in que' documenti; daranno, invece,
ragione al Rondoni, il quale affermò: " Il Villari ha perfezionato
" il suo lavoro, soprattutto giovandosi dei documenti sì felice-
" mente illustrati dal Gherardi „ (3); la daranno al Pellegrini,
che afferma egli pure: " Il Villari, giovandosi di tutte le opere
" e di tutti i documenti novamente stampati e anche d'altri ine-
" diti „, nella seconda edizione volle " tornare sul suo lavoro;
" rettificare, mutare, correggere alcuni particolari, chiariti ormai
" men che esatti, arricchirlo di qualche nuova notizia, renderlo
" infine più vicino alla perfezione „; non senza " limare con cura
" amorosa, in moltissime parti, la forma del suo libro, che n'è
" riuscito, per questo rispetto, notevolmente migliore „ (4).

---

scrive: " Anima singolare veramente, se, in mezzo a contraddizioni e d'altri
" e sue proprie, potè consacrare a sè il reverente suffragio di Niccolò Ma-
" chiavelli e di Caterina de' Ricci, di Filippo Neri e di Giulio II, dell'umile
" plebe di Firenze e del dotto pontefice Lambertini..... Raro uomo a cui
" fu dato congiungere l'insegnamento e l'esempio, la contemplazione e
" l'azione, la vita della religiosa e della civile società, la scienza e l'af-
" fetto, l'autorità d'oratore e di scrittore; far non tanto del pergamo rin-
" ghiera, quanto della ringhiera pergamo; tenere di Demostene e di
" Santa Caterina da Siena, di San Bernardo e di Dante. Teologo e artista;
" e, anco argomentando, poeta; altero ed umile; sereno, nella severità; soave
" nell'impeto; appunto perchè forte, soave..... Quel che soprattutto faceva
" lui ardito al predire, era la fede in Dio e nella giustizia della sua causa „.

(1) Antonio Cosci, *Girolamo Savonarola e i nuovi documenti intorno al medesimo*, nell'*Archivio storico ital.*, serie quarta, tom. IV [1879], pp. 282-306 e 429-468.

(2) Gino Capponi, *Storia della Repubblica di Firenze*, Firenze, Barbèra, 1876; III, 60.

Il giudizio del Döllinger è riportato dal Villari a pp. 336–337 del vol. I della seconda edizione della sua *Storia di G. Savonarola*.

(3) *Archivio stor. ital.*, serie V, tom. I [1888], pp. 372-387.

(4) *Giornale storico della letter. ital.*, a. V [1887], vol. X, pp. 238-254.

Il Pellegrini, nell'esaminare l'opera del Villari, passò poi a trattare varie questioni affatto secondarie, nelle quali si trovò in disaccordo con lui. Son questioni che riguardano il Catasto, il Proposto de' Signori, il Borsellino, Carlo VIII a Pavia, il Savonarola al letto di Lorenzo il Magnifico

Il Villari colse poi l'occasione del quarto centenario del supplizio di fra Girolamo per sciogliere la promessa, fatta fin dal '59, di dar fuori una scelta delle prediche e degli altri scritti di lui, editi e inediti; pubblicazione nella quale ebbe per collaboratore un suo scolaro, che si assunse " la parte più dura " e faticosa dell'impresa „ (1). E in occasione di quel centenario, celebrato a Firenze dalla Società Dante Alighieri, il 10 giugno del 1897, recitò il discorso: *Girolamo Savonarola e l'ora presente*, che ebbe tanto grido (2). Tre anni prima, un austriaco, il

---

morente e altre minuzie. Il Villari non lasciò le censure senza risposta; e la risposta è un modello inarrivabile di polemica spassionata e gentile. Il Pellegrini, scrive, " ragiona con tanto acume che bisogna assolutamente " prendere in serio esame le sue critiche per correggersi e ringraziarlo, se " si crede abbia ragione; per discuterle impersonalmente, col solo scopo " d'arrivare al vero, se si crede che abbia torto, giacchè egli conosce così " bene l'argomento, che stimola, in ogni caso, a nuove ricerche „. Bello è l'assistere alla zuffa de' due campioni. Cfr. VILLARI P., *Nuove questioni intorno alla* Storia di G. Savonarola e de' suoi tempi *a proposito d'uno scritto del prof. F. C. Pellegrini*; nell'*Archivio storico italiano*, serie V, tom. I [1888], pp. 184-205; e PELLEGRINI F. C., *Intorno ad alcune istituzioni della Repubblica Fiorentina, a proposito di uno scritto del prof. P. Villari*; in *La Rassegna nazionale*, di Firenze, ann. XII, vol. XLIX, 1° ottobre 1889, pp. 397–446.

(1) P. VILLARI–E. CASANOVA, *Scelta di prediche e altri scritti di fra* Girolamo Savonarola. *Con nuovi documenti inediti intorno alla sua vita*, Firenze, G. C. Sansoni, editore, 1898, in-8° gr. di pp. XII–522.

In fine si legge: *Stampato in Firenze nella Tipografia G. Carnesecchi e figli nel mese di Maggio MDCCCXCVIII.* Contiene: *Avvertenza* del Villari, pp. III-XI; I. *Epistola di fra* Placido Cinozzi, pp. 1-28; II. *Da Sermoni e prediche di fra* Girolamo Savonarola, pp. 29–331; III. *Da Trattati e altri scritti di fra* Girolamo Savonarola, pp. 333–393; IV. *Poesie di fra* Girolamo Savonarola, pp. 395–416; V. *Lettere di fra* Girolamo Savonarola, pp. 417–450. *Appendice: Estratto dalla* Cronaca *di* Simone di Mariano Filipepi *novamente scoperto nell'Archivio Vaticano*, pp. 451–518. Oltre il ritratto nel frontespizio, è adorno di tre incisioni: il Savonarola che predica, il Savonarola nella sua cella, una visione del Savonarola. Tra le *Lettere* si legge quella a Lodovico il Moro, dell'11 aprile 1496 [pp. 441–442], già pubblicata dal Villari nel *Giorn. stor. della letter. ital.*, vol. XIV [1889], pp. 418-420.

(2) *Girolamo Savonarola e l'ora presente*; nella *Riv. d'Italia*, a. I [1898], vol. II, pp. 409-429.

Lo ristampò a pp. 29–65 delle *Discussioni critiche e discorsi*, Bologna, Zanichelli, 1905; in–16°. Tradotto in inglese, si legge a pp. 283-313 degli *Studies historical and critical*, London, T. Fisher Unwin, 1907; in–8°.

dott. Lodovico Pastor, nel terzo volume della sua *Storia de' Papi* aveva più volte duramente attaccato e aspramente condannato il frate italiano. Il Villari si sentì spinto a pigliarne le difese, ma poi se ne ritrasse, riflettendo che la sua partecipazione alla disputa potesse sembrare pregiudicata. " Il prof. Pastor „ (confessò) " mi aveva, come fa con tutti quelli che non son cleri-
" cali, aspramente, continuamente attaccato. Le mie parole po-
" tevano aver l'apparenza d'una polemica personale, per difendere
" non il martire della propria fede religiosa, ma un mio libro „. Scese invece nella lizza un fervente giovane cattolico, il professore Paolo Luotto (1). Il Pastor, trattando del Savonarola, come osservò giustamente il Gherardi, accolse " giudizi e infor-
" mazioni, senza raffrontare e discutere, senza badare alla qua-
" lità dei giudici e dei relatori. Trascurò poi quasi del tutto
" ogni studio ed esame di quanto il Frate aveva pensato e
" scritto; e sentenziò, o per meglio dire accettò, sugli atti della
" sua vita, la sentenza altrui, senza tener conto delle dottrine
" da lui professate, e che avrebber potuto, anche ai suoi occhi,
" giustificarle e spiegarle. Questa critica delle fonti e questo
" esame degli scritti del Savonarola, che mancano nel Pastor,
" fece il professor Luotto; e arrivò a mostrarci non solo l'as-
" soluta bontà delle sue dottrine, ma la più scrupolosa applica-
" zione ch'ei ne fece sempre nelle occorrenze della vita; la ret-
" titudine, la sincerità soprattutto, d'ogni sua azione e inten-

(1) Paolo Luotto, *Il vero Savonarola e il Savonarola di L. Pastor*, Firenze, Successori Le Monnier, 1887; in-8° gr. di pp. x-620. — *Seconda edizione*, Firenze, Successori Le Monnier, 1900; in-8° gr. di pp. xvi-622. Cfr. del Luotto anche: *Dello studio della Scrittura Sacra secondo Girolamo Savonarola e Leone XIII, con riguardi a' Padri e a' Dottori della Chiesa, libri tre*, Torino, Artigianelli, 1896, vol. I [solo pubblicato]; in-8° di pp. xx-234; del quale il prof. Augusto Conti così scrisse nell'*Italia Reale* di Torino: " Di questo libro mi son fatto leggere (chè leggere non posso da me) la
" prefazione e alcune parti che mi attiravano di più, sulla rivelazione, ispi-
" razione, integrità dei Libri santi, la soluzione di certe difficoltà più gravi.
" Me ne rallegro di cuore coll'Autore, perchè in tal modo l'opera non è
" soltanto una difesa del Savonarola, santo e grande uomo, bensì è un
" trattato di cattoliche verità, conforme alla enciclica di Leone XIII. Lumi-
" nosa idea è stata quella di confrontare sugli studi biblici la dottrina
" del Frate Apostolico, venerato da molti santi, come San Filippo Neri,
" San Francesco da Paola ed altri. Questo volume è prezioso „.

" zione " (1). Il Pastor rispose al Luotto, che frattanto era morto; gli rispose con un opuscolo, pieno d'acrimonia, tacciandolo perfino di malafede; e perchè avesse divulgazione più larga dal tedesco lo fece tradurre in francese e nella nostra lingua (2). Chi allora dirigeva l'*Archivio storico italiano*, calpestando le tradizioni gloriose di quel vecchio periodico, con stupore e rincrescimento di tutti, " per affetto di collega " spezzò una lancia a favore dello straniero, e ne levò alle stelle il giudizio " pieno ", agli occhi suoi, " di serenità di spirito ", " senz'ombra di passione ", " modello di metodo rigorosamente scientifico " (3). Il Villari ne fu indignato, e con una lettera a stampa manifestò chiaro e netto il proprio pensiero (4).

Mentre a Firenze vien rinnovato l'uso pietoso di sparger fiori sul luogo dove il Savonarola fu arso — uso dal 1703 in poi rimasto in abbandono — e par che l'ombra sua sorga dal sepolcro; in tutto il resto d'Europa, in Germania principalmente, " uomini d'alto valore, storici e teologi, cattolici e protestanti ", prendono " in pacato esame la vita, il carattere, le opere sue "; cercano soprattutto di " determinarne il valore storico ", e lo trovano " assai grande "; di giudicare " la sua condotta dinanzi al Papa; condotta che la più parte di essi pienamente giustificano ". Espongono " minutamente il tentativo, che ad alcuni era parso in Italia assai scandaloso, di far convocare un Concilio per deporre Alessandro Borgia "; difendono il Frate da " ogni accusa ", secondo " le norme della dottrina cattolica ", forti dell'autorità de' più riputati e ortodossi teologi. Il Villari raccolse e fece tradurre tutti questi scritti, ne formò un volume,

---

(1) *Archivio storico ital.*, serie V, tom. XX [1897], pp. 408-412.

(2) Ludovico Pastor, *Zur Beurtheilung Savonarolas*, Freiburg i. B., Herder, 1898; in-8°.

La traduzione francese di J. Raynaud ha per titolo: *Contribution à l'histoire de Savonarola*, Paris, Lethielleux, 1898; in-8°; e quella in italiano di C. Benetti: *Per il giudizio del Savonarola*, Trento, 1898, in-8°.

(3) *Archivio storico ital.*, serie V, tom. XXII [1898], pp. 215-216.

(4) Villari P., *Sulla questione Savonaroliana, lettera al Direttore dell'Archivio storico ital.* [prof. Cesare Paoli]; nell'*Arch. storico ital.*, serie V, tom. XXIII [1899], pp. 114-123.

La ristampò a pp. 69-82 delle *Discussioni critiche e discorsi*, Bologna, Zanichelli, 1905.

lo dette alla luce, perchè " il valore storico, teologico e morale " del Savonarola venisse giudicato " con sempre più criterio " (1). È l'ultimo suo tributo d'amore e d'onore " un uomo " che volle sempre il bene e per esso sostenne il martirio ".

Capitolo IV.

Il Villari insegnante.

Tra le molte stoltezze del Governo del restaurato Granduca vi fu quella di spogliare l'Università di Pisa delle cattedre non pur utili, ma necessarie, di storia, di letteratura italiana e d'agraria; poi di fare di quella Università, decoro della Toscana, due brani divisi, avendo con decreto del 28 ottobre 1851, stabilito che le scienze legislative e teologiche d'allora in poi s'insegnassero a Siena; il resto a Pisa. Fu per impedire che molta gioventù si raccozzasse in un luogo solo, come se tra Siena e Pisa fosse stata tale distanza, che dove il grido dell'indipendenza e della libertà fosse di nuovo echeggiato in Italia, gli scolari non avessero in poche ore potuto trovarsi insieme.

Il Governo provvisorio della Toscana, il 30 aprile del '59 — tre giorni dopo che Leopoldo II ebbe presa la fuga — ripri-

---

(1) *Il Savonarola e la critica tedesca, traduzioni di* A. Giorgetti *e* A. Benetti, *con prefazione di* P. Villari *ed introduzione di* F. Tocco, Firenze, G. Barbèra editore, 1900; in-16 di pp. LII–44.

La *prefazione* del Villari occupa le pp. V-IX; l'*introduzione* del Tocco le pp. XI-LI. Seguono: Giuseppe Schnitzer, *Il Savonarola alla luce della letteratura recentissima* [I. Pastor e Luotto; — II. Condotta del Savonarola rispetto alla politica e al Concilio; — II. Suo spirito profetico; — III. Procedimenti di Alessandro VI; — IV. " Disobbedienza " del Savonarola e scomunica], pp. 1-90. — Hermann Grauert, *Savonarola*, pp. 91-159. — Spectator, *Lettere di politica ecclesiastica*, pp. 161-305. — M. Brosch. *Contributo alla controversia sul Savonarola*. pp. 307-331. — *Savonarola e Alessandro VI nella* Storia dei Papi *di* L. Pastor, pp. 333-443.

Per quello che riguarda il Savonarola e la critica inglese, cfr. *Il domenicano Savonarola e la Riforma, risposta del P.* Giovanni Procter, *Provinciale dei Domenicani in Inghilterra, al Dott. Farrar, Decano di Canterbury*, Milano, tipografia pontificia di S. Giuseppe, 1896; in-8° di pp. 74, col ritratto del Savonarola.

stinava le due smembrate Università di Pisa e di Siena; e nominava una Commissione che sollecitamente proponesse tutto quello che era necessario a riordinarne gli studi; Commissione della quale, tra gli altri, fecero parte Maurizio Bufalini, Gaetano Giorgini e Carlo Matteucci. La ricostituzione ebbe effetto con decreto del 31 di luglio. All'Università di Pisa si assegnarono le facoltà di teologia, giurisprudenza, filosofia e filologia, medicina e chirurgia, scienze matematiche pure e applicate, e scienze naturali; all'Università di Siena le facoltà di teologia, di giurisprudenza, e di medicina e chirurgia. La facoltà di filosofia e di filologia, che a Pisa era ridotta a sole quattro cattedre: — lettere greche, latine e italiane; lingue orientali e lingua greca; filosofia razionale; filosofia morale, — l'ebbe raddoppiate, giacchè s'insegnò: filosofia razionale; filosofia morale; storia e archeologia; lettere italiane; lettere latine; lettere greche; lingue orientali; pedagogia (1).

Il 3 decembre il marchese Cosimo Ridolfi, ministro allora dell'istruzione pubblica, si recava a Pisa, insieme con Enrico Poggi, ministro di grazia e giustizia, e col generale Raffaele Cadorna, ministro della guerra, a riaprire in modo solenne l'Università. Innanzi alla statua di Galileo, nell'aula magna, “ addobbata in gran gala „, prese a parlare, manifestando “ la soddisfazione „ che provava, nel trovarsi “ anche una volta in mezzo ad antichi colleghi „, nell'atto “ di rendere a Pisa ciò che aveva di più caro, ciò che terrà per sempre come il più bel fregio tra i molti che la fanno chiara e pregiata „. Discorse dopo di lui, a lungo e focosamente, Silvestro Centofanti (2); nè all'uno, nè all'altro, mancarono gli applausi de' professori e degli scolari; non mancarono gli applausi de' cittadini, che d'ordinario freddi e poco facili al commuoversi, sembrava che in quel giorno avessero cambiato natura, tanto erano invasati dalla gioia, tanto e così schiettamente si mostravano soddi-

---

(1) *Atti e documenti editi e inediti del Governo della Toscana dal 27 aprile in poi*, Firenze, Stamperia sopra le Logge del Grano, 1860, parte I, pp. 25-26 e 92: parte II, pp. 20-37; parte III, pp. 7-9.

(2) *L'inaugurazione della Università di Pisa nel dì 3 dicembre 1859, documenti pubblicati a cura e spese del Municipio di Pisa*, Pisa, tipogr. Nistri, 1859; in-8° di pp. 64.

sfatti (1). Tra' professori sedeva il trentaduenne Pasquale Villari, che il ministro il 1° novembre aveva nominato supplente alla cattedra di storia, e che poi il 24 gennaio del '60 promosse effettivo (2), in premio del lieto successo delle incominciate lezioni e del plauso che otteneva la sua Storia del Savonarola (3).

De' vecchi insegnanti, a Gaspero Pecchioli fu tolta la cattedra di filosofia morale e data invece quella di pedagogia; a Michele Ferrucci vennero tolte le lettere greche e italiane, e ridotto il suo insegnamento alle sole lettere latine, con l'archeologia per giunta; a Gaetano Fantoni fu tolto l'insegnamento della lingua greca, e lasciate le lingue orientali; Carlo Pagano Paganini, restò come prima, professore di filosofia razionale. Dei nuovi, ad Eugenio Lenzi toccò la cattedra di filosofia morale, ma come supplente; a Silvestro Centofanti fu restituita la vecchia cattedra di storia della filosofia; Domenico Comparetti ebbe quella di lettere greche; quella di lettere italiane, Francesco De Sanctis; ma non accettò, e in luogo suo fu poi nominato Alessandro d'Ancona.

Sia per il corso scolastico del 1859-60, sia per quello del 1860-61, il Villari all'insegnamento della storia universale unì l'insegnamento della filosofia della storia: " Historiam universalem et historiae Philosophiam ex propriis scriptis tradet " è detto ne' programmi universitari, che allora, secondo il vecchio uso, si stampavano in latino. Il numero degli scolari obbligati al corso era assai scarso; v'accorreva però una quantità grande di uditori, nè le signore mancavano. " Che tono prendere? " pensava tra sè. " Io sono tutto il giorno in palpiti per questa lezione, coll'uditorio che vi ho descritto ", scriveva a persona

(1) Enrico Poggi, *Memorie storiche del Governo della Toscana nel 1859-60*, Pisa, tip. Nistri, 1867, vol. I, pp. 448-450.

(2) Con decreto del Governo della Toscana dell'8 novembre 1859 lo stipendio annuo de' professori ordinari dell'Università di Pisa era stato fissato in quattromila lire italiane, e quello de' supplenti in tremila, con l'aumento triennale di dugento lire.

(3) Il Villari scriveva, da Pisa, il 4 febbraio del '60, a Francesco De Sanctis: " Il Governo Toscano ha fatto un decreto col quale due mesi dopo avermi " nominato professore supplente, mi nomina professore definitivo, in vista " del successo già ottenuto nelle lezioni e di un pregiato libro, ecc. ". Cfr. *La Critica*, ann. XII, fasc. V, 20 sett. 1914, p. 351.

amica. Della prima lezione rimase " scontentissimo „; la riguardò come un " fiasco „. " Avevo affastellato troppa materia ed ho " finito col non dir nulla „, confidava all'amico. Sempre " esal- " tato e titubante per la lezione „ e " tutto dato alle lezioni „, passava " terribili giornate „; e quando piaceva all'uditorio restava scontento di sè stesso. " Ho apparecchiato lezioni che " credevo serie e utili, e son rimasti freddi „, seguita a scrivere; e soggiunge: " Oggi, per esempio, avevo una lezione un po' " arida, ma seria. Comincio, ed ecco vedo quella tal signora " elegante col marito cantante, che si mettono in prima linea. " Poi altri ed altri; erano molti. C'era il vecchio Torri, dantista; " c'era l'Aleardi. Son restato in gran confusione. Non sapevo " che dire, perchè alle citazioni latine tutti sarebbero fuggiti. " Ho fatto una lezione generale, una mezza chiacchierata. Mi " hanno applaudito. Questo è il mondo. È un successo il mio? " Nei giorni passati restavo tranquillo; oggi mi pareva d'essere " umiliato „. Notò uno de' suoi scolari: " Tale la coscienza, tale " l'ansia del nuovo professore, per mesi e mesi, anzi per i primi due " anni dell'insegnamento pisano. Ma presto trovò la sua via „ (1).

Sul finire del '62, essendo stata restituita a Ferdinando Ranalli la cattedra di storia dell'Università di Pisa, toltagli dopo la restaurazione dell'aprile '49, al Villari rimase soltanto l'insegnamento della filosofia della storia. Nell'anno scolastico 1862-63, dopo aver fatto un quadro generale della storia della civiltà, espose i varî sistemi della filosofia della storia; negli anni 1863-64 e 1864-65, dopo aver proseguita l'esposizione de' varî sistemi, parlò delle condizioni presenti delle scienze storiche, e compì il quadro generale della storia della civiltà.

Napoleone, il 29 gennaio del 1810, aprì a Pisa una Scuola normale, modellata su quella di Parigi e ritraente del soldatesco, come allora voleva la moda. Ne fu direttore il fisico Ranieri Gerbi, e contò ventiquattro alunni, molti de' quali ebber poi fama (2). Per odio a ogni cosa che sapesse di francese, venne

---

(1) Ermenegildo Pistelli, *Pasquale Villari, profilo;* nel volume: *L'Italia e la civiltà, pagine scelte di* Pasquale Villari, Milano, Hoepli, 1916, pp. II–XIII.

(2) Basti ricordare Giuliano Frullani, Carlo Passerini, Giuseppe Doveri, Luigi Serristori, Gaspero Capei, Ferdinando Tartini e Rodolfo Castinelli.

distrutta da' Lorenesi appena tornati in Toscana; e fu un'azione cattiva, biasimata da quanti avevano senno. Per opera di Gaetano Giorgini, soprintendente agli studi del granducato, Pisa riebbe la soppressa Scuola normale, con motu-proprio del 28 novembre '46. Fu aperta il 15 novembre dell'anno dopo (1). Era sotto il patronato dell'Ordine cavalleresco di Santo Stefano, che, per comando del principe, le diede uno de' suoi palazzi, e insieme coll'erario contribuì a tenerla in vita. Ebbe per rettore il canonico Ranieri Sbragia; il prof. Gaspero Pecchioli diresse gli studi e gli esercizi accademici degli alunni; dieci de' quali erano esenti dalle tasse; gli altri pagavano settecento lire toscane annue; tutti abitavano e mangiavano nel convitto, coltivando le belle lettere e la filosofia. Gli studenti di matematiche e di scienze naturali, ch'eran detti aggregati, non v'alloggiavano, nè prendevan parte alle conferenze filologiche e filosofiche, bensì al corso di pedagogia; come gli altri, avevano l'obbligo di esercitarsi nella pratica dell'insegnamento. Fin dal nascere, dette buoni frutti, e de' molti giovani che vi furono allevati, parecchi si segnalarono nelle lettere e nelle scienze (2). Terenzio Mamiani, quando fu ministro, pensò di riformarla e accrescerla, ma non gli riuscì; come non riuscì al suo successore Francesco De Sanctis. La riforma, tanto desiderata e aspettata, ebbe effetto per opera di Carlo Matteucci, in forza del regio decreto del 17 agosto '62. Volle che fosse degna dell'Italia risorta, e capace " d'iniziare nel " nostro paese quelle tradizioni letterarie, che con tanto onore " mantiene in Francia la Scuola Normale superiore di Parigi ". Tolse al rettore la direzione, e gli affidò soltanto l'amministrazione; al direttore degli studi diede la direzione della Scuola; nominò tre assistenti per le lettere, la filosofia e le matematiche, e un insegnante per le lingue moderne, incoraggiò l'istituzione d'una biblioteca per uso unicamente degli alunni, incaricò i pro-

---

(1) Ranieri Sbragia, *Parole dette per la solenne apertura della Scuola Normale in Pisa, il 15 novembre 1847*, Pisa, tip. Nistri, 1847; in-8°; Gaspero Pecchioli, *Orazione letta nella solenne apertura della Scuola Normale, il dì 15 novembre 1847*, Pisa, tip. Pieraccini, 1847; in-8°.

(2) Tra gli altri uscirono da quella Scuola Giosuè Carducci, Raffaello Fornaciari, Eugenio Ferrai, Giuseppe Puccianti, Giambattista Donati, Orazio Silvestri e Luigi Bombicci.

fessori dell'Università di far conferenze ed esercizi interni, fece un nuovo piano di studi per i convittori e per gli aggregati, l'aperse alla gioventù tutta d'Italia (1). Ebbe poi felice la mano nella scelta del nuovo direttore, che fu Pasquale Villari, il quale alla ringiovanita Scuola consacrò tutto sè stesso, e con zelo e bravura ne curò il miglioramento. Essendo vuota d'alunni, quando ne prese le redini, aprì egli stesso il primo concorso, ammettendo venti de' trentuno aspiranti (2). Nel '64 potè scrivere e stampare: " Abbiamo ottenuto risultati di cui possiamo dichiararci contenti, sebbene ci resti ancora molto a fare, prima di poter dire di averci messo tutte quelle tradizioni letterarie e scientifiche, che son degne d'una grande Nazione „ (3).

Quando per decreto del Municipio, il 21 giugno del 1861 vennero in Pisa celebrate esequie solenni alla " grande anima „ del conte Camillo Benso di Cavour, il Villari ebbe l'incarico di tesserne le lodi nel camposanto urbano. È preso dal comune sgomento di quei giorni. " A noi pare „ (esclama) " che qualche cosa si sia perduto nell'anima nostra, che il Conte, morendo, abbia portato seco una parte, la miglior parte di noi, e quasi vorremmo chinare a terra la fronte umiliata. Chi desterà e chi terrà a freno lo slancio della rivoluzione? Chi ci guiderà a Roma, senza sollevar l'Europa; chi caccerà l'Austria dalla Venezia senza una guerra europea? Chi saprà guidare la volontà delle assemblee, dei popoli e dei principi; chi saprà antivedere ed affrettare il destino provvidenziale degli eventi? Invano noi volgiamo intorno l'avido sguardo, a cercare un uomo che gli possa succedere; noi non vediamo altro che solitudine e deserto. Siamo come i naviganti, cui in mezzo al tempestoso

(1) Giovanni Sforza, *Memorie storiche della città di Pisa dal 1838 al 1871*, Pisa, co' tipi di Angelo Valenti, 1871; pp. 71-72 e 142.

(2) In questo primo concorso, tra gli altri, vennero ammessi alla Scuola normale Napoleone Caix, Felice Bernabei ed Enrico Panzacchi; nel concorso del 1863-64, Dante Pantanelli ed Ulisse Dini; in quello del 1864-65. Giacomo Barzellotti.

(3) Pasquale Villari, *R. Scuola normale superiore di Pisa* [relazione del Direttore]; nel volume: *Sulle condizioni della Pubblica Istruzione nel Regno d'Italia, relazione generale presentata dal Ministro al Consiglio superiore di Torino,* Milano, Stamperia Reale, 1865; pp. 112-127.

" ed infinito Oceano, s'annunzia che il fuoco ha invaso la nave „. Il suo però era " il pianto che esce solo dai forti, dai liberi " petti „; il pianto che ritempra a maggiori imprese. " La tua " morte, o conte di Cavour, fu per noi una disfatta, ma il com- " pianto universale è per noi una vittoria novella. Noi siamo " venuti in questo luogo per giurare alla tua ombra, alle ombre " dei padri nostri, che la tua opera sarà continuata, che noi " proseguiremo la generosa, la magnanima impresa, con raddop- " piato vigore „ (1).

Ricorrendo il 18 febbraio del '64 il terzo centenario della nascita di Galileo, si fece vivo a Pisa il desiderio di festeggiarlo; e a questa festa, oltre Michele Amari, che era allora ministro dell'istruzione pubblica, vollero avere la parte loro parecchi scienziati, italiani e stranieri. Il Villari scelse per soggetto d'una delle sue lezioni all'Università, Galileo, Bacone e il metodo sperimentale, e la stampò (2). Nel paragonare tra loro i due grandi innovatori, dà sempre " la palma „ a Galileo, e gliela dà " con molte buone ragioni „; ma però " con un calore " che agli stranieri potrà parere per avventura un po' passio- " nato „; così notava il prof. Salvatore Debenedetti — lo storico di quel centenario — non senza soggiungere: " alla critica può " il Villari rispondere: Io sono italiano e me ne vanto „ (3). Mentre l'Italia nel maggio del '65, festeggiava il secentesimo natalizio del suo Poeta, raccolse e stampò negli *Annali delle*

---

(1) *Elogio funebre* | *del conte* | *Camillo Benso di Cavour* | *pronunciato nel camposanto urbano* | *dal* | *prof.* Pasquale Villari | *in occasione* | *dei solenni funerali celebrati in Pisa* | *il 21 giugno 1861* | *ed* | *iscrizioni* | Pisa | Tipografia Nistri | 1861; in-8° di pp. 32.

L'*Elogio* occupa le pp. 3-18. Le *iscrizioni* vennero dettate dal senatore Silvestro Centofanti, da Giuseppe Puccianti, dal prof. Michele Ferrucci e da altri.

(2) Lo stampò nel *Giornale di Pisa*, che il 18 febbraio 1864 dette fuori un numero straordinario per festeggiar Galileo. Ne fu fatta una tiratura a parte col titolo: *Galileo, Bacone e il metodo sperimentale* [In fine]: Tipografia Citi, 1864; in-8° di pp. 24. Vide di nuovo la luce, il 6 marzo dello stesso anno, nella *Rivista di scienze, lettere ed arti*, di Torino; poi ne' *Saggi di storia, di critica e di politica*, Firenze, tip. Cavour, 1868, pp. 229-247.

(3) Salvatore De Benedetti, *Il terzo centenario di Galileo, narrazione storica*, Pisa, tip. Nistri, 1864, p. 56.

Università Toscane le tradizioni e le leggende che illustrano il poema immortale (1).

Prima che si chiudesse il 1859 il Governo della Toscana " considerando che dagli esercenti le nobili professioni non si " potrebbero applicare rettamente le scienze, se dopo gli studi " universitari non avessero fatto altri studi, tanto speculativi, " quanto pratici, pei quali sia compiutamente preparato l'intel- " letto all'operare scientifico e civile più possibilmente perfetto ", con decreto del 22 decembre, fondò in Firenze l'Istituto di studi superiori pratici e di perfezionamento (2). Per inaugurarlo " degna- " mente " ne fu data la presidenza " a tale personaggio, che per " glorie avite e per altezza d'intelletto rappresenti la civiltà " toscana del passato e apra un indirizzo a quella non inferiore " dell'avvenire ". Era Gino Capponi, come ben si capisce (3). In Firenze già si trovavano le cattedre di perfezionamento per le scienze mediche, dalle quali, tra gli altri, insegnavano Maurizio Bufalini e Giorgio Regnoli, Filippo Pacini e Andrea Ranzi. A queste vecchie cattedre furono aggiunte due sezioni, una degli studi legali, l'altra di filosofia e filologia; con sei cattedre la prima, e undici la seconda, così spartite: Storia della filosofia, Filosofia della storia, Storia d'Italia, Storia della letteratura italiana, Storia e arte militare, Eloquenza e poesia italiana, Letteratura latina, Lingue indo-germaniche, Sanscrito, Lingua e letteratura araba, Archeologia (4). Il Villari, il 1° di gennaio del 1862, venne incaricato d'insegnarvi filosofia della storia, conservando però la cattedra pisana. Andava dunque di quando in quando

(1) Tratto di questa importante pubblicazione nel capitolo che ha per soggetto *Il Villari letterato.*

(2) *Atti e documenti editi e inediti del Governo della Toscana dal 27 aprile in poi*; parte III, pp. 204-211.

(3) *Archivio storico italiano*, nuova serie, tomo X, pag. 198.

(4) Con successivo decreto del 16 gennaio 1860 venne stabilito che i professori del nuovo Istituto, " durante le lezioni e nelle adunanze solenni ", dovessero far uso di una toga " foggiata su quella dei professori dell'an- " tica sezione universitaria insegnante in S. Maria Nuova "; e che potessero fregiarsi di una decorazione speciale, " consistente nella Croce di Savoia, " in campo rosso, sormontata dalla corona reale "; con " nel centro l'effigie " in oro di Galileo, circondata da una ghirlanda d'alloro ". Cfr. *Atti e documenti del Governo della Toscana*, parte IV, p. 78.

a far lezione a Firenze, dove ebbe allora per colleghi Michele Amari e Fausto Lasinio, Augusto Conti e Giambattista Giuliani, Giuseppe Bardelli, Ferdinando Ranalli ed Achille Gennarelli. Si segnalò subito per la " molta dottrina „ e per " l'eloquenza „ (1). La sua era " un'eloquenza viva, immaginosa, efficacissima, eppur " famigliare e spontanea, senz'ombra d'affettazione retorica, senza " pedanterie accademiche, senza ridondanze meridionali „ (2). Altri osservò: " Notevole nel Villari, come in Aristide Gabelli, " è l'accento paesano che egli sa dare a tutto quello che dice. " Le cose forestiere perdono in lui la loro crudezza: si assimila " l'idee, le ripensa a modo suo e le riproduce con grande chia- " rezza. Rifugge da tutto ciò che è astruso o sottile: per veder " bene le cose ha bisogno di semplificarle. Tutto ciò che è troppo " denso o complicato e nebuloso gli ripugna „. Questa sua " ten- " denza a semplificare „, quando trattava egli di cose che avesse " poco familiari „ lo faceva, per altro, rimanere " un po' terra " terra „; ma quando trattava di argomenti che avesse " studiati " di proposito, oppure di questioni politiche o sociali, in cui la " cultura è avvalorata dall'esperienza della vita „, era egua- gliato da pochi " per la lucidità, il buon senso, la concretezza " e l'efficacia dell'esposizione „ (3). Di lui, insegnante, fu scritto: " So che gli è stato fatto qualche appunto, non sempre ingiusto. " Dicono, per esempio, che non d'ogni periodo storico mostrava " sicura conoscenza positiva (ma chi mai l'avrà d'ogni periodo " storico?), che oscillava tra una storia molto particolare e una " teoria generalissima di storiografia e filosofia della storia, che " si ripeteva d'anno in anno e qualche volta anche di lezione " in lezione. Senza negare che ci sia del vero in queste e simili " osservazioni, risponderò che trovare professori, di storia o " d'altro, che non abbiano quei difetti del Villari, è cosa tanto " facile, quanto è rara e difficile trovarne che abbiano le sue " grandi qualità „ (4).

Il 1° di novembre del '65 il Villari lasciò Pisa per sempre,

---

(1) *Arch. stor. ital.*, nuova serie, tomo XV [1862], pp. 154-155.

(2) Pistelli E., Op. cit., p. xxi.

(3) Lettera di Giuseppe Melli al P. Ermenegildo Pistelli delle Scuole pie. Cfr. Op. cit., pp. xxii-xxxiii.

(4) Pistelli E., Op. cit., pp. xx-xxxi.

essendo stato fatto professore ordinario di storia moderna nell'Istituto (1). Il Governo della Toscana, come s'è veduto, fondandolo, volle " creare in Firenze una nuova istituzione scolastica, " che stesse al di sopra delle Università, una specie di Collegio " di Francia ". Invece " riuscì solo a fondare una istituzione, " in cui per alcuni pochi mesi dell'anno ogni professore dava " qualche conferenza la settimana, alle quali assisteva il gran " pubblico ". Al Villari " l'utile di una tale istituzione " parve " assai problematico "; ebbe perciò " l'idea di mutarla in una " vera e propria Facoltà di filosofia e lettere, con veri e propri " scolari ". E " ciò voleva dire, invece d'una lezione la setti" mana, per alcuni mesi solamente, farne tre o quattro la set" timana, per tutto l'anno scolastico ". Vi riuscì con successo felice. Sentiamone il racconto dalla sua stessa bocca. " Appena " che io ebbi esposta la mia idea ai colleghi, essa fu senza discus" sione accolta con plauso; le lezioni cominciarono subito, gli " scolari vennero, e si potè finalmente dare anche il diploma. " Ma si dovette sostenere un'aspra lotta. Tutte le Università ci " erano avversissime, per la pretesa già prima avuta in Firenze " di far qualche cosa di superiore ad esse. E più avverse le " rese la nuova trasformazione, che ci permetteva dare i " gradi accademici. Si voleva perciò in ogni modo distrug" gere questa Sezione. E quando la capitale d'Italia venne da " Firenze trasferita a Roma, si sperò di riuscirvi. L'ostinata " battaglia portò per conseguenza che tutti i nostri insegnanti " si strinsero insieme, furono d'un animo solo a difendersi. Non " si vide mai una Facoltà concorde come la nostra nel pensiero, " negli studi, in tutto. Ogni volta che si doveva far la proposta " d'un nuovo insegnante, si discuteva, si disputava, con ardore

(1) Il Villari, come mi scrive l'amico Pio Rajna, " professore di storia " moderna rimase quarantun'anni. Allora egli voleva ad ogni patto ritirarsi; " ma la Sezione di Filosofia e di Filologia, che desiderava vivamente di " non perderlo quale insegnante e di continuare ad averlo a capo, gli fece " forza, e riuscì ad ottenere che rimanesse, passando ad una cattedra che " fu intitolata di *Propedeutica storica,* tale da lasciargli molta libertà. Ciò " seguì col 1° novembre del 1906. Per la storia moderna fu chiamato da " Torino il Cipolla. Il riposo fu inflessibilmente voluto sei anni dopo; e " principiò il 1° gennaio 1913. Fino allora — ininterrottamente dal 1865 — " fu presidente della Sezione filologico-filosofica ".

" e lungamente; ma si finiva sempre coll'esser d'accordo, perchè
" il desiderio dominante, la guida costante era sempre l'inte-
" resse della scienza e dell'Istituto, a noi divenuto carissimo.
" Ne seguì quindi che col carattere intellettuale s'andò sempre
" più inalzando il carattere morale dell'Istituto. In noi tutti si
" andò formando la profonda convinzione, che ad avere valorosi
" discepoli non bastano il buon metodo e la molta dottrina;
" occorre anche formare uomini devoti al vero, devoti al dovere.
" Assai spesso a compiere reali progressi nella scienza, le qua-
" lità morali non sono meno necessarie delle intellettuali. Così
" noi crediamo d'aver messo nel paese un germe fecondo, che
" dovrà certo portare i suoi frutti „ (1).

Compiendo nel novembre del 1899 il quarantesimo anno del suo insegnamento, i colleghi, gli amici, gli scolari, gli ammiratori colsero la " occasione propizia „ per rendergli onore. Fu raccolta, col mezzo d'oblazioni, una somma, e con essa venne formata " una rendita per chi vuol far ricerche e studi speciali d'indole storica „, dedicando la nuova istituzione " quale omaggio " imperituro „ al nome di lui, " che in essa risplenderà come im- " magine luminosa e come modello esemplare di una vita sapien- " temente operosissima „; istituzione da essere " nel campo delle " storiche discipline la continuazione della attività sua magistral- " mente preclara „. La somma ascese a 45.629 lire; i sottoscrittori sopravanzarono il migliaio, rispondenti pronti alla chiamata non solo da tutte le parti d'Italia, ma dall'Inghilterra, dalla Germania, dalla Francia, dall'Austria, dall'Ungheria, dal Belgio, dalla Svizzera, dalla Russia, dall'Olanda, dalla Serbia, dagli Stati Uniti d'America, dall'Argentina, dall'Australia. Il giubileo fu celebrato nell'aula grande dell'Istituto, ed Augusto Conti, decano

---

(1) *Fondazione Villari*, Firenze, tip. di G. Barbèra, 1900; pp. 46-47.

Il Villari per tutta la vita difese con la parola e con la penna l'Istituto e ne propugnò le speranze e la fortuna. Cfr. i seguenti suoi scritti: *L'Istituto superiore di perfezionamento di Firenze, lettera*; nel giornale milanese *La Perseveranza*, del 16 maggio 1865. — *Relazione della Commissione nominata dal Sindaco di Firenze per la proposta di riordinamento dell'Istituto di studi superiori* [Firenze], tip. Carnesecchi, [1871]; in-8° di pp. 24. — *La questione dell'Istituto*; nel periodico fiorentino *Il Marzocco*, ann. VII, n° 11, 16 maggio 1902; e poi a pp. 415-426 del volume: *Storia, politica e istruzione, saggi critici*, Milano, Hoepli, 1914; in-16°.

de' professori, parlò a nome di tutti. “ Voi „ (disse al Villari) “ onoriamo autore di libri la cui fama passò i confini d'Italia “ e si estese ormai ad ogni gente civile. Voi, arguto critico, “ non di quella critica che disfà per disfare, somigliante agl'in- “ settucci che sciupano gli storiati arazzi, memorie preziose degli “ avi; ma di quella che imparziale scruta i fatti, ne indaga le “ cagioni e le leggi per accertarle quali sono, e così la storia “ ne riceve gli allettamenti più vivi e il più fecondo magistero... “ Voi operoso benefattore degli operai con animo fraterno e “ direi paterno, non per adescare gli appetiti selvaggi e pro- “ metter loro un'uguaglianza immaginaria, sì per difenderne i “ giusti salari, la moralità e dignità..... Voi, ministro, la cui “ nomina fu così universalmente gradita, benchè fortunosi eventi “ troncassero le sperate riforme; voi eletto sempre, quando la “ legge il permetteva, dalle Facoltà del regno al Consiglio che “ presiede la pubblica istruzione, tanta è la stima in che vi ten- “ gono i colleghi tutti d'Italia. Queste all'incirca le ragioni del “ giubileo. Ve n'ha bensì un'altra particolarissima che disegnò “ l'opportunità di celebrarlo nel giorno presente; vo' dire lo “ zelo e l'affetto singolare del vostro insegnamento. Nessuno “ difatti può ignorare quanto peso di cure pubbliche sia stato “ sempre commesso al nostro collega per la somma estimazione “ che gli portano gli Italiani e il Governo e il Re. Or nulla di “ più scusabile che l'occupazione della cosa pubblica faccia vacare “ il professore dalle sue lezioni, perchè, si dice, l'uomo non si “ può spartire in due o più persone; ma il buono spenditore “ del tempo, per dire così, lo moltiplica, o, a parlar più giusto, “ moltiplica le forze dell'intelletto e dell'animo per la ferma “ volontà nei propri doveri, e anche talora un corpo debole rende “ vigoroso. Così avviene appunto del nostro Villari. Mentre alcuni “ nelle medesime circostanze fanno tacere la cattedra per molti “ mesi e ne rompono il silenzio svogliati e raramente, il pro- “ fessore del nostro Istituto invece, appena gli uffici nazionali “ gliene dànno la possibilità, presentasi lieto alla sua scolaresca, “ e senza alterare le proprie lezioni come porta l'orario scola- “ stico nostro, le tiene non discontinue per compensare la non “ voluta vacanza e recarne il corso al termine prefisso: esempio “ imitabile ai colleghi, se mai ne fosse il bisogno, efficacissimo “ ammaestramento educativo ai professori futuri. E notate, ch'egli,

“ gelosissimo di sprecare un solo momento in cose vane, quasi
“ lo tenga in pugno per non lasciarselo sfuggire, largheggia poi
“ cogli scolari quanto egli può per ogni loro utilità; indi appunto
“ il segreto del memore affetto che questi gli serbano come ad
“ un secondo padre „.

Del giubileo giunse lieta la notizia alle Università lontane di Edimburgo, d'Halle, di Lipsia e di Budapest (1), che lo avevano

---

(1) La Facoltà filosofica dell'Università di Lipsia gli scrisse:

“ Lipsia, 10 novembre 1899.

“ A Pasquale Villari, storiografo della città di Firenze e biografo del Savonarola e del Machiavelli; al maestro del metodo storico; al filosofo della storia; all'uomo che con la potente immaginazione e il senso dell'indagine seppe abbracciare le grandi epoche del passato italiano ed esporle in leggiadra forma; al senatore del regno che tutta sentì la gravità dei tempi presenti e fu primo colla parola e coi fatti, così ad elevare il livello intellettuale della nazione, come a sanarla da piaghe sociali; al settuagenario, la cui fama l'Italia oggi annunzia al mondo, e la cui opera complessiva la Germania ammira, partecipe da lungo tempo del godimento dei suoi principali lavori in traduzione, la Facoltà filosofica dell'Università di Lipsia invia i suoi voti e le benedizioni.

“ Dott. E. Sievers, *Decano* „.

Ebbe quest'altra lettera dalla Facoltà giuridica di Halle:

“ Halle, 15 novembre 1899.

“ *Onoratissimo collega,*

“ Per festeggiare il giorno in cui, or sono quarant'anni, iniziaste la vostra benefica attività d'insegnante, la Facoltà giuridica dell'Università Fridericiana di Halle-Vittenberg vi manda, coi sensi di venerazione, i saluti e i voti più cordiali. Alla vostra vita, feconda di lavoro e di successi felici, voi potete oggi volgere sereno lo sguardo, chè con indagine e lena infaticabili, con severa critica scientifica, con profondità di concezione, con mirabil arte d'esporre sapeste destare a novella vita gli eroi dell'intelletto del vostro paese: Savonarola e Machiavelli.

“ Le opere del vostro ingegno non appartengono soltanto all'Italia, ma a tutte le nazioni civili, e voi, indefesso scienziato, siete del pari infaticabile come maestro e uomo di Stato nell'elevare il modello intellettuale e morale del vostro paese:

perchè 'l ben opri e cresca, e a nobil core
surge sereno alfin giorno migliore.

“ La Facoltà giuridica, orgogliosa di potervi noverare fra i suoi, si sente

ascritto tra' propri dottori onorari (1); giunse lieta al buon Re Umberto che gli scrisse: " Possa ella ancora per molti anni " continuare la feconda sua opera nell'interesse degli studi e della " patria ed essere conservata alla mia sincera affezione ". Gli scolari vollero che l'abile pennello del Calosci ritraesse le sembianze della cara " imagine " del Maestro e gliene fecero un dono. Il dott. Guido Battelli, alunno dell'Istituto, nel presentarglielo, disse: " Tutti, qui siamo a lei d'intorno: il saluto augu- " rale vola di bocca in bocca e rompe in un grido di gioia ".

Il Villari, nel ringraziare commosso, non scordò la prediletta scolaresca. " Il nostro carissimo collega Augusto Conti " (prese a dire) " mi rivolgeva parole di elogio, perchè io, in " mezzo a molte altre occupazioni, avevo cercato d'essere as- " siduo alle mie lezioni. Ma è sempre stato a noi tutti l'esempio " di quella diligenza che lodava in me, la personificazione vivente " del dovere d'insegnante. E questo esempio dato dai professori, " possiamo dirlo con orgoglio, ha esercitato una benefica azione " sugli scolari. Noi abbiam messo il nostro amor proprio nel- " l'averli sempre a lezione, anche quando altrove si faceva scio- " pero. E ciò senza bisogno di punizioni, senza bisogno di rim- " proveri, ma dimostrando solo ad ogni accenno d'indisciplina " o tumulto, un certo mal represso disgusto, dirò anzi una certa " umiliazione, al pensiero che noi eravamo riusciti ad insegnar " loro il greco, il latino e la storia, senza ancora riuscire ad " infonder nei loro animi quello che è più necessario d'ogni altra " cosa, la convinzione sincera, profonda, che tutti, specialmente " noi professori e scolari, se per qualche cosa siamo in questo " mondo, ci siamo per compiere modestamente, silenziosamente, " tenacemente il proprio dovere. E dico in verità che delle nostre " fatiche siamo stati largamente compensati. Voi tutti avete

---

con tutta la gente colta di qua e di là delle Alpi concorde nel voto che a voi sieno concessi ancora molti anni di benefica attività.

" La Facoltà giuridica dell'Università Fridericiana
di Halle-Wittenberg ".

Le due lettere sono in lingua tedesca. Ho ristampata la traduzione che ne fece il prof. Carlo Fasola.

(1) Il 22 giugno del 1904 ebbe a Oxford il titolo di dottore onorario in diritto.

" mille volte sentito parlare di studenti che non studiano, che " pensano solo a fare indebite vacanze. Ma io affermo, e sono " certo che i miei colleghi non mi smentiranno, che noi abbiamo " piuttosto durato fatica a persuadere i nostri discepoli a non " studiar troppo, con danno non di rado della loro salute. Più " d'una volta abbiamo avuto il gravissimo dolore di vederne " morire qualcuno per eccesso di lavoro. Potrei ricordare più di " un nome, più d'una storia dolorosa ". E qui gli si ripresentarono alla memoria " le care immagini " di Luciano Barozzi e di Adolfo Bonasi, " sacri alla morte ", pur troppo, non già " all'oblio "; avendogli egli fatti rivivere con la sua penna (1). Fin dall'82 aveva pianto la morte immatura di Napoleone Caix, altro prediletto discepolo (2). Di Luigi Ansaldi, che pure ebbe alunno, raccontò la vita " laboriosa, travagliata, infelice ". Nato di poveri contadini a Ronco Scrivia nella Liguria, " fin dalla " più tenera età perdette affatto la vista; pure si diede agli " studi con una tenacità meravigliosa davvero ", e potè laurearsi in filosofia (3). I colleghi suoi d'insegnamento, a mano a mano

---

(1) *Alla memoria di Adolfo Bonasi e Luciano Barozzi alunni dell'Istituto superiore di Firenze*; ne' *Dispacci di* Antonio Giustinian, *ambasciatore veneto in Roma dal 1502 al 1505, per la prima volta pubblicati da* Pasquale Villari, Firenze, Successori Le Monnier, 1876; vol. I, pp. I-XIII.

Il Barozzi era di Sassuolo e visse dall'11 aprile 1847 al 6 ottobre 1874. Cfr. *Continuazione ed aggiunte alla* Biblioteca Modenese *di Girolamo Tiraboschi*; negli *Atti e Memorie della R. Deput. di stor. patr. per le provincie Modenesi*, serie VI, vol. I, pp. 92-98. Il Bonasi, nato a Carpi il 14 febbr. 1852, morì a Firenze nel 1874 egli pure.

(2) Pasquale Villari, *Napoleone Caix*; nella *Nuova Antologia*, a. XVII, serie II, vol. XXXVI, della raccolta LXVI, fasc. XXI, 1° novembre 1882, pp. 143-147.

Lo ristampò, con lievi modificazioni, nella *Miscellanea di filologia e linguistica in memoria di Napoleone Caix e Ugo Angelo Canello*, Firenze, Successori Le Monnier, 1886, pp. IX-XIII; e di nuovo negli *Scritti sopra la emigrazione e sopra altri argomenti vari*, Bologna, Zanichelli, 1909, pp. 383-393.

Era di Bozzolo (Mantova) e morì il 22 ottobre del 1882 di trentasette anni. Il Villari, insieme co' colleghi, chiese e ottenne che fosse incaricato dell'insegnamento della dialettologia italiana nell'Istituto superiore; cattedra che venne poi mutata in quella di lingue romanze. Sulla fine dell'81 fu promosso professore ordinario.

(3) Pasquale Villari, *La psicologia di un cieco di* L. Ansaldi; nella *Nuova Antologia*, serie IV, vol. CI, della raccolta CLXXXV, fasc. 737, 1° set-

che scendevano nel sepolcro ebbero sempre da lui il saluto estremo dell'affetto e dell'amicizia. Stanno lì a farne fede le parole che pronunziò sul feretro di Atto Vannucci (1) e di Giambattista Giuliani (2), di Michele Amari (3) e di Augusto Conti (4); le commemorazioni di Gaetano Trezza (5) e di Augusto Franchetti (6).

---

tembre 1902, pp. 21-40. La ristampò negli *Scritti sulla emigrazione e sopra altri argomenti vari*, Bologna, Zanichelli, 1909, pp. 337-381.

È la tesi di laurea dell'Ansaldi, accompagnata da una prefazione del Villari.

(1) *Parole pronunziate sul feretro di Atto Vannucci*, nel giornale fiorentino *La Nazione*, 14 giugno 1883. Cfr. anche: *Parole dette* [da Pasquale Villari] *nell'occasione dei parentali di Atto Vannucci celebrati in Pistoia*; nel giornale stesso, 21 agosto 1884.

(2) *Discorso pronunciato all'esequie dell'ab. prof. Giambattista Giuliani*; nel giornale *La Nazione*, di Firenze, ann. XXVI, n° 15, martedì 15 gennaio 1884.

Ne riporta un brano Cesare Guasti, ne' suoi *Rapporti e elogi accademici*, Prato, tip. Successori Vestri, 1896, parte II, pp. 469-470.

(3) *Discorso pronunciato dinanzi alla salma di Michele Amari*; nel giornale fiorentino *La Nazione*, 19 luglio 1889; poi nelle *Parole pronunziate da diversi oratori* [Boselli, Torrigiani, Villari, Massarani, Todaro e Lasinio] *sul feretro del senatore Michele Amari, il giorno 18 luglio 1889, in una delle sale del R. Istituto di studj superiori di Firenze*, Firenze, Successori Le Monnier, 1889, in-8° di pp. 38. Cfr. anche: *Per Michele Amari. Discorso pronunciato* [da Pasquale Villari] *nell'occasione del trasferimento delle ceneri di Michele Amari da Firenze a Palermo*; nel giornale *La Nazione*, 25 maggio 1890.

(4) *Il prof. Augusto Conti. Parole pronunciate* [da Pasquale Villari] *dinanzi alla salma*; nel giornale *La Nazione*, 8 marzo 1905.

(5) *Discorso pronunciato nella commemorazione del prof. Gaetano Trezza fatta nell'aula magna del R. Istituto di studi superiori pratici e di perfezionamento in Firenze, il 16 maggio 1897*; nell'*Annuario del R. Istituto di studi superiori pratici e di perfezionamento per l'anno 1897-98*, Firenze, 1898; pp. 174-184. Lo ristampò negli *Scritti sulla emigrazione e sopra altri argomenti vari*, Bologna, Zanichelli, 1909, pp. 289-300. Vi unì [pp. 301-321] *Alcuni brani del discorso del prof.* G. Melli, letto parimente all'Istituto.

Il Trezza, per opera del Villari, nell'ottobre del 1868, fu chiamato a Firenze a occupare la cattedra già illustrata da Atto Vannucci e da Ruggero Bonghi. Serbò al Villari la più calda amicizia, e in segno di gratitudine gli dedicò *La critica moderna*, il più meditato de' suoi libri. Il Villari fece una benevola rassegna del *Lucrezio* del Trezza nel giornale fiorentino *L'Italia nuova*, 6 gennaio 1871.

(6) Se ne trova un sunto nel giornale *La Nazione*, dell'8 marzo 1905.

Nel percorrere l'Italia, dovunque si fermasse, " da Sondrio " a Caltanisetta ", vedeva " sbucar fuori dai Ginnasi, dai Licei, " dagli Istituti tecnici " qualcuno de' suoi scolari, che lo cercavano " ansiosi "; uomini, per lo più, " già maturi, calvi o canuti, " affaticati dalle molte ore di lavoro, con magri stipendi ", però " sempre pronti a combattere per mantenere nell'insegnamento " i buoni metodi, la disciplina, il sentimento del dovere, la giusta " severità " (1).

Capitolo V.

Il Villari storico.

Il 1861 — l'anno in cui il Villari compì la stampa della *Storia di Girolamo Savonarola e de' suoi tempi*, mettendone alla luce il secondo volume, aspettato con tanto desiderio — pubblicò: *L'Italia, la civiltà latina e la civiltà germanica.* Nel raccomandare questo saggio " all'indulgenza del lettore ", dichiarava: " Sono rapidi appunti d'alcune idee, fugacemente gettate sulla " carta, che potrebbero formare soggetto di più lungo lavoro; " ma sono ora lontanissime da ogni pretensione. Le pubblico " solamente perchè mi pare che abbiano qualche relazione coi " nostri tempi " (2). Lo smercio fu tale, che ne venne fatta di lì a poco una seconda edizione (3). Lo stampò per la terza volta nel 1868, soggiungendo: " Si tratta di uno scritto d'occasione, " messo giù in fretta nei principii della nostra rivoluzione. In " esso esposi alcune idee, alla cui verità io presto sempre intera " fede, sebbene espresse in una forma che può sembrare qualche " volta sistematica ed esagerata. Io ho cercato in più luoghi di " correggerlo; ma il lavoro avrebbe bisogno di essere tutto " rifatto sopra una base assai più larga. Esso resta perciò sempre " un abbozzo, che non parrebbe sistematico, quando avessi occa" sione di dargli un più largo svolgimento " (4). L'occasione gli

(1) *Fondazione Villari*, p. 51.

(2) Pasquale Villari, *L'Italia, la civiltà latina e la civiltà germanica*, Firenze, Felice Le Monnier, 1861; in-16° di pp. 80.

(3) *Seconda edizione*, Firenze, Felice Le Monnier, 1862; in-16° di pp. 80.

(4) Pasquale Villari, *Saggi di storia, di critica e di politica*, Firenze, tip. Cavour, 1868, pp. 37-93.

mancò; e nel metterlo fuori per la quarta volta, nel 1890, ebbe a dire: " Lo lascio inalterato nella sostanza, perchè se mi " ponessi a correggerlo davvero, lo rifarei da capo..... In esso " si trovano i primi germi d'alcune idee sulla storia italiana e " fiorentina, che sono andato poi costantemente svolgendo. Qualche " volta può non essere affatto inutile vedere in che modo uno " scrittore abbia nel corso della sua vita proceduto, per quali " vie sia arrivato alle sue conclusioni „ (1). Questo saggio, che per l'arditezza de' giudizi offrì il fianco alla critica, e tra gli altri, ebbe censore severo, ma giusto, Fedele Lampertico (2), è una sintesi storica e filosofica dello svolgimento della civiltà latina e di quella germanica, nel medio evo e nell'età moderna, del loro contrasto e del reciproco loro complemento; sintesi che serve di utile guida per studiare la nostra storia, e rilevarne, fra tante varietà particolari, il carattere nazionale.

Ha interesse il giudizio sugli studi storici in Inghilterra e in Germania, da lui dato nel novembre del '61 e mette conto toglierlo dall'oblio. " Gl'Inglesi sono maestri nello scrivere storie „ (stampò nel giornale milanese *La Perseveranza*); " e fedeli " sempre alla loro indole, pratica e positiva, anche nelle storie " più antiche, non si contentano di esporvi astrattamente il " sistema mitologico, la filosofia della lingua e della costituzione " politica di un popolo e di una tribù errante; ma vogliono porre " innanzi ai nostri occhi l'uomo e la società come sono vera- " mente nella realtà e come furono nella storia. Così noi siamo " trasportati nei tempi trascorsi, e una mente seria legge la storia " con avidità di gran lunga maggiore che non potrebbe fare di alcun " romanzo, per quanto si voglia fantastico e poetico..... È qualche " tempo che l'attività degli scrittori storici è divenuta quasi " febbrile. Alla manìa di creare sistemi è succeduta la manìa " di ricercare i fatti, e i tedeschi pretendono oggi di essere gli " uomini più positivi dell'Europa. La filologia, la storia, le scienze " naturali sono adesso i loro studii prediletti; hanno anche mate- " matici valentissimi, e affettano un singolare disprezzo per

---

(1) Pasquale Villari, *Saggi storici e critici*, Bologna, Zanichelli, 1890, pp. III-IV e 1-95.

(2) Fedele Lampertico, *Il Gervinus e il Villari*; nell'*Archivio stor. ital.*, serie III, tomo I, parte II [1865], pp. 95-108.

" quelle che essi chiamano *costruzioni sistematiche,* per le quali
" venti anni sono essi avevano un così frenetico entusiasmo. È
" singolare vedere oggi con quanto zelo alcuni dotti e valenti
" italiani s'affatichino a rendere popolare fra noi il sistema di
" Hegel, come una nuova dottrina, e poi andare nella patria
" stessa di Hegel e sentire la commiserazione esagerata, con
" cui molti dei suoi compatriotti parlano delle sue idee, come
" sublimi follie, che appartengono alla storia di un passato che,
" per essi, è ormai remoto „ (1). Ciò nonostante, " la Germania

---

(1) Nelle vacanze universitarie del '64, il Villari andò a Berlino. Una sera entrò in una birreria, " dove erano raccolti intorno ad una tavola, a " bevere, alcuni privati docenti ed aiuti di professori „, di sua conoscenza. Seguì tra loro questo dialogo: " — Ebbene, che cosa avete visto oggi a " Berlino? — Il monumento della *Belle-Alliance* (che celebra la vittoria " contro i Francesi). — Benissimo. — Sono poi andato a cercare la tomba " di Hegel, e nessuno la conosceva, neppure il portiere di quel piccolo " camposanto. Ho trovato un ben misero monumento ad un così grande " uomo! — Qui dettero tutti in uno scroscio di risa. — Hegel! Oh! il " grande uomo! Voi altri in Italia siete tutti filosofi speculativi. Conoscete " Fichte, Hegel ed anche Herbart. Non vi siete inginocchiato dinanzi alla " tomba di Hegel? — Quanti anni sono passati, da che voi eravate colla " bocca aperta, a sentir le parole del filosofo, che alcuni osavano chiamare " un nuovo Cristo? Noi, che non ne facemmo mai un idolo, non abbiamo " bisogno ora di disprezzarlo troppo, nè d'insultare la sua tomba. Credetemi: siamo più positivi di voi. Voi andate dietro all'*idea* del positivo, " siete sempre filosofi „. Il Villari conclude: " In questo discorso, che era " fatto ridendo da una parte e dall'altra, mi passarono tutto, meno l'accusa " di filosofi „. Cfr. Villari P., *Scritti pedagogici*, Torino, Paravia, 1868, p. 347.

Per più conti notevole è il giudizio che il Villari dette, fin dal 1854, sull'Hegel: " Kant aveva in Germania esaminato le categorie della ragione " umana con una forza di logica che non ha esempio presso i moderni; " ma egli non seppe dare alcun valore obbiettivo a queste categorie, anzi " dichiarò che la ragione umana era incapace a tanto. Noi vediamo le cose " nello spazio e nel tempo, egli disse, possiamo definire l'uno e l'altro; " ma qual valore obbiettivo e reale esse abbiano non possiam dirlo: sono " forme fatali della nostra ragione. Il passaggio dal me al fuori di me, " dalla psicologia all'ontologia, fu sempre lo scoglio a cui ruppero tutti i " sistemi; ed il sistema di Kant, quando fu a sciogliere questo problema, " si perdette nello scetticismo, in cui la ragione umana non può fermarsi. " — Allora venne Fichte, il quale pose l'uomo come creatore di tutto, e " disse che la natura e Dio non erano che creazioni dello spirito umano. " Non potendo spiegare il passaggio del me al fuori di me, distrusse l'uno " dei termini, e fece che la natura venisse assorbita nello spirito dell'uomo.

" è ancora in parte il paese dei sistemi. Oggi bisogna essere
" positivi, ed anche questo è un nuovo sistema. La Germania
" in queste ricerche storiche, di cui s'è tanto invaghita, si volge

" — Schelling tenne la via opposta; colla sua filosofia della natura fece " che il me venisse assorbito nel fuori di me, e la personalità umana si " perdette nella natura. — Ultimo di questa scuola, e forse primo quanto " al suo genio d'astrazione, venne Federico Hegel, il quale disse che la con- " tradizione dei due termini era solo apparente, ed era spiegata colla filo- " sofia dello Spirito universale. La natura, l'uomo, la storia non sono che " diversi periodi, o *momenti*, nello sviluppo di questo Spirito, la cui legge " è di svolgersi contraddicendosi; onde tutte le opposizioni non indicano " altro che il progresso dello Spirito universale, col quale si spiegano, e " dal quale vengono distrutte; la contradizione della libertà e della neces- " sità è solo apparente; esse non sono che una medesima cosa. In sostanza, " lo Spirito universale di Hegel assorbisce la personalità umana, insieme " con tutto ciò che è particolare ed individuale. Esso ha tre *momenti*, ossia " si manifesta per tre periodi; nel primo *momento* lo Spirito è solamente " in potenza, e si ha la logica, ossia le leggi formali del pensiero; nel se- " condo *momento* lo Spirito esce fuori di sè, e si manifesta, e si ha la filo- " sofia della natura; finalmente lo Spirito rientra in sè, acquista coscienza " di sè nell'uomo, e si ha la filosofia dello spirito propriamente detta. Nel " primo caso si ha un'assoluta e indeterminata unità, nel secondo una " varia manifestazione di esistenze particolari, e finalmente lo Spirito rientra " in sè, egli *è per sè*, acquista l'infinita coscienza e l'infinita unità. Ivi è " l'uomo, ivi è la più alta manifestazione dello Spirito, e quindi di Dio; " ivi è la liberta; ma la libertà e la necessità sono una medesima cosa. " L'uomo si svolge fatalmente secondo le leggi universali, nè la sua interna " lotta accusa la dualità della natura e dell'anima; egli è che quello — " sviluppo il quale nella natura è un pacifico prodursi, nell'uomo è un duro " e perpetuo combattimento contro sè stesso..... Ciò che vuole allora lo spi- " rito è di raggiungere il suo concetto, ma egli stesso lo nasconde a sè ed " è orgoglioso, e trova piacere in questa alienazione di sè stesso „ [Hegel, *Introduzione alla Filosofia della Storia*]. — " Così ancora la personalità del- " l'uomo, sebbene Hegel la descriva e la determini maravigliosamente, deve " finalmente perdersi nella unità generale. La natura, egli dice, è crudele " perchè essa dà all'uomo uno scopo particolare, pel quale egli si affatica " credendolo suo; ma è un inganno in quanto che l'uomo serve solo a " quest'anima della natura, la quale assorbe tutto, distrugge tutto, confonde " tutto ed anima tutto. La manifestazione nel tempo, di questo spirito per- " venuto alla coscienza di sè, ci dà la storia, la quale non è altro che lo " sviluppo della coscienza, cioè della libertà umana. Essa ha tre *momenti*, " i quali rispondono ai tre *momenti* dello Spirito universale, e sono le tre " grandi epoche della storia: il mondo Orientale, il mondo Greco-Romano, " il mondo Cristiano-Germanico, come e' lo chiama. In Oriente lo spirito

“ più spesso alle origini primitive, oscure, recondite, ove ha
“ bisogno di valersi della sua immaginazione, della sua facoltà
“ di crear teorie e sistemi sopra basi mal fide e incerte. Così

“ è ancora immerso nella natura, non è pervenuto a sciogliersi e dominarla,
“ ogni individualità è distrutta nella dispotica unità che domina tutta la
“ società; la religione è il sentimento che predomina; il sovrano è ancora
“ sacerdote: *l'Oriente conobbe che uno era libero e tutti eran servi.* Nel mondo
“ Greco-Romano lo spirito comincia a sciogliersi dalla natura e dominarla,
“ si manifestò una varia individualità nella forma dell'arte e si conobbe
“ che *alcuni eran liberi ed alcuni eran servi.* Nel mondo Cristiano lo spirito
“ arriva al suo completo sviluppo, acquista l'infinita coscienza di sè, e si
“ manifesta la sua intimità: l'arte non è più l'esterna, ma è l'intima bel-
“ lezza, ed allora si conobbe che *tutti eran liberi.* — Egli è troppo vero che
“ la dottrina di questo autore è avvolta in un linguaggio filosofico ed in
“ alcune formole che pongono lo spirito del lettore in una tensione spesso
“ penosa; ma ci compensa di questa fatica il suo genio, il quale sfolgora
“ con lampi di luce maravigliosa, che riconfortano di tutte le durate fa-
“ tiche. Nella sua *Filosofia della Storia* e nell'*Estetica,* in cui trovasi tutta
“ la storia dell'arte, il progresso ed il carattere di queste tre età vien di-
“ pinto con una potenza, la quale perviene ad animare tutte le formole e
“ quasi divien poesia. La natura greca è penetrata, è compresa, è notomizzata
“ e rianimata daccapo. L'intima natura dell'arte e del genio cristiano non
“ fu mai compresa nè dipinta come trovasi in Hegel. Egli aveva innanzi a
“ sè tutto l'infinito materiale filologico e storico, che l'operoso ingegno dei
“ tedeschi aveva allora raccolto, e seppe impadronirsene; onde l'Oriente è
“ ampiamente trattato nella sua opera, e ne è forse la parte più completa.
“ Le antiche religioni, le arti, i costumi, tutto v'è studiato ed esposto con
“ grande erudizione e filosofia. Vi si trova inoltre tutta la storia; alcuna
“ delle grandi epoche non è trasandata; ed una parte di essa si occupa an-
“ cora del rapporto che vi è tra la geografia e la storia, cosa che lo Schlegel
“ avea tralasciata. Hegel volle col suo sistema darci la filosofia di tutte le
“ scienze, applicando le leggi dello Spirito universale a ciascuna di esse.
“ Ora se un giorno arriverà nel quale si potranno avere i principii uni-
“ versali di tutte le scienze, alcune delle quali appena cominciano, esso è
“ certamente assai lontano; nè altra via noi abbiamo per affrettarlo, che
“ quella di studiare ciascuna di esse, deducendone le leggi più generali.
“ Ma per Hegel, invece, è il contrario, egli ritrova tutto nelle leggi dello
“ Spirito universale; e quindi la filosofia della storia, come tutte le altre
“ scienze, non è già una ricerca delle leggi filosofiche della storia, ma è
“ un'applicazione delle leggi dello Spirito alla storia. E così avviene che
“ qualche volta i cancelli del sistema debbono rompersi, per dar luogo
“ alla necessità prepotente dei fatti; e qualche volta invece, avviene che
“ i fatti vengono ristretti dentro il sistema. E il metodo di Vico resta sempre
“ il solo che possa seguirsi nella filosofia della storia. Per dare qualche

“ noi abbiamo una serie innumerevole di storiche dissertazioni,
“ in cui la dottrina, l'immaginazione e la facoltà filosofica di
“ astrarre gareggiano del pari. Ad ogni modo, le nuove ricerche

---

“ esempio della verità di quello che diciamo, noteremo che quando Hegel
“ tratta il mondo romano come un'epoca affatto separata dal mondo greco,
“ egli divide la storia in quattro *momenti*; cosa che è contraria a quella
“ divisione fondamentale che ci aveva data prima, la quale è la sola pos-
“ sibile nel suo sistema, in cui i *momenti* dello Spirito sono sempre e sola-
“ mente tre. Anzi egli è così legato a questa sua, come ei dice, *tricotomia*,
“ che non di rado i fatti della storia vengono con violenza e contro ogni
“ ragione sottomessi ad una tale divisione, la quale dovrebbe essere una
“ legge organica, e diventa allora un artificio. E qui è da osservare questa,
“ per così dire, armonia pitagorica del numero tre; la quale lo ha fatto da
“ molti adottare come divisione fondamentale nelle scienze, nella storia, e
“ da Hegel come legge dello Spirito. Vico ci ha dato le tre età: divina,
“ eroica, umana; Schlegel ci ha dato i tre periodi della storia: la parola,
“ la forza, la luce; Hegel ci ha dato i suoi tre *momenti*; il Comte, nella
“ sua *Scienza sociale*, ci ha dato tre periodi per cui corre lo sviluppo delle
“ scienze: teologico, metafisico, positivo; e così molti altri. Il Bossuet avea
“ fatto un paragone fra la trinità e la nostra intima natura; e lo Schlegel
“ ci dice assolutamente che l'animo umano era in origine tripartito a so-
“ miglianza della divina Trinità, e la storia non avere altro fine che quello
“ di ristabilire questa primitiva natura. E veramente noi vediamo nella
“ natura e sentiamo in noi medesimi una lotta di due principii, da cui la
“ vita risulta come un terzo termine: l'attrazione e la ripulsione, l'azione
“ e la reazione, la ragione e l'istinto, il progresso e l'ordine, ecc. sono ter-
“ mini da cui risulta la vita materiale, organica, umana, sociale. Ma se
“ questo può esser cagione di meditazione e di ricerche, non è perciò da
“ ammettere l'ordine dei tre periodi come legge fondamentale dello Spi-
“ rito, ed imporla a tutte le scienze, prima che risulti spontanea da esse.
“ Ed in fatti l'errore, forse fondamentale, nella *Filosofia della storia* di
“ Hegel è risultato appunto da questo procedere. Egli ci accompagna pei
“ tre mondi, ci descrive maravigliosamente il progresso dell'umanità nel
“ percorrerli; ma pervenuti alla fine del mondo Cristiano-Germanico i tre
“ *momenti* dello Spirito sono esauriti, le porte si chiudono e noi restiamo
“ al buio, senza alcuna speranza del futuro. Vico ci aveva lasciato almeno
“ la speranza dei *Ricorsi*; ma per Hegel quale sarà il futuro? vi sarà un
“ futuro? È una domanda a cui non risponde, a cui il suo sistema non può
“ rispondere per lui, perchè secondo la logica tutto dovrebbe finire. Questa
“ è una grave accusa contro l'opera e contro il sistema di Hegel; eppure,
“ malgrado tutto ciò, il genio dell'autore ha saputo infonderle una tal forza
“ e penetrazione di concetti che la pone subito dopo la *Scienza Nuova* „.
Cfr. VILLARI P., *Sull'origine e sul progresso della Filosofia della Storia*, *saggio*,
pp. 45-51.

" hanno una gran base filologica. La filologia è divenuta uno
" degli studii coltivati con più amore, appunto perchè essa è il
" solo filo d'Arianna che ci possa guidare nel labirinto della
" storia primitiva di quei popoli, di cui conoscevamo appena l'esi-
" stenza. Alcuni anni sono, un rinomato inglese, parlando delle
" ipotesi che s'erano fatte nella scienza geologica, diceva: S'è
" spesa più forza d'immaginazione a creare la geologia che non
" ne sia voluta ai Greci per creare i poemi d'Omero. Lo stesso
" potrebbe dirsi delle ricerche storiche e filologiche dei tedeschi;
" in esse v'è davvero tanta filosofia e tanta immaginazione
" quanta se ne trova nei loro migliori poeti e filosofi „ (1).

Pronto, com'era all'operare, e nell'operare instancabile, mentre impiega tutte le varie attitudini dell'ingegno nel trattare gli argomenti più disparati, e scrive di filosofia e d'arte, di pedagogia e di letteratura, e s'occupa della questione sociale — il gran problema del secolo — mette mano a rischiarare di

---

(1) X. [Pasquale Villari], *Studii storici* [G. Weber, *Allgemeine Geschichte*; M. Duncker, *Geschichte des Alterthums*; Laurent, *Études sur l'histoire de l'humanité*]; nel giornale *La Perseveranza*, domenica 3 novembre 1861.

Del giudizio del Villari sull'opera del Laurent, professore nell'Università di Gand, è notevole la parte che riguarda il sesto vol.: *La Papauté et l'Empire*, che " ottenne una fortuna maggiore degli altri „. Scrive: " In
" esso la narrazione e la dissertazione s'intrecciano, l'autore s'interessa uni-
" camente nel soggetto, e ne ragiona senza pregiudizii ultra protestanti, nè
" ultra cattolici. Seguace del sistema storico, giustifica il papato e il potere
" temporale da ogni accusa, difende sino ad un certo punto le pretensioni
" imperiali, è ammiratore di Gregorio VII e d'Innocenzo III; ma poi vede la
" ruota del tempo rovesciare e distruggere tutti questi uomini e tutti questi
" sistemi, s'accorge che siamo vicini ad una rivoluzione religiosa, che sarà
" comune a tutta Europa. Non solo il potere temporale, ma il papato ed
" il cattolicismo stesso sono, secondo questo autore, assolutamente irrecon-
" ciabili colla civiltà moderna. Egli non giunse sino a rinnegare il cristia-
" nesimo, ma, secondo lui, il prossimo ed inevitabile avvenire dell'umanità
" sta in una specie di cristianesimo filosofico, che, in vero, se potesse mai
" convenire ai dotti, non potrebbe giammai esser compreso dalle moltitu-
" dini. Qui si vede un resto di quella che, ormai, si può chiamare vecchia
" filosofia tedesca, la quale, morta in Germania, s'agita ancora fuori di essa.
" Il credere, come credette Hegel, che la religione debba cedere il luogo
" all'arte, e questa alla filosofia; e il non voler vedere che esse dureranno
" fin che dura lo spirito umano, perchè rispondono a tre facoltà distinte e
" contemporanee di esso, è un errore ormai non più permesso „.

luce nuova la vita e i tempi di Niccolò Machiavelli. Nel fervore delle ricerche, si trova " subito dinanzi la tragica famiglia " dei Borgia „ ed è " trascinato a cercare nuovi documenti e " notizie intorno ad essa „. Naturalmente, non gli sfuggirono i dispacci di Antonio Giustinian, ambasciatore della Repubblica Veneta presso la Corte di Roma dal 1502 al 1505, e corse a Venezia a farne oggetto di studio. Convintosi che offrivano " materiali nuovi e di grandissima importanza alla storia moderna „, decise di stamparli, illustrandoli con note, e corredandoli di documenti inediti. De' 1223 dispacci " destano di gran lunga mag- " giore curiosità „ quelli che riguardano papa Alessandro VI e il Valentino; ma " l'importanza „ degli altri, " sia per la storia " politica d'Italia, come per quella di tutta Europa, nel periodo " che precede e prepara la lega di Cambray, è sempre gran- " dissima „. Se i dispacci che riguardano i Borgia " comincias- " sero qualche anno prima, poco altro ci resterebbe a desiderare „ intorno a quella terribile famiglia, " perchè avremmo notizia " esatta dell'uccisione del duca di Gandia, dell'assassinio del " duca di Bisceglie, della vita di Lucrezia e degli scandali a cui " essa dette origine. Pure così come sono „ (è il Villari che scrive), " e sebbene il primo di essi porti la data solamente del " 4 maggio 1502, cioè appena un anno e tre mesi prima della " morte di Alessandro, noi osiamo affermare che fra tutti i docu- " menti pubblicati intorno ai Borgia, questi sono i più auten- " tici ed importanti, quelli che finalmente ci permettono di giu- " dicarli con sicurezza e precisione „ (1). Ecco che Edoardo Alvisi stampa la sua monografia su Cesare Borgia, dove non solo tratta delle imprese di lui in Romagna dal 1499 al 1503, ma delle vicende tutte della sua vita, dall'infanzia e dalla giovinezza, per

---

(1) *Dispacci di* Antonio Giustinian, *ambasciatore veneto in Roma dal 1502 al 1505, per la prima volta pubblicati da* Pasquale Villari, Firenze, Successori Le Monnier, 1876. Tre volumi in-16° di pp. xlviii 516, 488 e 596.

La *Prefazione* del Villari occupa le pp. xv-xlv e la *Descrizione del codice* le pp. xlvii-xlviii del vol. I. Otto documenti inediti fanno corredo ai *Dispacci* e si trovano a pp. 505-543 del vol. III, che si chiude con una diligentissima *Tavola dei nomi e delle materie*. Ad alcune critiche fattegli dal dott. M. Brosch nella *Historische Zeitschrift* di Monaco, replicò il Villari, in tedesco, nel periodico stesso [Neue Folge, II Band, 3 Heft, 563-566]; ma alla controreplica dell'avversario non degnò rispondere.

quel tanto che se ne sa, fino agli ultimi casi e alla morte (1). Un critico, pigliando in esame questa monografia, scriveva: " Il " Valentino per alcuni fu l'eroe del delitto e del tradimento, " per altri poco meno che la personificazione del Veltro alle- " gorico di Dante. Ma via via, che se ne considerano gli atti, " si abbandonano le esagerazioni e si comprende che l'ammira- " zione degli statisti del taglio del Machiavelli non era affatto " infondata, essendo che nell'animo efferato di cotesto avven- " turiere lampeggiava un concetto nuovo, nè certo mancava l'au- " dacia e l'energia per effettuarlo " (2). In questo giudizio c'è del vero, e lo provò il Villari, al quale il libro dell'Alvisi porse occasione di trattare de' *Nuovi studi sui Borgia* (3). " Non si co- " nosceva qual fosse stato davvero " (son sue parole) " il governo " di Cesare Borgia — il duca Valentino — in Romagna. Molti " autori ne avevano scritto grandi elogi; ma le loro narrazioni " poi erano piene di fatti così sanguinosi e crudeli, che face- " vano prestare poca fede alle lodi vaghe e non provate. Da un " altro lato, sembrava certo che le popolazioni di Romagna non " erano restate scontente del Duca. Quando infatti suo padre " Alessandro VI morì, ed egli si trovò malato a morte, non si " ribellarono, sebbene venissero da ogni lato stimolate a ciò; " anzi lo aspettarono tranquille, e quasi lo invocarono. Era paura, " era affezione, era prova della bontà del suo governo? ". L'Alvisi, pubblicando " alcune lettere, diplomi, capitoli del Valentino e " qualche breve papale ", getta " nuova luce su questo governo "; prova che esso, " per quanto lo comportava la sua natura tiran- " nica e crudele, non voleva opprimere invano le popolazioni ". Il Villari, mentre riconosce che, da questo lato, l'Alvisi ha reso un servigio alla storia, lo biasima, peraltro, di non esser riuscito in tutto il libro " a formarsi un'idea chiara e determinata del " carattere del Valentino, che troppo spesso vuol riabilitare ";

---

(1) *Cesare Borgia, duca di Romagna, notizie e documenti raccolti e pubblicati da* Edoardo Alvisi, Imola, tip. Galeati, 1878; in-16°.

(2) Cfr. la rassegna del libro dell'Alvisi fatta nell'*Arch. storico ital.* [serie IV, tomo III, pp. 264-266] dal prof. Cesare Albicini.

(3) *Nuovi studi sui Borgia*; nel periodico *La Rassegna settimanale*, vol. I, n° 14, 6 ottobre 1878, pp. 233-236. Sono ristampati nel vol.: *Arte, storia e filosofia*, Firenze, Sansoni, 1884, pp. 359-373.

nè manca poi di notare gli errori e le inesattezze numerose che gli sono uscite dalla penna. L'Alvisi, " ricercatore valen-" tissimo e fortunato „, aveva " la manìa delle riabilitazioni „, voleva a ogni costo " trovare che è falso quello che tutti cre-" dono vero „. Ne dette la riprova nell'altro suo libro: *La battaglia di Gavinana*, dove esalta il Maramaldo e deprime il Ferruccio (1). Il Villari, per la seconda volta, si levò a difendere, serenamente, al suo solito, la verità oltraggiata (2). Invece, fu largo di lode a un altro giovane valente — il prof. Pio Carlo Falletti Fossati — che ripigliò in esame, con la scorta de' documenti, " i punti più controversi „ della storia dell'assedio di Firenze degli anni 1529-30, e seppe darne " una esposizione spoglia d'illu-" sioni „ (3). Infatti, rivendica l'innocenza del Giugni e dell'Albizzi, ingiustamente accusati di tradimento; e prova che chi tradì, e in modo turpe, fu Malatesta Baglioni, come la coscienza del popolo affermava. Ci " pone sotto gli occhi tutte le debolezze, " tutti gli errori, tutta la confusione del Governo Fiorentino " d'allora; tutti gli ostacoli che vi erano perciò ad una difesa " veramente energica. Ma da questa descrizione, l'eroismo della " difesa, ridotto alle sue vere proporzioni, ne risulta non meno " splendido, non meno ammirabile „ (4).

Un pronipote del Sismondi — il dott. Carlo Desideri di Pescia, allievo della scuola Normale di Pisa al tempo che il Villari ne fu direttore — mise a disposizione del vecchio maestro le carte dello storico ginevrino da lui ereditate. Di lì il Villari trasse l'importante conversazione che Napoleone I ebbe col Sismondi nel 1815 (5), i suoi appunti sull'Impero e i Cento

(1) *La battaglia di Gavinana di* Edoardo Alvisi, Bologna, Nicola Zanichelli, 1881; in-16°.

(2) *Ferruccio e Maramaldo,* nel periodico *La Rass. settimanale,* VIII, 278-281. Fu ristampato nel vol.: *Arte, storia e filosofia,* Firenze, Sansoni, 1884, pp. 375-397.

(3) Pio Falletti Fossati, *Assedio di Firenze, contributo,* Palermo, tip. editrice Giannone e La Mantia, 1885; in-8°.

(4) Pasquale Villari, *Un nuovo libro sull'Assedio di Firenze*; in *Nuova Antologia*, serie III, vol. VI, fasc. XXI, 1° nov. 1886, pp. 5-17.

(5) *Une conversation de Napoléon Ier et de Sismondi en 1815*; nella *Revue historique*, tomo I [1876], pp. 238-251.

giorni (1), e le lettere che scrisse durante i Cento giorni; così ricche di notizie, d'apprezzamenti, di giudizi (2). Prestò la propria collaborazione all' *Encyclopaedia Britannica*, trattandovi della famiglia Medici (3), delle vicende di Pisa (4) e di Rimini (5) e quelle di Roma nel medio evo (6). Di queste quattro monografie, scritte in lingua inglese, ristampò in italiano le due ultime, intitolandole: *Rimini e i Malatesta* (7), *Il Comune di Roma nel medio evo, secondo le ultime ricerche* (8). Nel discorrere di Riminl e de' suoi tiranni, attinge a quanto ne scrissero Luigi e Carlo Tonini e l'Yriarte, e si ferma soprattutto su Sigismondo Pandolfo [1417-1468], " uno degli uomini più singolari e più originali del Rinascimento italiano ,,, quello de' Malatesta che dette lustro maggiore alla città. Ne traccia il ritratto, e toccando de' suoi amori con Isotta degli Atti, che poi sposò, donna universalmente celebrata per la bellezza, la prudenza, la fermezza, la coltura, l'ingegno, prova quanto l'Yriarte andasse lontano dal vero nell'affermare e sostenere che non sapesse neppure scrivere il proprio nome. Soggetto nuovo, bello, importante quello del

---

(1) *Notes de* Sismondi *sur l'empire et les Cent-jours*; nella *Revue* suddetta, tomo XI [1879], pp. 360-393.

(2) *Lettres de* Sismondi *écrites pendant les Cents-jours*; nella *Revue historique*, tomo III [1877], pp. 86-106; tomo IV [1877], pp. 347-361; t. V [1877], pp. 347-360; tomo VI [1878], pp. 106-129.

Nello stamparle a Parigi ebbe per collaboratore l'amico Gabriele Monod. Prima ne aveva dato egli stesso un saggio in Italia. Cfr. Villari P., *La storia dei Cento giorni narrata dal Sismondi (Epistolario inedito)*; nella *Nuova Antol.*, anno XI, serie II, vol. III, fasc. XII, dec. 1876, pp. 697-704.

(3) *Medici*; nella *Encyclopaedia Britannica, ninth edition*, vol. XV [1883], pp. 783-794.

(4) *Pisa*; nell'*Encyclopaedia* suddetta, vol. XIX [1885], pp. 118-122.

(5) *Rimini*; nell'*Encyclopaedia* citata, tomo XX [1886], pp. 555-560.

(6) *Rome (Roman history)*; nell'anzidetta *Encyclopaedia*, tom. XX, pagine 731-807.

(7) Pasquale Villari, *Saggi storici e critici*, Bologna, Zanichelli, 1890, pp. 265-296.

(8) Pasquale Villari, *Il Comune di Roma nel medio evo secondo le ultime ricerche*; nella *Nuova Antol.*, anno XXII, serie III, vol. VIII, fasc. VI, 16 marzo 1887, pp. 209-239; fasc. VII, 1° aprile 1887, pp. 452-480; vol. IX, fasc. IX, 1° maggio 1887, pp. 19-59. Lo ristampò ne' *Saggi storici e critici*, Bologna, Zanichelli, 1890, pp. 97-263.

Comune di Roma nel medio evo; il quale con Venezia può dirsi il più antico d'Italia. Divide in tre parti il lavoro: " Origini e " prime lotte „; " Il popolo insorge e si costituisce a libertà „; " La Repubblica, dopo un vano tentativo per divenire italiana, è " spenta dai Papi „. Nello studiarne lo svolgimento interno, rileva le somiglianze e le differenze sue con gli altri Comuni d'Italia; tratta della carica di Patrizio, del titolo di Console, della durata o no dell'antico Senato; tutte questioni vecchie, che sa però rischiarare di luce nuova, e scioglie con ben altro acume e ben altra critica di quello si fossero ingegnati di fare il Gregorovius e il Reumont.

Quando il marchese Costa di Beauregard stampò il libro: *Un homme d'autrefois,* che ebbe tanto spaccio e così grande fortuna, il Villari, mente aliena da ogni partigianeria e ricercatrice imparziale del vero, si compiacque che " di fronte a quella let- " teratura, che tutto loda nella Rivoluzione francese „, ne fosse finalmente sorta un'altra, che esalta, invece, " gli uomini, le isti- " tuzioni, le società, che la Rivoluzione oppresse e distrusse „. Pigliò a esaminare quel libro " sotto l'aspetto puramente ita- " liano „, cioè " nelle sue relazioni, non con la storia dell'Europa " in generale, ma con quella solamente del nostro paese „ (1). In Francia, " il primo che uscisse dalla vecchia tradizione, " che tutto voleva lodare o almeno attenuare nella Rivoluzione „ fu il Tocqueville. Con " le medesime idee, citandone la fonte, e " riconfermandole con nuove ricerche „, il Taine prese a scrivere *Les origines de la France contemporaine.* " È ammirabile „ in lui " la pazienza e la diligenza instancabile delle ricerche con " cui pone alla luce, in modo indiscutibile, una serie immensa di " fatti dimenticati o non osservati „. La monotonia però, " con " cui tutti questi fatti, simili nella loro disgustosa e spaventosa " atrocità, si ripetono, finisce qualche volta collo stancare il let- " tore. Si vede troppo spesso „ — nota il Villari — " che lo sto- " rico ha una tesi da provare, che teme di non esser creduto, " e non s'accorge che i troppi esempi simili scemano, invece di

(1) *Uomini d'altro tempo*; nel periodico *La Rassegna settiman.*, vol. IV, n° 81, 20 luglio 1879, pp. 50-53; e di nuovo nel vol.: *Arte, storia e filosofia, saggi critici,* Firenze, Sansoni, 1884, pp. 399-416.

" aggiungere, forza all'effetto generale che vuol produrre „. Di più, il Taine " considera la società come un organismo vivente " di cui vuol fare la notomia e la fisiologia, per scoprire in essa " le leggi della evoluzione, della scelta naturale, della lotta per " l'esistenza. Gli individui allora quasi scompariscono e si per- " dono nel loro *milieu*, di cui sono il prodotto e con cui sola- " mente si possono spiegare „. Qui il Villari osserva: " Il vero " positivismo non deve sforzarsi troppo di sopprimere la coscienza " individuale, la forza personale dell'uomo, nè d'imporre il lin- " guaggio e le leggi delle scienze naturali ai fatti dello spirito, " ma piuttosto, considerandoli pure come fatti naturali, appli- " care anche ad essi un metodo rigoroso e scientifico, adatto " però alla diversa indole del soggetto „. Esaminato il primo volume: *L'Ancien Régime*, passa al secondo: *La Révolution*, e trova in esso " un difetto assai più grave „. Il Taine " qualche " volta sembra avere assolutamente dimenticato tutto ciò che " ha detto nel primo. Descrivere e condannare senza pietà i " delitti del popolo sta bene; ma dimenticare le provocazioni " che lo avevano spinto e lo spingevano al male non è giusto. " E il sig. Taine fa di peggio ancora. Ora appunto egli ricorda " l'utilità e la necessità di un'aristocrazia, ora rammenta le buone " qualità del clero e dell'aristocrazia francese. È a questo punto " che uno spirito arguto esclamò: Il sig. Taine non ha dunque " letto il suo primo volume! In quello s'era tanto occupato a " descrivere le colpe dell'aristocrazia, che ci aveva fatto già " vedere inevitabile e quasi desiderabile la Rivoluzione. A che " parlarci ora del vantaggio teoretico di una nobiltà, quando " dalla sua stessa narrazione è divenuto evidente, che la Francia " non può più vivere senza proclamare l'uguaglianza ed abolire " i privilegi e l'aristocrazia? Il popolo in questo modo apparisce " come una moltitudine di cannibali assetati di sangue e non " altro. E ciò non è giusto „. In conclusione: " non vi è bisogno " di conoscere a fondo la storia della Rivoluzione francese, per " avvedersi che la esposizione fattane dal Taine non è compiuta, " e appunto per ciò non del tutto imparziale „ (1).

---

(1) Pasquale Villari, *H. Taine*; in *La Rassegna settiman.*, vol. I, n° 25, 23 giugno 1878, pp. 475-478.

Tra le molte lettere del Conte di Cavour, che andava pubblicando Luigi Chiala, attirarono l'attenzione del Villari quelle della prima giovinezza e degli anni che precedettero la sua entrata nella vita politica; ebbe di qui origine lo studio sulla " educazione dello spirito del grande statista „ (1). L'altra opera del Chiala: *Ancora un po' più di luce sugli avvenimenti politici e militari del 1866,* gli offrì occasione d'investigar nuovamente le cagioni de' nostri disastri (2). Come il ragguaglio che dette un " valoroso „ alunno dell'Istituto Superiore di Firenze delle " molte " dispute „ sulla condotta del Nelson al tempo della Repubblica Partenopea (3), lo indusse a studiare lui pure il controverso argomento; concludendo che l'essersi fatto " il carnefice de' Borboni „, imprime " sulla nobile ed eroica figura dell'ammiraglio una " macchia sanguinosa, che tutta l'acqua di quell'Oceano su cui " egli compì tante e così gloriose imprese, non basterebbe mai " a lavare „. La disputa, riaccesa dal Mahan, dal Badham, dal Maresca e dall'Hueffer, fece scendere nuovamente il Villari nella mischia; e ribadì, coll'Hueffer, essere il Nelson " giuridicamente " e moralmente condannabile „ (4). A un'altra controversia storica prese pur parte, e con lieta fortuna, essendo riuscito a provare non solo falsa l'accusa d'aver il Cavour consigliato l'Inghilterra e la Francia a impedire con le loro navi che Garibaldi dalla Sicilia passasse sul continente, ma essere stato proprio lui, non già il ministro John Russel, come si diceva e credeva, che

---

(1) *La giovinezza del Conte di Cavour;* nel periodico *La Rassegna,* di Roma, del 22 e 23 aprile 1886; e di nuovo negli *Scritti vari,* Bologna, Zanichelli, 1911, pp. 261-280.

(2) *Un nuovo libro sugli avvenimenti politici e militari del 1866;* nel *Corriere della Sera,* di Milano, del 10 giugno 1902; e di nuovo nelle *Discussioni critiche e discorsi,* Bologna, Zanichelli, 1905, pp. 239-258.

(3) Cfr. la monografia di Francesco Lemmi intitolata: *Nelson e Caracciolo e la Repubblica napoletana (1799),* che forma il vol. XXV delle *Pubblicazioni del R. Istituto di studi superiori pratici e di perfezionamento in Firenze.*

(4) Pasquale Villari, *Nelson, Caracciolo e la Repubblica napol. (1799);* nella *Nuova Antol.,* serie IV, vol. LXXIX, fasc. 652, 16 febbr. 1899, pp. 643-664. Ristampato nelle *Discussioni critiche e discorsi,* Bologna, Zanichelli, 1905, pp. 113-155, con l'aggiunta di un'*appendice,* pp. 157-175.

sventò la cosa (1). Ben due altre volte tornò a trattare di questo episodio, con l'appoggio sempre di nuove prove (2). Nè gli sfuggirono " due lavori stranieri, che sono davvero frutto di lungo " studio e grande amore pel soggetto che trattano „, quello del Treveleyan: *Garibaldi and the making of Italy* e quello del Thayer: *The life and Times of Cavour*, su' quali non mancò di fare osservazioni sagaci; mettendo in evidenza, che " la " gelosia con cui si sono finora tenute nei nostri Archivi le " carte che si riferiscono al Risorgimento nazionale, per evitare " giudizi unilaterali, non ha sempre ottenuto il suo scopo, che " sarà invece più facilmente raggiunto usando una maggiore " larghezza nell'avvenire „ (3).

Un'altra grande verità gli uscì di bocca, inaugurando a Roma, dalla vetta del Campidoglio, il 2 aprile del 1903, il Congresso internazionale di scienze storiche: " La storia d'Italia, " massime nel medioevo „ — così disse — " è un campo tal- " mente vasto da poter dare lavoro a molte generazioni di dotti. " Ma essa rimane inesplicabile, senza la storia degli altri paesi. " Le invasioni germaniche, il carattere universale della Chiesa " e dell'Impero, le preponderanze straniere nei secoli XVI e XVII, " l'azione esercitata fra noi dalla Rivoluzione francese e dall'Im- " pero napoleonico, tutto ci conduce continuamente, necessaria- " mente, fuori d'Italia. Quando prendiamo in esame uno qua-

(1) *Una trama sventata, episodio storico dell'unità italiana*; in *IX Gennaio, pubblicazione commemorativa per cura del Circolo universitario Vittorio Emanuele II*, Bologna, edito dal premiato Stab. tip. Success. Monti, 1882, pp. 75 83.

Ristampata nelle *Prose e poesie italiane, scelte e annotate da* Luigi Morandi *per uso delle scuole ginnasiali, tecniche e normali*, Città di Castello, S. Lapi, 1892, pp. 248-252; e negli *Scritti vari di* P. Villari, Bologna, Zanichelli, 1911, pp. 331-336.

(2) *Una conferma inaspettata*; nel numero unico: *Napoli a Vittorio Emanuele*, Napoli, Luigi Pierro, editore, 13 giugno 1894, p. 4.

Ristampata, con un'aggiunta in fine, negli *Scritti vari*, pp. 337-340. Tornò per la terza volta a discorrerne con la lettera al Direttore del *Secolo*, la quale, col titolo: *Garibaldi e Cavour nella spedizione dei Mille*, fu stampata in quel giornale il 21 di settembre del 1907.

(3) *Due nuovi scritti sulla storia del nostro Risorgimento*; nel *Corriere della Sera*, di Milano, del 1° gennaio 1912; e nel volume: *Storia, politica e istruzione, saggi critici*, Milano, Hoepli, 1914, pp. 129-148.

“ lunque dei nostri statuti municipali, troviamo subito in lotta
“ fra loro il diritto germanico col romano, che continuamente
“ prevale. Quando lo studioso delle lingue e letterature romanze
“ esamina i nostri poemi cavallereschi, è costretto subito a leg-
“ gere quelli del ciclo carolingio e quelli di Bretagna, dai quali
“ essi derivano. Noi prendemmo da ogni parte d'Europa gli
“ elementi della nostra civiltà, che assimilammo, e che dobbiamo
“ studiare in tutta Europa, se vogliamo capire ciò che veramente
“ siamo, quale è l'azione non piccola che la civiltà nostra eser-
“ citò su quella degli altri popoli „ (1).

Cesare Balbo deplorò per tutta la vita che noi non avessimo una storia popolare d'Italia tale, che tutti potessero leggerla con piacere e profitto. Il Villari si sdegnava che appunto per questa mancanza, ci toccasse “ l'umiliazione „ di vedere la nostra gioventù “ apprendere la storia del proprio paese „ da libri compilati da stranieri. “ Pur troppo „ — notava — “ questi
“ libri, non ostante la molta dottrina ed il buon metodo, sono
“ scritti non di rado con uno spirito ostile all'Italia; il patriot-
“ tismo degli autori li spinge naturalmente ad esaltare la loro
“ patria a danno della nostra. E così ne segue che si diffon-
“ dono anche fra noi, sul carattere morale e politico degl'ita-
“ liani, sull'intrinseco valore della nostra civiltà, della nostra
“ letteratura, idee e giudizi poco esatti, che nocciono assai, facen-
“ doci perdere la giusta coscienza di noi medesimi „. E aggiungeva: “ Non lieve ostacolo a scrivere una storia nazionale che,
“ pur essendo patriottica e popolare, sia imparziale, viene anche
“ dalle relazioni in cui l'Italia si trova colla Chiesa. Noi abbiamo
“ scrittori guelfi e scrittori ghibellini: i primi vorrebbero sempre
“ lodare i Papi, giustificando tutto quello che fecero; i secondi
“ vorrebbero invece sempre biasimarli, cercando di porre in
“ ombra la parte, certo grandissima, che ebbero nella storia del
“ nostro paese. A questo s'aggiunga l'abbandono in cui sono fra
“ di noi gli studi religiosi, la storia della teologia e del cristia-

(1) *Il Congresso storico internazionale*; nella *Nuova Antol.*, a. XXXVIII, fasc. 753, 1° maggio 1903, pp. 3-55. Fu ristampato negli *Atti del Congresso internazion. di scienze storiche (Roma, 1-9 aprile 1903)*, Roma, tip. dei Lincei, 1907, vol. I, pp. 97-108; e negli *Scritti sull'emigrazione e sopra altri argomenti vari*, Bologna, Zanichelli, 1909, pp. 235-253.

" nesimo. E come si può senza di essi comprendere la storia " d'un popolo, che ha fondato la Chiesa cattolica, d'un popolo " la cui vita religiosa fu così intensa, così strettamente unita " con la sua vita politica, letteraria, artistica e civile? „.

Pensando e ripensandovi su, parve al Villari che " dovesse " in Italia riuscire assai utile una collezione di volumi, che trat- " tassero separatamente, in modo popolare, i vari periodi della " storia nostra, sotto i suoi molteplici aspetti e con essa anche " la storia di vari popoli civili „. Fattane la proposta all'intraprendente editore Ulrico Hoepli, che " l'accolse con favore „ e si mise all'opera, ebbe vita la *Collezione storica Villari*; alla quale il Villari stesso dette principio coi due volumi: *Le invasioni barbariche in Italia* (1) e *L'Italia da Carlo Magno alla morte di Arrigo VII* (2); e che una schiera di giovani valenti, scelti da lui e incuorati da lui, tirarono innanzi, e proseguono (3). Nel trattare delle invasioni barbariche, si servì delle opere recenti del Bury, del Malfatti, del Bertolini, del Dahn, del Mühlbacher, dell'Hartmann, ma soprattutto dell'Hodgkin; delle opere antiche del Gibbon, del Tillemont e del Muratori, " che non invecchia " mai „; nè tralasciò di ricorrere alle fonti. " Non è un libro eru- " dito, nè scolastico, e neppure di storia generale e filosofica „; narra i fatti " nella loro cronologica successione e logica con- " nessione, senza discutere o dissertare „; li narra in modo

---

(1) *Le invasioni barbariche in Italia, di* Pasquale Villari, *con tre carte*, Milano, Ulrico Hoepli [Firenze, tip. di S. Landi], 1901; in-16° di pp. xiv-480. È in corso di stampa la terza edizione.

(2) *L'Italia da Carlo Magno alla morte di Arrigo VII*, Milano, Ulrico Hoepli [Firenze, tip. di S. Landi], 1910; in 16° di pp. xii-540. È in corso di stampa la seconda edizione.

(3) Ecco l'elenco de' volumi fino a qui pubblicati, per ordine alfabetico degli autori: Balzani U., *Le Cronache italiane del medio evo descritte*. — Brizzolara G., *La Francia dalla Restaurazione alla fondazione della terza Repubblica, 1814-1870*. — Cassi G., *Il mare Adriatico*. — De Bacci Venuti T., *Dalla grande persecuzione alla vittoria del Cristianesimo*. — Errera C., *L'epoca delle grandi scoperte geografiche*. — Garretto V., *Storia degli Stati Uniti dell'America del Nord*. — Lemmi F., *Le origini del Risorgimento ital.* — Manfroni C., *Storia dell'Olanda*. — Mondaini G., *Le origini degli Stati Uniti d'America*. — Orsi P., *L'Italia moderna, 1750-1913 fino alla conquista della Libia*. — Pernice A., *Origine ed evoluzione storica delle nazioni Balcaniche*. Alcune di queste opere hanno avute più edizioni.

facile e piano, da renderne non solo agevole, ma piacevole la lettura. Non " libro erudito „, ma di " divulgazione „, è *L'Italia da Carlo Magno alla morte di Arrigo VII*; uno de' periodi " più " importanti della nostra storia „, nel quale, " in mezzo ad una " vertiginosa, tumultuosa varietà di fatti molteplici, la civiltà " italiana ascendeva allora verso la sua maggiore altezza, per " cominciare poi, alla fine dello stesso periodo, a decadere rapi- " damente „. Osserva con ragione: " Assai spesso avviene nel " compilare la storia d'Italia „, che invece di cercare la " impar- " ziale spiegazione dei fatti, noi portiamo nel passato le idee " del presente, il che genera una confusione, che non ci fa ben " conoscere nè l'uno nè l'altro „. In questo errore non cade il Villari, e da più altri errori, abituali tra noi, si bada e difende. " Noi abbiamo accettata dagli stranieri, senza discuterla, l'opi- " nione che gl'Italiani sono un popolo di loro natura indiffe- " rente in religione, quasi privo affatto del senso religioso. Essi " si sono, così si dice e si ripete, occupati sempre e solo di " giurisprudenza, di commercio e d'industria, di letteratura e " d'arte. Anche nelle crociate non videro altro che un'occasione " per far danaro, senza punto partecipare all'irrefrenabile entu- " siasmo religioso, che trascinò gli altri popoli in Oriente a " liberare il sepolcro di Cristo dalle mani degli infedeli. Par- " rebbe, a sentir questi discorsi, che S. Benedetto, S. Francesco, " l'ab. Gioacchino, lo stesso Arnaldo da Brescia, Leone I, Gre- " gorio Magno, Gregorio VII e tanti altri non fossero nati in " Italia. Eppure tutta quanta la nostra storia, fino alla morte " di Dante Alighieri, è una continua dimostrazione del contrario. " La vita religiosa ha in essa un'importanza di primissimo ordine. " Non v'è grande avvenimento politico che non sia stato pre- " ceduto, accompagnato, animato da un'agitazione, da una lotta " religiosa „. Nel " trattare poi la storia de' nostri Comuni „, abbiamo avuto il torto di occuparci " assai poco del loro com- " mercio, della loro vita economica, la cui conoscenza è pur così " necessaria a comprenderli „. E qui osserva: " La storia di " Genova, di Pisa, di Venezia, di Firenze s'intende solo colla " storia del loro commercio. Ogni guerra che fanno è promossa " da interessi commerciali, ogni pace che concludono, finisce con " un trattato di commercio. Perfino le interne rivoluzioni poli- " tiche, che continuamente lacerano i nostri Comuni, le modifi-

" cazioni che subiscono i loro statuti, le mutazioni dei loro
" Governi sono il più delle volte conseguenze di conflitti eco-
" nomici „ (1). In " alcune storie generali d'Italia „ o si tien poco conto delle provincie meridionali, o si trascurano affatto; dimenticando che, al tempo de' Normanni e degli Svevi, erano state " la parte più fiorente e civile, non solo della nostra peni-
" sola, ma di tutta l'Europa „; dimenticando le " loro imprese
" militari, per terra e per mare, le conquiste, il sangue da esse
" versato sulla costa settentrionale dell'Affrica, che divenne come
" un'appendice della Sicilia „; dimenticando che " nell'Arcipe-
" lago, in Oriente, le navi meridionali si misurarono più volte
" onorevolmente con le venete e con le bizantine „, e che " pene-
" trarono, minacciose, nel Bosforo „; dimenticando o attenuando
" il passato splendore „ dell'Italia del mezzogiorno " nelle arti,
" nelle lettere, nelle industrie, nel commercio „. A tutti questi
" fatti accertati „ il Villari " nella unità generale della narra-
zione „ dà " le proporzioni che loro naturalmente spettano „.

A taluno sorse il dubbio che il Villari con *Le invasioni barbariche* e con *L'Italia da Carlo Magno ad Arrigo VII* fosse
" per avventura volontariamente disceso da quell'alto loco acqui-
" stato coi suoi lavori sul Savonarola, sul Machiavelli, sulle ori-
" gini del Comune di Firenze „. Non lo credette Alessandro D'Ancona; anzi gli parve che " con questi due volumi egli abbia
" aggiunto nuove benemerenze presso gli studiosi. Si tratta invero
" di un periodo dei più interessanti nella storia d'Italia e insieme
" dei più oscuri. Non poco tuttavia si è lavorato in questo tempo
" a diradarne le tenebre; ma con monografie speciali su uomini
" e istituzioni. Si poteva perciò dir giunto ormai il momento
" opportuno per distrigare il vero o il più probabile dalla con-
" gerie di opposte affermazioni e riunire in sol corpo tutta la
" varia e disforme materia. E questo è quello che ha inteso di

(1) Quando R. Caggese pubblicò: *Un Comune libero alle porte di Firenze nel sec. XIII* [*Prato in Toscana*]; Firenze, Seeber, 1905, in-8°, il Villari ne fece una rassegna nell'*Archivio stor. ital.*, serie V, tomo XXXVI, pp. 372-384, che poi ristampò negli *Scritti sulla emigrazione e sopra altri argomenti vari*, Bologna, Zanichelli, 1909, pp. 405-426. Notava: " Dei caratteri, delle
" passioni umane e dell'azione dell'individuo nella storia, il Caggese sembra
" interessarsi assai poco. La sua attenzione è rivolta sopra tutto all'elemento
" economico e giuridico di essa „.

“ fare il Villari, coordinando gli sparsi eventi a seconda di saldi
“ criterii storici. Di essi alcuni vengono accennati nella prefa-
“ zione; un altro, la costante opposizione del sangue latino alla
“ violenza barbarica, apparisce in tutta la narrazione „ (1).

Uscito che fu alla luce, nel 1877, il primo volume della sua opera tanto aspettata sul Machiavelli (2), uno de' nostri periodici più autorevoli d'allora scriveva: “ Un notevole articolo del
“ prof. Villari sopra *La Filosofia positiva e il metodo storico*, pub-
“ blicato parecchi anni fa, e che ha anche oggi la stessa oppor-
“ tunità e la stessa importanza scientifica, pone per regola fon-
“ damentale della conoscenza esatta dell'uomo lo studio delle
“ condizioni sociali nelle quali egli vive, e delle leggi storiche
“ delle quali così l'individuo come la società subiscono l'influenza.
“ Questa regola ha ora sapientemente applicata il Villari nel
“ suo libro intorno al Machiavelli, di cui è uscito nel decorso
“ anno il primo volume; e in verità, se c'era argomento nel
“ quale potesse utilmente sperimentarsi la bontà pratica di co-
“ siffatto criterio, era appunto lo studio tanto importante, e
“ pur tanto difficile, della vita, del carattere politico e morale
“ e delle opere del Segretario fiorentino. Del Machiavelli infatti
“ molto s'è scritto e diversamente disputato; e da parecchi,
“ anche dottamente; ma raro è che s'incontri negli scrittori un
“ giudizio sinceramente spassionato, scevro d'anticipata ammi-
“ razione o d'avversione sistematica; un giudizio che sia basato
“ sulla profonda conoscenza e sullo studio imparziale dei fatti;
“ e nel quale la metafisica e la morale astratta non abbiano
“ usurpato il luogo della critica storica. Per far conoscere esat-
“ tamente il Machiavelli e per giudicarne con sano criterio, è
“ necessario studiarlo in relazione con le condizioni politiche,
“ morali e letterarie del suo tempo e del suo paese, ed esami-
“ nare quale influenza egli ne abbia ricevuta, quale vi abbia
“ portata egli stesso col suo ingegno e col suo carattere; è
“ necessario non farsi *a priori* accusatori o apologisti, ma nar-
“ rare i fatti con verità, ed esporne accuratamente le ragioni,

(1) *Rass. bibliogr. della letter. ital.*, ann. XVIII [1910], p. 178.

(2) Pasquale Villari, *Niccolò Machiavelli e i suoi tempi, illustrati con nuovi documenti. Volume I,* Firenze, Successori Le Monnier, 1877, in-8° di pp. xx-648.

“ i legami, le conseguenze. Questo ha fatto il Villari, e per
“ quanto ci pare con ottimi resultati „. Soggiungeva: “ Abbiamo
“ letto il suo volume con vivissimo compiacimento; e segnata-
“ mente ci ha soddisfatto l'Introduzione (che occupa la metà del
“ volume, e che è già quasi un libro da sè), nella quale si con-
“ tiene un quadro storico critico del Rinascimento italiano, con-
“ siderato sotto il rispetto politico, morale e letterario. Noi non
“ vi sapremmo desiderare un ordine migliore, nè una maggiore
“ lucidità. Il Villari non affatica i lettori con un apparato so-
“ verchio di erudizione; ma tutti i fatti esposti sono rigorosa-
“ mente provati; la sintesi è breve, semplice, ma completa; e
“ i giudizi imparziali e pieni d'acume sopra i fatti stessi, sopra
“ gli uomini e le condizioni dei tempi, fanno testimonianza della
“ mente elevata e degli studi profondi dell'autore. Noi non cre-
“ diamo affatto superflua (com'ha potuto sembrare ad altri)
“ questa larghissima introduzione storica a un lavoro, ch'è prin-
“ cipalmente biografico; imperocchè il Machiavelli (comunque si
“ voglia giudicarlo) è una delle figure più spiccate e più rag-
“ guardevoli del Rinascimento italiano; ed un esame ampio e
“ accurato di quest'epoca offre un elemento di critica necessario
“ per bene intendere l'uomo e lo scrittore „ (1). A un altro
critico, invece, l'Introduzione sembrava “ la parte meno felice „
dello “ stupendo lavoro „, e trovava “ non sempre esattissima „
la descrizione delle condizioni d'Italia nel secolo XV, non dando
“ una idea completamente giusta di quel tempo, in cui accanto
“ a tanto male, c'era pur anco tanto bene „ (2). Undici anni dopo
lo stesso critico non vedeva così di mal occhio l'Introduzione,
che è “ un ampio quadro della vita italiana del secolo XV, non
“ solo rispetto alle relazioni politiche e alle idee civili e sociali.
“ ma anche al culto delle lettere classiche e al risorgimento
“ della letteratura italiana „; e riconosceva che il Villari aveva
“ rilevata e messa nella luce che merita la geniale scoperta del
“ Burckhardt sull'*individualismo*, che costituisce la massima diffe-
“ renza del Rinascimento dall'età di mezzo „ (3).

---

(1) *La Rassegna settiman. di politica, scienze, lettere ed arti*, vol. I, n° 10, 10 marzo 1878, pp. 181-182.

(2) *Giorn. stor. della letter. ital.*, vol. I (1883), p. 452.

(3) *Rivista bibliogr. della letter. ital.*, anno II [1894], p. 322.

Ottone Hartwig, pigliando in esame ne' *Prussische Jahrbücher* appunto l'*Introduzione*, ebbe a dire: " Nessuno scrittore italiano " ha tentato un'esposizione così complessiva e indipendente dei " tratti caratteristici dell'epoca del Rinascimento come il Villari, " e nessuno si è, come lui, mantenuto indipendente da ogni pre- " giudizio letterario. Ciò è avvenuto perchè egli si è accostato " ne' suoi giudizi agli scrittori tedeschi, e si è messo d'accordo " con loro nel suo giudizio definitivo. Codesto risultato è un " evento consolante per la dottrina tedesca, e non tanto perchè " essa è tedesca, ma ancora perchè è la esatta „. Osservò giustamente nella *Nuova Antologia* il prof. Francesco Bertolini: " Io penso che questo giudizio debba aver prodotto una grande " sorpresa sul Villari, come la ha recata a tutti coloro che hanno " qualche conoscenza dei lavori tedeschi sull'epoca del Rinasci- " mento. Il più notevole di essi è il Burckhardt..... Ebbene, chi " si faccia a raffrontare il Burckhardt col Villari risente subito " che ciascuno dei due scrittori è proceduto sulla propria via, " e ciascuno ha trattato la materia secondo l'indole speciale del " proprio ingegno, e secondo la natura e il carattere della rispet- " tiva dottrina. Il Burckhardt procede per via d'analisi, e ci " presenta, per così dire, a bocconcellini il grande quadro del " Rinascimento, che dipinge con maestra mano. Il Villari c'in- " troduce invece d'issofatto nel cuore degli eventi. La sua tela " e' la presenta tutta intera all'osservatore, e la sua analisi non " ha altro scopo, fuorchè di persuadere il lettore che la sua sin- " tesi racchiude il vero „. Il prof. Cesare Paoli non esitò a dichiarare nella *Revue historique* che il quadro sul Rinascimento, tratteggiato dal Villari, supera il libro del Burckhardt per la elevatezza della critica e per il profitto che egli ha saputo trarre dagli studi e dalle pubblicazioni recenti, dal tedesco trascurati " con una negligenza imperdonabile „.

Il secondo volume uscì fuori nel 1881 (1); il terzo e ultimo l'anno dopo (2). L'opera si spartisce in due libri: nel primo il Machiavelli è studiato dalla nascita [1469] alla sua destituzione

(1) *Volume II*, Firenze, Successori Le Monnier, 1881, in-8° di pp. 594, oltre il frontespizio e l'antiporta.

(2) *Volume III*, Firenze, Successori Le Monnier, 1882, in-8° di pp. 502, oltre il frontespizio e l'antiporta.

dall'ufficio di segretario de' Dieci [1512]; il secondo dal ritorno alla vita privata e agli studi [1513] fino alla morte [1527]. Le fanno appendice ottantasei documenti, nè manca d'un indice diligente de' nomi e delle materie (1).

Il Villari, come egli stesso dichiara, nello scegliere per soggetto il Machiavelli, venne mosso da " un segreto pensiero „; il pensiero che " il Rinascimento italiano, di cui il Segretario " fiorentino fu certo uno dei più illustri rappresentanti, è il tempo " nel quale il nostro spirito nazionale ebbe la sua ultima mani- " festazione veramente originale „. Per conseguenza, gli sembrò che " lo studio d'un tale periodo storico „, seguìto poi da " un " lungo sonno „, potesse " riuscire a noi doppiamente utile, facen- " doci non solo conoscere una parte assai splendida della nostra " antica cultura, ma dandoci ancora più d'una spiegazione de' " vizii, contro i quali combattiamo oggi, e delle virtù che ci " aiutarono a risorgere „.

L'opera, avidamente cercata e letta (2), tradotta in tedesco e in inglese (3), ebbe presto una " seconda edizione, riveduta e

---

(1) Il primo volume dette luogo a una disputa: se il Machiavelli conoscesse, o no, la lingua greca. Sostenne a spada tratta che la conoscesse il prof. Costantino Triantafillis; e lo negò recisamente e trionfalmente il Villari. Cfr. TRIANTAFILLIS C., *Lettera all'illustre signor Professore Pasquale Villari intorno ad alcune opinioni espresse nell'opera* Nicolò Machiavelli e i suoi tempi, Venezia, Prem. Stab. tip. di P. Naratovich, 1877; in-8° di pp. 16 [Estratta dalla puntata 4ª delle Veglie Veneziane]. VILLARI P., *Una nuova disputa sul Machiavelli*; in *La Rassegna settiman.*, vol. I, n° 10, 8 settembre 1878, pp. 159-163. Il Villari ristampò questo scritto, " con qualche lieve correzione di forma „, a pp. 546-559 del vol. III del suo *Machiavelli*, essendo alcuni giornali tornati sulla questione, che a lui pareva finita.

(2) In Germania la *Kölnische Zeitung* e la *National Zeitung* la chiamarono " un *Hauptwerk*, che farebbe onore a un letterato tedesco di alto grido „; i giornali della Francia la ritennero " une publication capitale „; nè dissimile giudizio trovò nell'Inghilterra.

Cfr. FRANCESCO BERTOLINI, *Il* Machiavelli *di Pasquale Villari giudicato dalla stampa straniera*; nella *Nuova Antol.*, a. XIII, serie II, vol. XII, fasc. XXI, 1° novembre 1878, pp. 49-62.

(3) *Niccolò Machiavelli und seine Zeit durch neue Dokumente. Band I. Mit des Verfassers Erlaubniss übersetzt von* BERNHARD MANGOLD, Leipzig, H. Hartung & Sohn, 1877; in-8° di pp. XVIII-508; Band II u. III. *Mit der Verfassers Erlaubniss übersetzt von* M. HEUSLER, Rudolstadt, H. Hartung &

" corretta dall'autore " (1); il quale, con " cura veramente amo-
" rosa ", ne ritoccò anche la forma, " già così, in generale, lode-
" vole "; la ritoccò, " ora spezzando o dividendo qualche periodo,
" che gli sembrò correr meno fluido degli altri: ora sostituendo
" imperfetti o passati remoti ai presenti storici, prima forse
" troppo frequenti; ora cercando, con usare espressioni più
" proprie, di accrescer chiarezza a qualche suo concetto, o di
" rappresentar più vivamente certe immagini, o di dissipare il
" pericolo dell'ambiguità intorno a qualche fatto; talvolta per-
" sino cercando di prevenire, con cura forse soverchia, obiezioni
" pedantesche sull'uso di certi legamenti o di certe propo-
" sizioni " (2).

Il suo scritto: *La Storia è una scienza?* pubblicato nel febbraio del 1891, offrì il campo a molte discussioni. Dopo avere esposto le diverse teorie de' tedeschi e degli inglesi sul problema se la storia sia arte o scienza, piglia a studiarlo per conto proprio con metodo storico e analitico; tratta del concetto falso e artificioso che avevano della storia i filosofi del secolo XVIII; de' risvegli più recenti del metodo scientifico, de' suoi pregi, de' suoi difetti, delle sue esagerazioni. Non dà alcuna risposta categorica al problema che si è proposto, ma stabilisce

---

Sohn, Band II, 1882; in-8° di pp. VIII-407; Band III, 1883, in-8° di pp. VIII-389.

Niccolò Machiavelli and his times. Translated by LINDA VILLARI, London, C. Kegan Paul & Co., vol. I e II, 1878, in-16° di pp. XX-353 e VIII-389; vol. III, Kegan Paul, Trench & Co., 1883, in-16° di pp. IX-424.

The Life and Times of Niccolò Machiavelli. Translated by M.me LINDA VILLARI. *A new edition (Augmented by the Author. Revised by Translator). Illustradet*, London, T. Fisher Unwin, MDCCCXCII; in-8°, vol. I, di pagine XXVI-550 e vol. II di pp. XII-597.

Prima edizione popolare: London, T. Fisher Unwin, 1898; in-8° di pagine XXVI-347.

Seconda edizione popolare: London, T. Fisher Unwin, senza anno, in-16° di pp. XXIV-547.

(1) *Niccolò Machiavelli e i suoi tempi illustrati con nuovi documenti. Seconda edizione riveduta e corretta dall'Autore*, Milano, U. Hoepli [Firenze, tip. di S. Landi], in-16°, vol. I [1895], di pp. XXIV-666; vol. II [1895], di pp. 638; vol. III [1896], di pp. 578.

(2) Cfr. la rassegna che ne fece il prof. F. C. PELLEGRINI nella *Rassegna bibliogr. della letter. ital.*, a. II, n° 12, decembre 1894, pp. 321-328.

nettamente e lucidamente gli elementi di cui si compone la storia, e prova che nella connessione logica de' fatti, e delle leggi che li governano, consiste veramente la scienza storica (1).

Fin dal 1866 aveva bandito dalla cattedra: “ La storia che “ noi vogliamo oggi, è una storia ignota agli antichi. Noi cer- “ chiamo le cagioni di fatti che gli antichi solo descrivevano. “ Noi vogliamo conoscere le leggi, i costumi, le idee, i pregiu- “ dizi degli uomini, e gli antichi si occupavano quasi esclusiva- “ mente delle azioni e delle passioni umane „. Soggiungeva: “ Ora che l'Italia s'è unita e di tanti Stati ha fatto uno Stato “ solo, è indispensabile nella storia dei suoi municipii ritro- “ vare la storia del suo popolo..... Francesco Forti notava che “ chi studiasse gli statuti italiani s'accorgerebbe che molte di “ quelle disposizioni le quali si trovano nel Codice Napoleone, e “ che si credono opera della rivoluzione francese, erano già nelle “ legislazioni italiane del medio evo. Io credo che la nostra storia “ dovrà, in ogni lato della vita civile degl'Italiani, confermare “ osservazioni simili a queste; perchè in essa sono le prime ori- “ gini delle libertà moderne. Ma questo lavoro aspetta ancora “ una mano abile abbastanza a trattarla. Noi vogliamo occuparci “ ora d'un soggetto assai più modesto. Il nostro scopo è di far “ vedere, con un rapido sguardo alla storia d'un municipio solo, “ quante nuove ricerche ancora ci restano a fare, e quante que- “ stioni restano inesplorate „. Il municipio da lui scelto fu quello di Firenze. “ Invano cercheremmo in tutta la storia moderna “ un'altra città piena, ad un tempo, di tanto tumulto e tanta “ ricchezza, dove, versandosi tanto sangue civile, potessero le “ arti, le lettere, il commercio, l'industria fiorire del pari. Lo

---

(1) Pasquale Villari, *La storia è una scienza?*; nella *N. Antol.*, serie III, vol. XXXI, fasc. 1° febbraio 1891, pp. 409-436; vol. XXXII, fasc. 16 apr. 1891, pp. 609-636; vol. XXXIV, fasc. 16 luglio 1891, pp. 209-225. Lo ristampò a pp. 1-108 degli *Scritti vari*, Bologna, Zanichelli, 1911; e vi aggiunse, pp. 109-115, una *Poscritta sul materialismo storico.* Se ne hanno le seguenti traduzioni:

Ist die Geschichte eine Wissenschaft? Autorisierte uebersetzung von Hermann Loevinson, Berlin, R. Gaetners Verlagsbuchhandlung, Hermann Heyfelder, 1892; in-8° di pp. 92.

Is history a science? negli *Studies historical and critical. Translated by* Linda Villari, London, T. Fisher Unwin, 1907, pp. 1-115.

" storico quasi non crede a sè stesso quando egli deve descri-
" vere un pugno d'uomini raccolti sopra un palmo di terra, che
" stendono i loro traffici in oriente ed in occidente, aprono le
" loro banche in tutta Europa, raccolgono tesori così vasti che
" le private fortune bastano qualche volta a sostenere sovrani
" vacillanti sui loro troni. Egli deve dire del pari che questi
" ricchi mercanti fondarono con Dante la poesia moderna, con
" Giotto la pittura, e con la squadra di Arnolfo, Brunellesco e
" Michelangiolo, poeta, pittore, scultore ed architetto a un tempo,
" innalzarono quelle stupende moli che il mondo non cessa ancora
" di ammirare. I primi e più accorti diplomatici di Europa erano
" fiorentini; la scienza politica e la storia civile nacquero in
" Firenze col Machiavelli. In sul finire del medio evo quell'an-
" gusto municipio somiglia ad un piccolo punto di luce che illu-
" mina il mondo „. Le lezioni sulla storia fiorentina, fatte nel '66, proseguite nel '67 e nel '68, furono da lui messe alla stampa (1); come pubblicò anche il discorso che lesse il 16 novembre del '68 per inaugurare il nuovo anno accademico (2); e la commemorazione di Garibaldi, così calda d'entusiasmo e d'affetto, recitata nell'aula magna dell'Istituto il 29 giugno dell' 82 (3).

---

(1) *Il Comune italiano e la storia civile di Firenze*; nel periodico milanese *Il Politecnico*, serie IV, parte letterario-scientifica, vol. I, fasc. III, marzo 1866, pp. 283-307.

Le prime origini e le prime istituzioni della Repubblica Fiorentina; nel periodico suddetto, vol. II, fasc. I, luglio 1866, pp. 1-24.

La Costituzione del Primo Popolo e quella delle Arti maggiori in Firenze; nel periodico stesso, vol. II, fasc. VI, decembre 1866, pp. 668-700.

Il commercio e la politica delle Arti maggiori in Firenze, nel periodico citato, vol. III [1867], pp. 573-594 e vol. IV [1867], pp. 5-8.

Il predominio di Firenze in Toscana; nel periodico anzidetto, vol. IV, pp. 477–498 e pp. 591-611.

La Famiglia e lo Stato nella storia italiana; nel periodico stesso, serie V, vol. VI [1868], pp. 5-23 e pp. 193-224.

(2) *L'insegnamento della storia, discorso inaugurale per l'anno accademico 1868-69, letto nell'aula dell'Istituto di studi superiori di Firenze il 16 novembre 1868*; nel giornale fiorentino *La Nazione*, de '24 e 25 novembre 1868. Lo ristampò a pp. 191-219 del volume: *Arte, storia e filosofia, saggi critici*, Firenze, Sansoni, 1884, in-16°

(3) *Discorso sul generale Giuseppe Garibaldi, letto nell'aula magna del R. Istituto di studi superiori, pratici e di perfezionamento in Firenze, il 29 giugno 1882*, Firenze, Successori Le Monnier, in 8° di pp. 24.

Fu ristampato " integralmente „ nel vol.: Pasquale Villari, *L'Italia*

Nelle lezioni sulla storia fiorentina, che interruppe dopo aver trattato degli ordinamenti di giustizia di Giano della Bella, si propose " di esaminare più specialmente quale era stata la " costituzione politica della Repubblica, quali le sue varie forme, " in conseguenza delle rivoluzioni interne, che così lungamente " travagliarono la città „. Come confessò egli stesso, sperava " in tal modo di riuscire a scoprir le cause vere di queste rivo-" luzioni; di trovare una specie di filo conduttore nel laberinto " d'una storia, che, non ostante i grandi scrittori che l'avevano " trattata, a molti appariva assai spesso intricata ed oscura; " di determinare i periodi, in cui dovrebbe essere logicamente " divisa „. Ripigliando, nel 1888, le interrotte lezioni, trattò d'Arrigo VII e dell'esilio di Dante (1); nel '90 illustrò di nuovo l'origine della città e il sorgere del Comune (2). Dopo averle rivedute e corrette, le stampò, raccolte insieme, in due volumi, che intitolò: *I primi due secoli della storia di Firenze,* e dedicò al suo amico Ottone Hartwig, " ai nostri giorni, il primo che sulle

---

e la civiltà, pagine scelte e ordinate da Giovanni Bonacci, Milano, Hoepli, 1916, pp. 347-367.

Nel n° unico *Garibaldi*, Firenze, tip. Civelli [1907], che fu pubblicato a cura del Comitato universitario per le onoranze al generale in Roma, si leggono a p. 35 alcune parole del Villari.

(1) *La Repubblica Fiorentina ai tempi di Dante Alighieri*; nella *Nuova Antol.*, a. XXIII, serie III, vol. XVIII, fasc. XXIII, 1° dec. 1888, pp. 417-442.

La Repubblica Fiorentina e gli esuli nei primi del secolo XIV; nello stesso periodico, fasc. XXIV, 16 decembre 1888, pp. 625-642.

I Fiorentini, Dante e Arrigo VII; nel suddetto periodico, vol. XIX, fasc. II, 16 gennaio 1889, pp. 225-239.

Cfr. anche: *La Repubblica Fiorentina al tempo di Dante Alighieri*; nella *Nuova Antol.*, serie I, vol. XI, fasc. VII, luglio 1869, p. 443.

(2) *Le origini di Firenze*; nella *Nuova Antol.*, ann. XXV, serie III, volume XXV, fasc. 1° gennaio 1890, pp. 5-35.

Le origini del Comune di Firenze; nello stesso periodico, vol. XXVII, fasc. XI, 1° giugno 1890, pp. 434-471.

Prime guerre e prime riforme del Comune Fiorentino; nella *Nuova Ant.*, anno XXV, serie III, vol. XXVIII, fasc. XIII, 1° luglio 1890, pp. 5-35.

Il prof. Cesare Paoli ne fece una bella recensione nell'*Arch. storico ital.*, serie V, tomo VI, pp. 351-357.

Cfr. anche la conferenza del Villari sulle origini del Comune di Firenze nel volume: *Gli albori della vita italiana. Le origini dei Comuni.* Milano, Treves, 1890, pp. 27-71.

" più antiche origini di Firenze e del suo Comune, iniziò ricerche " scientifiche, fondate sui documenti " (1). L'opera ebbe un tale smercio, che di lì a pochi anni gli convenne farne una " nuova edizione, interamente riveduta " (2). Il Villari, come notò il D'Ancona, piglia a studiare la storia di Firenze sotto " un nuovo " aspetto "; la studia " nello svolgimento della costituzione politica, in quella vita economica per la quale il vecchio Comune " può dirsi *una grossa Casa di Commercio*. Il Villari può a buon " diritto vantarsi di essere stato il primo, forse fra tutti, certamente fra noi, a mettersi su questa via: altri l'hanno seguito, " e a parer nostro con minor temperanza e con criteri troppo " moderni. Eterna è nella società umana la controversia e la " battaglia del tuo e del mio, e in fondo a ogni lotta politica " c'è, più o meno, una lotta economica: ma i fatti umani non " si rassomigliano mai, e sbaglia almeno il punto di veduta, chi, " per spiegare l'antico, troppo si lascia dominare dall'odierno; " il che non accade al maestro, sì ad alcuni discepoli suoi. Ma " l'opera del maestro riman salda, perchè seriamente e oggettivamente composta..... Così com'è, ci pare monumento durevole, anche se le ricerche in questo campo si moltiplichino, e " alle singole parti si aggiunga nuovo contributo d'indagini. Le " origini di Firenze, la costituzione del Primo Popolo e delle " Arti, il predominio politico su tutta Toscana, gli Ordinamenti " di Giustizia, il commercio, il costume domestico, tutto ciò è " esposto con acume e dottrina dal primo svolgersi del Comune " ai tempi di Dante e di Arrigo VII. I particolari, lo ripetiamo, " potranno modificarsi, la sostanza resta intatta " (3).

In più altri modi giovò alla storia. Nel primo Congresso

---

(1) *I primi due secoli della storia di Firenze, ricerche di* PASQUALE VILLARI, Firenze, G. C. Sansoni, edit. [tip. G. Carnesecchi], 1893 e 1894. Due volumi in-8° di pp. IX-319 e 271.

Cfr. la rassegna che ne fece il prof. P. Santini nell'*Archivio storico ital.*, serie V, tomo XII, pp. 411-424 e tomo XV, pp. 133-145; ed E. ARMSTRONG nel fascicolo del luglio '94 dell'*English historical review*.

(2) *I primi due secoli della storia di Firenze, ricerche di* PASQUALE VILLARI. *Vol. unico* (*Nuova edizione, interamente riveduta dall'Autore*), in Firenze, G. C. Sansoni, editore [Stab. G. Carnesecchi e figli], 1905; in-8° di pagine XVI-530.

(3) *Rassegna bibliogr. della letter. ital.*, a. XIII [1905], pp. 93-94.

delle Deputazioni e Società italiane di storia patria, che fu tenuto a Napoli nel settembre del 1879, prese a caldeggiare “ un possibile coordinamento „ de' loro lavori e delle loro pubblicazioni (1); tema che tornò a svolgere, con gran calore, nel quarto Congresso storico, che ebbe luogo a Firenze nel settembre del 1889 (2). È merito suo se nella Biblioteca Vittorio Emanuele di Roma si formò una collezione di documenti e memorie riguardanti il Risorgimento d'Italia. Ascritto come socio ordinario alla Deputazione di storia patria per le Provincie Toscane, n'ebbe la presidenza, morto che fu Marco Tabarrini; al quale succedette anche nella presidenza dell'Istituto storico italiano (3), e in quella del Consiglio per gli Archivi del Regno (4); spendendo nobilmente a vantaggio di queste istituzioni la gagliardia dell'ingegno e la operosità instancabile.

Capitolo VI.

Il Villari filosofo.

Col 1° gennaio del '66 *Il Politecnico, repertorio di studj letterarj, scientifici e tecnici*, iniziò la sua quarta serie; e il prof. Francesco Brioschi, succeduto nel dirigerlo a Carlo Cattaneo, che n'era stato il benemerito fondatore, volle separare la parte destinata agli studi letterari dalla parte destinata agli studi tecnici

(1) *Atti del primo Congresso delle Regie Deputazioni e Società italiane di storia patria riunito in Napoli il dì 20 settembre 1879*; nell'*Archivio storico per le Provincie napoletane*, anno IV, fasc. IV, pp. 601-803. Le “ proposte, presentate al Congresso dal prof. Pasquale Villari „, si leggono a pp. 662-668.

(2) *Atti del quarto Congresso storico italiano* (*Firenze, 19-28 settembre 1889*), nell'*Archivio storico ital.*, serie V, tomo VI, pp. 65-78.

(3) Sull'opera dell'Istituto storico discorse in Senato nella tornata del 28 decembre 1903. A due volumi de' *Regesta Chartarum Italiae*, che va pubblicando, fece egli la prefazione nel 1907. Cfr. *Regesto di Camaldoli, a cura di* L. Schiaparelli e F. Baldasseroni, vol. I, pp. v-vi; e *Regesto di S. Apollinare Nuovo, a cura di* V. Federici, pp. vii-viii.

(4) Giuseppe Spano, *L'opera di Pasquale Villari nel Consiglio per gli Archivi del Regno*; in *Gli Archivi ital., rivista trimestrale*, anno V [1918], fascicolo I, pp. 3-9.

e così dar " maggior vigore „ all'una e all'altra. " La politica, " la letteratura, l'arte, le scienze morali, le scienze positive: " ecco il vasto campo dei lavori che troveranno posto nel fasci- " colo che distinguemmo col titolo di *parte letteraria*..... Noi " mireremo anzitutto a che la rivista abbia dal lato scientifico " un indirizzo determinato; è nostra convinzione che essa non " potrebbe aspirare ad influenza alcuna, se oggi si facesse pro- " motrice di idee che domani poi abbandonasse. L'eclettismo le " sarebbe, a nostro avviso, dannoso, come il farsi campione di " un determinato sistema filosofico..... Il metodo sperimentale è " oggi l'unico metodo scientifico; la critica dei fatti dà alle " scienze il loro vero carattere „. Così scriveva il Brioschi fin dal 18 decembre. In fronte al primo fascicolo della parte " esclu- " sivamente destinata alle lettere, alle scienze storiche e filo- " logiche, alla giurisprudenza, alla economia pubblica, non che " alle scienze naturali, per quello che esse possono avvantag- " giare la comune coltura „, tornò a scrivere il 12 del mese di gennaio: " Sulla fine del secolo scorso, il Condorcet così princi- " piava il discorso preliminare di una delle principali sue opere: " *Un grand homme* [Mr Turgot], *dont je regretterai toujours les* " *leçons, les exemples, et surtout l'amitié, étoit persuadé que les* " *vérités des sciences morales et politiques sont susceptibles de la* " *même certitude que celles qui forment le système des sciences* " *phisiques et même que les branches de ces sciences, qui, comme* " *l'astronomie, paroissent approcher de la certitude mathéma-* " *tique* (1). Con queste parole l'illustre scrittore preludeva ad un " movimento scientifico, al quale può dirsi sia ora assicurato un " pieno successo. Non è già che la lotta non ferva ancor viva " fra i seguaci della scuola positiva e quelli delle scuole meta- " fisiche; essa si agita tuttavia, e non è che lentamente e con " paziente lavoro che le idee chiare e sane della scuola positiva " possono penetrare e diffondersi..... L'abitudine metafisica, scac- " ciata dalle altre scienze dal metodo positivo, s'è, per così dire, " tutta rifugiata nel seno delle scienze sociali, dove contribuisce " a mantenerla la lunga influenza che la filosofia scolastica ha

---

(1) CONDORCET, *Essai sur l'application de l'Analyse à la probabilité des décisions rendues à la pluralité des voix*, Paris, 1785; in-4°.

“ esercitato e in parte esercita ancora, e in Italia più che al-
“ trove, per ragioni evidenti. È a combattere il metodo ed i
“ pregiudizi delle scuole metafisiche che noi adunque particolar-
“ mente mireremo, mostrando quali progressi anche le scienze
“ sociali hanno fatto mercè la scorta del metodo positivo. Con
“ ciò siamo quasi venuti a dare a noi medesimi un nome proprio.
“ Ci si domanderà quindi subito se noi siamo seguaci, puri e
“ semplici, della scuola positiva del Comte? L'articolo dell'e-
“ gregio nostro amico, il professore Pasquale Villari, che noi
“ mettiamo qui a nome di programma, risponde a quella do-
“ manda in modo più autorevole che non avremmo potuto far
“ noi. Da parte nostra non aggiungeremo che la promessa di
“ mantenerci ad esso fedeli „.

L'articolo, intitolato: *La Filosofia positiva e il Metodo storico* (1), “ incontrò tanti contradittori e sollevò così importanti “ discussioni, che non gli si può negare una vera importanza “ storica „; avendone “ allora „ fatto “ gran caso „ anche “ gli “ scrittori più seri di filosofia „ (2). Tredici anni dopo l'Ardigò confessava che quello scritto ebbe “ una grande influenza an- “ ch'esso sopra l'indirizzo delle riflessioni che finirono a produrre „ in lui “ l'ordine attuale „ delle sue “ idee filosofiche „; e nel Villari salutava “ il primo che ponesse la quistione del positi- “ vismo (nel senso che ha oggi) in Italia „ (3). Come osservò il Gentile, “ la prosapia positivistica è più antica „, giacchè “ il “ direttore di quello stesso *Politecnico* in cui il saggio del Vil- “ lari venne pubblicato, Carlo Cattaneo, aveva da circa un “ decennio dette le stesse cose „ (4). Il positivismo dunque già da un pezzo batteva alle porte, ma senza trovare eco, nè pro-

(1) Pasquale Villari, *La Filosofia positiva e il metodo storico*; in *Il Politecnico, repertorio di studj letterarj, scientifici e tecnici*, serie IV, parte letterario-scientifica, vol. I [Milano, tip. di Zanetti Francesco], fasc. I, gennaio 1866, pp. 1-29.

(2) Giovanni Gentile, *La Filosofia in Italia dopo il 1850*. III. *I positivisti*. II. *Pasquale Villari*; in *La Critica*, anno VI, fasc. V, 20 sett. 1908, p. 354.

(3) Roberto Ardigò, *La Morale dei Positivisti*, Milano, Natale Battezzati, editore, 1879, p. 607.

(4) Giovanni Gentile, *La Filosofia in Italia dopo il 1850*. III. *I positivisti*. I. *Le origini: Carlo Cattaneo (1801-69)*; in *La Critica*, anno VI, fasc. II, 20 marzo 1908, pp. 105-124.

seliti; " perchè potesse essere ammesso nella coltura italiana, " occorreva soltanto che se ne facesse annunziatore e banditore " uno scrittore facile e facondo „ (1). Questo è il merito del Villari; il quale. del resto, ignorava ciò che il Cattaneo aveva scritto, tanto era rimasto inosservato e inascoltato quel primo squillo di tromba positivista in Italia.

Due anni dopo, il Villari, ristampando quel saggio, così faceva ricordo della " singolare polemica „ suscitata: " Pochi de' " miei scritti ebbero un così gran numero di lettori; ma esso " ebbe pure la sventura d'essere attaccato da destra e sinistra. " Ad alcuni parve che avessi detto troppo, ad altri troppo poco. " Alcuni credettero che volessi negare ogni filosofia, e mi accu- " sarono di scetticismo, di materialismo, panteismo..... con quel " che segue. Nel breve giro di pochi giorni ebbi molte opposte " accuse. Un mio collega ed amico mi disse: Come hai potuto " commettere un così grossolano errore! Tu dunque ignori, che " la esistenza d'un Dio personale e la immortalità dell'anima " sono oggi verità provate con una dimostrazione rigorosa quanto " le più chiare proposizioni di geometria. E poi venne un se- " condo che, incominciando lo stesso discorso, con le medesime " parole, conchiudeva col dirmi: esser dimostrato che l'esistenza " di Dio era un pregiudizio del volgo, e che oggi era cosa chiara, " provata e manifesta, che il pensiero è una modificazione della " materia, e che la nostra anima è come quella del cane. Un " altro finalmente mi disse, che l'anima era bensì immortale; " non però la mia, nè la sua, nè quella d'alcuno in particolare; " ma l'anima di tutti noi, che è una sola con quella del " mondo, ed è l'Assoluto. Io non sono qui tenuto di rispondere " a questi critici. Nel mio scritto volevo dichiarare un fatto, e " questo fatto era confermato appunto da tali accuse „ (2).

Il primo a scendere nell'arena contro di lui fu Terenzio Mamiani; gli tennero dietro Francesco Fiorentino e Bertrando Spaventa, Antonio Camillo De Meis e Felice Tocco, poi il

---

(1) Giovanni Gentile, *La Filosofia in Italia dopo il 1850.* III. *I positivisti.* II. *Pasquale Villari*, p. 355.

(2) Pasquale Villari, *Saggi di storia, di critica e di politica*, Firenze, tip. Cavour, 1868; p. v della *Prefazione.* L'articolo è ristampato a pp. 1-36 del testo.

Wyrouboff, il Barbagallo, il Frezzolini e altri (1). Che cosa mai era uscito dalla penna del Villari per suscitare una così grossa tempesta? Egli stesso con quella lucidità, che è uno de' tanti suoi pregi, in questi " brevi termini „ riassume il proprio ragionamento: " La filosofia e quasi tutte le scienze hanno avuto " nella loro origine un indirizzo sistematico ed arbitrario. A " poco a poco questo carattere è andato cessando. La matematica " ha trovato subito la sua via. Le scienze naturali continuarono, " per molto tempo, a far parte della filosofia ed a seguirne " l'indirizzo ed il metodo. Galileo, col metodo sperimentale, riuscì " a far della fisica una vera e propria scienza, e dopo di lui la " fisiologia, la chimica, quasi tutte le scienze che studiano la " natura, abbandonando l'antica strada, seguirono la nuova e " non fecero più parte della filosofia propriamente detta. Ma, " nelle scienze morali, questo non era possibile, poichè il metodo sperimentale non si poteva applicare ad esse; quindi " continuarono tutte, più o meno, a far parte della filosofia, e " dipesero dalla metafisica che, cercando l'origine e la natura " intima dei primi veri, fu la base su cui quella enciclopedia " filosofica poggiava. La metafisica restò divisa fra varie scuole, " che seguirono sistemi diversi e spesso fra loro opposti. A misura che il sistema mutava, mutava naturalmente il modo di " concepire tutte le scienze che ne derivano: la politica, il diritto, la storia, la morale furono trattate da Condillac, da " Bentham, da Rousseau in un modo essenzialmente diverso da " quello con cui le trattò Hegel; perchè questi, trovato un nuovo " sistema, rifece da capo l'enciclopedia filosofica, con un diverso " punto di partenza e di mira. A poco a poco s'è apparecchiata,

---

(1) Terenzio Mamiani, *Del Kant e della filosofia platonica*; nella *Nuova Antol.*, vol. III (1866), pp. 433-461. — Francesco Fiorentino, *Del positivismo e del platonismo in Italia*; nella *Riv. bolognese* del 1867. Cfr. i suoi *Scritti varii*, Napoli, 1876, pp. 496-529. — Bertrando Spaventa, *Paolottismo, positivismo, razionalismo*; nella *Riv. bolognese* del maggio 1868. Cfr. i suoi *Scritti filosofici*, edizione del Laterza, pp. 291 e sgg. — Anton Camillo De Meis, *Dopo la laurea*, Bologna, Monti, 1868. — Felice Tocco, *Studii sul positivismo*; nella *Riv. contemporanea*, di Torino, giugno-luglio 1869. — Barbagallo, *L'opera del prof. Villari quale filosofo e teorico della storia e quale storiografo*, Catania, 1901. — Giuliano il Sofista [G. Prezzolini], *Pasqualino* nel *Leonardo*, di Firenze, dell'aprile 1905.

" ed oggi s'è quasi compiuta, una rivoluzione ancora nelle scienze
" morali e filosofiche. In che modo? Seguendo una via simile a
" quella indicata da Galileo. Egli aveva detto: la cognizione
" assoluta delle cose ci è per ora impossibile; ma noi possiamo
" con sicurezza comprendere i fenomeni e le loro leggi. Cosa sia
" la forza non sappiamo e forse non sapremo, ma possiamo
" conoscere la legge con cui cadono i gravi, ecc.; perchè nel
" cercare la legge, noi possiamo riscontrarla e riprovarla con
" l'esperienza. Se dunque l'intima natura dell'anima, del pensiero,
" di Dio ci è ancora ignota, o almeno non tutti i filosofi sono
" fra di loro d'accordo su questi argomenti; è egli davvero in-
" dispensabile far dipendere da ciò tutto lo scibile filosofico?
" Se il pensiero, se tutto l'uomo intellettuale e morale esiste e
" si manifesta nel mondo; studiamo i fenomeni morali, la loro
" storia, le loro leggi, anche senza occuparci per ora di avere
" l'assoluta conoscenza dell'anima, della ragione, ecc. Studiamo
" prima i fatti morali e le loro leggi, studiamoli nell'uomo, nella
" storia, e arriveremo fin dove potremo; ma avremo almeno
" delle cognizioni certe nelle quali tutti saranno d'accordo. Molte
" scienze morali avevano da più tempo cercato di prendere questo
" indirizzo, che oggi finalmente esse seguono. Il Comte e i Po-
" sitivisti furono quelli che più di tutti lavorarono a determi-
" narlo e promuoverlo; ed esso ha già creato delle nuove scienze,
" ha rianimato le ricerche filosofiche, ha scoperto nuove verità,
" ha fatto fare grandissimi progressi. Questo indirizzo, questo
" metodo prendono nome dal Comte, e costituiscono, secondo me,
" la parte permanente e duratura del Positivismo, la parte anzi
" che ha già trionfato..... Ne segue da tutto questo, che l'uomo
" non penserà più ai primi veri? Non chiederà a sè stesso: Che
" cosa è la mia anima, è essa immortale, vi è un Dio? E ri-
" spondevo di no. L'uomo continuerà sempre a farsi queste do-
" mande, anche quando non vi può dare una risposta scientifi-
" camente sicura. La fede, la immaginazione, la speculazione
" sistematica oltrepassano continuamente i confini della rigorosa
" dimostrazione scientifica. Questo è un fatto che ha luogo in-
" torno a noi, ed anche il filosofo positivo deve ammetterlo e
" meditarlo. Quindi la metafisica continuerà ancora, ed avrà an-
" cora un nobile ufficio da compiere; ma un numero sempre
" maggiore di scienze morali acquisteranno una propria perso-

“ nalità, indipendente dai sistemi metafisici; perchè s'è trovato
“ il modo di studiare e conoscere, fra i dovuti confini, l'uomo e
“ il mondo morale, senza dovere assolutamente premettere la
“ soluzione di certi problemi, quando nel fatto questa soluzione
“ non l'abbiamo trovata. E nel tempo stesso, questo nuovo indi-
“ rizzo filosofico, senza distruggere la metafisica, l'obbliga pure
“ a mutare. Oggi non è più possibile cavarsi dalla propria testa
“ l'origine del linguaggio, o crearsi *a priori* una cosmologia,
“ per comodo del proprio sistema, quando v'è già una scienza
“ *positiva* del linguaggio, e quando la conoscenza delle leggi della
“ storia e della natura ha fatto tanto cammino. Così mentre
“ varie scienze filosofiche progrediscono, separandosi dalla me-
“ tafisica, finiranno pure col modificarla grandemente „.

Degli italiani, rispose al Fiorentino soltanto, e trionfalmente (1); degli stranieri al Wyrouboff, collaboratore del Littré nella *Philosophie positive*, al quale era salita la senapa al naso, avendo il Villari affermato che non accettava tutte le idee del Comte, essendosi egli lasciato “ andare a molte esagerazioni e
“ stranezze, le quali compromisero il successo che avrebbe al-
“ trimenti ottenuto „. Nel ristampare poi per la terza volta il tanto controverso suo scritto, nel 1884, soggiungeva: “ La fiera
“ opposizione da me incontrata, quando osai, per la prima volta
“ in Italia, parlare del positivismo (2), se non è scomparsa
“ del tutto, è di certo molto scemata. Non pochi di coloro che

(1) Scrisse: “ Il Fiorentino, amico della scienza, che egregiamente pro-
“ fessa, teme che io voglia studiare l'uomo solo nella storia, e faccia così
“ scomparire l'importanza della psicologia, confondendola con quella. E se
“ ciò fosse egli avrebbe pienamente ragione. Ma io non so come, dicendo
“ che la psicologia e la storia si aiutano a vicenda, possa indursene che
“ voglia confondere l'una cosa con l'altra. Quando io dico: togliete ad un
“ popolo ogni immaginazione, e l'arte scomparisce; studiate la sua arte, e
“ vi aprirete la via a meglio studiare e conoscere la sua immaginazione,
“ e così viceversa; ne segue da ciò che l'arte e l'immaginazione sieno una
“ sola e medesima cosa? Confondo io, in questo modo, la immaginazione
“ e la vita individuale con quella d'un popolo, e con ciò che è il prodotto
“ della sua attività? La differenza è, del resto, troppo elementare, è stata
“ troppe volte e da troppi notata, perchè vi sia bisogno d'insistervi sopra „.

(2) Queste parole provano che il Villari ignorava “ il positivismo già
“ formulato dal solitario Cattaneo „. La frase è del Gentile.

" mi combatterono, hanno poi mutato strada, e sono andati anzi
" assai più oltre di me, spesso con metodo tutt'altro che scien-
" tifico e rigoroso, senza più ricordarsi delle accuse mosse contro
" il positivismo, e contro chi assai modestamente aveva esposto
" alcune verità in esso contenute ". In mezzo a tanti nemici trovò, per altro, due " sostenitori valenti ", Aristide Gabelli, a cui fu legato della più cordiale amicizia (1), e il prof. Roberto Ardigò, che a suo giudizio, tra' positivisti d'Italia, " s'in-
" nalzò al di sopra di tutti, per ingegno e per dottrina, con
" opere originali davvero "; il quale gli rese " una giustizia " che " da altri " gli era " stata negata " (2).

Ricordando, dopo venticinque anni, il vecchio scritto: *La Filosofia positiva e il Metodo storico*, ebbe a confessare: " Quando
" la prima volta io espressi quali erano, secondo me, il concetto,
" il valore, la utilità del metodo storico e del positivismo, il
" mio amico prof. Bertrando Spaventa, il cui acume filosofico era
" veramente singolare, fece di quello scritto una critica, nella
" quale diceva: — Ma che cosa tu fai, sostenendo che la ragione
" non può spiegare certi misteri? Non vedi che così lasci nel-
" l'anima un vuoto, il quale, se non può essere riempito dalla
" ragione, sarà riempito dalla fede? — Ed era vero, ma è quello
" che infatti succede nella vita e nella società umana. Negarlo
" mi pare inutile. È meglio riconoscere il fatto, ed esaminarne
" il valore. Questo è l'ufficio della filosofia ".

Il saggio sulla filosofia positiva e il metodo storico, in so-

---

(1) Cfr. Giovanni Gentile, *La filosofia in Italia dopo il 1850*. III. *I positivisti*. III. *Aristide Gabelli*; in *La Critica*, VI, 419-429.

Il Villari fece la *Prefazione* all'opera del Gabelli: *L'Istruzione in Italia*, Bologna, Zanichelli, 1891, pp. III-VIII; e Bologna, Zanichelli, 1903, pp. III-VII. Il 2 ottobre del 1890 gli dedicò, con affettuosissime parole, i *Saggi storici e critici*, Bologna, Zanichelli, 1890, in-16°. A nome del Governo, lo commemorò alla Camera nella seduta del 25 novembre 1891. L'Espinas, *La philosophie expérimentale en Italie*, Paris, 1880, pp. 69-77, parla del Gabelli e del Villari come filosofi.

(2) Pasquale Villari, *Arte, storia e filosofia, saggi critici*, Firenze, Sansoni, 1884, pp. 505-506.

Il saggio: *La Filosofia positiva e il Metodo storico* è riprodotto a pagine 437-489; la *Prefazione* del 1868 a pp. 491-506, intitolandola *poscritta*, e facendovi una breve aggiunta.

stanza, non è che la prolusione, fatta all' Istituto di Firenze, inaugurando l'anno scolastico 1865-66; e come notò, col solito suo acume il Gentile, c'è tutto il Villari: il Villari " entusiasta „ e " idealista „, che " ritrova sè stesso in fondo allo stesso po-" sitivismo! „. In Firenze, venuto " a contatto con lo spirito " antispeculativo e storico, moderato e conciliativo dei toscani „ — son sempre parole del Gentile, e le faccio mie — questo appassionato entusiasta di " ogni forma di verità „ era ben naturale che abbracciasse " l'onorata e gloriosa tradizione gali-" leiana del metodo positivo d'osservazione in ogni ordine di " scienza, dell'ideale quindi di una scienza che, attenendosi al-" l'osservabile, cioè all'empirico, non avesse adito nel campo " metafisico, proprio delle credenze religiose; pronta pertanto " ad accordarsi con la religione, riconosciuta d'altronde, teorica-" mente e storicamente, fondamento unico d'ogni moralità e d'ogni " sana e forte vita politica „.

Del resto, — già lo vedemmo — fin dal '64 pagò il suo tributo all' " onorata e gloriosa „ tradizione galileiana con lo scritto: *Galileo, Bacone e il metodo sperimentale.* Ristampandolo per la terza volta nell'84, confessava: " Si risente molto del-" l'occasione che gli dette origine e del tempo in cui fu pubbli-" cato..... Del grande scrittore inglese notai più i difetti che i " pregi „. Persiste nel ritenere che Bacone " non ebbe mai un'idea " chiara di quello che sia il metodo sperimentale, che era stato " invece mirabilmente esposto ed applicato da Galileo „; ma riconosce, peraltro, " il fatto della straordinaria importanza che " ebbe il Bacone nella storia della filosofia e sopra tutto poi " nella formazione dello spirito inglese „; riconosce ancora che " l'idea di fondare sulla osservazione e sulla esperienza anche " le scienze morali resta nelle sue opere come una vera divina-" zione, o piuttosto un presentimento dell'avvenire „.

Nel '79 prese a trattare un argomento importante: *L'Economia politica e il metodo storico.* È " la storia d'una disputa „, che allora si andava agitando in Inghilterra, ed espone " le opi-" nioni dei combattenti quasi colle loro stesse parole „ (1).

---

(1) *La Storia è una scienza?*; negli *Scritti vari*, Bologna, Zanichelli, 1911, p. 93.

Nel 1883 stampò la monografia: *Tommaso Errico Buckle e la sua Storia della civiltà* (1). Il nome di quest'uomo, che " forma " da sè solo la propria educazione; che concepisce un vasto di- " segno, e per eseguirlo deve, in tutta la vita, combattere contro " una salute debolissima; che lotta ancora quando la salute lo " ha affatto abbandonato, ed è morta la madre in cui i suoi " affetti s'erano concentrati „; il nome di quest'uomo, che " si " trova infelicissimo in mezzo alla gloria conquistata col proprio " ingegno „; che cessa di vivere, compito appena il quarantesimo anno, sotto il sole ardente della Siria, e lascia appena incominciato " il suo grande lavoro „; quest'uomo che l'Europa giudicava " uno dei primi giocatori di scacchi „, che imparava le lingue " senza alcuno aiuto di maestro „, e aveva una memoria così " portentosa „ da superare " quella tanto celebrata del Ma- " caulay „; quest'uomo nel cui destino " v'è qualche cosa di " assai triste, quasi tragico „, era ben naturale che destasse le " simpatie più vive „ del Villari. Quando, nel '58, uscì fuori a Londra il primo volume della *History of the Civilisation in England* del Buckle, fu " un osanna assordante e bacchico; pareva " che fosse in fine nato al mondo il filosofo vero. Lui, lo sco- " pritore delle leggi della storia! Lui il fugatore di tutte le fole, " di tutti i pregiudizi e le superstizioni, che le religioni, le let- " terature, i Governi, i falsi concetti circa al valore del carat- " tere e delle facoltà morali hanno disseminati e mantenuti nel " mondo! Lui lo scopritore della suprema e luculenta verità, che " la natura, il clima, sopratutto il cibo, fanno il moto e il pro- " gresso sociale „ (2). La fortuna del secondo volume, uscito alla luce nel '61, non fu punto inferiore a quella del primo; l'opera ebbe uno spaccio immenso, venne subito tradotta in francese e in tedesco; e la traduzione tedesca ben cinque volte ristampata nel giro di pochi anni. " Il più strano „ (come osservò

---

(1) Pasquale Villari, *L'economia politica e il metodo storico*; in *La Rassegna settimanale*, di Roma, del 13 aprile 1879, pp. 273-274. La ristampò nel volume: *Arte, storia e filosofia, saggi critici*, Firenze, Sansoni, 1884, pp. 539-562.

(2) Pasquale Villari, *Tommaso Errico Buckle e la sua storia della Civiltà*; nella *Nuova Antol.*, serie II, vol. XL, della raccolta LXX, fasc. XIII, 1° luglio 1883, pp. 505-534. Lo ristampò nel suddetto volume: *Arte, storia e filosofia*, Firenze, Sansoni, 1884, pp. 221-271.

giustamente Raffaele Mariano) " fu il vedere appunto i tedeschi
" spasimare e struggersi per sì ingenue quanto vecchie esage-
" razioni. A farne giustizia, sarebbero bastati i più elementari
" concetti dei loro sommi pensatori e lo scorrere le prime pa-
" gine della *Filosofia della storia* di Hegel. E ci era pure che
" la legge del cibo e dello stomaco, elevati a forze determinanti
" e culminanti della vita della storia, il loro Fouerbach l'aveva
" già formulata col famoso: *Der Mensch ist wass er isst*. Ma non
" importa: anche i tedeschi, replico, adorarono in Buckle il
" grande mistagogo della natura e dello spirito „ (1).

Bene sperimentò l'audace filosofo inglese, quanto cogliesse nel vero Dante quando scrisse:

La nostra rinomanza è color d'erba
Che viene e va.

La sua fu la gloria d'un giorno, e sfumò come nebbia al vento. È bello per l'Italia e per la serietà dei nostri studi, il non aver partecipato a quegli incoscienti deliri d'ammirazione e d'entusiasmo. La notizia della sua morte arrivò a Londra quando era là aperta l'Esposizione mondiale del '62; e parve che " in quel
" momento l'Inghilterra „ (il Villari ne fu testimone) " avesse
" perduto il più gran pensatore del secolo „. Si domandò egli nell'83: " Come è mai avvenuto che ora, nello stesso paese, si
" pensa così diversamente? Perchè l'opera, tanto una volta esal-
" tata, è ora tanto acerbamente criticata? Dove e quale fu l'in-
" ganno? „. Dopo aver fatto un esame diligente del libro, " che
" certo merita d'essere studiato „, risponde a tutte queste domande e conclude: " Tutti gli studi di scienze storiche e morali
" si fanno per conoscere che cosa è l'uomo, secondo quali leggi
" si trasforma, si modifica, ed il Buckle, invece, dopo aver de-
" composto l'uomo e la società nei loro elementi, si occupa solo
" del modo in cui le cognizioni si producono, s'accumulano, si
" propagano, quasi fosse una merce che s'importa e che si
" esporta; quasi che la società potesse continuamente progredire

(1) Tolgo queste parole dalla rassegna che fece il Mariano del libro del Villari: *Arte, storia e filosofia*, Firenze, Sansoni, 1884; in-16°. Cfr. *La Cultura, rivista di scienze, lettere ed arti*, diretta da R. Bonghi, ann. III, vol. V, n° 13, 1° agosto, 1884, pp. 475-479.

“ senza che progredissero del pari la morale, l'intelligenza, tutto
“ l'essere dell'uomo, quasi che c'importasse conoscere la storia
“ del passato e le sue leggi, se non servissero a farci conoscere
“ il più grande prodotto di questa storia, che è appunto l'uomo „.
Il suo errore fondamentale consiste nell'aver “ voluto troppo
“ esaltare l'intelligenza, a spese del carattere morale „, che
“ costituisce la miglior parte del genere umano „.

Capitolo VII.

Il Villari scrittore di cose d'arte.

Nel Villari l'amore per le belle arti si svegliò fin dalla prima giovinezza, conosciuto che ebbe Domenico Morelli; al quale — lo confessa egli stesso — deve “ l'avere, per alcuni “ anni, rivolto i suoi studi all'arte „ (1); come al suo lungo soggiorno in Firenze deve l'avere affinato il gusto artistico, veramente squisito in lui. “ Allo storico della letteratura „ (son sue parole) “ basta essere un uomo di lettere, avere una intelligenza “ culta e capace di sentire il bello; ma lo storico della pittura “ e della scultura deve a queste qualità aggiungere anche l'altra “ di saper conoscere e giudicare quella che chiamano la parte “ tecnica dell'arte. Egli deve non solo essere in grado di giudi- “ care il pensiero dell'artista, ma di saperlo ritrovare in quelle “ forme sensibili sotto cui è nascosto, e di saper conoscere tutte “ le difficoltà materiali contro cui l'autore ha dovuto lottare per “ esprimerlo „. Queste qualità, così diverse, tutte quante son riunite nel Villari; il quale, senza avvedersene, dipinse sè stesso quando scrisse: “ Raro assai si trova un uomo, che dinanzi ad “ un quadro sappia veramente divenire artista; che in un tocco “ di pennello sappia ritrovare un'idea; che nell'armonia delle “ linee e de' colori, nella grazia dei movimenti, sappia sentire “ la musica che emana dal quadro, e ricostruire nella sua mente, “ sotto altra forma, il concetto dell'autore; rappresentarlo colla

(1) Pasquale Villari, *Arte, storia e filosofia, saggi critici*, Firenze, Sansoni, 1884, p. 89.

" penna; giudicarlo e spiegarlo colla conoscenza dei tempi e del
" genio dell'artista „ (1).

Vediamolo alla prova, sentiamolo descrivere *L'abdicazione del Duca d'Atene*, quadro di Stefano Ussi: " La scena solenne
" ha luogo in una delle sale di Palazzo Vecchio. Il Duca è se-
" duto in mezzo del quadro, con la penna in mano, accanto alla
" tavola, incerto ancora di firmare la sua abdicazione, pieno di
" terrore, e pur desideroso di resistere, sebbene veda che il re-
" sistere sia vano. Presso a lui, accanto alla sedia, è ritta in
" piedi la figura del Cerretieri, il suo cattivo genio, l'istigatore
" degli atti più crudeli; egli ora vede l'abdicazione inevitabile
" del Duca, e sente che sarà la vittima del furor popolare. È
" immobile, e col colore della morte in viso, e non ha coraggio
" di pronunziar parola. A destra del quadro sono i soldati Bor-
" gognoni, i più tenaci a difendere il Duca, alcuni di essi lordi
" di sangue e feriti. Ma ora, quasi ponendogli le mani sul viso,
" lo minacciano perchè abdichi, essendo vana ogni resistenza.
" A sinistra stanno il Capitano del Popolo ed altri principali
" personaggi della Repubblica, i quali guardano tranquilli, come
" sicuri della vittoria. Dietro a loro, lontano, a sinistra, Gu-
" glielmo da Scesi, un altro fatale consigliero del Duca, e il
" suo figliuolo giovinetto urlano spaventati, perchè dalla porta
" aperta si sentono già presi da mani che si avanzano e li strin-
" gono per darli in balìa del furor popolare, che li farà a pezzi.
" E nessuno vi bada. Non v'è un personaggio solo messo a caso
" sulla tela per riempirla, meno forse il soldato che, quasi di
" spalle allo spettatore, è in primo piano, rompendo così la linea
" monotona della tavola. Ad ognuno di essi l'autore ha cercato
" dare una espressione ed un carattere determinato. Non man-
" cano di certo i difetti. E prima di tutto, la figura del Duca,
" di cui è molto studiata l'espressione, vestita d'un rosso crudo,
" stride alquanto in mezzo al quadro, dipinta com'è con quella
" poca fusione di colori, che si trova spesso nel Trecento e nella
" prima metà del secolo seguente. Il Cerretieri, invece, dipinto
" con una felicità singolare, ricorda la scuola napoletana, ed è
" forse la più bella figura del quadro. I Borgognoni, che sono

---

(1) Op. cit., pp. 101-102.

" disegnati con vigore e vivacità, paiono studiati dal vero,
" mentre il Capitano del Popolo ed il frate, che gli è accanto,
" ricordano un po' la maniera di fra Bartolommeo. L'artista è
" ben lontano dall'essere imitatore d'alcuno; ma in questo quadro
" sembra avere obbedito a diverse ispirazioni. In esso manifestò
" la prima volta tutte le forze del proprio ingegno, e vi si vede
" perciò uno spirito che cerca, che progredisce e che non ha
" sempre trovata l'ultima forma della sua arte. Si nota anche
" nel quadro una mancanza d'aria e di spazio; le figure sono
" un pò come addossate le une alle altre, ed in generale v'è
" una certa durezza, la quale è forse il principale difetto di
" questa, che certo è fra le opere moderne che più onorano l'arte
" italiana ".

Il Villari, nel 1867, andò come giurato all'Esposizione universale di Parigi, con l'obbligo di pigliare in esame i libri e la suppellettile scolastica. Trovatosi là, senza invadere il campo serbato agli artisti, studiò, per proprio conto, anche " la pittura, e più specialmente la pittura italiana e la francese nelle loro attinenze con la storia e la letteratura ". Tra' quadri esposti c'era anche quello dell'Ussi, che vi rappresentò l'arte toscana; la scuola milanese ebbe alla testa il Pagliano, sebbene nativo del Piemonte; quella napoletana, Domenico Morelli. Il Villari tratta a lungo delle tre scuole e dello stato della pittura in Italia; parla della pittura francese, allora impersonata nel Gérôme e nel Meissonnier; getta però " un rapido sguardo " anche sulla scuola inglese, su quella spagnuola, sui pittori del Belgio e sull'arte in Germania. Di volo tocca pure della scultura italiana, rifacendosi dal *Napoleone* del Vela, che all'occhio del Dall'Ongaro sembrava " sollevato nelle regioni serene della storia ", e al Villari, invece, " un pò troppo sulla terra ". " Chi si fosse ritrovato " — son sue parole — " innanzi a Napoleone morente, non avrebbe osservato così minutamente la coperta, la camicia, il movimento dei capelli, la trama, direi quasi, della pelle. Tutto ciò avrebbe inevitabilmente preso ai suoi occhi una forma più grandiosa, meno particolareggiata e finita, perchè l'animo del riguardante si sarebbe trovato esaltato e trasportato in una regione più serena e solenne, e l'occhio avrebbe trascurato ogni minuzia. Questo difetto si riscontra in tutta la scultura Lombarda, che è perciò poco

" monumentale. E noi dobbiamo riconoscerlo, perchè il vantaggio " che si cava da una Esposizione universale è appunto quello " d'imparare „ (1). In conclusione, " la scuola lombarda pecca " certamente, così in pittura, come in scultura, d'un realismo " eccessivo; s'innamora troppo d'un tocco elegante di pennello, " d'un colpo abilissimo di scalpello, e cerca sempre una grazia " che riesce spesso convenzionale. Ma è pure, bisogna conve- " nirne, la scuola più ricca di vita e di pensiero „ (2).

Tre opere d'Ippolito Taine, professore di storia dell'arte e di estetica alla Scuola di belle arti di Parigi, tutte e tre ispirate dalle stesse idee e con un identico scopo: la *Philosophie de l'art*, il *Voyage en Italie* e la *Philosophie de l'art en Italie*, attrassero l'attenzione del Villari, e ne formò soggetto di studio (3). L'opera d'arte, dice il Taine, non è un oggetto isolato nel mondo, ma è una pianta che vive in un'atmosfera, senza la quale inaridisce. Ogni popolo e ogni secolo ha la sua arte, e solo con la storia di ciascun popolo potremo chiaramente comprenderla. Osserva il Villari: " La storia è certamente un " grande sussidio a comprendere l'arte, ma essa sola non basta. " Noi lasciamo, da un lato, tutte le inesattezze del signor Taine,

---

(1) Il Villari, caldo partigiano delle Esposizioni, nel 1867, propose se ne facesse una internazionale fissa a Roma, ogni otto o dieci anni, continuando nelle altre principali città della penisola le consuete mostre nazionali circolanti. Cfr. *Le Esposizioni di belle arti*; nella *Rassegna settiman.* del 18 settembre 1881; articolo anonimo, riprodotto in *Arte, storia e filosofia*, pp. 173-187.

(2) *La pittura moderna in Italia e in Francia*; nelle *Relazioni dei giurati italiani sulla Esposizione universale del 1867*, Firenze, G. Pellas, 1868, vol. II, pp. 174-235; nella *Nuova Antologia*, a. III, vol. X, fasc. nov. 1868, pp. 486-508; e a. IV, vol. X, fasc. genn. 1869, pp. 98-127; finalmente nel vol.: *Arte, storia e filosofia, saggi critici*, Firenze, Sansoni, 1884, pp. 3-98.

Cfr. *La Pittura italiana all'Esposizione di Parigi del 1867, lettera di* Pasquale Villari; nel giornale fiorentino *La Nazione* del 1° aprile 1866. Nello stesso n° si trova una lettera del pittore Domenico Morelli al Villari sul medesimo argomento.

(3) *Il signor Taine, la critica dell'arte e la pittura moderna*; nel giornale milanese *La Perseveranza* degli 11, 12 e 13 febbraio 1867.

Lo ristampò a pp. 193-216 de' *Saggi di storia, di critica e di politica*, Firenze, tip. Cavour, 1868; ed a pp. 99-134 del volume: *Arte, storia e filosofia, saggi critici*, Firenze, Sansoni, 1884.

" che sembra conoscere poco la storia d'Italia; lasciamo ancora
" che una serie di delitti, più o meno atroci ed osceni, non rap-
" presentarono mai la storia d'alcun popolo (1). Quando l'autore
" avesse saputo darci una migliore e più fedele scelta dei fatti,
" non avrebbe mai con essi solamente potuto spiegare la pit-
" tura italiana..... Se egli voleva veramente darci una critica
" dell'arte e fondarla sulla storia, era necessario si ricordasse,
" che l'artista deve non solo aver molto osservato e molto eser-
" citato la sua mano; ma deve anche aver molto sentito, molto
" sofferto e meditato, prima d'arrivare ad impadronirsi delle
" opere della natura, per potere, col lavoro delle sue mani, ma-
" nifestarci le idee della sua mente, le passioni del suo cuore,
" e commuovere il nostro. Così avrebbe capito, che a compren-
" dere i nostri pittori, più dei balli di prostitute e della storia
" di assassinii, gli poteva giovare la lettura dei nostri poeti.
" Nel Petrarca, in Dante e nell'Ariosto avrebbe trovato tre veri
" maestri di Raffaello e di Michelangiolo. La lettura delle re-
" lazioni dei veneti ambasciatori gli avrebbe fatto trovare molti
" ritratti di Filippo II, di Carlo V, di Paolo III, che posti ac-
" canto a quelli dipinti dal Tiziano, rivelano ben altre e più
" reali somiglianze, che non quelle da lui osservate. Si sarebbe
" allora accorto che quel grande artista non si poteva spiegare
" cogli scritti e colla vita oscena dell'Aretino, che esso non nuotò
" sempre in *un'atmosfera di voluttà e di luce*, e che dovette aver
" molto osservato i misteri del cuore umano, prima di potere,
" nella testa di Filippo II, scolpire una storia intera di tragedie ".

---

(1) In un altro suo scritto il Villari ebbe a dire: " Il fatto è che la cor-
" ruzione vi fu allora, e fu grandissima in Italia; ma negli ordini superiori
" della società, dei quali solamente gli storici sogliono occuparsi... Ma chi
" va negli Archivi a studiare gli ordini inferiori della società, vi scopre
" gente che tace e lavora, animata ancora da sentimenti purissimi; vi trova
" madri che, chiuse nelle pareti domestiche, tengono ai figli un linguaggio,
" che sembra evocare dinanzi a noi le immagini create dagli artisti. E
" s'accorge che una gran parte di questo popolo dura tuttavia incorrotto,
" e che in esso vivono ancora le antiche virtù... La storia ci dimostra an-
" cora che gli artisti del nostro Rinascimento sorsero quasi tutti dal po-
" polo, e in mezzo alle loro bizzarrie, di cui troppo si è parlato, serbarono
" più onesta la loro coscienza, che rese più pure le creazioni del loro spi-
" rito, il che fu troppo poco osservato ".

" Lo studio del disegno elementare „ — scriveva nel '68 — " è divenuto uno dei bisogni più generalmente riconosciuti nelle " società moderne, come mezzo efficace a promuovere l'industria " e la cultura popolare. E noi siamo il solo paese civile d'Eu- " ropa, che non abbia ordinato su vasta scala le scuole di di- " segno elementare „. Pigliò a caldeggiare la trasformazione d'alcune delle molte Accademie nostre di belle arti " in scuole " normali di disegno elementare o industriale, lasciandone altre " per dare la solida e severa cultura di cui hanno bisogno i " veri artisti. In questo modo „ — concludeva — " si porrebbe " a profitto un buon numero di scuole, che ora non valgono a " nulla; non si creerebbero molti infelici, cui spesso si pone in " mano un pennello che riesce inutile ad essi ed agli altri; si " darebbe all'artista un pubblico più intelligente, all'industria " un nuovo slancio, ed all'arte un modo di agire su di essa e " migliorarla „. Furono parole al vento! Si occupò anche degli architetti. " In Italia „ — scrisse — " v'è ormai per ogni pro- " fessione, prescritto un tirocinio di studi, una scuola, un di- " ploma. L'avvocato, il medico, il farmacista, il maestro ele- " mentare debbono tutti avere il loro diploma. C'è una sola " professione che resta abbandonata, senza vere e proprie scuole, " che mettano in grado d'esercitarla legalmente, ed è quella " dell'architetto. Si è pensato alle scuole di applicazione per " gl'ingegneri di ponti e strade, di vie ferrate, di officine indu- " striali e di miniere; ma all'architetto, che deve essere prima " artista e poi uomo di scienza, non s'è pensato. Spesso è un " capo muratore colui che dirige la costruzione d'un palazzo. " Coloro che si vogliono dare alla professione d'architetto, " qualche volta pigliano la via universitaria e trascurano l'arte, " qualche altra vanno all'Accademia di belle arti e trascurano " la scienza, di cui hanno pure bisogno. La naturale conseguenza " di questo fatto è assai semplice. Noi siamo ridotti a tale, che " la più parte delle nostre case non sono più opere d'arte, anzi " di rado l'arte v'entra per nulla „ (1). Quando, nel '73, si trattò d'istituire a Firenze una scuola artistico-industriale, il Villari

(1) Villari P., *Arte, storia e filosofia, saggi critici*, Firenze, Sansoni, 1884, pp. 94-96.

fu largo de' suoi consigli (1). Più volte tornò ad occuparsi della questione degli architetti (2); e allorchè si discusse al Senato il disegno di legge per istituire scuole superiori di architettura, dichiarò reciso: " La mia opinione personale è che l'architet-" tura sia sostanzialmente un'arte, ma che abbia bisogno di un " solido insegnamento scientifico „ (3).

Un capolavoro è il discorso: *Donatello e le sue opere*, che il Villari lesse al Circolo fiorentino degli artisti, la sera del 16 maggio 1887. Uno dei primi lavori che incominciano a farci veder chiara la fisonomia del grande artista è la sua *Annunciazione*. " Con quest'opera, siamo finalmente in presenza " della realtà e della vita. Una nuova arte è incominciata. " Quest'arte s'è evidentemente formata con lo studio dell'antico, " ma più assai con lo studio del vero. Donatello lo cercò tutta " la sua vita con una indicibile costanza „. Pigliate la sua Maddalena. " Tutti ritrassero la bella peccatrice, quasi una Venere " cristiana. Donatello volle invece presentarci la penitente ma-" cerata dai digiuni. Ritta in piedi, con le mani giunte in atto " di preghiera, lo sguardo rivolto al cielo, coperta da una pelle, " la bellissima donna è talmente consumata dalla penitenza, che " si direbbe uno studio d'anatomia. Ma, e qui sta il pensiero " originale dell'artista, neppure in questo stato la sua bellezza

(1) *Relazioni della Commissione speciale per la istituzione di una scuola artistico-industriale in Firenze, presentate alla Giunta municipale nella sua adunanza del 28 aprile 1873*, Firenze, coi tipi di M. Cellini alla Galileiana, 1873; in-8° di pp. 10.

La Commissione era composta del Villari, di Emilio De Fabris, di Enrico Pollastrini e di Pietro Giusti. Di queste due relazioni, il Villari fu relatore della prima.

(2) *Ingegneri senza architetti*, lettera; nel giornale *La Rassegna*, di Roma, del 24 marzo 1886.

La questione degli ingegneri e degli architetti; nel *Giornale d'Italia* del 15 marzo 1905.

Le Scuole di Architettura e la riforma iniziata a Siena; nel giornale *Il Marzocco* di Firenze, anno XII, n° 29, 21 luglio 1907.

Questi due ultimi articoli vennero ristampati a pp. 427-434 e 435-446 degli *Scritti sull'emigrazione e sopra altri argomenti vari*, Bologna, Zanichelli, 1909. Cfr. anche: *Sull'agitazione degl'ingegneri*, lettera; nel *Giornale d'Italia* del 19 marzo 1907.

(3) Cfr. gli *Atti* del Senato de' 17 e 18 marzo 1890.

“ è potuta svanire del tutto. L'eleganza delle sue mani allungate, “ la regolarità classica del suo volto emaciato, la squisita deli- “ catezza delle sue forme sembrano rendere più chiara la storia “ dei suoi presenti dolori, e più visibile la sua passata bellezza „. Pigliate il suo San Giovanni, che si ammira nel palazzo de' Martelli. “ Basterebbe questa sola statua a provare che Dona- “ tello è il fondatore della scultura moderna, ed a rendere vi- “ sibile la immensa distanza che la separa dalla antica „. Michelangiolo, veduto il suo San Marco, esclamò: “ Capisco che “ quest'uomo può scrivere un Vangelo „. Nel San Giorgio “ su- “ però sè stesso „. Nessun artista “ lavorò mai quanto lui „; nessuno aprì, come lui, “ un così gran numero di nuove vie “ nell'arte: L'espressione vera delle passioni umane, il carattere, “ la verità dei ritratti, la scultura storica, la bellezza più ideale “ e cristiana, la poesia dell'infanzia, la scultura equestre e mo- “ numentale, la solennità tragica, il conflitto drammatico furono “ altrettanti generi da lui creati, altrettante vie da lui aperte “ nella statuaria moderna, della quale egli è certo il fonda- “ tore „ (1).

Di Domenico Morelli, “ l'iniziatore d'una vera trasformazione della pittura napoletana „, aveva scritto nel '67 : “ Egli “ s'è formato collo studio del vero; della pittura francese, ve- “ neziana, fiamminga, spagnuola; ma in lui vive ancora lo spi- “ rito della vecchia scuola napoletana, illustrata da Salvator “ Rosa, dallo Spagnoletto, dal Cavalier Calabrese e da tanti “ altri, che furono tutti pittori arditi, audaci e coloristi. Così “ quando gli si presenta un soggetto, non può innamorarsene, “ se prima non si trasforma per lui in un effetto di luce. Le “ immagini sorgono nella sua fantasia vestite già di colori, e “ quando uno lo ferma e lo attrae, diviene subito e di necessità “ come la nota dominante del quadro, determina la macchia, “ decide la composizione. Così l'unità generale del colore è gran- “ dissima, e i suoi bozzetti sono sempre stupendi; ma il carat-

---

(1) *Donatello e le sue opere, discorso letto nel Circolo fiorentino degli Artisti, la sera del 16 maggio 1887, da* P. Villari, Firenze, Succ. Le Monnier, 1887; in-8° di pp. 34.

Lo ristampò ne' *Saggi storici e critici*, Bologna, Zanichelli, 1890, pagine 395-434.

" tere storico o psicologico dei suoi personaggi viene qualche " volta a soffrirne. Essi debbono piegarsi alle leggi inesorabili " di questa magica armonia, la quale, nelle opere del Morelli, " come in quelle dei Veneziani, è la vita del quadro e del pit- " tore „. Nella Commemorazione che ne fece a Napoli, il 19 gennaio del 1902, nella sala del Liceo Vittorio Emanuele, parlando delle varie fasi alle quali andò poi soggetta l'arte sua, venuto a trattare dell'ultima e più gloriosa di esse, si domanda: " Di " dove mai egli ebbe l'ispirazione di questa pittura, che nella " Bibbia, nello spirito del Vangelo, nel paesaggio orientale trovò " i soggetti più adatti? Di dove è mai venuta questa armonia " di luce e di colore, dei personaggi col paesaggio, questa in- " cantevole manifestazione di un così alto ideale morale? „. Di questa pittura, " idealizzata fino a divenir poesia, quasi musica " divina „, al Morelli fu ispiratrice la moglie Virginia, sorella del Villari. " Discese sul suo spirito, penetrò nel suo cuore; in " quel cuore, in cui tutto prendeva la forma di arte..... Fu quello " il momento in cui la Madonna discese dal cielo per la scala " d'oro, sparsa di fiori, mostrando ai mortali Colui che era man- " dato da Dio a redimerli. E Gesù, in mezzo al luminoso pae- " saggio orientale, annunziò la buona novella, che faceva esul- " tare la natura stessa; ed i celesti messaggieri *ministrabant ei*; " e gli afflitti, i moribondi a lui si avvicinarono; in lui solo " sperarono; e gli angeli innamorati discesero fra i mortali, e " fecero sentire il tremolar delle loro bianche e grandi ali tra " i fiori dell'Eden „ (1).

Le pagine consacrate dal Villari alla memoria del morto cognato sono tra le più belle che siano uscite dalla sua penna; nello scriverle seguì il precetto di Dante:

Io mi son un, che quando
Amor mi spira, noto, ed a quel modo
che detta dentro, vo significando.

---

(1) *Domenico Morelli* (*Dalla Commemorazione fatta in Napoli il 19 gennaio 1902*); nella *Nuova Antologia*, anno XXXVII, fasc. 727, 1° aprile 1902, pp. 385-407, col ritratto del Villari e con quello del Morelli. La ristampò a pp. 177-235 delle *Discussioni critiche e discorsi*, Bologna, Zanichelli, 1905; in-16°.

" A parlare dell'arte, come d'ogni cosa, non bastano l'in-
" gegno e la cultura generale; occorrono una lunga educazione,
" un lungo e speciale tirocinio. Nè bastano, se manca poi la
" naturale attitudine „ (1). Il Villari, si segnalò tra gli scrittori di cose d'arte, appunto perchè possedeva tutte queste doti.

Capitolo VIII.

Il Villari letterato.

Luigi La Vista, negli ultimi due anni della sua vita, " lesse,
" con una rapidità singolare, una moltitudine infinita di libri, e
" leggendo, gettava sulla carta, con uguale rapidità, le sue
" impressioni e i suoi giudizii. Senza correggere, senza rileg-
" gere, andava oltre, non fermandosi mai, quasi già sentisse il
" freddo artiglio della morte, che gli era alle spalle, e doveva
" fra poco raggiungerlo „. In que' fogli, " scritti solo per dire
" a sè stesso i suoi propri pensieri „, ripete, " con una singo-
" lare insistenza: *Io morrò prima di essere conosciuto* „. Ucciso che fu il 15 maggio da' mercenari del Borbone, " lo piansero
" solo i compagni di scuola ed il maestro, perchè soli lo ave-
" vano conosciuto „; ed i compagni, " in quei giorni di dolore „, non pensavano che a' suoi scritti, i quali " potevano, in parte
" almeno, vendicare l'ingiuria della fortuna „; e li andavano trafugando di casa in casa, " per tema che la polizia venisse a
" distruggere l'ultimo avanzo della sua vittima e ne pigliasse
" argomento a nuove persecuzioni „. Durante il decenne esilio, riuscì al Villari di averli a Firenze, e se ne fece editore. Il La Vista, che aveva " l'ingegno nel cuore „, come solevano dirgli i condiscepoli, e nessuno de' tanti elogi che gli facevano, riusciva a lui più gradito; altro non è che " una speranza perduta „, ma
" tale, da meritare che egli sia conosciuto anche fuori il recinto

---

(1) Pasquale Villari, *Discussioni d'arte suggerite dalle recenti Esposizioni* [discorso pronunziato, l'inverno del 1883, nel Circolo filologico di Firenze]; nella *Nuova Antol.*, serie II, vol. XXXVII, fasc. IV, 15 febbr. 1883, pp. 668-690. Ristampate a pp. 135-172 del volume: *Arte, storia e filosofia, saggi critici*, Firenze, Sansoni, 1884; in-16°.

" della scuola ". Come nota il Villari, in lui si vede " ritratta " assai fedelmente, l'indole e l'ingegno e gli studi di quasi tutta " la gioventù napolitana. Quell'ardente entusiasmo che vuole, " sin dai primi passi, abbracciare tutta quanta l'enciclopedia del " sapere, e quei subiti disinganni che portano uno scoraggia- " mento non meno eccessivo; quegli studi singolarmente precoci " e profondi da un lato, stranamente incompiuti da un altro; " quelle forze vive d'una intelligenza speculativa, spesso troppo " audace e disordinata, ma spesso ancora divinatrice; tutto ciò " si trovava mirabilmente riunito in Luigi La Vista, con una " lettura prodigiosa, con un'attitudine, davvero straordinaria, " per tutte le varie applicazioni della filosofia alla storia ed alla " letteratura ". Mentre era intento a scegliere e ordinare per la stampa gli scritti dell'amico, cadde malato; e " sull'entrar " della febbre, quando tutte le idee si esaltano e si sconvolgono " alterandosi con raddoppiata velocità ", l'immagine di lui gli si aggirava continuamente intorno, facendogli rimproveri, che gli davano conforto. Usciron fuori nel 1863 co' torchi di Felice Le Monnier (1); per il quale fin dal 1854, — già ebbi a dirlo — aveva curato la ristampa delle *Opere* di Cesare Beccaria, premettendovi un discorso sulla sua vita e i suoi tempi; e ora stava preparando la ristampa della *Scienza della Legislazione* di Gaetano Filangeri, parimente con un discorso sulla sua vita e i suoi tempi (2). I due discorsi sono strettamente legati tra loro.

(1) *Memorie e scritti di* Luigi La Vista, *raccolti e pubblicati da* Pasquale Villari, Firenze, Felice Le Monnier, 1863, in-16° di pp. XLVIII-376.

La *Prefazione agli scritti di Luigi La Vista* occupa le pp. I-XLVII. La ristampò col titolo: *Luigi La Vista* ne' suoi *Saggi di storia, di critica e di politica*, Firenze, tip. Cavour, 1868, pp. 327-357; e negli *Scritti vari*, Bologna, Zanichelli, 1911, pp. 183-223. Donò le carte del La Vista alla Biblioteca universitaria di Napoli, e da quelle carte trassero poi alcuni suoi scritti inediti Carlo D'Addosio, *In memoria: XXXX annivers., 15 maggio 1848-15 maggio 1888. Luigi La Vista*, Napoli, Pierro, 1888; in-8°, e Benedetto Croce, *Uno scritto inedito di* Luigi La Vista *comunicato all'Accad. Pontaniana nella tornata del 15 marzo 1914*, Napoli, R. Stab. tip. Francesco Giannini e figli, 1914; in-8°.

(2) *La scienza della Legislazione di* Gaetano Filangeri, *preceduta da un discorso di* Pasquale Villari, Firenze, Felice Le Monnier, poi Successori Le Monnier, 1864, 1872 e 1876. Son tre volumi in-16° di pp. XL-376, 480 e 494, oltre le antiporte ed i frontespizi.

Il *Discorso* del Villari *intorno ai tempi e agli studi di Gaetano Fi-*

Il Villari vuole che si renda finalmente giustizia " a questa " famiglia di scrittori italiani, troppo lodati una volta, e troppo " dimenticati adesso „. Ricorda " che con questa generazione " d'uomini è cominciata a Napoli, a Milano, a Firenze la nuova " Italia „; nè manca di osservare che appunto in questa famiglia di scrittori, " sotto la imitazione straniera, era pure nascosto il " germe fecondo d'una dottrina, che sorgeva dalle viscere della " nazione, e che, più tardi, svolgendosi, cominciò un'età nuova " nella vita del pensiero italiano „.

Nel ritrarre il cuore e l'ingegno degli scrittori il Villari ha sempre la mano felice, nè mai esce da' confini del vero; sa poi cavare dalla corda dell'affetto suoni delicatissimi. Tratteggia la figura di Luigi Settembrini, e sente " come una strana voglia " d'inginocchiarsi e di adorare una grandezza, che, nella sua " infinita semplicità e modestia, par più che umana „; nel posare la penna, le sue mani " si levano involontarie all'immagine " adorata del maestro „, e dal cuore gli sorge spontanea la preghiera: " Rendimi degno di somigliarti, almeno in parte „ (1). Vorrebbe veder sorgere a Milano, " scolpita in marmo, la figura, " semplice, modesta, serena e tranquilla „, di Carlo Tenca, " appoggiato al suo bastone, con lo sguardo fisso verso il cielo, " come alla ricerca della virtù, della giustizia, dalle quali mai " non deviò „; del Tenca, " aspro verso i potenti che volevano " essere prepotenti, mite coi deboli, pietoso sempre ai miseri „ (2). I ritratti sono poi spesso accompagnati da qualche aneddoto. Di Alfredo di Reumont, che " dalla umile condizione di educatore " in una famiglia privata, arrivò di grado in grado, ad essere " rappresentante della Prussia in Firenze ed in Roma „; ed " a " Firenze e a Roma era come a casa sua; tutti lo conoscevano

---

langeri si trova a pp. I-XL del vol. I. Lo ristampò a pp. 249-282 de' suoi *Saggi di storia, di critica e di politica*, Firenze, tip. Cavour, 1868, col titolo: *Gaetano Filangeri e i suoi tempi*.

(1) *Luigi Settembrini*; nel periodico *La Rassegna settimanale*, vol. I [1878], pp. 314-316. Fu ristampato nel volume: *Arte, storia e filosofia, saggi critici*, Firenze, Sansoni, 1884, pp. 417-433. Tradotto in inglese, si legge negli *Studies historical and critical*, London, T. Fisher Unwin, 1907, pp. 139-155.

(2) *Carlo Tenca*; nel giornale *La Rassegna* del 5 ottobre 1883. Ristampato negli *Scritti vari*, Bologna, Zanichelli, 1911, pp. 281-296.

" e lo amavano ", ricorda, tra le altre opere, la storia di Roma antica, medioevale e moderna, " impresa colossale, da spaven- " tare qualunque animo più fermo ", che condusse a termine in otto anni, in quattro grossi volumi. " Certo non può dirsi che " sia un lavoro di grande originalità, ma è pure un'opera che " contiene una quantità enorme di notizie precise ed esatte, " con una bibliografia ricchissima. Il Gregorovius, non facile " lodatore, non era certo ammiratore del Reumont, dalle cui " opinioni politico-religiose si trovava assai lontano, nè poteva " essere molto contento che questi, per incarico del Re di Ba- " viera, scrivesse la storia di Roma, quando egli appunto alla " storia di Roma nel medio evo aveva così nobilmente dedicato " la sua vita intera. Pure egli stesso mi disse una volta che, " quando vide la rapidità con cui si succedevano i volumi del " Reumont, così pieni di fatti storici e di notizie bibliografiche, " ebbe quasi sgomento ". Il Reumont fu veramente " un uomo " singolare e meritevole d'ammirazione ". " Di salute assai cagio- " nevole, sofferente di asma, spesso per parecchi mesi condan- " nato al letto; di vista assai debole, di media statura, e, bisogna " pur dirlo, assai brutto; senza un ingegno veramente originale " e superiore ", trovò " sempre da per tutto veri estimatori ", perchè " di animo buono e profondamente retto, di una fermezza " irremovibile di volontà, di una operosità maravigliosa " e di una memoria " veramente prodigiosa ". Quando " cominciava a " parlare di storia, di letteratura e d'arte italiana " era " addi- rittura inesauribile ". " Ricordo " (racconta il Villari) " di essermi " trovato presente una sera in cui egli, in casa Capponi, gareg- " giava col marchese Gino, dotato anche questi di memoria pro- " digiosa. Andò avanti delle ore facendo la genealogia delle " nobili famiglie romane e dei papi ". Insomma, era " una sor- " gente continua di cognizioni per chiunque l'ascoltava ", e la " singolare memoria del Reumont rendeva piacevole e desidera- " bile la sua conversazione " (1).

---

(1) *Un libro del prof. Hüffer sopra Alfredo di Reumont*; nell'*Archivio storico italiano*, serie V, tom. XXXIV [1904], pp. 424-431. Ristampato, col titolo: *Alfredo di Reumont*, negli *Scritti sull'emigrazione e sopra altri argomenti vari*, Bologna, Zanichelli, 1909, pp. 255-265; e col vecchio titolo nel volume: *Storia, politica e istruzione*, Milano, Hoepli, 1914, pp. 51-65.

Di un altro tedesco — il dott. Ottone Hartwig —, al quale il Villari fu legato di " una lunga e fida amicizia, che non si " smentì, che andò sempre crescendo „, pianse pure la morte. Nel secolo scorso l'Hartwig fu " il primo a riconoscere che la " storia fiorentina dei primi tempi non si poteva più fondare " sul Villani; ma era necessario ricercare i cronisti anteriori, le " fonti cui questi aveva attinto; e sopra tutto ricercare negli " archivi i documenti originali, fondarsi principalmente su di " essi „. In questa nuova via " sono ora entrati gli studî di storia " fiorentina „, che tanto vanno progredendo. È merito però dell'Hartwig l'averla aperta (1).

In tutte le biografie e le necrologie che scrisse, in tutte le commemorazioni che fece, in tutti i discorsi e le parole con cui dette l'estremo saluto a' colleghi e agli amici, è sempre il cuore che lo ispira; ricordi Anselmo Guerrieri-Gonzaga, il traduttore di Goethe (2), o l'indianista Gaspare Gorresio (3); Francesco Paolo Perez, l'autore della *Beatrice svelata* (4), o il filologo Adolfo Mussafia (5); l'archivista Alessandro Gherardi (6), o il paleografo Cesari Paoli (7); il matematico Francesco Brioschi (8), o Enrico Nencioni, così studioso della letteratura inglese (9); Jessie White ne' Mario, un'inglese che " visse e morì per l'Italia e pel do-

---

(1) *Ottone Hartwig, necrologia*; nell'*Archivio stor. ital.*, serie V, t. XXXV [1905], pp. 240-248. Ristampata negli *Scritti sull'emigrazione e sopra altri vari argomenti*, Bologna, Zanichelli, 1909, pp. 267–277; e nel vol.: *Storia, politica e istruzione, saggi critici*, Milano, Hoepli, 1914, pp. 67-81.

(2) *Anselmo Guerrieri-Gonzaga*; nel giornale *L'Opinione* de' 5 ott. 1879.

(3) *Commemorazione del senatore Gaspare Gorresio*; negli *Atti* della Camera, tornata del 22 maggio 1891.

(4) *Commemorazione del senatore Francesco Paolo Perez*; negli *Atti* della Camera, tornata del 18 febbraio 1892.

(5) *Per Adolfo Mussafia. Parole pronunziate all'inaugurazione del monumento nel cimitero degli inglesi a Firenze*; nel giornale *La Nazione*, dell'8 giugno 1906. Furono ristampate nel vol.: *Storia, politica e istruzione, saggi critici*, Milano, Hoepli, 1914, pp. 85-89.

(6) *Alessandro Gherardi*; nell'*Arch. stor. it.*, serie V, t. XLI [1908], p. 227.

(7) *Cesare Paoli*; nell'*Arch. stor. it.*, serie V, t. XXVIII [1901], pp. I-IV.

(8) *Commemorazione del senatore Francesco Brioschi*; negli *Atti* del Senato, tornata del 20 decembre 1897.

(9) *Enrico Nencioni*; nel giorn. *Il Marzocco*, a. V, n. 19, 13 maggio 1900.

“ vere „ (1), o la “ buona e pietosa „ Giulia Salis Schwabe, che fu per Napoli l'angiolo della carità (2).

All'Inghilterra fece conoscere Gaetano Negri (3); all'Italia ciò che scrissero sul nostro Rinascimento il Symonds (4), l'Einstein e il Monnier (5); e quando, appunto del Rinascimento, Francesco Paolo Luiso iniziò una *Biblioteca storica,* gli

---

(1) *Jessie White Mario, parole pronunziate accanto alla bara il 7 marzo 1906*; nel giornale fiorentino *La Nazione* dello stesso giorno. Ristampate negli scritti *Sull'emigrazione e sopra altri argomenti vari,* Bologna, Zanichelli, 1909, pp. 395-397.

(2) *Giulia Salis Schwabe*; nella *Nuova Antol.*, anno XXXI, serie IV, volume LXIV, fasc. XIV, 16 luglio 1896, pp. 193-296. È riprodotta a pagine 301-320 degli *Scritti sulla questione sociale in Italia,* Firenze, Sansoni, 1902; in-8°.

(3) Cfr. l'introduzione, in inglese, all'opera del Negri, *Julian the apostate. Translated from the second italian edition by the Duchess* Litta-Visconti-Arese, London, T. Fisher Unwin, 1905, vol. I, pp. VII-XVIII. Il testo italiano di questa introduzione venne poi da lui pubblicato a pp. 3-15 del vol. III delle *Opere* del Negri, Milano, Hoepli, 1907; in-8°. Lo ristampò, ritoccandolo, col titolo: *Gaetano Negri,* negli *Scritti sull'emigrazione e sopra altri argomenti vari,* Bologna, Zanichelli, 1909, pp. 279-287; e negli *Scritti vari,* Bologna, Zanichelli, 1911, pp. 321-329.

(4) Dell'opera di John Addington Symonds, *The Renaissance in Italy,* videro la luce in Londra, tra il 1875 e il 1877, i tre primi volumi: *The Age of despots; The revival of Learning; The fine Arts,* de' quali Ernesto Masi parlò nella *Rassegna settimanale.* Gli ultimi due volumi, contenenti la storia critica della nostra letteratura nel Rinascimento: *The Italian Literature,* furono stampati soltanto nel 1881. Il Villari, “ per invogliare i lettori italiani a studiarli „, ne fece una rassegna bibliografica col titolo: *La letteratura italiana nel Rinascimento a proposito della recente pubblicazione di John Addington Symonds,* e la inserì nella *Nuova Antol.*, a. XVII, serie II, vol. XXXII, fasc. VI, 15 marzo 1882, pp. 215-227. La ristampò col titolo: *John Addington Symonds ed il suo libro sulla storia della letter. ital.*, nel volume: *Arte, storia e letteratura, saggi critici,* Firenze, Sansoni, 1884, pp. 273-294.

(5) L'opera dell'Einstein è intitolata: *The Italian Renaissance in England,* e vide la luce a New-York nel 1902; quella di Filippo Monnier ha per titolo: *Le Quattrocento, essai sur l'histoire littéraire du XV siècle italien,* e fu impressa a Parigi nel 1901. La rassegna, che ne fece il Villari, col titolo: *Due libri stranieri sul Rinascimento,* comparve nel *Giornale d'Italia* il 9 febbraio 1903; e fu ristampata nelle *Discussioni critiche e discorsi,* Bologna, Zanichelli, 1905, pp. 83-100.

fu largo di conforto e consigli (1); e sul Rinascimento, tema da lui prediletto, scrisse egli stesso qualche pagina in inglese (2).

Francesco De Sanctis, negli ultimi suoi anni, “ quando “ aveva quasi perduto l'uso degli occhi, ed era oppresso da una “ grave malattia, che lentamente lo condusse alla tomba „, per trovare “ un qualche sollievo „ prese a compilare le proprie *Memorie*, dettandole “ alla giovane e buona nepote Agnese; la “ quale fu d'allora in poi, come egli diceva, la sua segretaria, “ ed anche la sua affettuosa infermiera, aiutando la moglie in “ questo pietoso ufficio „. Rivide poi il manoscritto egli stesso “ come e quando poteva „, e vi si trovano, “ più volte, corre- “ zioni di sua mano „. È “ non solo un frammento, ma spesso “ anche un abbozzo „: e “ lo stile e la lingua più volte tradi- “ scono veramente la stanchezza dell'animo „. In mezzo, però, “ alla trascuratezza di una forma, spesso negletta e abbandonata „, vi “ risplendono, con singolare contrasto, alcune pagine d'una “ evidenza, d'una eloquenza e vigore tali, da farci toccare con “ mano come il De Sanctis, oltre ad essere un critico eminente, “ potesse anche essere un vero artista. Ed in fatti, fu questa “ qualità appunto, quella che contribuì non poco a farne un cri- “ tico tanto originale „. La vedova mandò il manoscritto al Villari, invitandolo a pubblicarlo; nè fu senza avere per un pezzo esitato, che finalmente s'indusse a compiacerla. Queste *Memorie*,

---

(1) Cfr. la lettera al prof. Francesco Paolo Luiso in fronte al vol. I della *Biblioteca storica del Rinascimento*, da lui diretta, che si stampa, per cura della casa editrice G. C. Sansoni, a Firenze. I volumi fino a qui pubblicati sono: I. Müntz, *Precursori e propugnatori del Rinascimento; edizione interamente rifatta dall'autore e tradotta da* Guido Mazzoni; II. Sabbadini R., *Le scoperte dei codici latini e greci ne' sec. XIV e XV*; III. Soldati B., *La poesia astrologica nel Quattrocento, ricerche e studi*; IV. Schiaparelli A., *La casa fiorentina e suoi arredi nei secoli XIV e XV*; V. Sabbadini R., *Le scoperte dei codici latini e greci ne' secoli XIV e XV, nuove ricerche col riassunto filologico de' due volumi*; VI. Gothein E., *Il Rinascimento nell'Italia, traduzione, note e indici a cura di* Tommaso Persico.

(2) *The Italian Renaissance*; in *The international Library of famous literature selections from the world's great writers ancient, mediaeval and modern, ecc., edited by dr.* Richard Garnett, London, Issued by The Standard, 1899, vol. V, pp. XI-XXXV.

per quanto incompiute, ci fanno comprendere, " meglio d'ogni " altro libro, che si conosca ", come si andasse formando " una " critica così originale e larga, come quella del De Sanctis " (1). Egli aveva " un dono misterioso ", che " era il suo genio, quasi " l'essenza stessa della sua intelligenza, del suo carattere intel- " lettuale "; il dono " d'esaltarsi innanzi ad un'opera d'arte, di " penetrarne come istintivamente il concetto fondamentale, di " decomporla nei suoi elementi, di vederla germogliare e for- " marsi nella coscienza stessa del poeta, di cui svelava il segreto; " di ricomporla e ripresentarla a noi, più vicina al nostro spi- " rito e più intelligibile ". Ecco che sorge in Europa una " nuova " critica ", che trova ben presto valorosi cultori anche tra noi. Questa critica mette in sodo che " nella poesia, nell'arte v'è un " elemento che non è l'opera, non è la creazione individuale " dell'artista ", della quale il De Sanctis si occupava " così mi- " rabilmente "; ma, invece, è " un lavoro popolare, una creazione " impersonale dello spirito nazionale. La mitologia, le leggende, " i racconti e i canti popolari, la lingua sono anch'esse un'opera " d'arte, una creazione poetica; ma sono la creazione d'un essere " collettivo che si chiama popolo. Esso è il primo artista, quello " che forma il materiale poetico, di cui il genio s'impadronisce " poi, dandogli la sua impronta personale. E solo quando l'anima " dell'uno si confonde, si compenetra con quella dell'altro, nascono " i grandi capolavori ". Tra la nuova scuola e quella del De Sanctis profondo è il dissenso. Alla nuova scuola " non basta

---

(1) *La giovinezza di* FRANCESCO DE SANCTIS, *frammento autobiografico, pubblicato da* Pasquale Villari, Napoli, cav. Antonio Morano, edit., 1889; in-16° di pp. xx-386.

È dedicato ad Angelo Camillo De Meis; la *prefazione* del Villari occupa le pp. IX-XIX, e porta la data di " Firenze, 19 novembre 1888 ". Il *frammento* si legge a pp. 1-332. Segue: *Commemorazione di Fr. De Sanctis fatta da* PASQUALE VILLARI, *per invito dell'Associazione della Stampa, il 27 gennaio 1884*, pp. 332–374; *Lettera della signora De Sanctis* [Marietta Testa] *a Pasquale Villari*, pp. 375-382; *Ufizi pubblici di Francesco De Sanctis*, pagine 383-384. La *Commemorazione* era già stata messa alle stampe dal Villari nella *Nuova Antol.*, serie II, vol. XLIII, fasc. III, 1° febbraio 1884, pp. 393-417, col titolo: *Francesco De Sanctis e la critica in Italia*; toglien- dovi per altro il proemio; e senza il proemio, e con lo stesso titolo, la riprodusse negli *Scritti vari*, Bologna, Zanichelli, 1911, pp. 143-181.

" conoscere quello che è l'opera d'arte, esaminata solo in sè " stessa, o anche nella mente che la creò „; vuol " conoscerne " la storica formazione attraverso i secoli „. Dicono i nuovi critici: " Non vedete come noi siamo arrivati, col nostro metodo, " a trasformare, rinnovare la storia della letteratura italiana? " Nuove ricerche si sono fatte, un immenso materiale nuovo si " è raccolto, interi periodi della storia hanno preso una forma " nuova. Questo il De Sanctis non fece, e, quel che è più, col " suo metodo personale, divinatorio, non si può fare. Il suo me- " todo non solo è incompiuto, ma devia la gioventù dal retto " sentiero. Noi diciamo: cercate, indagate, dimostrate; egli dice: " contemplate e indovinate..... Il suo metodo è quindi chiara- " mente in opposizione col nostro: o è falso l'uno, o è falso l'altro „. Il Villari si fa giudice della controversia e dichiara: " Che la " nuova critica abbia reso grandi servigi alla scienza, non occorre " discuterlo, perchè è cosa per sè stessa evidente. Ma essa deve " riconoscere che il nuovo metodo non si può applicare ai pro- " blemi di cui si occupava il De Sanctis, e non può quindi risol- " verli. Si è in un equivoco quando si dice che, se l'un metodo " è vero, l'altro dev'esser falso. Bisogna dire invece che essi " si compiono a vicenda. Apriamo il *Decamerone* del Boccaccio. " La nuova letteratura ci fa la storia dei precursori, decompone " ogni novella nei suoi elementi, e ne rintraccia le origini let- " terarie o storiche in tutte le precedenti letterature, qualche " volta fino in Oriente. E compie tutto ciò con un metodo rigo- " roso, dimostrativo, sicuro. Arriva così a tutto quello che esi- " steva del *Decamerone* prima che il Boccaccio vi soffiasse dentro " la vita. Ed ora, se si vuole esaminare in che modo questo " avvenne, e come i personaggi rimasti sino allora in uno stato " vago, incerto, astratto, acquistarono la realtà poetica che li " rende immortali nel mondo dell'arte, il metodo storico, scien- " tifico, riesce insufficiente; bisogna seguire un'altra via, che è " quella del De Sanctis „.

Toccò di nuovo delle due scuole in una conferenza che fece a Roma alcuni anni dopo. " Avrete certo continuamente sentito " lamentare „ (così disse) " che i nostri giovani, dopo tanti studi " classici, non sanno scrivere. Ogni giorno si propongono nuovi " rimedi, nuove medicine, per guarirli da questa malattia. Chi " dice occorre un po' più di Dante, e chi un po' più di Manzoni.

“ un po' più di Leopardi. E allora, per essere più sicuri, obbli-
“ ghiamo gli alunni a studiar Dante, Manzoni e Leopardi; ma,
“ ciò non ostante, essi continuano a scriver peggio di prima.
“ E questo avverrà sempre fino a che noi questi grandi scrit-
“ tori continueremo a presentarli, come si fa oggi, quasi direi
“ sulla tavola anatomica, dopo averne fatta la vivisezione, dopo
“ cioè che la vita ne è scomparsa, dopo che la coscienza ne è
“ stata uccisa; quella coscienza che palpita eternamente nelle
“ loro opere immortali. Essa è ciò che dovremmo sovra tutto
“ far comprendere, ma che non si comprende se non si sente.
“ Si è dell'arte voluto fare una scienza; ma allora tanto vale
“ insegnar l'algebra e la chimica, perchè quando impera solo il
“ ragionamento, l'arte più non esiste. Questa è una delle cause,
“ per le quali si comincia ora a indagare fin dove il metodo
“ storico, scientifico, possa ragionevolmente estender le sue pre-
“ tese, e quanto sia utile, opportuno, necessario, lasciar luogo
“ alla immaginazione, al sentimento, così nella letteratura, come
“ nella scuola „ (1).

Il Villari è di opinione che se il De Sanctis “ avesse potuto
“ vivere abbastanza per unire in una le due critiche, come tutti
“ i nostri migliori cercano oggi di fare, la sua opera sarebbe
“ stata anche più compiuta „. Dico netto e chiaro, che soltanto allora sarebbe stata veramente compiuta; però, anche se campava, si sarebbe sempre guardato dal fare questa unione, tanto desiderabile. “ Aprite la *Divina Commedia* „ (ripeto col Villari), “ leggete, gustate, ammirate pure, e fatene la critica.
“ Questo può riuscire mirabilmente quando si ha il genio critico
“ del De Sanctis, e quando si tratta del concetto generale, degli
“ episodi più splendidi, più chiari. Ma nel poema immortale v'è,
“ come disse lo stesso De Sanctis, tutto il medio evo d'Italia,
“ che si trasforma sotto i nostri occhi. Ora, le tradizioni, le
“ leggende, la storia, la scienza, la lingua di quel tempo sono
“ stati sottomessi, col metodo storico, ad una portentosa analisi,
“ che ha dato immensi resultati e resultati sicuri. Dobbiamo

(1) Pasquale Villari, *La storia, la scienza e la coscienza*; nelle *Conferenze tenute a Roma nell'aula magna del Collegio romano per iniziativa della Società per l'istruzione della donna*, Firenze, Stabilimento tipogr. G. Civelli, editore, 1893; pp. 1-21.

" noi servirci di questi studi per fare la critica della *Divina* " *Commedia*? Se n'è servito il De Sanctis? Esso ci dice chiara- " mente: tutto questo è utile, è bello senza dubbio; ma si tratta " degli antecedenti della *Divina Commedia,* non del poema stesso, " di cui io solamente mi occupo. E qui è il dissenso profondo " fra il De Sanctis e i nuovi critici ".

Agli " antecedenti " del poema sacro porse il Villari un buon contributo raccogliendo e pubblicando sei vecchie leggende: il *Libellus de raptu animae Tundali et eius visione tractans de poenis inferni et gaudiis paradisi,* la *Visione di Tantolo,* il *Purgatorio di S. Patrizio,* la *Visione di S. Paolo,* la *Leggenda di S. Brandano* e la *Leggenda di Virgilio mago, cavata dalla Cronica napoletana di Bartolommeo Caracciolo*; che illustrò con la dissertazione: *Dante e la letteratura in Italia* (1). Come dichiarò poi nella conferenza: *Dante e l'Italia,* fatta a Roma il 18 gennaio del '14, la *Visione di S. Paolo,* che ci descrive il viaggio del Santo condotto da un angelo a visitare l'inferno, leggenda che si fa rimontare al secolo XI, è la sola a cui il Poeta " sembra " alludere nella *Divina Commedia* "; infatti nel canto secondo dell'*Inferno*, " dove si accenna appunto al viaggio di S. Paolo ed " a quello di Enea, Dante dubita di esser degno di farlo anche " lui, e dice: *Io non Enea, non Paolo sono* ". Nella *Visione di Tundalo* si parla della bocca orrenda di Acheronte; e " questo " mostro qualche volta ricorda il Gerione, qualche volta il Luci- " fero di Dante ". Però " la somiglianza con le pene descritte " nell'*Inferno* dantesco è assai maggiore nel *Purgatorio di S. Pa-* " *trizio,* che ci descrive la visione che ebbe dell'inferno un cava- " liere irlandese del secolo XII. Questi vede alcuni peccatori " crocifissi in terra come il Caifasso dantesco, altri divorati dai " serpenti come i ladroni della *Divina Commedia,* altri trascinati

(1) Pasquale Villari, *Alcune Leggende e Tradizioni che illustrano la* Divina Commedia; negli *Annali delle Università Toscane. Parte prima. Scienze noologiche,* tomo VIII, Pisa, tip. Nistri, 1866, pp. 53-228.

Ne furono tirati 200 esemplari a parte, col titolo: *Alcune leggende e tradizioni che illustrano la* Divina Commedia, *raccolte e pubblicate da* Pasquale Villari, Pisa, tip. Nistri, 1865; in-4° di pp. lvi-120. Son dedicati alla memoria del suo amico Luigi La Vista; ma la dedica fu omessa negli *Annali.* Ristampò la dissertazione: *Dante e la Letteratura in Italia,* ne' *Saggi di storia, di critica e di politica,* Firenze, tip. Cavour, 1868, pp. 95-164.

“ dalla bufera infernale, cui, secondo Dante, erano dannati i
“ peccatori carnali. Più oltre i peccatori sono, come Farinata
“ degli Uberti, in pozzi infocati, o immersi nel ghiaccio come
“ il Conte Ugolino. Altri, che erano immersi in un fiume di me-
“ tallo liquefatto, venivano, appena mettevano fuori il capo,
“ uncinati dai diavoli, come i barattieri di Dante „. Conclude:
“ Di quali, fra queste leggende, Dante avesse o no avuta cono-
“ scenza, nulla noi possiamo dire, ad eccezione della *Visione di*
“ *S. Paolo,* già ricordata. Ma la materia che esse trattavano,
“ sempre la stessa, sebbene in diversi modi ripetuta, era tal-
“ mente nota e popolare, che non è possibile supporre che Dante
“ ignorasse ciò che tutti sapevano „ (1).

La battaglia d'inchiostro che ebbe il Villari con Cesare Guasti per le *Rime* di Michelangiolo Buonarroti (2) è da lasciarsi in dimenticanza pietosa (3); non così quello che scrisse intorno allo Zola e al suo romanzo sperimentale; intorno al De Amicis e ai suoi critici. “ Quando uno scrittore „ — parla dello Zola —
“ può dire che pubblica fino a sessanta edizioni de' suoi libri,
“ e trova un così gran numero di lettori, d'imitatori, di detrat-
“ tori, morali o immorali che siano questi libri, divengono uno
“ dei segni del tempo, e acquistano il diritto di essere esami-
“ nati e giudicati..... Qualcuno ha asserito che egli è l'iniziatore
“ del romanzo psicologico, almeno in Francia; ma, per dirlo,
“ bisogna dimenticare non solo i romanzieri inglesi, ma bisogna
“ dimenticare il Balzac, G. Sand e molti altri francesi. Il fatto
“ è, invece, che il romanzo psicologico fiorisce da un pezzo in
“ Francia ed in Inghilterra; ma fiorisce in modo assai diverso
“ nei due paesi. E lo Zola ha inteso trasformare il romanzo

---

(1) Lectvra Dantis. *Dante e l'Italia, conferenza pronunziata da* Pasquale Villari *nella* “ *Casa di Dante* „ *in Roma*, Firenze, G. C. Sansoni, edit. [Stab. G. Carnesecchi e figli], senza anno; in-8° di pp. 28. In fine si legge: “ Pronunziata nella *Casa di Dante* in Roma il dì xviij di gennaio MCMXIV „.

(2) *Le Rime di* Michelangiolo Buonarroti *cavate dagli autografi e pubblicate da* Cesare Guasti, in Firenze, coi tipi di Felice Le Monnier, 1863; in-4°.

(3) Cfr. la rassegna che delle *Rime* fece il Villari nel periodico *La Civiltà ital.*, 1° semestre, n° 2, 8 gennaio 1865, pp. 23-27; e la risposta del Guasti nel periodico *La Gioventù*, anno IV, vol. II, n° 5, 15 genn. 1865, pp. 83-86.

" psicologico francese „, rendendo popolari col mezzo di esso " alcune leggi di fisiologia e di psicologia. " Io non sono un " artista, nè un metafisico „ — dichiarò lo Zola stesso —; " sono " un fisiologo; non invento nulla, ma osservo e scrivo il processo " verbale della natura „. Queste leggi però in lui non sono che teorie, le quali poi ne' suoi romanzi divengono problemi, che si propone di dimostrare. " Qui sta il male, perchè uccidono così " ogni spontanea originalità dell'artista „; di più, " colla sua " scienza, poco scientifica „, non fa che diffondere errori e inesattezze; e questa scienza, poco scientifica, lo porta a studiare " il lato animale dell'uomo e quindi a cercare i suoi soggetti " nelle classi più corrotte della società „. I suoi romanzi sono " stati, sin dal principio, una serie di delitti e di oscenità d'ogni " specie, con un crescendo continuo „. Lo Zola, " persuaso d'es- " sere uno scienziato, si crede obbligato a presentarci delle vivi- " sezioni. Isola la passione, la sensazione, il delitto che ci descrive, " dimenticando, o lasciando da un lato, la parte più nobile del- " l'uomo, che ne' suoi racconti scomparisce continuamente..... Se " vi sono degli uomini che somigliano agli animali, l'arte non si " può occupare di essi, perchè gli animali seguono istantanea- " mente le loro passioni o istinti, senza contrasto di sorta, e " quindi manca la materia del romanzo e del dramma „. Dopo aver letto i libri dello Zola, conchiude, " non ci pare di avere " studiato la natura, l'uomo, o la società; ma ci sembra di uscire " da un gabinetto anatomico o da una macelleria. Il puzzo della " putredine ci perseguita „ (1).

Al De Amicis mancano due cose per essere un grande scrittore: " gli manca una vera facoltà inventiva, una fantasia capace " di creare un mondo poetico suo proprio, dargli vita e realtà; " gli manca una forte fede in un nucleo qualunque di sentimenti, " che esso voglia trasfondere negli altri, ed a cui gli prema " vedere conformarsi il mondo „. Il giudizio è di Francesco D'Ovidio. Il Villari, nel farlo suo, aggiunge: " Questo, nel lin- " guaggio incisivo del De Sanctis, si tradurrebbe, dicendo, che

---

(1) Pasquale Villari, *Emilio Zola e il suo romanzo sperimentale*; in *La Rassegna settimanale*, vol. IV, nº 104, 28 decembre 1879, pp. 462-465. Di questo scritto non vi sono ristampe.

" il mondo interiore del De Amicis è vuoto „. Cominciò co' *Bozzetti militari*. Troppe lacrime! fu la condanna che si sentì ripetere da ogni parte. Il Villari osserva: " Il difetto però non era " veramente nel farci vedere che anche il soldato può sentire " e piangere come gli altri, se perde il figlio o la madre. Il " difetto era, invece, che, per rappresentare le qualità umane " del soldato, si erano troppo spesso lasciate da parte le sue " qualità militari. L'autore aveva ragione in quel che diceva, e " torto in quel che taceva „.

Le " critiche persistenti „ che gli vennero fatte, indussero il De Amicis a mutare strada, e si dette a pubblicar libri di viaggi; descrisse la Spagna e l'Olanda, Costantinopoli e il Marocco. Di que' paesi però lo attrae soltanto " la fisonomia esteriore „, vede " da lontano e alla sfuggita il loro stato interiore, " morale e politico „; e, " non ostante le singolari facoltà pit" trici dell'autore, le sue descrizioni, fatte come fine a sè stesse „, e prolungate " oltre misura „, diventano monotone. Al Villari andò, in parte, a genio l'*Oceano*. Lo lesse con " tale avidità e " piacere „ che voleva " subito scriverne „; se ne astenne, perchè non si sentiva " calmo abbastanza, per fare allora la parte del " critico „, dominato, com'era, " dal fascino dello scrittore, non " meno che dalla simpatia del soggetto trattato „. Sul bastimento, che lo trasporta, uscito dal salone della prima classe, sfolgorante di specchi, di dorature, di stoffe, volgendo lo sguardo a prua, dove si accatasta la terza classe, il De Amicis scopre " un mondo nuovo „. Son millecinquecento e più emigranti, oppressi dalla povertà, dal sudiciume, dal mal di mare, dallo sgomento, che vanno in cerca di lavoro e di pane. Il suo cuore d'italiano si commuove dinanzi a tanta miseria del proprio paese; " si sente uomo in mezzo ad uomini che soffrono, e diventa un " vero artista. Questa folla, il bastimento, il mare, tutto assume " un nuovo colore ai suoi occhi, tutto ha una voce che gli parla. " Egli sembra esclamare dinanzi all'Oceano; Che ne dici di tanti " dolori? Non ti commovi anche tu? E che cosa noi, i quali pre" tendiamo d'aver liberato la patria, facciamo per questi miseri? „.

Dopo avere ritratto al vivo e con tanta bravura i diseredati dalla fortuna, che forma la terza classe, passa alla gente leggera e frivola, allegra e agiata, della prima classe. " Si direbbe " che il De Amicis, il quale si compiace tanto nel descrivere

“ questa gente vuota e volgare, non sia più lo stesso De Amicis
“ che ha saputo così profondamente commuoverci, esaltarci da-
“ vanti alla miseria umana, allo spettacolo della natura. Di rado
“ egli si ferma, e ciò neppur fugacemente, a notare il contrasto
“ e l'ironia sanguinosa che ne resultano, e che avrebbero assai
“ giovato a dare artistica unità al suo quadro. Si direbbe anzi
“ che egli non avverta il lato morale di un tale contrasto, il
“ quale perciò apparisce solo come conseguenza d'un artifizio
“ letterario, per dare varietà al libro. Il lettore non può seguir
“ l'autore nelle sue rapide, improvvise mutazioni, perchè è ancora
“ commosso dalle pagine precedenti, e quindi invece della varietà
“ della natura, trova lo sforzo d'un artista che non ottiene il
“ suo scopo „. Più d'una volta sente poi il bisogno “ di lasciarsi
“ andare a certe allusioni indecenti, che sono addirittura fuori
“ di luogo. La natura del soggetto, del libro, dell'autore, non le
“ richiedevano, anzi le respingono addirittura. Questo libro, così
“ gentile e morale, dovrebbe poter andare nelle mani di tutti,
“ uomini, donne, fanciulli e ragazze. Ma sarà egli opportuno
“ che le ragazze si fermino a chiedere spiegazioni su certe allu-
“ sioni per esse inintelligibili, e che sarebbe bene restassero
“ tali? „ (1).

Il 22 decembre del 1900 tenne a Firenze, in Or San Michele, una conferenza dantesca. Trattò del libro *De Monarchia,* senza far capo al quale non si può discorrere di scienza politica nel medio evo, essendo “ il primo che abbia in quell'epoca un carat-
“ tere veramente scientifico „, ed essendo nel tempo stesso “ una
“ introduzione necessaria alla *Divina Commedia* „. Come tutte le altre opere del Poeta, ha avuto “ il singolare destino di dare
“ origine a molte dispute „. Il Villari, dopo aver gettato “ un
“ rapido sguardo all'opera „, prende a esaminare tutte queste dispute e su ciascuna di esse dà il proprio giudizio, sempre col più grande acume. Soprattutto si ferma intorno a quella sull'anno in cui il libro fu composto. Chi lo vuole scritto prima dell'esilio [1300-1301]; chi al tempo della venuta d'Arrigo VII

(1) *E. De Amicis ed i suoi critici*; nella *Nuova Antologia*, a. 1889, serie III, vol. XXII, fasc. 1° luglio, pp. 102-116. È riprodotto a pp. 297-319 degli *Scritti vari*, Bologna, Zanichelli, 1911; in-16°.

in Italia [1311-1312]; chi dopo la morte di lui, quando Federico d'Austria e il Bavaro si contrastavano la corona imperiale. Il Villari ritiene che Dante avesse nel 1300 " la prima ispirazione " a darvi mano, e dopo condotti a termine i due primi libri, che " sono assai brevi ed i meno importanti ", lasciasse interrotta l'opera, che riprese e condusse a compimento, quando Arrigo VII, che pareva " volesse essere davvero l'imperatore da lui vagheggiato ", stava per calare in Italia. Il Villari stesso riconosce che questa ipotesi " può apparire come una specie di giudizio di Salomone ", ma osserva " che il lasciare interrotta " una sua opera non è punto, nella vita di Dante, un fatto " insolito ".

Durante la lotta asprissima tra Filippo il Bello e Bonifazio VIII, sorse in Francia una scuola di giuristi a difesa dello Stato contro la Chiesa e del Re contro il Papa; e negli scritti di questi giuristi si trovano dottrine e idee esposte anche nel *De Monarchia.* A chi ne appartiene la priorità? " Noi dobbiamo " guardarci " (dice il Villari) " dal volere, per ammirazione verso " Dante, vedere la sua originalità dove non era, per non correre " poi il rischio di non vederla là dove essa era veramente ". Gli scritti di questi giuristi furono più volte esaminati, ma non sempre vennero messi " in relazione " col *De Monarchia.* Ce li mette il Villari, fermandosi soprattutto su quelli di Pietro Dubois e di Giovanni da Parigi. Dal raffronto, l'originalità e il valore dell'opera dell'Alighieri non resta diminuita; è sempre " il primo " trattato scientifico compiuto ed organico sull'Impero " (1).

Intorno al *Defensor Pacis* di Marsilio da Padova — libro che è un " anello di congiunzione fra il *De Monarchia* di Dante, " il *Principe* e i *Discorsi* del Machiavelli " — anche dopo gli studi accurati del Riezler, dello Scaduto e del Labanca, il Villari sparge qualche spruzzo di luce nuova, pigliando a esaminare la " relazione " in cui si trova quel libro " con gli scritti di coloro " che lo precedettero e di coloro che scrissero dopo di lui "; la relazione " in cui l'autore si trova cogli avvenimenti politici e

(1) *Il* " De Monarchia " *di Dante Alighieri*, nella *Nuova Antologia*, a. 1911, serie V, vol. CLI, fasc. 1° febbraio, pp. 385-404. È riprodotto a pp. 349-395 degli *Scritti vari*, Bologna, Zanichelli, 1911; in-16°.

" sociali, con la realtà dei fatti in mezzo ai quali visse ". È uno scrittore audace e originale, che " cerca di emanciparsi dalla " scolastica, senza sempre pienamente riuscirvi "; che " si allon- " tana dal medio evo, fino a sembrar qualche volta profetar l'av- " venire, fino a sembrar quasi un uomo moderno "; e che " pure " non riesce ancora ad esser davvero un uomo del Rinasci- " mento " (1).

Eletto accademico corrispondente della Crusca il 23 decembre del 1893 e divenuto residente l'8 febbraio del 1898, per la Crusca fece il discorso: *I Dialetti e la Lingua.* " Non basta ai " bisogni più urgenti del paese " — scrisse il Villari — " racco- " gliere ed ordinare il vasto materiale della lingua. Bisogna cer- " care di diffonderne la conoscenza e l'uso in tutte le provincie, " metterlo, per così dire, in circolazione. E ciò sopra tutto per " quella parte della lingua che è viva nel parlare toscano, ma " che non è ancora entrata nell'uso comune dello scrivere e del " parlare italiano ". Propose pertanto che la Crusca, la quale " nel fatto della lingua dovrà sempre avere la sua gran parte ", promovesse la compilazione di alcuni dizionari dialettali, con la corrispondente voce fiorentina, e un dizionario del vernacolo fiorentino, con le voci corrispondenti degli altri vernacoli toscani (2). Non era un'idea nuova. Caldeggiata dal Cesarotti e dal Puoti, trovò il suo apostolo nel Manzoni; l'Ascoli se ne fece propugnatore presso il ministro Boselli, che, dal canto suo, per quanto seppe e potè, la favorì. L'insistere però nel voler " diffondere " sempre più l'uso della buona lingua, specialmente di quella

---

(1) *Marsilio da Padova e il* " Defensor pacis "; nella *Nuova Antologia*, a. 1913, serie V, vol. CLXIV, fasc. 1° aprile, pp. 369-379. È riprodotto a pp. 3-29 del volume: *Storia, politica e istruzione, saggi critici*, Milano, Hoepli, 1914; in-16°.

(2) *I Dialetti e la Lingua, discorso di* Pasquale Villari, *accademico residente*; negli *Atti della R. Accad. della Crusca. Anno accademico 1907-1908*, Firenze, tip. Galileiana, 1909, pp. 31-62.

Vide per la prima volta la luce nella *Nuova Antologia*, a. 1909, serie V, vol. CXLI, fasc. 1° giugno, pp. 385-395. Cfr. *Per la Lingua d'Italia di* Isidoro Del Lungo, Ernesto Monaci, Pasquale Villari, Ferdinando Martini, Firenze, Casa editrice italiana di A. Quattrini [Stabilim. tipografico Brogi e Buccianti, Prato], 1911, pp. 1-44. Forma il n° 7 della collezione: *Studi, Saggi e Discorsi.*

“ parlata in Firenze „, fu cosa utile e buona. È da augurarsi che la proposta del Villari non resti lettera morta (1).

Alla domanda: se egli “ sia un buono scrittore, nel senso “ formale che si può dare a questa frase „, fu giustamente risposto: “ Ha uno stile suo, senza pretensione nè sforzo, svelto “ e limpido, spesso caldo e colorito, riconoscibile a mille miglia. “ Se un difetto c'è, è quello di una notevole povertà di lingua. “ Chi volesse mettere insieme il suo vocabolario, non durerebbe “ troppa fatica; e soltanto la gran vivacità dello stile riesce a “ coprire questa mancanza „ (2).

Capitolo IX.

Il Villari pedagogista.

“ Nel Rinascimento ci trovammo alla testa della cultura “ nel mondo, e troppo poco pensammo alla educazione, alla for- “ mazione del carattere morale. Le conseguenze sono note a “ tutti. Le nostre condizioni presenti sono certamente assai di- “ verse; ma è pur vero che anche oggi noi lottiamo fra grandi “ difficoltà, senza saper trovare la via d'uscirne. Nella lettera- “ tura, nella scuola, per tutto siamo spinti anche ora ad occu-

---

(1) È anche da ricordare, con cuore riconoscente, un'altra benemerenza del Villari verso la cultura nazionale. Il 1884, trovandosi in Inghilterra a rappresentare diversi de' nostri Istituti alle feste del terzo centenario della fondazione dell'Università d'Edimburgo, seppe che a Londra era in vendita la collezione famosa di lord Ashburnham, in gran parte composta di codici italiani. Tanto disse e fece, che indusse il Governo d'Italia a ricuperare quel prezioso deposito. Egli stesso ne trattò e concluse la compra, per la somma di 23.000 lire sterline, pari a 575.000 lire italiane. Altre 10.000 lire italiane ci vollero per l'aggio e le spese di trasporto. Quei codici, per merito del Villari, abbelliscono adesso la Biblioteca Laurenziana di Firenze, dove a ricordo del “ glorioso acquisto „ fu murata un'iscrizione latina il 4 novembre del 1907. Cfr. *Relazione alla Camera dei Deputati e disegno di legge per l'acquisto di codici appartenenti alla Biblioteca Ashburnham*, Roma, tip. della Camera, 1884; in-8°. Intorno a questa compra è da vedersi anche una lettera del Villari al Direttore del giornale *La Rassegna*, di Roma (10 settembre 1885), che fu poi riprodotta dal *Corriere della sera* e dalla *Nazione*.

(2) Ermenegildo Pistelli, *Pasquale Villari*, p. xxiii.

“ parci assai più della istruzione che della educazione, della “ mente che del cuore. E qualche volta, pur troppo, dobbiamo “ anche oggi, con sgomento, accorgerci delle conseguenze „. Queste parole, scritte dal Villari nella primavera del 1905 (1)., rispecchiano il pensiero suo e l'opera sua di pedagogista; che fu per lui un apostolato in tutta la vita.

Nel 1878, tra gli insegnanti, si accese una controversia: chi voleva che nell'istruzione secondaria le scienze avessero pieno predominio sopra le lettere (2); chi difese le lettere contro le scienze (3); chi sostenne a spada tratta le une e le altre (4). Il Villari scese nella lizza, dichiarando: “ Ammesso che le scienze “ non debbano, nè si possano escludere dall'istruzione secondaria, “ di cui anzi formano una parte essenziale, credo che in ogni “ caso debbano predominare le lettere. Le scienze educano un “ lato solo dell'intelligenza, le lettere l'educano invece tutta, “ perchè tutto quello che un popolo ha pensato, sentito, sof- “ ferto, osservato, trovasi nella sua lingua. Il sig. P. M. „ (uno dei guerreggianti) “ ha un bel dire che la parola è solo l'ombra, “ il guscio del pensiero, e che egli preferisce le scienze, perchè “ preferisce lo studio del pensiero. Ma ha provato mai a stu- “ diare il pensiero senza la parola? Ha mai trovato una parola “ separata dal suo pensiero, o un pensiero che andava in cerca “ del suo guscio? Vi sono, è vero, i parolai e gli arcadi, ma “ questi sono nelle lettere e nelle scienze senza essere nè let- “ terati, nè scienziati „ (5).

Nel giugno del '61, passando per Bologna, ebbe incarico dal De Sanctis, allora ministro, di “ esaminare lo stato della pub- “ blica istruzione di quella città „. Racconta egli stesso: “ Fra le

---

(1) Pasquale Villari, *Il Giappone*; nella *Nuova Antologia*, serie IV, vol. CXVI, anno XL, fasc. 799, 1° aprile 1905, p. 400.

(2) *Scienze o lettere?* [lettera di A. L.]; nella *Rassegna settimanale*, vol. I, n° 8, 24 febbraio 1878, pp. 138-140.

(3) [Lettera di] *Un barbaro nordico grato alla Grecia ed a Roma*; nella *Rassegna* stessa, vol. I, n° 9, 3 marzo 1878, pp. 158-160.

(4) [Lettera di M. P.]; nella *Rassegna* citata, vol. I, n° 10, 10 marzo 1878, pp. 178-180.

(5) *Lettere e scienze* [lettera di P. V.]; nella *Rassegna* suddetta, vol. I, n° 11, 17 marzo 1878, pp. 199-200.

" molte cose che dovetti ammirare in Bologna, una fu la rapida
" e quasi prodigiosa apertura di nuove scuole serali, in meno
" d'un mese, alle quali assistevano circa ottocento alunni. Ma
" s'era venuto a questo resultato dopo un'esperienza fallita.
" Nelle prime scuole s'insegnò fisica, chimica elementare e simili;
" nessuno vi andò, mancando ai più l'istruzione elementare. Si
" cominciò allora col disegno lineare, e v'andarono parecchi; si
" discese più basso ancora, al leggere e scrivere; i locali non
" bastarono più agli alunni. Era commovente il vedere dei mu-
" ratori, legnaiuoli o argentieri, stanchi dalle fatiche del giorno,
" venire a disegnare con amore e riconoscenza verso i loro
" maestri. Vidi uomini di cinquanta o sessant'anni, ben vestiti,
" venire a scrivere la prima lettera dell'alfabeto, accanto ad un
" bambino, tutto lacero, di cinque o sei anni „ (1). Dalla visita
di quelle scuole, che lasciarono nel Villari " una grandissima
" ammirazione pel popolo bolognese „, incomincia l'opera sua di
pedagogista.

Il 20 aprile del '62 fu nominato giurato aggiunto e commissario speciale per la classe XXIX dell'Esposizione internazionale di Londra; ed ebbe nel tempo stesso " l'incarico speciale „ di rivolgere la sua attenzione " particolarmente a tutto ciò che ha
" relazione ai metodi d'istruzione ed alla educazione popolare
" in Inghilterra „. Nel passare da Torino, allora capitale del nuovo regno, alcuni professori gli dissero: " Che strana idea è
" questa di volere studiare la pubblica istruzione in Inghilterra!
" In Francia o in Germania, s'intende; ma in Inghilterra, dove
" le università ed i licei sono ancora come nel medio evo, che
" cosa volete osservare? „. Uno dei nostri uomini politici, " che
" sedeva allora in alto ufficio „, e che intorno all'istruzione pubblica aveva fatto alla Camera " discorsi molto applauditi „ gli dette, " con molta benevolenza e molta gravità „, questi consigli:
" Cercate di vedere e di studiare in Inghilterra i libri popolari;
" quelli meritano la pena di occuparsene. Quanto alle scuole
" del popolo, credetemi, è tempo perduto. Noi abbiamo in Pie-
" monte dei metodi per insegnare a leggere, scrivere e compu-
" tare, nel più breve tempo possibile. Più facilmente l'Inghil-

(1) Villari P., *Scritti pedagogici*, Torino, Paravia, 1868, pp. 8-9.

" terra potrà imitar noi „. Il Villari non si lasciò per niente scoraggiare, e persuaso che il suo viaggio " sarebbe stato utile " in ogni modo „, andava tra sè ragionando così: " Il popolo in- " glese è meglio di ogni altro educato a libertà, è certo fra i " più intelligenti, operosi ed onesti che vi sieno in Europa. Ora, " questo popolo viene educato nelle scuole inglesi, deve esser " quindi assai utile studiarle e conoscerle, non fosse altro, per " imparare come con cattive scuole si possa formare un popolo " eccellente. Voglio bene che in un paese libero la comunanza " degli uomini fra cui si vive, dia, per mille e diverse vie, una " educazione assai più efficace e più continua, che non può fare " la scuola; nondimeno, rimane sempre vero che nella età, in " cui più facilmente si forma e si modifica il carattere degli " uomini, e si pigliano nuove consuetudini, in quella età, quasi " tutto il popolo inglese passa attraverso le scuole inglesi. Che " cosa vi guadagna, che cosa vi perde? Che virtù vi acquista, " o che vizi vi contrae? Questa è pure una domanda a cui, se " saprò dare una risposta, anche incompiuta, non avrò del tutto " perduto il mio tempo „. La risposta fu compiuta, nè perse il suo tempo (1). Nel visitare minutamente le scuole inglesi, al

---

(1) *L'istruzione elementare nell'Inghilterra e nella Scozia, relazione del prof.* Pasquale Villari *al Comitato dell'Esposizione internazionale del 1862*; negli *Scritti pedagogici* suddetti, pp. 1-314.

È questa la " terza ristampa, riveduta e condotta, con un'Appendice, " sino ai primi „ del 1868. Eccone il sommario: " Introduzione „, pp. 5-18; I. " L'istruzione elementare in Francia „, pp. 19-39; II. " Istruzione elementare in Prussia e nell'Austria „, pp. 40-45; III. " L'istruzione elementare nella Gran Brettagna. Osservazioni generali sulla Francia, l'Inghilterra e la Scozia „, pp. 46-62; IV. " L'istruzione elementare in Inghilterra „, pagine 63-88; V. " Alcune osservazioni sulla Scozia „, pp. 88-101; VI. " Le scuole elementari nella Scozia „, pp. 101-127; VII. " *Heriot's Hospital* „, pagine 127-133; VIII. " *Mechanic's Institutions — Vorkingmen's Clubs* „, pagine 133-148; IX. " Scuole serali, domenicali ed infantili „, pp. 148-156; X. " Spese ed entrate delle scuole elementari in Inghilterra „, pp. 156-163; XI. " I maestri e le scuole normali elementari in Inghilterra „, pp. 164-196; XII. " Frequenza degli alunni nelle scuole elementari „, pp. 196-199; XIII. " Ispezione „, pp. 199-209; XIV. " Istruz. obbligatoria „, pp. 210-212; XV. " Scuole nelle miniere ed in alcuni grandi opifici „, pp. 212-214; XVI. " Scuole pei poveri „, pp. 214-218; XVII. " *Ragged schools* (scuole pei cenciosi) „, pp. 219-224; XVIII. " *Reformatories* (Case di correzione) „, pa-

Villari parve " quasi d'udire le parole dirette a Mosè sul monte " Oreb: *Levati i calzari, perciocchè il terreno sul quale tu cam-" mini è sacro* „.

Tocca anche, ma di volo, dell'istruzione in Francia e nella Russia (1). De' Francesi scrive: " In un giorno voi potete com-" prendere tutto il loro sistema di pubblica istruzione; vista " una scuola elementare, le avete viste tutte; visto un liceo, li " conoscete tutti. È una rete d'istituzioni che ha il centro a " Parigi, e di lì si distende con simmetria matematica su tutta " la Francia in ogni dipartimento. Si direbbe che sono più astra-" zioni che realtà, somigliano ad una proposizione di geometria, " ad un sistema di filosofia, uscito tutto d'un pezzo dalla testa " d'un filosofo; non vi sembrano mai sôrte spontaneamente dai " bisogni del paese, con tutte le imperfezioni ed il vigore che " accompagnano le opere della natura. Hanno qualche cosa che " le rassomiglia ad una stupenda cristallizzazione. Per mutarle, " ci vuole un colpo di Stato, o una rivoluzione; un pezzo che " spostate, va tutto in fascio, se non mutate ogni cosa „. In Prussia " si disse che la rivoluzione del 1848 era stata una " rivoluzione di maestri di scuola, e si volle a questo mettere " un argine „ con le nuove *Regulativen*, venute fuori nel '54, che cambiarono affatto i sistemi ed i metodi dell'insegnamento. " Prima del '48 nelle scuole normali primarie abbondava peda-" gogia, logica, rettorica, didattica, antropologia, metodica, psi-" cologia; erano insomma piccole università pedagogiche, fon-" date sotto l'influsso di una filosofia, ch'era stata per mezzo " secolo la vita della Germania; ed era naturale che dessero " maestri poco adatti all'insegnamento popolare, e scontenti " della loro condizione sociale. Seguendo un sistema opposto, ma " pure un sistema preconcetto e non sempre fondato sulla pra-

---

gine 224-235; XIX. " Alcune osservazioni generali „, pp. 235-238; XX. " Lasciti e dotazioni fatte dalla carità privata „, pp. 238-244; XXI. " Le ultime riforme della istruzione elementare „, pp. 214-248; " Appendice sulle ultime riforme „, pp. 248-276; XXII. " L'insegnamento della musica e del disegno nelle scuole elementari „, pp. 276-299; XXIII. " Una gita nelle scuole inglesi. Conclusione „, pp. 299-314.

(1) Dell'Austria altro non fa che riportare le cifre della statistica sulla pubblica istruzione, compilata " con molto giudizio „ dal prof. S. Arestein.

" tica esperienza, si sono ricomposte le scuole secondo idee, che
" si credono positive, ma che spesso sono una nuova astrazione.
" La scuola normale elementare, secondo le nuove leggi, deve
" formare un maestro il quale sappia insegnare al figlio del po-
" polo tre operazioni meccaniche, che si chiamano leggere, scri-
" vere e le prime quattro operazioni di aritmetica. Deve inse-
" gnargli ancora una quarta operazione, che consiste nell'imparare
" a mente un catechismo religioso, secondo un testo dato, e
" finalmente una quinta, cioè, cantare alcune canzoni. Ecco,
" presso a poco, lo spirito delle nuove *Regulativen*. Quanto allo
" sviluppo dell'intelligenza popolare ed alla conoscenza dei me-
" todi nell'insegnare, quanto alla formazione del carattere del-
" l'alunno nella scuola, tutte queste cose sono ormai vuote astra-
" zioni, per quella che fu una volta la filosofica, ed ora vuol
" chiamarsi la positiva Germania. Tale, almeno, è la impres-
" sione che ci dànno le nuove *Regulativen*. Tutto ciò ha il suo
" bene e il suo male. È lo spirito che domina nella Prussia
" dal 1849 in poi. Un governo forte, che vuol tirare il paese
" fuori delle vaghe astrazioni, per condurlo ad uno scopo chiaro,
" preciso, determinato, senza troppo rispettare la libertà, e
" senza troppe simpatie per i filosofi ". Questo il Villari scriveva
nel 1862.

" Collo scopo di esaminare le scuole secondarie ed anche i
" seminari storici e filologici, dai quali esce il maggior numero
" dei maestri liceali o ginnasiali ", tornò in Germania nelle va-
canze universitarie del 1864. Aveva udito " molti illustri pro-
" fessori tedeschi affermare che tutta la superiorità scientifica
" del loro paese dovevasi alla mirabile istituzione dei loro gin-
" nasi, più assai che alle università "; e volle chiarire con gli
occhi propri quanto c'era di vero in questo vanto.

Che allora i nostri licei andassero male, era generalmente
riconosciuto. Chi ne dava la colpa ai professori, chi alla facilità
degli esami, chi alle troppe materie d'insegnamento; e tutti in
una sola cosa si trovavano concordi: nell'invocare una legge
nuova per l'istruzione secondaria. Lo sperare soltanto da una
legge il rimedio universale a tutti i mali è una illusione vana, ri-
spondeva il Villari. " La legge del 13 novembre '59 è copiata,
" calcata sulle migliori d'Europa; il numero delle materie, i prin-
" cipii da cui è informata tutta quella parte di essa che riguarda

“ i licei e ginnasi, differiscono ben poco dalla legge che è in
“ vigore ne' ginnasi tedeschi. Tutta la differenza, invece, sta in
“ questo, che in Germania quella legge è nata dalle condizioni
“ del paese e v'ha messo radici; fra noi è restata sempre come
“ cosa straniera. E quando veniamo al modo con cui è messa
“ in atto, troviamo che i regolamenti, che dovevano completarla,
“ son quelli appunto che ne hanno resa più impossibile ancora
“ la esecuzione fra noi... Nominate pure professori giovani, eru-
“ diti e d'ingegno, diminuite il numero delle materie, migliorate
“ la legge, fate gli esami severissimi; voi non otterrete nulla,
“ se non si muta anche il metodo prevalso nelle nostre scuole.
“ Per me, la riforma più necessaria, urgente, essenziale è quella
“ di rendere pratico tutto l'insegnamento, sostituire l'esercizio
“ scritto alla teorica, bandire assolutamente dal liceo le lezioni
“ oratorie „.

A Berlino il Villari andò a sentire lo Schelbach, uno dei migliori insegnanti ginnasiali di matematiche della Germania. “ Nella sua lezione egli appena parlava. Proponeva dei problemi, “ e ciascuno li scriveva e risolveva sul suo quaderno, tanto gli “ alunni, quanto il professore... Interrogava poi uno degli alunni “ sul risultato ottenuto, e se era giusto, chiedeva in che modo, “ secondo quale teorica lo aveva ottenuto. Se, invece, era sba- “ gliato, interrogava un altro e gli faceva ricercare e correggere “ l'errore del primo „. In quel medesimo ginnasio assistè “ ad “ una delle lezioni più elevate di latino „. Il professore “ parlava “ lentamente e chiaramente in latino. Espose pochissime idee, “ molto semplici e precise, sulla *Germania* di Tacito; poi aprì il “ libro e fece spiegare agli alunni, che si dovevano correggere “ fra loro, a richiesta dell'insegnante. Interrogava sulla sintassi, “ sulla storia, mitologia, geografia e sulle antichità; tutto ciò “ essendo sempre una parte essenzialissima dell'analisi nei gin- “ nasi tedeschi. In una seconda ora cominciò un altro esercizio. “ Scriveva sulla lavagna delle frasi tedesche, che presentavano “ qualche difficoltà grammaticale a tradursi in buon latino, e “ chiamava un alunno a provarsi; e questi, sempre coll'aiuto “ dei compagni, doveva trovare i diversi modi di esprimere “ latinamente quell'idea e scegliere la forma più classica „. Entrò poi in una classe dove s'insegnava il tedesco. “ Gli alunni son “ già sulle panche, immobili e seri, l'orologio batte l'ora, ed

“ ecco il professore sulla soglia dell'uscio, con cinquanta qua-
“ derni sotto il braccio. Non c'è caso; esso gli ha letti tutti e
“ segnato in ciascuno gli errori commessi, e la più parte della
“ lezione si fa appunto sul correggerli, obbligando gli scolari
“ stessi a farlo. Si piglia poi uno di questi lavori, se ne fa la
“ lettura, e si comincia una critica più minuta sui pregi e di-
“ fetti della composizione, obbligando sempre gli alunni a parlar
“ prima, e spiegando praticamente i precetti „. In conclusione,
il metodo tedesco si riduce a questo: “ Bisogna che il lavoro
“ della lezione sia fatto più che è possibile dall'alunno, il pro-
“ fessore deve essere presente a guidarlo e correggerlo insieme
“ coi compagni „.

De' tedeschi sa valutare i pregi e i difetti. Certi loro sentimenti, certe loro idee predominanti gli riescono “ assai con-
“ fuse ed indeterminate „; trova che “ spesso lo spirito tedesco
“ si pasce e si rallegra in una nebulosa incertezza „; e che uno
de' caratteri del loro spirito “ è una continua mutabilità nelle
“ idee, un'azione e reazione continua „. Per quanto “ dediti alla
“ scienza con un disinteresse ed un'abnegazione, che nessun altro
“ popolo può vantare „, nel fondo del loro cuore covano “ certi
“ strani rancori, certi segreti e concentrati disprezzi, che male
“ nascondono sotto un sorriso forzato ed ironico „, e qualche
volta li svelano con modi quasi volgari e anche grotteschi. In
loro, “ insieme col sentimento patriottico della unità e grandezza
“ nazionale, ne è cresciuto un altro assai singolare, per cui si
“ son persuasi che tutto il mondo moderno, come essi dicono,
“ sarà germanico. L'umanità ha percorso il suo lungo cammino
“ attraverso l'India, la Grecia e Roma, per divenire finalmente
“ tedesca. La civiltà moderna essi la chiamano, infatti, *cristiano-*
“ *germanica*; le lingue parlate in Europa, compreso il greco e
“ il latino, sono *indo-germaniche*. E, in fin dei conti, l'uomo mo-
“ derno deve *germanizzarsi*. Ecco tutto. Esposte le cose così
“ crudamente, forse non ne converrebbero; ma voi assai spesso
“ troverete questo segreto pensiero in fondo ai loro ragiona-
“ menti, e solo con esso potrete intenderli. Molti dei più libe-
“ rali tedeschi non vi ammettono il principio di nazionalità.
“ E perchè? Le nazioni più civili, essi dicono, *assorbono* sempre
“ le meno civili. Ed a ciò bisogna poi aggiungere, quel che non
“ osano dire apertamente; ma che pure spesso pensano, cioè,

" che nulla può seguire di meglio ad una nazione, che d'essere " quanto prima *germanizzata*. Io ho visto più di un libro tedesco " sul medio evo, il cui segreto e riposto pensiero era tutto nel " provare che, in fin dei conti, i veri barbari che desolarono " l'Italia, non furono già quelle orde germaniche che vennero a " depredarla; ma gl'Italiani stessi che, appena fatti cristiani, " distrussero gli antichi monumenti e bruciarono le loro proprie " città! „.

Uno dei più illustri scienziati della Germania diceva al Villari, appunto nel suo soggiorno a Berlino del 1864: — Sì, l'Austria dovrebbe persuadersi di lasciare la Venezia; essa è composta di troppe nazioni, che non s'uniranno facilmente in una. Però, se la Germania fosse unita, la cosa sarebbe diversa; allora potrebbe forse discutersi, se la Venezia non le sia necessaria, e far valere gli antichi diritti dell'impero. — " Diciamolo francamente „, soggiunge il Nostro, " i tedeschi son quasi " maravigliati quando non possono disprezzarci... V'è sempre " qualche cosa di acre e di acido quando parlano di noi. Sembrano così persuasi della impossibilità assoluta che in Italia " si possa fare qualche cosa di grande per la scienza, che quando " non lo dicono apertamente, dimostrano di fare un così grande " sforzo per credere alla nostra capacità, che è anche peggio. " Il tedesco, in tutti i momenti, vi dice o vi fa capire: noi siamo " il solo popolo che pensa veramente; la scienza moderna, il " pensiero moderno è germanico „ (1).

Fu uno dei giurati della sezione italiana all'Esposizione di Parigi del 1867, e si occupò di libri e suppellettili scolastiche (2). L'anno dopo prese larga parte alle conferenze peda-

---

(1) *L'istruzione secondaria in Germania e in Italia*, nel giornale fiorentino *La Nazione* de' 22 ottobre, 3 e 13 novembre e 4 e 11 decembre 1865; poi, in parte, nel periodico *La civiltà ital., giornale di scienze, lettere ed arti*, secondo semestre, n° 18, 11 novembre 1865, pp. 273-276. Fu riprodotto dall'autore a pp. 315-372 degli *Scritti pedagogici*, ed a pp. 137-209 de' *Nuovi scritti pedagogici*, Firenze, Sansoni, 1891.

(2) Villari P., *Breve relazione intorno alle classi 89 e 90 della sezione italiana nell'Esposizione univers. di Parigi*; nella *Gazz. uffic.* del 21 luglio 1867; poi a pp. 399-414 degli *Scritti pedagogici*. Cfr. anche: *Relazione dei membri del Comitato sulla storia del lavoro al Ministro di agric., industria*

gogiche fatte a Firenze nell'Istituto di studi superiori (1). Intervenne al X Congresso pedagogico italiano, tenuto a Palermo nel settembre del 1876, e vi svolse il tema: " Se e come con-" venga introdurre nelle Facoltà universitarie di Lettere, Filosofia " e Giurisprudenza le esercitazioni pratiche „ (2).

Nell'estate del 1887 fece un lungo viaggio per studiare il lavoro manuale in parecchie delle principali scuole elementari d'Europa. A Hottingen, presso Zurigo, visitò la scuola privata del Beust, " molto celebrata nella Svizzera ed in tutta la Germania „. Sebbene il lavoro manuale non vi fosse insegnato, al Villari premeva vederla, perchè il metodo del Pestalozzi, " il " fondatore della pedagogia moderna „, e il metodo del Froebel, che se non fu il primo, fu certo " quello che più di ogni altro " riconobbe il carattere intellettuale, la personale indipendenza " anche nel bambino „, vi erano " con grande intelligenza ap-" plicati „; e a lui stava a cuore osservare " a che cosa riuscisse " la continuazione del metodo Froebel nelle classi elementari „. Da Hottingen passò a Basilea, dove il maestro elementare Rudin fin dal 1882 aveva aperto " una scuola di lavoro, con lo scopo " unicamente di levare dall'ozio e dalla pubblica via quegli " alunni che, per la legge sul lavoro dei fanciulli, non potevano " ancora andare alle officine, e per l'indolenza o miseria de' " parenti, erano abbandonati a sè stessi „. Prese poi la via di Dresda, " il centro da cui è cominciata nella Germania la pro-" paganda in favore del lavoro manuale „. Andò quindi a Lipsia, e nella scuola del dottor Goetze esaminò " lungamente e con " molta diligenza „ i lavori degli alunni, che trovò migliori di quanti ne aveva prima veduti. " Si vedeva chiaro che un con-

---

e commercio, comm. Filippo Cordova, presidente della R. Commissione ital. per l'Esposizione di Parigi nel 1867; nella *Gazz. uffic.* del 18 aprile 1867. Insieme col Villari fecero parte del Comitato Michele Amari, Luigi Passerini, Francesco Bonaini, Marco Guastalla e Luigi Sormani-Moretti.

(1) È a stampa nel giornale fiorentino *La Nazione* del 28 luglio 1868 la lettera circolare del Villari ai Licei del regno " a delucidazione del regolamento per le conferenze pedagogiche ordinate dal Ministero della pubblica istruzione all'Istituto di studi superiori in Firenze „.

(2) *Atti del X Congresso pedagogico ital.*, Palermo, FF. Gaispa, editori, 1877, pp. 259-265.

" cetto scientifico e pedagogico dominava nella scuola „; il Goetze " aveva davvero e seriamente cercato gli elementi del lavoro, " i quali „, come già aveva detto nel Congresso tenuto a Görlitz, nel maggio dell' '85, " egli crede semplici quanto quelli della " scienza e però educativi del pari „. A Berlino trovò che in quanto al lavoro manuale " assai poco s'era fatto „ e partì per Copenhagen. " Neppur colà il Governo sembra avervi molta fede, " tuttavia lo incoraggia con somme proporzionalmente assai " maggiori che non fa la Prussia, e anche i privati fanno di più „. Eccolo nella Svezia, la quale dedica " non piccola parte delle " sue entrate alle scuole elementari, che, a giudizio degli stessi " tedeschi, sono tra le migliori del mondo „; la Svezia " che è " veramente la patria del lavoro manuale, o, per dire più pro- " priamente, dello *Slöjd*, parola che è infatti di origine scan- " dinava „. Sia nella Svezia, sia nella Norvegia, sia nella Danimarca, " il bisogno di trovar modo d'occupare i contadini nelle " lunghe serate d'inverno fece nascere l'idea d'insegnare alcuni " mestieri elementari, alcune industrie domestiche „. Da Nääs passò a Stockholm. Fu anche in Norvegia, ma poco vi si trattenne, poco essendo là stato fatto per il lavoro manuale. Nel ritorno dalla Svezia si fermò a Osnabrück, la città della Germania " in cui s'è fatto più pel lavoro manuale „. L'ultimo paese che il Villari visitò nel suo viaggio pedagogico fu il Belgio. Tornò convinto che se ne dovesse fare l'esperimento anche fra noi. " Fanciulli di undici o dodici anni, che vanno ancora alla " scuola elementare inferiore o superiore, e non vanno ancora " all'officina, noi ne abbiamo di certo. Essi potrebbero libera- " mente ed utilmente frequentare un corso di lavoro manuale " là dove s'aprisse. Se vi sono maestri, i quali volessero appren- " derlo, potrebbero per essi aprirsi anche fra noi corsi tempo- " ranei nelle vacanze, come si fa a Zurigo, a Lipsia, a Dresda, " a Osnabrück, a Nääs... I municipi dovrebbero dar loro i locali " e qualche sussidio, il Governo potrebbe aggiungere di suo " qualche altro sussidio, senza correre in sul principio, misu- " rando l'aiuto secondo la serietà dell'esperimento, ed il favore " locale, che naturalmente e non forzatamente incontrasse „. Voleva però che l'esperimento non si facesse dentro la scuola, ma fuori della scuola, e indipendentemente dalla scuola. Era il

consiglio che gli avevano dato, durante il viaggio, anche i fautori più severi del lavoro manuale (1).

Non vi fu ramo del pubblico insegnamento al quale non volgesse l'occhio, sul quale non meditasse, del quale non scrivesse. " Dal '59 ad oggi „ — stampò nel '66 — " con sei anni " di libertà, con nuove leggi, regolamenti e mutamenti, con " nuovi professori italiani e stranieri, noi non siamo ancora riu" sciti a far nascere nelle nostre Università una vita scientifica. " Non è questo il lamento di uomini scontenti, che pretendono " troppo da un paese appena formato. È invece un lamento ge" nerale „. Il peggiore di tutti i sistemi — la mezza libertà —, a giudizio del Villari, " è stata la ragione principale de' nostri " insuccessi. Noi „ (son sue parole) " non abbiamo saputo intro" durre la stretta e severa disciplina nelle scuole liceali, dove " era indispensabile, per un male inteso amore di libertà. E nel" l'insegnamento universitario, dove questa piena libertà poteva " essere un rimedio eroico ai mali che le travagliano, noi ab" biamo avuto paura e siamo restati a mezza strada. Abbiamo " detto al professore: tu sei libero, nessuno potrà più sorve" gliarti, l'indipendenza della scienza è sacra; ma ci è mancato " poi l'animo di dirgli: il tuo destino è nelle tue mani, e se " non troverai chi ti ascolta, sarà tuo danno. Noi abbiamo detto " allo studente: le spie non seguiranno più i tuoi passi; se il " professore non noterà le tue assenze, noi chiuderemo un occhio; " se metà dell'anno te ne stai a casa tua, figureremo di non " saperlo. Ma l'animo ci è mancato per aggiungere: se a 19 anni " tu non sei ancora un uomo, e non sai provvedere al tuo av" venire, non sperare che in un paese libero, lo Stato voglia

(1) *Il lavoro manuale nelle scuole elementari, memoria letta alla R. Accad. dei Georgofili di Firenze nell'adun. ordin. del dì 4 marzo 1888*; negli *Atti della R. Accad. economico-agraria dei Georgofili di Firenze*, serie IV, vol. XI, pp. 141-260. La ristampò a pp. 3-136 de' *Nuovi scritti pedagogici*. Col titolo: *Le scuole di lavoro manuale e la Svezia,* fin dal 1° gennaio del '88 ne aveva messo alla luce un brano nella *Nuova Antologia.*

Il lavoro manuale nelle scuole elementari formò il soggetto d'una conferenza che fece a Vercelli, nel luglio del 1902, inaugurando il Congresso magistrale. Col titolo: *Il lavoro manuale e l'intelligenza,* ne dette un largo sunto il *Giornale d'Italia*, il 29 luglio di quell'anno.

" continuare a condurti per mano. La scienza non ti chiamerà mai
" dottore, e le porte degli impieghi e delle professioni liberali ti
" saranno chiuse per sempre „. Ai governanti, vogliosi di trovare
il rimedio a tanto male, diceva: " Voi non avete che due sole
" strade. O voi dovete porre nelle Università un'assai più severa
" disciplina, destituire i professori assolutamente incapaci, rive-
" dere ed approvare i temi, impedire che si dia l'esame prima
" che i temi siano tutti esauriti a lezione, sorvegliare l'esame
" stesso, punire lo scolaro negligente, obbligarlo alla lezione,
" alla ripetizione, a tutto. Ciò è possibilissimo, si fa nei Licei,
" si fa nelle scuole speciali, si potrebbe fare nelle Università.
" Ma allora la libertà universitaria è andata, e bisogna rasse-
" gnarsi a mutare sistema. Voi potete, invece, preferire la li-
" bertà, ma allora bisogna accettarne le conseguenze, rispettarne
" le leggi, e ricordarsi che ad una libertà mal sicura ed ibrida,
" sarà mille volte preferibile un ordinamento di studi severo,
" disciplinato, anche pedantesco „. Avendo " fede nella libertà „
bisognava " rimetter tutti i conti all'esame „; e " accettare il
" sistema dell'Università di Londra, o gli esami di Stato, o tro-
" vare un sistema più consentaneo all'indole del paese e alle
" condizioni dei nostri studi „ (1).

Il Villari, nel '68, raccolse in volume il fiore degli scritti pedagogici da lui fin allora sparsamente pubblicati (2); nel 1891 parecchi altri pur ne adunò (3); una grande quantità, dispersa ne' giornali, aspetta una mano diligente e amorosa che li riunisca insieme (4). " La Pedagogia „ — dichiarò fin dal 1868 —

(1) *L'insegnamento universitario e le sue riforme*; nel giornale *La Nazione* de' 3-6 decembre 1866. Lo ristampò nel '68 a pp. 373-398 degli *Scritti pedagogici*.

(2) Villari P., *Scritti pedagogici*, Torino, tip. G. B. Paravia e Comp., 1868; in-16° di pp. IV-416.

(3) Villari P., *Nuovi scritti pedagogici*, In Firenze, G. C. Sansoni, editore [tip. di G. Carnesecchi e figli], 1891; in-16° di pp. 376, oltre il frontespizio e l'avvertenza.

(4) L'ultimo suo scritto pedagogico fu *L'estetica nella scuola*, pubblicato nel *Corriere della sera* de' 13 agosto 1913, e ristampato nel volume *Storia, politica e istruzione*, pp. 229-436. Da meditarsi è il brano seguente: " La
" scuola elementare si occupa soprattutto d'insegnare a leggere, scrivere,
" far di conto. Sono cognizioni necessarie, strumento indispensabile di ogni

“ è divenuta una scienza vera e propria, una delle più pratiche,
“ delle più positive e importanti del nostro secolo, dacchè, ab-
“ bandonando del pari le teorie *a priori*, arbitrarie, ed il cieco
“ empirismo, s'è posta nella via sperimentale. Oggi essa, da
“ un lato, si fonda sopra l'analisi della vasta mole di fatti, rac-
“ colti scrupolosamente dalle inchieste e dalle statistiche scola-
“ stiche di tutti i paesi, e, dall'altro lato si fonda sopra quella
“ psicologia che studia l'uomo, non solo come un ideale immo-
“ bile ed immutabile in tutti i tempi, in tutti i luoghi, in ogni
“ età, senza differenza di sesso, di temperamento, di passioni;
“ ma lo studia, invece, nelle sue infinite mutazioni, nelle sue
“ attitudini sempre diverse, nelle condizioni sempre mutabili in
“ cui si trova „ (1).

Quando fu dannato all'*inferno* della Minerva — così scherzosamente il Villari soleva chiamare il suo ministero — fece

“ cultura; ma sono anche per sè stesse poco educative, poco adatte a quella
“ che si chiama la ginnastica intellettuale. Chi si limita ad esse, senza avere
“ il tempo necessario a valersene per una più alta istruzione, avrà ricevuto
“ una cultura meccanica e materiale, soprattutto unilaterale. Mancherà al
“ suo spirito quell'armonia che è pur tanto necessaria ad una mente bene
“ equilibrata. La questione è più grave che non pare. Questa cultura unila-
“ terale e meccanica è una delle ragioni per le quali la scuola riesce poco
“ educativa, e non riesce sempre, come s'era sperato, a diminuire i delitti.
“ Ed è forse anche una delle ragioni per le quali, appunto nella parte del
“ popolo che non è analfabeta, trovano più facile diffusione le dottrine sov-
“ versive ed anarchiche. La scuola può far molto bene, ma può anche far
“ molto male, se piglia un falso indirizzo. E se questo fosse il luogo oppor-
“ tuno, noi potremmo ripetere le stesse osservazioni, andando più in alto,
“ e parlando della scuola secondaria. In essa noi ci occupiamo sempre del-
“ l'intelletto e troppo poco del sentimento estetico e morale. Anche questa
“ è una educazione unilaterale, dannosa. E se a ciò aggiungiamo la con-
“ tinua lettura che i giovanetti fanno oggi dei giornali italiani e stranieri,
“ colla loro lunga serie d'interminabili processi, delitti, di fatti scandalosi,
“ non dobbiamo troppo maravigliarci delle conseguenze. La delinquenza
“ dei minorenni, di cui ora tanto si parla, non è forse senza qualche
“ relazione con tutto quello che abbiamo qui sopra osservato „.

(1) *L'istruzione secondaria e il nuovo disegno di legge approvato dal Senato*; nella *Nuova Antol.*, a. III, vol. VII, fasc. IV, aprile 1868, pp. 657-692. Cfr. *Nuovi scritti pedagogici*, pp. 252-315. A pp. 211-252 ristampò anche l'altro interessantissimo scritto: *Le Scuole secondarie classiche e le Scuole universitarie di Magistero*, già pubblicato nella *Nuova Antologia* nel febbraio del 1889.

pubblicare la relazione di Michele Torraca sulle condizioni infelici dei licei e dei ginnasi d'Italia, che fu presa in serio esame dai periodici più autorevoli della penisola. Uno di essi scrisse: " L'illustre Ministro con essa mirò a due cose: la prima a per- " suadere i riformatori frettolosi che, essendo il male dell'istru- " zione cancrenoso, ci vuole tempo per medicarne a dovere le " piaghe; la seconda a risvegliare nel pubblico italiano un inte- " ressamento alla pubblica istruzione, trascurata dai più " (1). Disgraziatamente, l'uomo che salì le scale della Minerva, nutrito de' forti studi della pedagogia; che voleva la scuola rivolta non all'istruzione della mente soltanto, ma anche e soprattutto all'educazione del cuore; che sapeva quanto le cattive scuole rovinino le giovani generazioni e compromettano l'avvenire della patria; per colpa de' tempi e della fortuna, e con danno d'Italia, dovette scenderle troppo presto!

Capitolo X.

Il Villari uomo politico.

Dopo la vittoria di Milazzo, Garibaldi passa lo stretto di Messina, e il 20 agosto del '60, in mezzo all'entusiasmo popolare, sbarca nelle Calabrie. Il Villari, con altri esuli del mezzogiorno, andò a Napoli, " con l'intendimento di secondare l'entrata del generale nella città " e " di affrettare la cacciata " de' Borboni ", che avevano sempre in mano tutte le fortezze e buon numero di soldati al proprio comando. " Ricordo " (egli scrive) " che in quel momento io e Diomede Marvasi era- " vamo segretari del Comitato dell'ordine. Gli uffici telegrafici " mandavano a noi copia di tutti i telegrammi spediti di Ca- " labria dai generali che dovevano opporsi alla venuta di Gari- " baldi, e davano, invece, di giorno in giorno, di ora in ora, " notizie del suo avanzarsi, della loro disastrosa ritirata. Con " questi telegrammi noi redigevamo i bullettini, che, rapida- " mente stampati, venivano diffusi nella città, e quasi pubblica-

(1) F. Alessio, *Villari e l'istruzione classica*; nella *Rassegna nazionale*, anno XIV, vol. LXIII, 1° febbraio 1892, pp. 540-544.

“ mente letti nel *Caffè d'Europa*. Il nostro Comitato, sotto la
“ presidenza del marchese D'Afflitto, s'adunava continuamente,
“ ora in una casa, ora in un'altra. Ma non sempre si riusciva
“ a mettersi d'accordo sulla via da seguire. Una sera si di-
“ scusse a lungo sulla opportunità di rivolgere un proclama
“ all'esercito borbonico, incitandolo a far causa comune con
“ Garibaldi e con la rivoluzione. Ma non fu possibile intendersi
“ sul linguaggio da adoperare, sulle istruzioni da dare per ini-
“ ziare la insurrezione. Tornando a casa verso la mezzanotte,
“ ebbi l'idea di scrivere io un proclama, stamparlo e diffonderlo
“ fra i soldati borbonici, firmandolo semplicemente: *Il Comitato*.
“ Il giorno dopo il proclama era scritto e stampato in parecchie
“ centinaia di copie. Ma come diffonderlo? Da molto tempo lon-
“ tano da Napoli, avevo poche conoscenze nella città, nessuna
“ poi tra i soldati. Ne parlai ad un mio giovane nipote, che
“ assunse subito volenteroso l'impresa. La sera stessa mi disse
“ che *tutto era fatto*. Aveva diviso i proclami in diversi pacchi,
“ che aveva quasi pubblicamente portati e depositati nei corpi
“ di guardia (1). Gli officiali leggevano quei fogli, li piegavano
“ e ponevano in tasca „ (2).

Il 6 di settembre Francesco II lasciò Napoli; il giorno seguente Garibaldi vi fece il suo ingresso. “ S'avanzò per le vie
“ della città, con Cosenz, Nullo, Bertani ed altri, undici in tutto,
“ in alcune piccole carrozzelle. Passò dinanzi ai Castelli, do-
“ v'erano i soldati colla miccia accesa, i quali gli fecero il
“ saluto militare, mentre egli ordinava al cocchiere di far ral-
“ lentare il passo al cavallo della vettura che lo portava. Ciò
“ che dipoi avvenne, si può immaginare, non descrivere „. Il Villari, mescolato tra la folla, stava dicendo a un amico:
“ Vorrei veder Garibaldi „; ed ecco che lo scorge “ nell'atto in
“ cui guardava, con un raggio negli occhi, il palazzo che il Bor-
“ bone aveva abitato „ (3). Quell'entrata “ veramente miracolosa „
e “ l'entusiasmo meraviglioso, che aveva per lui il popolo, che

---

(1) Villari P., *Un altro aneddoto*; negli *Scritti vari*, Bologna, Zanichelli, 1911, pp. 341-343.

(2) Villari P., *L'Italia e la civiltà*, Milano, Hoepli, 1918, p. 299.

(3) Baldasseroni F., *Pasquale Villari, profilo biografico e bibliografia degli scritti*, Firenze, tip. Galileiana, 1907, p. 22.

" quasi lo divinizzava „, non gli si cancellò mai più dalla memoria; e di lì a poco, si fece iniziatore d'una sottoscrizione nazionale per inalzargli " una statua di proporzioni gigantesche „ sulle rovine del castello di S. Elmo, vecchio " baluardo della " tirannide „ (1). L'invito per questa sottoscrizione comparve nel giornale napoletano *Il Nazionale* il 9 d'ottobre (2); trovò lieta accoglienza, ma non ebbe prospera la fortuna.

---

(1) Lettera inedita del Villari al prof. Emanuele Celesia, de' 24 novembre 1860.

(2) Col titolo: *Invito per una sottoscrizione nazionale*, si legge nel supplemento al n° 50. Qui lo trascrivo:

" Non vi sarà mai più al mondo un popolo che avrà verso un uomo " solo gl'infiniti obblighi di gratitudine e riconoscenza che i Napoletani " debbono avere per Giuseppe Garibaldi. Noi fummo in pochi mesi libe- " rati da una tirannide secolare, che ci aveva conculcati ed oppressi, che " era divenuta l'obbrobrio dell'umanità. Noi, separati dal resto d'Italia con " un muro, che sembrava insuperabile, ci troviamo, adesso, uniti alla " grande famiglia; aspettiamo d'ora in ora il Re galantuomo, che viene " da Torino a Napoli, fra le benedizioni dei popoli redenti; faremo parte " della grande Monarchia Italiana: e tutto questo dobbiamo a Giuseppe " Garibaldi.

" Grande e meraviglioso fu il benefizio della nostra liberazione; ma " non minore benefizio fu il modo con cui s'è ottenuta. L'uomo che si " avanzava sotto il fuoco nemico, presso che disarmato, e colla serenità " degli eroi; colui che vinceva per la forza d'un'idea e per la onnipotenza " della giustizia che difendeva; colui che, abbracciando i vinti, li chiamava " fratelli e rimandava liberi; aveva acquistato un tale ascendente sopra " gli animi del popolo, che una portentosa rivoluzione morale era già av- " venuta, prima che s'udisse da lungi il rumore delle sue armi. Un incanto " sembrava che distruggesse il lavoro, per tanti anni durato da Ferdi- " nando II, a rendere pauroso il nome della libertà e ignoto quello d'Italia.

" Questi nomi si trovavano, ora, su tutte le labbra, in tutti i cuori; " il nostro più minuto popolo incominciò a gridare che voleva la indipen- " denza e la nazionalità italiana. E tutto questo assunse un nome solo: " si chiamò Giuseppe Garibaldi.

" Vedemmo sorgere una serie strana e singolarmente poetica di leg- " gende, che narravano la vita e le geste maravigliose dell'eroe. Quando " ancora infieriva la tirannide borbonica, s'udirono d'ogni parte canzoni " che, celebrando i suoi prodigi, facevano di lui il simbolo dell'Italia re- " denta e della libertà. Garibaldi divenne quasi la coscienza del nostro " popolo che, per la prima volta, s'era in lui educato e conosciuto.

" E noi ad un uomo che, divenendo la personificazione di noi stessi, " ci redimeva e faceva liberi, ancora non pensammo a dare quella cittadi-

Garibaldi, sia per Napoli, sia per la Sicilia, voleva un rappresentante all'estero. Pier Silvestro Leopardi, già inviato straordinario di Napoli presso il re Carlo Alberto nel '48, " con insistenza assordante „ chiese e ottenne d'essere mandato a Torino. Racconta la White Mario: " Tra gli uomini che fis-" sarono l'attenzione di Bertani v'era un giovane napoletano, " Pasquale Villari, di chiaro ingegno, adoratore di Garibaldi, " fervente unitario monarchico. Egli l'adocchiò e lo prescelse " per segretario della legazione di Torino, pregandolo di scri-

---

" nanza, che gli diedero così sollecitamente i municipii dell'alta Italia e " della Sicilia. Ma se la parte più culta e civile ha finora mancato, non " così potremmo dire di quella moltitudine che già ha fatto suo l'eroe " di Como e Varese. Esso continua la formazione del suo maraviglioso " poema, il quale è come un monumento vivo e perenne, che la gratitu-" dine fa sorgere spontaneo nel cuore semplice e generoso del popolo. La " sua ingenua voce tramanderà questi canti di generazione in generazione; " e nelle più remote età i suoi figli verranno, in sul primo sorgere della " vita, educati alla virtù ed alla libertà, dal nome di Giuseppe Garibaldi, " che si confonderà con quello d'Italia.

" Ma è tempo oramai che la gratitudine di tutta la nazione verso il " suo liberatore cominci a manifestarsi.

" Noi apriamo, sin da oggi, in questo giornale, una pubblica sotto-" scrizione, per innalzare a Giuseppe Garibaldi un grandioso monumento, " che attesti ai posteri la nostra riconoscenza, che rammenti ai nostri figli " quelle virtù che sole poterono salvare l'Italia, e sole varranno a mante-" nerla libera. Invitiamo tutti i municipii, tutti i giornali del Regno a " fare lo stesso.

" Un giorno potremo forse innalzare dietro a questo monumento an-" cora un Panteon nazionale, per dipingervi le battaglie del nostro riscatto, " per mettervi le statue di tutti coloro che furono gli eroici precursori del " nostro liberatore. Finora non abbiamo nessun monumento nazionale, e " quale sarebbe migliore di questo? Non abbiamo una festa nazionale, e " dove meglio celebrarla che innanzi all'immagine di Giuseppe Garibaldi?

" Non s'indugi, adunque; ognuno gareggi con noi, aprendo sottoscri-" zioni per un monumento a Giuseppe Garibaldi; vi concorrano tutti gli " ordini di cittadini; si riceva così l'obolo del povero, come l'oro dei " ricchi „.

Nel n° successivo il *Nazionale* tornò a scrivere: " Il nostro invito per " una sottoscrizione nazionale per innalzare un monumento a Giuseppe " Garibaldi ha incontrato il pubblico favore. Poche ore dopo pubblicato il " nostro articolo, abbiamo raccolto sottoscrizioni per la somma di ducati 758. " Domani faremo conoscere i nomi „. Il Villari dette 24 ducati.

" vere le istruzioni „ (1). Al palazzo d'Angri, sede del Governo dittatoriale, tra il Bertani e il Villari ebbe luogo questo dialogo. Il segretario del Dittatore gli disse: " Noi vogliamo man-" dare un ambasciatore presso il Governo del re Vittorio Ema-" nuele. È stato incaricato della missione il conte Pier Silvestro " Leopardi, il quale avrebbe proposto lei per suo segretario " generale. È disposto ad accettare? „ — Il Villari rispose: — " In verità, non capisco quale possa essere lo scopo pratico di " questa missione, quasi ci potessero essere in Italia due Go-" verni. Non si tratta forse di costituire l'unità nazionale con " Vittorio Emanuele? Che cosa possiam noi andare a dire al Re " e al suo Governo? „. — Il Bertani soggiunse: — " Scriva lei " le istruzioni che darebbe all'ambasciatore. Ma non dica nulla " al conte Leopardi. Per ora la cosa resti fra noi due sola-" mente „. — Tornato a casa, " con la testa in gran tumulto " per la domanda inaspettata „, dopo averci pensato e ripensato, affidò alla carta le istruzioni desiderate (2). Il Bertani, lette che l'ebbe, gli dichiarò: " Io le faccio copiare, senza mutare una " sola parola, e le comunico al Leopardi come istruzioni del " Governo. Ma ella non gli dica che le ha scritte lei. La cosa " resti ancora tra noi due solamente „. — Il Villari del misterioso segreto non fu soddisfatto. Pochi giorni dopo incontra sulle scale del palazzo d'Angri il Leopardi, che gli confida: — " Ho letto le istruzioni. Non te ne dico il contenuto, perchè è " cosa gelosa. Ti basti sapere che un galantuomo ci può stare „. Vistosi " in una falsa posizione „, nè avendo " fede nella pra-" tica utilità „ di quella legazione, rinunziò la carica, per quanto già annunziata, con decreto di Garibaldi, nella *Gazzetta ufficiale* di Napoli de' 12 di settembre (3).

---

(1) White Mario J., *Agostino Bertani e i suoi tempi*, Firenze, Barbèra, 1888; vol. II, pp. 202-204.

(2) Furono stampate, prima dalla White Mario a pp. 204-205 dell'opera citata; poi dal Villari stesso a pp. 345-347 degli *Scritti vari*, Bologna, Zanichelli, 1911; in-16°.

(3) Villari P., Op. cit., pp. 344-348. In una lettera che il Villari, il 17 settembre del '60, indirizzò ad un suo amico, a Firenze, si legge: " Vi scrissi " nell'altra mia che ero stato nominato segretario di Legazione a Torino. " Sul primo avevo accettato; ma poi avendo parlato con Bertani e con Leo-

Poco mancò non gli fosse affidato il portafogli degli affari esteri dal Governo del Dittatore. Il Villari stesso, per lettera, così ne fece il racconto a un amico, il 17 di settembre: " Il " Bertani, a un tratto, mi propose di essere alla direzione del " Ministero degli affari esteri, giacchè qui i ministri han quasi " tutti il titolo di direttori. Bertani aveva più volte discusso con " me, aveva voluto che gli scrivessi alcune istruzioni diploma- " tiche e sembrava avere acquistato qualche stima del mio in- " gegno. Ad una domanda così improvvisa io restai sbalordito; " risposi però di sì. Mi disse di ritornare la sera. Intanto io " parlai col Direttore della Pubblica Istruzione, per sapere se " gli altri ministri mi avrebbero accolto volentieri. Rispose: — " Sarai ricevuto con le braccia aperte, con quell'affezione e " stima che meriti, e che hai sempre avuta da tutti noi. Io " credo, che devi subito accettare; farai bene per te ed anche " per noi. In questo momento noi temiamo d'avere fra noi qualche " nemico, puoi figurarti se ti accoglieremo volentieri. — Do- " mandai a due o tre altri, ebbi la stessa risposta. Andai la " sera per accettare; il Bertani era tutto mutato, era un altro " uomo; parlò sulle generali, non determinava mai nulla. Io " restai sbalordito. Gli dissi però: — Mi pare che oggi mi " avete fatto questo discorso; e glie lo ripetei. — Sì. — Eb- " bene, se per caso avete mutato la vostra idea, sappiate che " non fa bisogno d'esitare a dirlo, perchè io non ambisco per " nulla entrare al Ministero in momenti sì difficili e pericolosi; " anzi il vostro mutamento mi farebbe piuttosto piacere. — Ma " io non ho per nulla mutato. Anzi persisto. — E qui di nuovo

---

" pardi più volte, mi avvidi che eravamo in una falsa posizione, che non " era possibile conciliare Bertani con Cavour, e che molto meno ciò si po- " teva fare da un Leopardi, uomo onesto, ma di corto vedere e caparbio. " Mi dimisi. C'era una ragione ancora più grave, che mi obbligava a di- " mettermi. Il sig. Bertani faceva certi strani discorsi, da cui si vedeva " che egli avrebbe desiderato che io *controllassi Leopardi*. Questo fu quello " che propriamente mi decise. Io dissi a Bertani che non volevo far nulla " da nascondere a Leopardi, e mi faceva maraviglia come egli, che accu- " sava di slealtà la politica piemontese, potesse e volesse propormi di es- " sere così poco leale contro uno che mi era amico e che esso faceva mio " superiore. Fu tutto finito ". Cfr. GAETANO SALVEMINI, *Pasquale Villari*: nella *Nuova rivista storica*, ann. II, fasc. II, marzo-aprile 1918, p. 125.

" diceva mille e mille parole incomprensibili. Vi assicuro che io " non potevo capire nulla. Ma, infine, la sostanza pare che fosse " questa: egli aveva creduto di poter mettere fra i ministri un " uomo sleale che avesse fatto due parti, si era avveduto di " essersi ingannato, e non poteva spiegare tutto questo, perchè " offendeva me e scopriva sè stesso. Insomma, a farla breve, " noi ci separammo, sciolti da ogni vicendevole impegno, ed io " non salirò più quelle scale, dove andài chiamato „ (1).

Tornatosene a Pisa e ripreso l'insegnamento, nell'estate del '61 eccolo di nuovo nella nativa città, tutto intento a studiarne le condizioni e i bisogni, di cui fece una viva pittura nelle lettere che indirizzò al giornale milanese *La Perseveranza*, così piene d'interesse e tanto feconde di luce sulle provincie del mezzogiorno. Ben pochi però seppero che erano uscite dalla sua penna, non avendoci messo il proprio nome (2); che, invece, pose arditamente in fronte allo scritto: *Di chi la colpa? o sia la pace e la guerra*, comparso alla luce nel settembre del '66 (3). L'Italia, umiliata allora per le patite sconfitte, sentiva l'avvilimento della propria mediocrità. Il Villari, in quello scoraggiante momento comprese quanto faceva d'uopo alla patria, e con fierezza coraggiosa chiamò in colpa la nazione tutta, esortandola a mutare strada. Il grido ebbe larga eco, e il nome del Villari ottenne straordinaria popolarità (4). Gliela accrebbe l'altro suo

---

(1) Gaetano Salvemini, Op. cit., pp. 125-126.

(2) La prima di queste lettere fu scritta il 29 agosto; la seconda il 1° di settembre; le altre ne' giorni 13, 14 e 26 dello stesso mese; le ultime due nell'ottobre. Ne dò un saggio nelle Appendici.

(3) Venne inserito nel periodico milanese *Il Politecnico*, serie IV, parte letterario-scientifico, vol. II, fasc. III, settembre 1866, pp. 257-288. Fu ristampato a pp. 385-422 de' *Saggi di storia, di critica e di politica*, Firenze, tip. Cavour, 1868; ed a pp. 199-252 delle *Lettere meridionali ed altri scritti sulla questione sociale in Italia*, Firenze, Successori Le Monnier, 1878.

(4) Il Villari, " che viveva ritirato dal mondo, non conobbe il successo " delle sue parole, se non quando il Direttore del *Politecnico* lo avvertì " che il notissimo farmacista Erba gli aveva chiesto il permesso di ristam- " pare l'articolo e divulgarlo, specialmente nel Veneto, avvolgendo con la " carta della nuova edizione le boccette del suo rinomato sciroppo „. Cfr. Baldasseroni F., *Pasquale Villari, profilo biografico e bibliografia degli scritti*, Firenze, tip. Galileiana, 1907, pp. 26-27.

scritto: *Libertà o anarchia?*, pubblicato il 1° aprile del 1867 (1). Il dire la verità senza paura, tanto piacque, che in molti s'accese il desiderio di vederlo deputato. Bologna, per la prima, lo scelse a proprio candidato. Rifiutò, trattandosi di sedere sullo scanno, da cui volevano sbalzar via Marco Minghetti. Accettò invece la candidatura di Bozzolo, e riuscì eletto il 12 maggio del '67 (2); ma l'elezione fu annullata il 29 dello stesso mese, per essere completo il numero de' professori deputati. Sullo scorcio dell'undicesima legislatura, Guastalla lo volle suo deputato (3); e gli confermò la propria fiducia anche nella legislatura successiva (4).

Il Villari parlò per la prima volta alla Camera nella tornata del 27 maggio '74, discutendosi delle Università del regno. Il bilancio del ministero d'agricoltura, industria e commercio gli offrì occasione, nel '75, di trattare dell'insegnamento tecnico, della necessità d'istituire scuole industriali, della riforma delle opere pie; discorse in quell'anno anche sulle relazioni dello Stato con la Chiesa e sull'ordinamento della proprietà ecclesiastica; il 26 aprile del '76 partecipò alla discussione sul disegno di legge per una inchiesta agraria (5). Nel 1867 aveva

---

(1) Cfr. *Il Politecnico*, serie IV, parte letterario-scientifica, vol. III, pp. 429-445. Dal Villari venne riprodotto a pp. 423-442 de' suoi *Saggi di storia, di critica e di politica*, Firenze, tip. Cavour, 1868. Nel '70 pubblicò: *La guerra presente e l'Italia*. Cfr. *L'Italia nuova*, di Firenze, del 10, 11 e 12 ottobre di quell'anno.

(2) Nella prima votazione, che ebbe luogo il 5 di maggio, il Villari riportò 93 voti, e l'avv. Pirro Aporti, suo competitore, 92; ma nel ballottaggio il Villari trionfò con 225 voti e l'Aporti ne raccolse 196 soltanto.

(3) Succedette all'avv. Carlo Verga, che il 6 novembre del 1873 fu nominato senatore. Nel primo squittinio il Villari ottenne 224 voti ed Enrico Guastalla 82; ma nel ballottaggio, avvenuto il 21 decembre, riuscì vincitore il Villari con 328 voti. Il Guastalla ne riportò 110.

(4) Riuscì eletto a primo squittinio, l'8 nov. del 1874, con 299 voti. Il suo competitore, avv. Filippo Basetti, n'ebbe 39.

(5) Ristampò quest'ultimo discorso, insieme con quello sul bilancio del ministero d'agricoltura, industria e commercio, a pp. 255-273 e 274-281 del volume: *Le lettere meridionali ed altri scritti sulla questione sociale in Italia*, Firenze, Successori Le Monnier, 1878. Un articolo suo, intitolato *L'inchiesta agraria*, si legge nella *Rassegna settimanale*, vol. I, n° 12, 24 marzo 1878, pp. 205-206.

scritto: " Finchè avremo un partito sempre al Governo, ed un " partito sempre nell'opposizione, noi non avremo il vero e largo " regime costituzionale. Se i ministeri si formeranno sempre " nella Destra e dalla Destra, questa s'anderà dividendo in " gruppi più o meno ostili fra loro, più o meno numerosi, se- " condo il numero e le impazienze dei possibili ministri, e così " si verrà ogni giorno indebolendo e scomponendo di più. Da un " altro lato, un partito che si persuada di dover sempre restare " al potere, perchè esso solo capace di governare, può facil- " mente divenire un partito intollerante e intollerabile. Esso " può finire col fidare troppo in sè stesso, col non voler nè ve- " dere, nè correggere i proprii errori; una volta entrato in " una falsa via, vi persevera, non si ferma, e non ascolta con- " sigli ".

Con ragione potè dunque dire ai suoi elettori di Guastalla, il 27 settembre del '76: " L'avvenimento della Sinistra " al potere io l'ho preveduto e l'ho anche desiderato... Se farà " meglio della Destra, il paese ci guadagnerà; se farà peggio, " sarà pure costretta a cercar nuove vie, a toccare le questioni " che la Destra ha abbandonate, a cercare di non cadere nei mede- " simi errori; e la Destra, ammaestrata dalla nuova esperienza, " potrà cavarne vantaggio. Spesso dai nemici s'impara più che " dagli amici ". Esaminate le varie questioni che affaticavano allora gli uomini politici, così riassumeva il proprio pensiero: " Quello che io chiedo è questo: 1° Che si metta mano alle ri- " forme amministrative, senza tanti nuovi programmi, senza " troppo discutere i torti degli uni o degli altri, e soprattutto " senza troppo agitare il paese colle lotte politiche, che lo esau- " riscono invano. 2° Voglio libera la Chiesa e rispettata la re- " ligione. Ma non la credo libera quando il clero minore resta " abbandonato al dispotismo del clero maggiore, e molto meno " poi quando gli uni e gli altri s'uniscono a formare un partito " politico, che non ha patria e combatte per tutta la patria di " ogni popolo. Voglio che lo Stato, di fronte alla Chiesa, faccia " valere i suoi diritti, e li faccia rispettare, senza debolezza e " senza rancori. 3° Che la classe dirigente e governante in " Italia riconosca finalmente il sacrosanto dovere di aiutare le " classi abbandonate alla miseria e alla fame, oppresse in mezzo " alla libertà. Non corro dietro a utopie, non spero miracoli;

" ma vedo tutto il mondo civile lavorare a quest'opera, e mi " duole che l'Italia resti indietro a tutti, e non prevenga i pe- " ricoli. Sono con chiunque alza questa bandiera „ (1). Era però una bandiera che non andava punto a sangue alla maggioranza degli elettori di Guastalla; una bandiera che urtava contro le loro convinzioni, i loro pregiudizi, i loro interessi, e il Villari, col farsi difensore di " coloro che lavorano e non mangiano „, perdette il collegio (2). Nelle elezioni generali de' 5 settembre di quell'anno non entrò neppure in ballottaggio; fu vinto da Francesco Cucchi, " un candidato, il quale si ripeteva da tutti che non avrebbe

---

(1) *Discorso agli elettori del Collegio di Guastalla*; nella *Gazzetta d'Italia* del 30 settembre 1876. Cfr. *Lettere meridionali ed altri scritti sulla questione sociale,* Firenze, Successori Le Monnier, 1878, pp. 282-312.

(2) Se ne fece difensore dopo un giro per il Collegio, in compagnia dell'avv. Giuseppe Scaravelli di Guastalla, " uomo di molto ingegno, di molta dottrina e d'animo nobilissimo „, al quale così rievocava le cose vedute, nella lettera che gli scrisse, da Firenze, il 31 decembre del '76. — " Per tutto „ (son parole del Villari) " trovammo terreni fertilissimi ed " un'agricoltura che può essere migliorata, ma non può dirsi cattiva. Ad " eccezione però del piccolo e florido paese di Rolo, quasi neppur l'ombra " d'industria, e contadini che nella state lavorano e mangiano, sono nel " verno condannati all'ozio, alla miseria, spesso alla fame. Trovammo Co- " muni, come quello di Borretto, dove sopra una superficie, che supera " appena 2000 ettari, vivono circa 4000 abitanti. Ella ricorda l'ansietà " di quei buoni proprietari, i quali facevano, con la carta in mano, un " conto, dal quale resultava che sopra un ettare di terra il contadino do- " veva assai spesso spendere e pagare più di quello che ne cavava. Per " mettere in pari il suo bilancio, doveva andare a strappare giunchi sulle " rive del Po, arrivando qualche volta fino a Ferrara, dormendo sugli ar- " gini, pigliando le febbri, tessendo stoie l'inverno, e spesso non riuscendo " con ciò a vincere la fame. Ella ricorda la risposta di quel tale cui chie- " demmo in Suzzara, se il contadino vedeva mai la carne. Stringendo il " pugno dinanzi ai suoi occhi, egli disse: — La vedono se guardano un " braccio. Ma se non guardano un braccio, non la vedono mai. — E tutti " chiedevano: — Che fare? Come rimediare? — Gli animi parevano di- " sposti a riconoscere tutta l'importanza e la gravità della questione. E " come non riconoscerla dinanzi alle domande insistenti, continue, cre- " scenti, per emigrare? Ci si raccontava di bande che passavano la notte, " con bandiera spiegata, gridando: *Viva l'America!* Ci si raccontava di fa- " miglie intere, che si apparecchiavano ad andare nel Brasile. Qualche sin- " daco aveva detto loro: — Ma che fate? Voi avrete un viaggio lungo e " penoso, a cui le donne, i bimbi, i vecchi non reggeranno; per arrivare in

" accettato „ (1). Infatti, appena eletto, rinunziò. Gli amici volevano a ogni costo che il Villari si ripresentasse; ma, per quanto pregato e ripregato, a questo non si volle piegare. " Quando " pur ci fosse per me qualche possibilità di essere rieletto „ (scrisse all'avv. Giuseppe Scaravelli) " che cosa andrei a fare " alla Camera come deputato di Guastalla? Io, del resto, come " uomo di studi, non faccio la politica per professione. Ho bi- " sogno di avere la convinzione, o almeno la illusione, di potere " anch'io fare qualche cosa di utile, di poter sostenere una " causa tale che giustifichi dinanzi a me stesso il tempo che " levo agli studi ed all'insegnamento. Lo so bene, a noi si dirà " che non siamo politici, che siamo visionari, che abbiamo per " forza voluto essere del partito dei fiaschi. Ed è vero. Ma il " male non sta però nei fiaschi, sta nell'essere essi ancora " troppo pochi. Quando si conteranno a centinaia, allora anche " noi saremo un partito rispettabile e prudente. Intanto bisogna " pure che qualcuno cominci. Per ora, io dico ai miei avver- " sari: Quando vedrete nei mesi dell'inverno i contadini sdraiati " sotto i portici o nelle stalle, senza lavoro e senza pane; " quando li vedrete affollati ai vostri palazzi comunali, chie- " dendo un soccorso che nessuno potrà loro dare, e preferire le " febbri del Brasile alle nostre fertili campagne; allora ricor- " datevi che io voleva difendere la loro causa, e voi me lo " avete vietato. E dopo ciò ripetete, se vi piace, che io non " sono abbastanza liberale pei tempi nuovi „ (2).

" un paese dove troverete la febbre gialla. — E gli era stato risposto con " calma: — Lo sappiamo, ma l'inverno si avvicina e abbiamo dinanzi la " fame. Peggio di così non ci può toccare. Ci assicuri contro la fame e " non partiremo. — E fu necessario tacere. Alcuni ci chiesero se in Italia " vi erano terre deserte, dove si potesse trovare lavoro. Tornammo a Gua- " stalla con l'animo contristato, deliberati a tentare la prova. Ella ricorda " che un amico prudente mi pregò di non toccare una questione, la quale " avrebbe urtato contro convinzioni, interessi o pregiudizi, e mi avrebbe " fatto perdere molte illusioni. Ed ella non mi disapprovò, quando risposi " che ciò mi decideva a parlare più chiaro che mai. Non volevo ingannare " gli elettori, e non volevo essere il deputato di Guastalla, se non potevo " difendere la causa di coloro che tanto lavoravano e soffrivano „.

(1) Il Cucchi restò eletto con 358 voti; il Villari non n'ebbe che 200.

(2) Villari P., *Le lettere meridionali ed altri scritti sulla questione sociale in Italia*, Firenze, Successori Le Monnier, 1878, pp. 313-316.

Il glorioso sconfitto, il 23 maggio del 1880, fu eletto deputato del collegio di Arezzo; ma " per eccedenza del numero de' deputati professori ", il 9 decembre dovette uscire dalla Camera (1). Nominato senatore del regno nel novembre del 1884, l'alto consesso l'ebbe due volte suo vice-presidente. De' molti discorsi, che vi pronunziò, non si spengerà il ricordo di quelli sul disegno di legge per gli infortuni del lavoro (2).

Ricoprì la carica di segretario generale dell'Istruzione pubblica dal 16 maggio al 14 decembre del 1869, sotto il ministro Bargoni, e dal 15 decembre al 15 gennaio '70 sotto il ministro Correnti. " Tra le riforme di quel tempo, caldeggiate da lui, " merita d'esser ricordata almeno questa, che tra la licenza " ginnasiale e liceale si stabilì dovessero correre almeno tre " anni. Fu tagliata così la via a chi, con pochi mesi di prepa" razione affrettata, cercava di entrare nelle Università e l'istru" zione media n'ebbe subito sensibili vantaggi ". Tenne il portafogli dell'Istruzione pubblica dal 9 febbraio del 1891 al 15 maggio del 1892; dando " non foss'altro, dei buoni esempi " di coerenza, di bontà e di buon senso. A chi gli chiese grandi " riforme, rispose, in Parlamento, che egli non aveva il segreto " di rimedi miracolosi, e che tra i varî mali della scuola e quelli " della società corre una così stretta relazione di cause e di " effetti, che sarebbe assurdo sperarne da un sol ministro la " guarigione ". Non cedette " d'un passo alla guerra dei ne" mici, ai ripieghi dei tiepidi, alle insidie dei falsi amici del " latino e del greco, la cui difesa gli ispirò nel Parlamento al" cuni dei suoi più belli e forti discorsi " (3).

Per quanto non facesse " la politica per professione ", di politica si occupò sempre, e spesso ne scrisse. L'esecrabile attentato del Passanante contro il buon re Umberto gli strappa

---

(1) Ne' pochi mesi che vi sedè si occupò delle condizioni della istruzione secondaria in Italia e dell'istruzione obbligatoria. Cfr. *Atti della Camera*, tornata del 23 giugno 1880.

(2) Cfr. *Atti parlam.* Senato. Legislaz. XX, tornate del 1° e 4 luglio 1897. Li riprodusse a pp. 252-263 e 263-273 degli *Scritti sulla questione sociale in Italia*, Firenze, Sansoni, 1902; in-16°.

(3) Pistelli E., *Pasquale Villari*. Cfr. Villari P., *L'Italia e la civiltà, pagine scelte*, Milano, Hoepli, 1918, p. xxv e seg.

fiere e generose parole (1); nel '93, con lo scritto: *Dove andiamo?* piglia, senza peli sulla lingua, come sempre, a studiare le condizioni morali, economiche e finanziarie del regno (2); vi torna sopra, nel 1900, con l'altro scritto: *Il pericolo presente* (3); nel '904 si occupa del giudizio che sull'Italia aveva dato un tedesco (4), e in un giornale di Vienna tratta dell'irredentismo (5); nel 1906 scrive sul nazionalismo e l'internazionalismo (6); nel '10 grida animoso: " Lo scopo della nostra rivoluzione non " è raggiunto. Ciò che resta ancora da fare non è meno arduo, " meno difficile di ciò che abbiamo già fatto, se l'Italia deve " prendere fra le nazioni civili il posto che le spetta ". Indaga ciò che resta da fare e inculca che si faccia (7). L'impresa di

(1) *L'attentato al Re d'Italia*; in *La Rassegna settimanale*, vol. II, pp. 349-351. Lo ristampò a pp. 341-350 della seconda edizione delle *Lettere meridionali*, fatta a Torino da' Fratelli Bocca, nel 1885.

(2) *Dove andiamo?*; nella *Nuova Antologia*, anno 1893, serie III, vol. XLVIII, fasc. 1° novembre, pp. 5-24. Cfr. F. Nobili Vitelleschi, *Una risposta all'on. Villari*, Roma, tip. Innocenzo Artero, 1893; in-8° di pp. 16. Giudica lo scritto del Villari " pari all'altezza ed alla nobiltà della sua " mente e del suo cuore ".

(3) *Il pericolo presente*; nel *Corriere della sera* de' 14 e 15 nov. 1900; e nel volume: *Storia, politica e istruzione, saggi critici*, Milano, U. Hoepli, 1914, pp. 183-197.

Cfr. anche: *Lettera di* P. Villari *al* Corriere della sera *sopra alcune opinioni espresse dall'on. Sidney Sonnino* [Firenze, 21 sett. 1900]; nel *Corriere della sera* de' 23 settembre 1900; e nel volume: *Storia, politica e istruzione, saggi critici*. Milano, Hoepli, 1914, pp. 169-181. Offrì occasione al prof. Alessandro D'Ancona di scrivere anch'esso una lettera al Direttore di quel giornale, che fu inserita nel n° del 29 sett. Cfr. anche la *Lettera di* P. Villari *al sen. Roux*, stampata nel giornale *La Tribuna* del 20 nov. 1900, e riprodotta, il giorno dopo, nel giornale *La Nazione*.

(4) *L'Italia giudicata da un tedesco*; nella *Nuova Antologia*, anno 1904, serie IV, vol. CX, 16 aprile 1904, pp. 577-585; e negli *Scritti sulla emigrazione e sopra altri argomenti vari*, Bologna, Zanichelli, 1909, pp. 129-148.

Tratta del libro del dott. Fischer, *L'Italia e gl'Italiani*, Firenze, Seeber, 1904, tradotto nella nostra lingua da Tullo Del Vecchio.

(5) *Der Irredentismus*; nella *Neue Freie Presse*, di Vienna, del 5 settembre e 2 novembre 1904.

(6) *Nazionalismo ed internazionalismo*; nel *Corriere della sera* del 24 aprile 1900.

(7) *La nostra politica*; nel *Giornale d'Italia* de' 4 ottobre 1910; e nel volume: *Storia, politica e istruzione, saggi critici*, Milano, Hoepli, 1914, pagine 199-214.

Libia gli suggerisce acute osservazioni e utili consigli (1). Volge l'occhio indagatore al di là de' monti e de' mari. L'Inghilterra (2) attrae più volte la sua attenzione (3); nè gli sfuggono gli Stati Uniti d'America (4) e soprattutto il Giappone, che " col pensare " assai più alla formazione del carattere, che alla intelligenza " nazionale, c'insegna come si riesca a formare un gran po- " polo „ (5).

---

(1) *Per lo studio della Tripolitania e della Cirenaica* [lettera al dottore Angiolo Orvieto]; nel *Marzocco*, di Firenze, del 14 gennaio 1911.

Dopo la guerra; nel *Corriere della sera*, del 24 ottobre 1912.

Questi due scritti furono ristampati a pp. 215-238 e 347-353 del volume: *Storia, politica e istruzione, saggi critici*, Milano, Hoepli, 1914.

(2) Dell'Inghilterra, " maestra al mondo di civiltà „, fu sempre caldo ammiratore. Nel giugno del '14 raccontava: " Ricordo che una volta, tro- " vandomi in Sicilia, osservai che vi erano colà Inglesi e Tedeschi, i quali " si trovavano alla testa di fiorenti industrie. Essendomi avvisto che la pre- " ferenza dei Siciliani era per gl'Inglesi, domandai la ragione di ciò, e mi " fu risposto: Gli Inglesi guadagnano e fanno guadagnare a quelli che la- " vorano con loro; i Tedeschi si occupano di guadagnare principalmente " essi, senza pensare agli altri. E questa, se ben ci si riflette, è non solo " una delle più nobili qualità del popolo inglese, ma è anche una ragione " della sua fortuna nel mondo „.

(3) *Il presente e l'avvenire dell'Inghilterra giudicati da due storici inglesi*; nella *Nuova Antologia*, anno XXII, serie III, vol. X, fasc. XIV, 16 luglio 1877, e ne' *Saggi storici e critici*, Bologna, Zanichelli, 1890, pp. 435-470. Parla degli storici I. R. Seeley ed E. Maine.

Due nuovi libri sull'Inghilterra; nel *Corriere della sera*, di Milano, del 17 settembre 1913; e nel volume: *Storia, politica e istruzione, saggi critici*, Milano, Hoepli, 1914, pp. 151-167. I libri sono: *Saggi economici e finanziari sull'Inghilterra* del prof. Dalla Volta; e *The Nation and the Empire* di lord Milner.

Leggendo un libro di H. G. Wells; nella *Nuova Antologia*, anno 49, fasc. 1019, 1° giugno 1914, pp. 385-394. Il libro è intitolato: *An Anglishman looks the World*, London, Cassel, 1914; in-8°.

(4) *La Schiavitù e la guerra civile in America*; nel giornale torinese *La Stampa* de' 27 giugno, 4 e 5 luglio 1864; e ne' *Saggi di storia, di critica e di politica*, Firenze, tip. Cavour, 1868, pp. 443-460.

La Costituzione degli Stati Uniti d'America; nella *Nuova Antologia*, a. 1889, serie III, vol. XXIII, fasc. del 1° ottobre, pp. 417-446; e ne' *Saggi storici e critici*, Bologna, Zanichelli, 1890, pp. 471-528.

(5) *Il Giappone*; nella *Nuova Antologia*, a. 1905, serie IV, vol. CXVI, fasc. 1° aprile, pp. 385-400; e negli *Scritti sulla emigrazione e sopra altri argomenti vari*, Bologna, Zanichelli, 1909, pp. 91-128.

La Società Dante Alighieri, la quale fin che fu tra le braccia di Ruggero Bonghi menò stentatamente la vita, in mezzo alla freddezza, alle ostilità, alla diffidenza, ai sospetti, ai malintesi; passata, per buona fortuna, tra quelle robuste del Villari, spiegò finalmente le ali al volo, fidente di sè e de' propri destini. " Col " vigore del suo ingegno, con l'autorità del suo nome, con " quella fiducia che ispirava il suo carattere, superiore ai par- " titi, e che tutti i partiti rispettavano ", vinse a uno a uno " gli " ostacoli che si frapponevano al suo sviluppo, al raggiungimento " di quella potenzialità che già avevano raggiunto le nemiche " Società straniere " (1).

La Dante Alighieri, fondata il 1889, nel marzo del '90 tenne a Roma il suo primo congresso; l'ottavo ebbe luogo a Milano il 30 settembre del '97. Fu lì che il Villari dichiarò: " Qualunque sia la regione, qualunque sia il governo sotto cui, " fuori d'Italia, si trovano italiani, essi hanno il diritto di pro- " muovere il loro progresso intellettuale e morale, mantenendosi " in relazione ideale colla madre patria. Noi miriamo ad age- " volare, a promuovere questo loro progresso, con la diffusione " fra loro tutti della lingua e della cultura nazionale. Questo è " lo scopo, questa è la ragione vera della nostra Società ". Le scuole italiane all'estero, che avevano trovato in lui un caldeggiatore fin dal 1861, e che per quanto seppe e potè le favorì quando fu segretario generale dell'Istruzione pubblica (2), ebbero

---

(1) Piero Barbèra, *Il Villari e la " Dante "*; nel giornale *Il Marzocco*, anno XXII, n° 50, 16 decembre 1917.

(2) Per testimonianza del Villari, " l'idea di diffondere la lingua e la " cultura nazionale al di fuori de' nostri confini, balenò per la prima volta " nella mente degl'italiani " nel 1861, " quando a Torino era ministro della " pubblica istruzione Francesco De Sanctis. Io che gli ero stato discepolo " e che gli ero divenuto amico " (son sue parole), " mi trovavo colà per " pochi giorni. Una mattina egli mi diede alcune carte, pregandomi di " esaminarle e di dirgli che cosa ne pensavo. Era una lettera del conte " di Cavour, il quale mandava una relazione del console generale d'Ales- " sandria d'Egitto, dicendo: — È un affare che deve interessare il ministro " della pubblica istruzione. La prego perciò di esaminarlo e di darmi il " suo avviso. — La relazione del console narrava, che nel giorno dello Sta- " tuto, i maggiorenti della colonia s'erano adunati, e con un entusiasmo " indescrivibile, al grido di viva l'Italia e viva il Re, avevano iniziato una " sottoscrizione, che in poche ore raggiunse la cifra di 140.000 lire, per

in lui, presidente della Dante Alighieri, il più fervido e operoso degli apostoli. “ Nella lingua (son sue parole) v'è tutto ciò che “ un popolo ha sentito, ha pensato e sofferto ; in essa son come “ fuse tutte le più nobili aspirazioni dello spirito nazionale. Ed “ è perciò, che noi ci proponiamo di portarla in giro pel mondo “ come una fiaccola ideale, per stringere sempre nuove relazioni “ intellettuali e morali tra l'Italia e i nostri fratelli, ovunque “ essi si trovino „.

Contro gli scettici è implacabile. Grida loro in faccia, dal fondo della coscienza: — “ Basta! Non vedete che questo “ vostro *demi-monde* non è il mondo? Smettete una volta questo “ vostro scetticismo. Coloro che fecero l'Italia non furono scet- “ tici. Essi sperarono contro la speranza; vissero e morirono “ per l'ideale della patria. Essi sono pure i nostri padri ed il “ loro sangue è quello stesso che scorre nelle nostre vene. Tor- “ nate, come diceva il Machiavelli, ai principii. E crediamo dav- “ vero che il tempo sia venuto per fare, tutti uniti, un estremo “ sforzo e tornare ai principii. Dobbiamo con i libri, coll'inse- “ gnamento, con le libere associazioni, in tutti quanti i modi “ possibili, cercar di ricordare alle nascenti generazioni quali “ furono i principii, le idee, la fede, le dottrine con cui si riuscì “ a fare l'Italia, quali i sentimenti, il carattere di coloro che le “ professarono, suggellandole col sangue. Con la parola e con “ l'esempio essi c'insegnarono, che ciò che v'ha di più reale “ nella vita è l'ideale; che l'egoismo veramente umano è l'abne- “ gazione; che le società più forti sono le società più oneste; “ che qualunque siano le nostre convinzioni politiche, filosofiche

---

“ fondare colà una scuola ed un convitto nazionale. Domandavano aiuto, “ consigli e direzione dal Governo. Io scrissi allora al De Sanctis una let- “ tera, nella quale dicevo che mi sembrava cosa di massima importanza, “ e atto di savia politica aiutare non solamente la scuola d'Alessandria “ d'Egitto, ma tutte le scuole italiane all'estero. Questa fu la prima mani- “ festazione di un bisogno, sentito spontaneamente, senza ombra di partito “ politico, negl'italiani stessi che si trovavano fuori d'Italia, e si volevano “ tenere, in ispirito almeno, congiunti con essa... Più tardi quando erano “ ministri della pubblica istruzione il Bargoni prima (1869), il Correnti poi “ (1870), essendo io per alcuni mesi segretario generale, collaborai con “ Aristide Gabelli alla fondazione d'un ufficio per le scuole all'estero in “ quel ministero „.

“ o religiose, noi siamo fatti dalla natura in maniera, che le “ gioie più pure, più vive di cui siamo capaci, le proviamo so- “ lamente quando riusciamo a educare noi stessi in maniera da “ saper far della nostra vita continuo sacrifizio agli altri. E c'inse- “ gnarono che l'uomo devoto al dovere è una fortezza inespu- “ gnabile, che può resistere contro tutti e contro tutto; che esso “ può combattere contro il mondo intero, perchè se in una lotta “ così disuguale sa rimaner sempre fedele alla propria bandiera, “ trionfa nel momento stesso in cui soccombe, come i martiri “ di Belfiore trionfavano nel momento in cui andavano al sup- “ plizio. Erano trascinati sul Calvario e pareva che salissero il “ Campidoglio. I loro corpi pendevano dal patibolo, e i loro “ spiriti si movevano verso il cielo, trascinandosi dietro la “ patria, che per opera loro cominciava a risorgere. Questa è “ la via; queste sono le dottrine, i sentimenti, che noi tutti, “ massime quelli che si dànno alle opere del pensiero, do- “ vremmo ricordare al paese, per restituirgli l'antica coscienza “ di sè „.

Queste parole gli sgorgarono dalla coscienza e dal cuore in Milano il 30 settembre del '97, inaugurando appunto l'ottavo congresso della Dante Alighieri; a nome della quale poi si fece banditore del vero anche a Torino, a Messina (1), a Ravenna, a Verona, a Siena, a Udine (2); sempre inspirandosi al culto del dovere e della virtù. “ Nel nome del gran poeta „ porgeva

---

(1) Nel discorso fatto a Messina, rievocò, con vivezza d'affetto, la memoria d'un morto condiscepolo — il messinese Gregorio Romeo — che quando il Villari faceva “ appena gli studi ginnasiali „ gli parlò “ la prima volta „ d'Italia, confidandogli che i fratelli Bandiera erano sbarcati nelle Calabrie.

(2) *La Società Dante Alighieri* [discorso pronunziato a Milano il 30 settembre 1897]; nella *Nuova Antol.*, anno 1897, ser. IV, vol. LXXII, fasc. 16 decembre, pp. 610-624.

La “ Dante Alighieri „ a Torino [discorso pronunziato il 24 settembre 1898]; nella *Nuova Antol.*, anno 1898, serie IV, vol. LXXVIII, fasc. 16 novembre, pp. 232-251.

La “ Dante Alighieri „ a Messina [discorso pronunziato il 24 ottobre 1899]; nella *Nuova Antol.*, anno 1900, ser. IV, vol. LXXXV, fasc. 16 febbraio, pp. 577-598.

La “ Dante Alighieri „ a Ravenna [discorso pronunziato il 27 settembre

amica la mano agli " uomini di ogni opinione, di ogni religione, " di ogni partito, purchè onesti ed amanti della patria, desi- " derosi di promuoverne la cultura e diffonderne la lingua „.

Quando venne messo mano al traforo del Sempione — colossale impresa in cui fu immane lo sforzo delle braccia degli operai d'Italia — il Villari andò dove ferveva il lavoro, osservò la vita di que' connazionali lontani, si rese conto de' loro bisogni, pensò come provvedervi, e sotto la guida sua la Dante Alighieri divenne la loro protettrice e la loro beneficatrice. Mentre nel versante orientale dell'Adriatico si avanzava " ogni " giorno più impetuosa che mai l'onda crescente degli slavi, " quasi volessero gettar nel mare gl'italiani, che hanno già re- " spinti alla riva „; e " la costituzione di un potente impero " germanico „ era venuta in aiuto de' tedeschi dell'Austria e lavorava insieme " alla germanizzazione degl'italiani nel Tren- " tino „, il Villari, che già aveva fatto un viaggio nel Tirolo austriaco, si recò a visitare il Tirolo italiano, Trieste, l'Istria e la Dalmazia, per farsi un'idea chiara, colta dal vero, vista coi propri occhi, di que' fratelli irredenti. Dopo essere stato spettatore della " lotta disperata „ che sostengono con gli slavi e co' tedeschi dell'Austria e dell'Impero, tornò col cuore straziato dalle " grida angosciose che vengono di là „. Quando sorse la questione della lingua italiana a Malta, mentre i nostri giornali se ne occuparono clamorosamente, ma senza studiarla in modo accurato e serio, il Villari la fece oggetto d'un esame sereno, e con acume di storico la mise ne' suoi veri termini; ben sicuro che un popolo civile e libero, come l'inglese, non sarebbe stato

---

1900]; nella *Nuova Antol.*, anno 1900, ser. IV, vol. CX, fasc. 693, 1° novembre, pp. 3-34.

La " Dante Alighieri „ a Verona [discorso pronunziato il 27 settembre 1901]; nella *Nuova Antol.*, anno XXXVI, fasc. 717, 1° nov. 1901, pp. 3-35.

La " Dante Alighieri „ a Siena [discorso pronunziato il 26 sett. 1902]; nella *Nuova Antol.*, anno XXXVII, ser. IV, vol. CII, fasc. 1° decembre 1902, pp. 418-440.

La " Dante Alighieri „ a Udine [discorso pronunziato il 24 settembre 1903]; nella *Nuova Antol.*, anno XXXVIII, ser. IV, vol. CVIII, fasc. 767, 1° decembre 1903, pp. 419-431.

Cfr. *Discorsi sulla " Dante Alighieri „*; nelle *Discussioni critiche e discorsi*, Bologna, Zanichelli, 1905, pp. 259-595, dove si trovano tutti quanti riuniti.

sordo alla voce della ragione, nè cieco all'evidenza de' fatti. Sorse per opera sua a Malta un comitato della Dante Alighieri; scongiurò i suoi numerosi amici d'Inghilterra a far di nuovo trionfare " quelle antiche e gloriose tradizioni di libertà e di giu- " stizia „, che state, " in passato, il fondamento della potenza „ della loro patria, " sole „ potevano " conservarla e accrescerla " nell'avvenire „ (1).

Il 1° giugno del 1914 stampava nella *Nuova Antologia*: " L'Europa si è trasformata in un vero campo militare, nel " quale si profondono miliardi, per esser pronti a una prossima " guerra, che, per ora, è solo ipotetica, ma che, col continuo " pensarci e continuo apparecchiarsi, può divenire una realtà. " È inutile farsi illusioni. Noi stiamo creando uno stato di cose " sempre più anormale, che non può durare a lungo. Da un lato, " camminiamo verso la democrazia, per la quale occorrono sempre " più nuovi milioni a migliorare le condizioni economiche del " quarto stato: aumento di salario, partecipazione ai guadagni, " case popolari, pensioni ai vecchi, ecc. Dall'altro lato, profon- " diamo ogni giorno nuovi miliardi, per aumentare il numero " degli armati, per nuove armi e fortezze, per lanciare ogni " giorno nel mare nuove *dreadnoughts*, il che porta la necessità " di aggravare il popolo con nuove tasse. Non è possibile tirare " a lungo, dai due lati, la corda, senza che si spezzi „. Non tardò a spezzarsi, come prevedeva. Aldo Sorani (2) racconta: " L'ultima volta che vidi scattare e fremere il Villari, fu durante " un colloquio sulla guerra. Egli era stato subito per la guerra " ed aveva mostrato tutte le sue simpatie per coloro che davan " speranza di volerla condurre con decisione e con alacrità; ma " l'idea che si parlasse ancora, dopo così lungo tempo dallo

(1) Cfr. *La politica della " Dante Alighieri „* [lettera a Primo Levi *L'Italico*]; nel giornale *La Nazione* de' 5 febbraio 1898.

Un episodio della questione della lingua a Malta; nel *Giornale d'Italia* del 30 decembre 1901; e nelle *Discussioni critiche e discorsi*, Bologna, Zanichelli, 1905, pp. 489-494, con l'aggiunta di *Altre osservazioni*, pp. 494-496.

Dalmazia; nel *Corriere della sera* del 19 novembre 1903; e nelle *Discussioni* suddette, pp. 555-561.

Lettera sul modo di elezione del Consiglio centrale della " Dante Alighieri „; nel *Giornale d'Italia* del 27 gennaio 1907.

(2) Cfr. *Il Marzocco*, ann. XXII, n° 50, 16 decembre 1917.

“ scoppio del cataclisma mondiale, di una *nostra guerra* lo feriva
“ dolorosamente. Egli approvò coloro che avevan sempre consi-
“ derato la guerra come una catastrofe europea, anzi universale,
“ e disse con un lampo negli occhi e con un gesto energico:
“ — Questo non è, no, la nostra guerra, è la guerra di tutti;
“ non è più una guerra irredentista, è una guerra pel riasse-
“ stamento dell'Europa. È la guerra dell'Intesa, di tutta l'In-
“ tesa. Guai se non saremo uniti! Non potrà nascere il nuovo
“ ordine di cose, che sta per nascere nel mondo, che deve asso-
“ lutamente nascere per la salvezza del mondo „ (1).

Capitolo XI.

Il Villari e la questione di Napoli.

Nell'estate del 1872, “ solo ed a piedi „, fece un viaggio nel Tirolo austriaco. “ È un paese che non ha grande istruzione, “ nè grande industria; ma uno s'accorge subito d'essere in mezzo “ a un popolo serio, morale, veramente onesto „. L'onestà sua, però, “ non nasce tanto da un privilegio della razza, quanto “ dall'essere tutto abitato da contadini proprietari. Essi si sen- “ tono felici tra i loro monti, e nella loro vita semplice, ma “ comparativamente agiata. Alloggiano bene e si cibano bene; “ il vino e la carne non mancano mai; non vi sono poveri, nè “ v'è grande differenza di fortuna „. La moglie d'uno di questi contadini proprietari disse al Villari: — “ Da voi, in Italia, deve “ essere, per chi possiede, molto triste vedersi accanto coloro “ che mancano di tutto „. — Gli uomini però, molti de' quali vengono in Lombardia, e tutti vanno nel Trentino, erano più franchi, nè si stancavano di ripetergli: — “ Colà sono schiavi “ del padrone, e non hanno per cibo che la polenta! „ — Il Villari, “ tutto pieno di questi pensieri, che l'aria libera di quei “ monti pareva rendesse insistenti e tormentosi „, prese la di-

(1) La “ Leonardo „, nell'ottobre del '17, mandò al presidente Wilson un nobile messaggio di saluto e di plauso per l'entrata in guerra degli Stati Uniti. Il Del Lungo dettò il messaggio, il Villari lo firmò per il primo. Cfr. *Il Marzocco,* ann. XXIII, nº 3, 20 gennaio 1918.

ligenza e s'avviò verso l'Engadina. " A un tratto saltarono " dentro due viaggiatori tedeschi, che da Coira, facendo la " Mala via, erano scesi in Italia a piedi, e, traversata la Val" tellina, tornavano nella Svizzera. — Conoscevate l'Italia? — " No. — Che impressione v'ha fatto? — Dolorosa. Un clima " bellissimo, un cielo incantevole, paesaggi stupendi; ma non " c'è mai seguito di vedere tanta miseria nei contadini. Vivono " male, alloggiano male, si cibano orribilmente. Non è descri" vibile. Il cuore si apre, il respiro sembra uscire più libero, " appena che si passa il confine svizzero, e si rivedono il ben" essere e l'agiatezza degli uomini. Viva la libertà! „. — Il Villari esclamò: — " Ma noi siamo liberi „. — " Voi sì, ma essi " sono schiavi „, — replicarono i due tedeschi.

Negli ultimi anni della dominazione austriaca, Stefano Jacini prese a studiare la proprietà fondiaria e le popolazioni agricole della Lombardia. Così descrive quelle tra l'Adda e il Ticino: " Abbiamo dovuto spesso raccapricciare nel vedere " l'acqua sorgere dai pavimenti delle povere stanze abitate, ed " i coltivatori sparuti uscire nei campi in cerca di rane, che " costituiscono uno dei loro cibi più sostanziosi, e le risaie " giungere fino alle finestre delle case. Non è da far maraviglia " se le febbri intermittenti mietono tante vittime in questa re" gione „. Così descrive i giornalieri, che s'incontrano nelle vaste praterie di quella stessa regione: " Col loro meschino " salario in danaro, miserabile cibo e squallido alloggio, por" tano dipinta la povertà sui volti, e fanno raccapricciare ogni " anima bennata. Riesce assai singolare „ — è sempre lo Jacini che scrive — " di dover riconoscere che nelle vicinanze della " ricca, della colta, della benefica Milano vivono i più poveri " contadini della Lombardia „ (1).

Il Villari pensava tra sè: " Se ciò avviene in Lombardia, " che cosa deve seguire nelle provincie meridionali, dove ap" punto il piccolo affitto in denaro, che produce i mali maggiori " all'agricoltura e all'agricoltore, è la regola più generale; dove " l'arbitrio del padrone non ha limiti; dove la classe media, " nella stessa Napoli, adopera qualche volta il bastone contro

(1) Stefano Jacini, *La proprietà fondiaria e le popolazioni agricole in Lombardia, studii economici* [2ª edizione], Milano, 1856, pp. 262 e 265.

" la plebe? „. La miseria, che nella sua infanzia aveva veduto " con orrore „, non era allora per nulla scemata! " Dal '59 " in poi „ — scrive — " sono molte volte tornato nella mia " città natale, e la prima passeggiata, che ho fatta, è stata " sempre nei quartieri più luridi, ove s'addensa il popolo mi- " nuto, e dove la stessa borghesia napoletana di rado s'avanza. " Per anni ed anni sono tornato a Porto, al Pendino, a Rua " Catalana, a Porta Capuana, ed ho sempre trovato immutabile " il medesimo spettacolo d'orrore. Ho visto una popolazione " immensa, gettata per le vie, cenciosa, sudicia, senza mestiere " e senza occupazione..... Mi sono avvicinato ai tugurii, dove " si ricovera questa moltitudine, ed ho avuto bisogno, per en- " trarvi, d'una grande forza di volontà; perchè il fetore che " emanava al solo avvicinarsi, mette spavento. Vivono nei *bassi*, " botteghe il cui suolo è assai spesso più basso del livello " della strada, e però, quando piove, v'entra l'acqua, se non si " chiudono, e chiudendole, non v'entrano nè l'aria, nè la luce. " Ivi si raccoglie tutta la famiglia, vecchi e giovani, il marito, " la moglie, le ragazze, i fratelli, e qualche volta gli animali, " tutti insieme. Ivi si soddisfano tutti i bisogni della vita. Si " aggiunga che le fogne della città sono così male costruite, " che le materie, se non piove molto, restano ferme e le esa- " lazioni si sentono nelle strade, e pei condotti rientrano nelle " case, in modo che le febbri intermittenti sono ora a Napoli " assai comuni, ed il chinino s'adopera come nei paesi di ma- " laria. Si vedono perciò nel minuto popolo visi sparuti, un " numero grande di storpii e di malati, di vecchi imbecilliti; " il tifo, la terzana, le perniciose spesso li mietono a migliaia... " E se, entrando nei vicoli più stretti, s'ha il coraggio di salire " nelle case ove abita la stessa gente, si trovano nella corte, " nei varii piani, nelle scale, accumulati, in diversi strati, la " stessa miseria, lo stesso puzzo. È facile capire perchè in ogni " stagione, in ogni tempo, sono come cacciati nelle pubbliche " vie, dove non solo perdono ogni sentimento che ispira il fo- " colare domestico; ma, tra gli urli, le bestemmie e le oscenità, " le ragazze più oneste cominciano a perdere il pudore „ (1).

(1) *La scuola e la questione sociale in Italia*; nella *Nuova Antologia*, vol. XXI, fasc. XI, novembre 1872, pp. 477-512. Cfr. Villari P., *Le lettere*

Una forestiera, " amica d' Italia e molto filantropica ", nel '71, dopo aver visitato i poveri di Napoli, diceva al Villari: " Ero stata nell'interno della Spagna e nei tuguri dell'Irlanda, " ma non avevo alcuna idea che la degradazione umana potesse " arrivare a questo punto. È un'onta per il vostro paese. E " fino a che voi tollerate tali orrori, senza mettervi riparo, non " farete alcun vero progresso, e l'Italia non sarà degna della " libertà ". — Un'altra amica sua, che per ragioni di famiglia dovette fare un viaggio precipitoso nelle Calabrie, gli scriveva: " Avevo vista la miseria che opprime la plebe di Napoli, sa- " pevo che in Calabria v'era allora carestia; ma ciò che io vidi " passò ogni immaginazione. Le faccie sparute erano tali, che " i poeti ed i pittori non potrebbero descriverle. Ma quello che " non uscirà mai più dalla mia memoria, si è l'avere visto gruppi " di uomini e di donne sotto le case, aspettando che si aprisse " una finestra, e si gettassero nella via le buccia delle frutta, " che essi divoravano con un'avidità indicibile. Mangiavano tutta " la buccia del popone e del cocomero come un cibo delizioso; " ed in questo modo si tenevano in vita ".

Garibaldi, giunto che fu a Napoli nel '60, rimase " subito " dolorosamente colpito dalla miseria grande e dall'abbandono " crudele in cui vide la plebe "; e " con uno di quegli slanci " divinatori del suo genio, fece un caldo appello al cuore delle " donne italiane, invitandole ad avvicinarsi al povero, studiarne " i bisogni, soccorrerne la miseria, promuoverne l'istruzione ". A quell'appello generoso, la moglie di Giorgio Pallavicino — il martire dello Spielberg —, messasi alla testa d'un comitato, dette vita a una scuola a Torre del Greco. Fu la prima che s'aprisse. Una n'ebbe Napoli, e fu anch'essa la prima, per opera di Giulia Salis, vedova Schwabe, " di origine tedesca ed israe- " lita ", vissuta a lungo in Inghilterra, " bella, di un tempera- " mento eccitabilissimo, d'un entusiasmo, d'una eloquenza che " trascinavano e trovavano seguaci per tutto ". Strinse subito amicizia con lei, divenne la fida compagna sua, Virginia Villari, moglie del pittore Morelli, la quale " ad un ingegno eletto univa

---

meridionali ed altri scritti sulla questione sociale in Italia, Firenze, Successori Le Monnier, 1878, pp. 91-149; *Seconda edizione*, Torino, Fratelli Bocca, 1885; pp. 147-204.

" un carattere angelico, un vivo desiderio di abnegazione, una " sete ardente di sacrifizio „. " La mia sorella „ — è Pasquale che scrive — " andava in giro pei fondaci di Napoli, cercava " i poveri, indagava la storia delle loro miserie. Un giorno trovò " in una grotta una vedova con cinque figli. Mangiavano ca- " stagne secche, non avevano letto, nè coperta, nè paglia, nè " lume. Dormivano sulla nuda terra, e la notte i bimbi pian- " gevano, perchè certi grossi topi, che colà chiamano *zoccole*, " usciti dalla loro tana, venivano a divorare le tenere palpebre " dei loro occhi. E la madre, che non poteva al buio vederli, " picchiava con un sasso sul muro per cacciarli. Mia sorella " condusse nella grotta la signora Schwabe, e fissarono di tor- " narvi il giorno dopo, portando del cibo, una coperta di lana, " una piccola fornacetta di pietra. Quando vi tornò, la famiglia " più non era nella grotta. La signora Schwabe, ripensandoci, " era tornata, aveva messo in una carrozza la madre coi figli „ e se li era portati con sè, provvedendo al loro avvenire (1).

Tra la fine di marzo e il principio d'aprile del '75 comparvero a Roma nel giornale *L'Opinione* le *Lettere meridionali* del Villari. Son quattro. La prima ha per soggetto la Camorra; la seconda la Mafia; la terza il Brigantaggio; nella quarta tratta dei rimedi. Stampandole, dichiara: " Negli scorsi mesi raccolsi " alcune notizie intorno allo stato delle classi più povere, spe- " cialmente nelle provincie meridionali... Ho avuto lo scopo di " provare che la camorra, il brigantaggio, la mafia sono la con- " seguenza logica, naturale, necessaria, di un certo stato sociale, " senza modificare il quale è inutile sperare di poter distruggere " quei mali „ (2). Della camorra e del modo di distruggerla ne

---

(1) Villari P., *Scritti sulla questione sociale in Italia*, Firenze, Sansoni, 1902, pp. 301-320.

(2) *Lettere meridionali al Direttore dell'*Opinione [Giacomo Dina]; nel giornale *L'Opinione*, di Roma, de' 23, 24, 26, 27, 30 e 31 marzo, 3 e 4 aprile 1875.

Se ne hanno le seguenti ristampe:

Le lettere meridionali ed altri scritti sulla questione sociale in Italia di Pasquale Villari, Firenze, Successori Le Monnier, 1878; in-16° di pp. iv-318, oltre l'antiporta e frontespizio. Le *Lettere* occupano le pp. 1-84. Segue una *Nota* [pp. 85-88] contenente notizie sul brigantaggio.

Le lettere meridionali ed altri scritti sulla questione sociale in Italia di

aveva trattato fin dal 1861 nelle sue corrispondenze al giornale *La Perseveranza* (1); dove si diffuse assai anche sul brigantaggio, una delle piaghe d'allora (2). Adesso vi tornava sopra, meglio agguerrito, senza peli sulla lingua, senza paura, pieno d'ardore. Alla Jessie White Mario scriveva, da Firenze, il 30 di marzo dell'anno dopo: " Quando pubblicai le *Lettere meridionali* " si sollevò una viva polemica, e ricevei un gran numero di " giornali che mi lodavano e giornali che mi biasimavano. Si disse, " tra le altre cose, che non conoscevo Napoli, perchè da molti " anni n'ero lontano, e che descrivevo cose non vedute, o vedute " solo da molto tempo, ignorando che tutto era mutato. Si disse " che non conoscevo la grande miseria di Londra, peggiore " assai di quella di Napoli, ecc. ecc. Si disse, tra le altre cose, " che io avevo molto esagerato la misera condizione in cui si " trovano i fondaci. Tutto era mutato in meglio. Non si rico" noscevano più! Io avevo fatto una descrizione da romanzo „.

Tornò a Napoli e si recò subito a visitare i fondaci. Nel

PASQUALE VILLARI. *Seconda edizione, riveduta e molto accresciuta dall'Autore*, Torino, Frat. Bocca [Vincenzo Bona, tip. di S. M.], 1885; in-8° di pp. XL-488. Le *Lettere* e la *Nota* stanno a pp. 1-70 e 71-74. Hanno in fronte questa dedica: " Alla città di Napoli | dove io nacqui | a coloro | che con ammirabile coraggio ed abnegazione | soccorsero i poveri colerosi | nella epidemia | che ivi infierì l'anno 1884 | dedico | questo volume | scritto | a difesa dei poveri „.

Scritti sulla questione sociale in Italia di PASQUALE VILLARI, Firenze, G. C. Sansoni [tip. G. Carnesecchi e figli], 1902; in-8° di pp. VI-510. Le *Lettere meridionali* e la *Nota* stanno a pp. 421-490.

(1) Ristampò questa lettera, comparsa nella *Perseveranza* il 5 ottobre 1861, a pp. 452-458 della seconda edizione delle *Lettere meridionali*; e vi unì (pp. 459-469) l'altra lettera sua che il giornale stesso aveva dato alla luce il 20 di quel medesimo mese; la quale tratta del Convento dei Cinesi e del Convento dei Negri a Napoli; del Collegio di S. Demetrio in Calabria; de' Papiri Ercolanensi; de' lavori di gesso e d'alabastro e degli intagli in legno della Toscana; della musica a Viggiano; de' lavori dello Scrosati a Milano; delle maioliche di Castello e della fabbrica della porcellana a Napoli.

(2) Le altre sei lettere trattano del brigantaggio, del disordine amministrativo, de' partiti in Napoli, delle condizioni delle provincie meridionali, della luogotenenza del generale Cialdini, ecc. Furono dalla *Perseveranza* pubblicate ne' giorni 3, 5, 17, 20 e 30 settembre e 1° ottobre 1861. Son firmate X. Meritano d'esser tratte dall'oblio, perchè ricche di notizie, spassionate, e piene d'acume. Appunto per questo, le ristampo nelle Appendici.

primo giorno ne vide tre a Porto. " Ella sa " — prosegue a scrivere alla White Mario — " come questi fondaci siano, generalmente, formati d'una corte quadrata, da cui per una scala si sale a diversi terrazzini, o balconi che girano intorno alle quattro mura, e dànno adito a molte camere, le quali sono, per lo più, senza finestre e ricevono la luce dall'unica porta, che si apre sul terrazzino. Nella prima di queste corti io vidi in un angolo una specie di stalla, in cui si lessavano teste, piedi, budelle d'animali, poi si spellavano le teste e i piedi, e l'acqua e il sangue si versavano nella corte, dove restavano in gran parte fermi, per la poca inclinazione del suolo. In un altro angolo era un deposito di petrolio, che mandava un orrendo puzzo. Da un altro lato era nel muro una buca, in comunicazione con un forno, il cui fumo passava la notte per essa, entrando nella corte. Così quando gli usci di quelle camere, senza finestre, si chiudevano, vi restavano dentro il puzzo delle budella, del petrolio ed il fumo. Sopra ogni cosa alle donne dava noia il puzzo del petrolio, e se ne lamentavano amaramente... Il fondaco, che si trova in questo stato, mi fu assicurato esser proprietà d'una ricchissima Opera pia, cioè dello Spedale degl'Incurabili. Entrai in un secondo fondaco, e là trovai che da circa due settimane la cloaca aveva dato di fuori, ingombrando tutta la corte, in modo che si passava in punta di piedi, rasente le mura. Salito al primo piano, vidi le donne appoggiate alle mura del terrazzino ridere, guardando i grossissimi topi che traversavano e quasi nuotavano nella melma, che la cloaca aveva versato nella corte. E mi dicevano: *Signorino, guardate i passeggieri!* Tirarono su dal pozzo una secchia, per farmi vedere che non era piena d'acqua, ma pareva tirata su dalla cloaca stessa, che infatti era venuta in comunicazione col pozzo! Ho una memoria assai confusa di ciò che vidi nel terzo fondaco. Era d'estate; il fetore incredibile, la stanchezza di ciò che avevo veduto, ed il sentirmi ripetere dai compagni: — In questa strada vedrà dal principio alla fine la medesima scena, — fecero sì che andai via, per quel giorno, a cercar l'aria libera " (1).

---

(1) La White Mario stessa stampò questa lettera nel suo libro: *La miseria in Napoli*, Firenze, Successori Le Monnier, 1877, pp. 10-16. Il Vil-

Due mesi dopo — nell'estate del '75 — andò a Londra, che già ben conosceva. Guidato da alcuni *policemen*, volle visitare " i quartieri più miserabili della città „. Vide " ciò che vi " è di più orribile „, " le abitazioni della gente più miserabile e " più disgraziata „; tornò in Italia affermando, " con convinzione " profonda, che se grande, immensa, è la miseria di Londra, " chi dice che i poveri di Londra sono in condizioni peggiori " di quelli di Napoli, o non conosce gli uni, o non conosce gli " altri „ (1).

Instancabile in questo suo nobilissimo apostolato, il Villari prega, supplica, scongiura alcuni amici " perchè si recassero a " Napoli, vedessero coi propri occhi, e descrivessero „. Qualcuno sorrise, qualche altro gli dette retta. La Withe Mario, " generosa sempre „, andò e pubblicò il suo " bel „ libro: *Le miserie di Napoli* (2); Renato Fucini, di cui tutti conoscono " il brio, " l'eleganza e la vivacità delle descrizioni „, scrisse e stampò: *Napoli a occhio nudo*. Dissero i maligni — turpe genìa che insozzerà sempre questo nostro tondo pianeta — : la White Mario è un'inglese, il Fucini un poeta! Le voci di consentimento e di plauso però non mancarono; ma " le parole eran parole, e " Napoli restò nelle condizioni di prima „. Invano, il Villari sostiene che " le condizioni non solo erano pessime „, ma che " ogni giorno peggioravano „; invano, afferma, ripete e torna a ripetere: " Se non ci si mette pronto, radicale rimedio, o verrà " il colèra, o un'altra epidemia qualunque: si vedrà allora se ho " esagerato „. Invano, aggiunge: " Il rimediarvi supera le forze " del Municipio; è necessario quindi che intervengano lo Stato,

---

lari la riprodusse nel volume: *Lettere meridionali ed altri scritti sulla questione sociale*, Firenze, Successori Le Monnier, 1878; pp. 77-84. Nella seconda edizione [Torino, Bocca, 1885] è a pp. 77-84.

(1) Lettera del Villari alla White Mario, già ricordata. Col titolo: *I poveri in Inghilterra*, ne trattò anche nella *Rassegna settimanale*, vol. IV, n° 100, 30 novembre 1879, pp. 375-377. Non vi mise però il proprio nome. Cfr. *Le lettere meridionali ed altri scritti sulla questione sociale in Italia. Seconda edizione*, Torino, Bocca, 1885, pp. 363-368, dove è riprodotto questo articolo.

(2) Di questo libro, da lui ispirato, fece una rassegna, senza mettervi il proprio nome. Cfr. *La Rassegna settimanale*, vol. I, 3 marzo 1878, pp. 146-148; *Le lettere meridionali* (seconda edizione), pp. 87-97.

" il Banco di Napoli, altre grandi istituzioni „. Lo pigliano per un matto e rispondono: " Dove si anderà a finire, se lo Stato " deve risanare le città italiane? Non si sovverte così ogni " principio di buona amministrazione „. Poveri ciechi!

Il colèra scoppia. A Napoli i morti son maggiori, e di gran lunga, che altrove. Nei quartieri bassi, " dove la plebe stava meglio che a Londra „; ne' fondaci, " invenzione di fantasia malata „, il numero supera otto, nove, dieci volte quello dei quartieri sani. La verità dei fatti dal Villari, con tanta diligenza e costanza, con tanto coraggio e coscienza, narrati, fu palese a tutti. Vien finalmente per lui (caso raro) la giustizia riparatrice; finalmente sorge la *questione di Napoli.* " Ora „ (potè scrivere nell' '85) " non si parla d'altro che di fondaci, di " quartieri bassi, di miseria, di fogne malsane, e tutti riconoscono che occorre una legge, che lo Stato deve intervenire, " che il Banco deve dare aiuto, che pronti e radicali rimedi " sono urgenti nell'interesse di Napoli e dell'Italia. Il Governo " stesso ha in ciò preso una nobile iniziativa, facendo promesse, " alle quali certo non potrà venir meno „ (1).

Le *Lettere meridionali* dettero " la prima tentazione „ al prof. Pasquale Turiello di scrivere il libro: *Governo e governati in Italia*, che nel giro di pochi anni ebbe due edizioni. Il Villari, nell'esaminarlo, prese a dire: " Si può spesso dissentire " da lui, ma è impossibile il non ammirare il suo onesto co" raggio morale e l'acume d'osservazione, che dànno a questo

(1) *La questione di Napoli*; nella *Nuova Antologia*, 2ª serie, vol. XLVIII, fasc. 15 decembre 1884, pp. 683-695. È la prefazione alla ristampa delle *Lettere meridionali*, fatta a Torino da' Fratelli Bocca nell' '85. La pubblicò di nuovo negli *Scritti sulla questione sociale in Italia,* Firenze, Sansoni, 1902, pp. 491-509.

Il Villari, il 13 settembre dell' '84, scrisse " privatamente „ una lettera all'amico Michele Torraca, esprimendogli il proposito di tornare sulla questione di Napoli; e il Torraca la pubblicò nel giornale *La Rassegna*, di Roma, che allora dirigeva. Il 29 del mese stesso dette poi alla luce la promessa *Lettera sulla questione di Napoli*, che riprodusse a pp. 470-475 della seconda edizione delle sue *Lettere meridionali*. " Le cose da fare „ per lui, erano quattro: " 1. Procurare alla città la quantità necessaria " di acqua; 2. Nuovo sistema di fogne; 3. Maggiore pulizia nella città; " 4. Demolizione e ricostruzione di case pei poveri „.

" libro un valore grandissimo ". L'esame porge poi occasione al Villari di tornar sopra la tanto dibattuta questione delle provincie del Mezzogiorno e d'affidare alla carta le più dure verità. " È un fatto " (scrive) " che l'Italia del Nord conosce assai " poco quella del Sud e la giudica molto male. Stima e rispetta " le qualità eminenti d'alcuni individui, che crede solo notevoli " eccezioni; vede la corruzione che v'hanno lasciata i Borboni, " non vede, non conosce le private virtù e gli onesti caratteri " di molti... Sarebbe stato necessario essere deliberati a fare " grandi sacrifizi per redimere il Mezzogiorno dalle condizioni " in cui lo avevano lasciato i Borboni; ma, invece, dopo che le " provincie del Settentrione avevano mandato i loro figli a ver-" sare il sangue per liberare la Sicilia e il Napoletano, dopo " che s'erano concesse a tutti le stesse libertà, le medesime " leggi, e costruita la prima grande linea di strada ferrata, si " cominciò a credere d'aver fatto abbastanza. Non si pensò che " quelle leggi supponevano una prosperità economica e morale " che nel Mezzogiorno mancava assai più che nel Settentrione. " E si disse: Ognuno deve una volta pensare ai casi suoi, prov-" vedere ai propri interessi. La libertà è medicina a sè stessa. " E si abbandonò il paese al suo destino " (1).

Quando in Senato, il 10 gennaio dell' '85, si discusse il disegno di legge per le opere di risanamento da farsi a Napoli, la voce del Villari non restò muta (2); come non restò muta

(1) *L'Italia giudicata da un meridionale*; nella *Nuova Antol.*, a. XVII, serie II, vol. XXXVI, fasc. XXIII, 1° decembre 1882, pp. 401-429. Cfr. *Le lettere meridionali,* Torino, Bocca, 1885, pp. 101-143.

(2) Ristampò questo discorso a pp. 476-482 della seconda edizione delle *Lettere meridionali.* " Fino dall'anno 1872 io dichiarai " (sono sue parole) " che le condizioni della città di Napoli erano tali che, prima o poi, il " Governo avrebbe dovuto venire in suo aiuto. Ripetei questa medesima " opinione nel 1875, e fui accusato da alcuni di dipingere con troppo neri " colori le condizioni di Napoli, da altri di sovvertir quasi i principii della " buona amministrazione, volendo che lo Stato intervenisse negli affari " municipali. Ed allora dissi, che, se una volta fosse tornato il colèra o " qualche altra epidemia, ci saremmo riparlati. Il colèra venne, e noi ci " riparliamo: la legge è dinanzi a noi ". Concluse: " La base fondamentale " di ogni riforma igienica e sanitaria di Napoli debbe trovarsi in questi " provvedimenti: 1° La fognatura; 2° Creare case pei poveri; 3° Demolire " dopo avere costruito ".

quando il 28 aprile e il 1° maggio del 1891 si trattò di costruire in quella città delle case per la povera gente. L'anno prima, quando i lavori appunto del risanamento erano già avanzati, s'era recato a Napoli per vederli. “ La demolizione dei “ tuguri progrediva su vasta scala. Il rettifilo progrediva rapi“ damente. Palazzi sorgevano a destra e sinistra come per in“ canto. Non una sola casa si costruiva per il popolo „. Visitò “ le così dette case economiche „, ma “ erano tali che in nessun “ modo la minuta plebe avrebbe potuto abitarle. Questa, infatti, “ desolata, protestava „. Sentì esclamare: *Meglio il colèra che il risanamento!* Intanto “ la Società assuntrice dei lavori espro“ priava i tuguri e ordinava lo sfratto. Ma dove andare? La “ gente non si moveva. Per costringerla si ricorse qualche volta “ al partito di portar via gli usci delle porte e delle finestre. “ Non valse a nulla „. Il Villari visitò alcune di quelle case, e vi trovò “ donne a letto colla febbre, malate di tifo o polmonite, “ che stavano come all'aria aperta, esposte al vento ed alla “ pioggia. Si pensò allora, dopo aver costretto a sloggiare, di “ murare porte e finestre. Il giorno seguente, o la notte, gli “ espulsi facevano un buco sul tetto e rientravano nelle case. “ Vi fu il fatto di un vecchio malato di polmonite, messo nella “ pubblica via, dove si disse che spirò „. E intanto (conclude, acceso di giustissimo sdegno), “ intanto i grandi palazzi sorge“ vano sulle larghe vie. Napoli si abbelliva! „.

Di occuparsi di nuovo dei poveri della sua Napoli, che tanto gli stavano a cuore, gli offrì occasione il dottor Axel Munthe, un medico svedese vissuto a lungo tra noi, osservatore acuto, filantropo e artista. Tornato in Italia nell' '84 a curare i poveri colerosi dei bassi quartieri di Napoli, in una serie di lettere, mandate al *Dagblad* di Stockholm, descrisse le miserie vedute nei tuguri da lui visitati (1). “ Ben pochi „ (nota il Villari) “ riuscirono a penetrare così addentro nei costumi, nello spirito “ di quella misera gente, e ritrovare, al disotto di apparenze, “ che, massime per uno straniero, sono così repulsive, le buone, “ le nobili qualità che essa ha veramente, e che spesso sfug-

(1) Furono tradotte in inglese dalla signora Maude Valerie White col titolo: *Lettres from a Mourning city*, London, Murray, 1887; in-16°.

" gono agl'italiani stessi „. Il Munthe, che aveva finito con amare veramente coloro pei quali aveva esposto la vita, si sentiva nel diritto di difenderne la causa. È per questo che nelle sue lettere deplorò severamente, e più d'una volta, che la nuova Italia, " in mezzo al suo rapido progresso verso la libertà " e la civiltà, abbia fatto così poco per sollevare quei miseri " dalle condizioni infelici in cui si trovano „. Il Villari, nel trascrivere questi rimproveri, è certo che il lettore dirà: — Tutto ciò poteva esser vero nel 1884, ma non è più vero oggi, dopo la legge per il risanamento. Non furono votati per migliorare le condizioni igieniche di Napoli, sopra tutto dei poveri, 50 milioni; non ne furono garantiti altri 50? Per quali città d'Italia la nazione fece simili sacrifizi? — Il Villari piglia a studiare l'opera del risanamento, indaga quali sono i benefizi reali che esso ha portato o porterà ai poveri. " Tutti converranno meco „ (egli dice) " che la nazione non si addossò questi grandi sacrifizi " per abbellire la città di Napoli; per fare giardini, piazze e " palazzi ai ricchi, che, se vogliono, possono pagarseli. Scopo " unico fu il miglioramento igienico di tutti, massime dei poveri „. Si occupa dunque di quello, e soltanto di quello, diffusamente, con grande calore. Conchiude: " Qualunque cosa si dica, qua- " lunque cosa avvenga, è matematicamente certo, che se non " si pone un freno alla troppo rapida demolizione, e non si co- " struiscono intanto le vere case dei veri poveri, nel solo modo " (a tutti noto), in cui è possibile averle, quando i cento milioni " saranno finiti, noi avremo abbellito la città, e l'avremo pei " ricchi resa più igienica e più comoda assai; ma, quanto ai " poveri, avremo, senza avvedercene, compiuta un'impresa inu- " mana, incivile più dei tuguri che distruggiamo. E, alla fine di " tutto, avremo bisogno di un'altra legge per sventrare lo sven- " tramento „ (1).

Con l'andare del tempo tutti si accorsero che con tutti questi abbellimenti, con tanti milioni spesi, la questione di Napoli non faceva un passo. Allora fu nominata una Commissione

---

(1) *Nuovi tormenti e nuovi tormentati*; nella *Nuova Antologia*, 3ª serie, vol. XXX, fasc. 16 decembre 1890, pp. 593-622; negli *Scritti vari*, Bologna, Zanichelli, 1894, pp. 208-242; e negli *Scritti sulla questione sociale in Italia*, Firenze, Sansoni, 1902, pp. 321-361.

di persone autorevoli e competenti perchè studiasse l'arduo problema. Riconobbe che la popolazione invece di migliorare peggiorava; osservò, con maraviglia, che in una città, così vasta e così popolosa, la grande industria quasi non esisteva. Si venne a proposte pratiche per promuoverla. Al Villari queste proposte sembrarono insufficienti a risolvere l'ardua questione. " Si era „ (a suo giudizio) " pensato alla grande, ma non s'era pensato " alla piccola industria, che a Napoli era ed avrebbe continuato " ad essere esercitata da una moltitudine immensa, che non " aveva casa, che viveva accatastata in tuguri adatti più agli " animali che agli uomini „. " Come si può sperare „, diceva, " di creare la piccola o la grande industria, di creare l'operaio " moderno, finchè la gran maggioranza della popolazione operaia " continuerà a vivere nei *bassi*, senz'aria, senza luce, sudici, " umidi? Quale piccola industria si potrà in essi convenientemente esercitare? Si è avuto torto di non essersi occupati delle " case popolari „ (1). Al solito, furono parole al vento (2).

Sei anni dopo torna nella nativa città, la visita per il lungo e per il largo, e ripiglia la penna, sempre banditrice coraggiosa del vero (3). " La questione di Napoli è lungi dall'essere risoluta. V'è ancora una gran parte della città, forse la maggiore,

(1) *Le condizioni dell'industria a Napoli*; nella *Nuova Antologia*, 4ª serie, vol. CIX, fasc. 1° gennaio 1904, pp. 113-121; e negli *Scritti sulla emigrazione e sopra altri argomenti vari*, Bologna, Zanichelli, 1909, pp. 149-167.

(2) Cfr. anche: *La questione di Napoli*; nel *Corriere della sera* del 17 gennaio 1901. — *La questione meridionale e il discorso dell'on. Sonnino*; nel *Corriere della sera* dell'11 gennaio 1903, e nel *Giornale d'Italia* del giorno dopo. Col titolo: *Sopra alcune proposte dell'on. Sonnino a favore del mezzogiorno e delle isole*, lo ristampò negli *Scritti sulla emigrazione*, pagine 169-180. — *Intorno alla questione meridionale. Ciò che occorre*, lettera; nel *Corriere della sera* del 4 settembre 1905. Col titolo: *Ancora sulla questione meridionale al* Corriere della sera, è ristampata negli *Scritti sulla emigrazione*, pp. 180-186. — *Il terremoto in Calabria e Messina (28-29 decembre 1908)*; nel *Corriere della sera* del 2 gennaio 1909. — *In presenza del disastro*, nel *Marzocco* del 10 gennaio 1909. — Questi due ultimi scritti videro di nuovo la luce nel volume: *Storia, politica e istruzione, saggi critici*, Milano, Hoepli, 1914, pp. 331-345.

(3) *La questione di Napoli e le case popolari*; nella *Nuova Antologia*, 5ª serie, vol. CXLV, fasc. 16 febbraio 1910, pp. 577-600; e nel volume: *Storia, politica e istruzione, saggi critici*, Milano, Hoepli, 1914, pp. 239-304.

" nella quale nulla s'è fatto, e le condizioni sono andate invece
" peggiorando... Si percorre il rettifilo, e par di essere in una
" delle capitali più civili dell'Europa. Si discende nei vicoli, a
" destra ed a sinistra, e par di entrare nell'Abissinia; si ritrova
" di nuovo la vecchia Napoli. Si vedono bassi, fondaci in cui
" non si capisce come possano abitare esseri umani senza asfis-
" siare, senza morire. Privi d'aria, privi di luce, umidi, sporchi.
" Si piglia il tram al Teatro San Carlo o a Piazza del Plebe-
" scito, e si procede a Santa Lucia, al Chiatamone, lungo Villa
" Reale, nella via dei Mille, nei nuovi quartieri; non si crede
" ai propri occhi, par d'essere in un altro mondo. Grandi pa-
" lazzi, eleganti alberghi, strade pulite, cavalli di puro sangue,
" carrozze, livree di lusso ". Un giorno penetra nei vicoli di
Monte Calvario e di Avvocata. " Il sudiciume era qualche cosa
" d'incredibile. Ancora i vecchi, oscuri, umidi bassi. Da essi e
" spesso anche dalle abitazioni sovrapposte si usciva, gettando
" la spazzatura, gli avanzi inutili, di pieno giorno, nelle pub-
" bliche strade, facendone monti. Sul volto della popolazione si
" vedeva chiaro l'effetto di un tal vivere, così poco igienico.
" Accanto a facce patibolari di camorristi, che sembravano spa-
" droneggiare e comandare, si vedevano di tanto in tanto crea-
" ture umane che parevano ombre pallide, qualche volta anche
" deformate ". A quella vista gli mancò " il coraggio di conti-
" nuare " e tornò " a casa sgomento ".

È l'ultimo grido che gli erompe dal cuore a difesa dei poveri della sua Napoli.

Capitolo XII.

Il Villari e le altre questioni sociali.

" La questione sociale non sarà mai risolta fin che noi la
" esamineremo solo come una questione economica, dimenticando
" il suo lato morale. È necessario il sacrifizio volontario, ispi-
" rato da un vivo sentimento di fratellanza, di pietà, di amore ".
Questo il programma del Villari sociologo. Aggiungeva: " Io
" non mi son mai potuto persuadere che in un paese libero, il
" quale trae, come il nostro, la sua ricchezza e la sua vita eco-

“ nomica principalmente dai prodotti del suolo, le moltitudini, “ e più di tutto quelle che sono date all'agricoltura, debbano “ restare nella misera e dura condizione in cui le lasciarono i “ passati Governi. Ingiustissimo mi parve sempre, che coloro i “ quali lavorano più di tutti, e che sono i produttori della pub- “ blica fortuna, debbano così spesso trovarsi senza mezzo di “ sostentare la vita. E quando sento, da molte parti, persone “ autorevoli, esperte, imparziali, ripetere che il nuovo ordina- “ mento politico d'Italia non migliorò le condizioni di questa “ gente, e qualche volta anche le peggiorò, sono indotto a do- “ mandarmi: una libertà, fondata in questo modo, può dirsi che “ riposi sopra una base sicura? „. Grida animoso: “ Gli abi- “ tanti della campagna, i coltivatori dei campi, che nella Sviz- “ zera, nella Scandinavia, nella Germania, nell'Inghilterra hanno “ una parte così importante nella vita pubblica, e son pure in “ Italia la classe più numerosa, i produttori della principale “ ricchezza del paese, fanno parte come d'un altro mondo. Lo “ stato di degradazione e di oppressione in cui li teniamo, fa “ sì che la civiltà nostra è fondata sopra una ingiustizia, che “ dà a noi tutti una poco felice educazione morale, avvelena “ tutta quanta la nostra esistenza sociale „. Parole d'oro, ma inascoltate!

A furia di studiare, s'era andato formando “ la profonda “ convinzione, che tutta quanta la storia ci dà una grande le- “ zione, che cioè le società più prospere, più forti, che eserci- “ tano una più grande e generale azione sulla civiltà del mondo, “ sono le società più oneste, quelle in cui maggiore apparisce “ la giustizia sociale, una base sicura d'ogni vera, d'ogni grande “ civiltà „. Questo lo spinse “ a esaminare, a studiare quelle che “ si chiamano questioni sociali „. Cercò, pertanto, di “ mettere “ in luce le ingiustizie che si trovano ancora nella vita italiana, “ denunziandole al paese, chiamando su di esse la pubblica “ attenzione „.

Per più conti notevole è il discorso da lui fatto alla Camera, il 30 maggio del '75, discutendosi il bilancio del Ministero di agricoltura, industria e commercio (1). Dopo aver dimostrata

(1) Ristampò questo discorso a pp. 255-273 della prima edizione e a pp. 387-404 della seconda edizione delle sue *Lettere meridionali*.

la necessità di istituire scuole industriali " a fine di promuo-" vere il miglioramento delle classi sociali più povere ", entra a parlare delle Opere pie, e mette in sodo che " non essendo " dirette con sufficiente intelligenza, invece di combattere l'ac-" cattonaggio, l'ozio e la miseria, li alimentano ". " Quando " si trovano lasciti pii per aiutare i miseri ", vorrebbe che " invece di dare con essi da mangiare per tutta la vita ad un " povero ", si ricoverasse " quattro o cinque anni, dandogli da " mangiare ed insegnandogli un mestiere, col quale possa poi " aprirsi la sua strada nel mondo, come tutti gli altri cittadini ". Osservava però, " pur troppo le Opere pie dipendono dal Mi-" nistro dell'interno; quello della pubblica istruzione non crede " di avere il diritto d'intervenire per introdurvi e dirigerne le " scuole; quello di agricoltura e commercio non crede d'avere " l'autorità sufficiente per introdurvi l'officina e l'insegnamento " del lavoro. Ma il Governo è uno, e io domando " (soggiunge il Villari) " che i ministri si riuniscano e cooperino insieme a " questo scopo comune; e domando che dove le leggi bastano, " si trasformino le Opere pie per arrivare a questo fine; e dove " le leggi non bastano, si venga a chiedere nuovi poteri ". Trovò ascolto. Di lì a poco il Ministro dell'interno nominò una Commissione per la riforma delle Opere pie, che fece le sue proposte; e fu anche presentato alla Camera un disegno di legge, ma non venne discusso. Non si perse ne' panni, nè si dette per vinto. Il '78 nella *Rassegna settimanale* (1), il '90 nella *Nuova Antologia* (2) tornò a spezzare una lancia a favore dell'invocata riforma. Voleva si facesse " un esame compiuto, uno studio sulle " origini, sull'indole varia e sui fini diversi " delle nostre Confraternite. " Hanno fini diversissimi (diceva), i quali si riducono " principalissimamente a tre, la beneficenza, la religione e la " previdenza; e questi fini andrebbero, nella trasformazione, che " è pur necessaria, rispettati ".

---

(1) *Le Opere pie e la miseria*; in *La Rassegna settimanale*. vol. I, n° 2, 13 gennaio 1878, pp. 18-20. Col titolo: *Le Opere pie ed i poveri* si legge a pp. 353-362 della seconda edizione delle *Lettere meridionali*.

(2) *La riforma della Beneficenza*; nella *Nuova Antologia*, 3ª serie, vol. XXVII, fasc. 1° maggio 1890, pp. 5-40. Si legge anche negli *Scritti sulla questione sociale in Italia*, Firenze, Sansoni, 1902, pp. 363-419.

Il propagarsi della pellagra tra i contadini più poveri del Mantovano, indusse quella Provincia a fare un'inchiesta per indagarne la natura, le cause, le conseguenze, i mezzi possibili di combatterla. " A noi il terreno si è andato di mano in mano " allargando ", dichiarò la Commissione incaricata dell'inchiesta. " Trovammo che dietro alla pellagra stava una profonda miseria, " e sotto la questione medica una vasta questione sociale. Noi " abbiamo la pellagra, come v'hanno altrove la mafia, la ca- " morra, il brigantaggio, mali forse che scaturiscono da una " medesima sorgente. Qui, come colà, bisogna porsi fortemente " all'opera sanatrice ". Il " coraggio " e il " patriottismo " dei relatori dell'inchiesta destò l'ammirazione del Villari, che, presa la penna, stimolò e incoraggiò i cittadini di " buona volontà " della provincia di Mantova a " por mano subito al migliora- " mento delle abitazioni " e " alla esecuzione di quegli ottimi " ordinamenti sanitarii ", sanzionati in tutta la Lombardia e rimasti sempre lettera morta (1).

Tra i molti ricoveri in cui l'Inghilterra educa i fanciulli abbandonati, i *Training Ships* attrassero l'attenzione del Villari (2). Son bastimenti ridotti addirittura a edifizi scolastici, nei quali ricevono, colla istruzione elementare, un perfetto tirocinio marinaresco e diventano mozzi e marinai eccellenti. " A quale altro " paese " (osserva il Villari) " potrebbero i *Training Ships* riu- " scire più utili che all'Italia, la quale è circondata dal mare " ed è la terra classica dei fanciulli vaganti ed abbandonati? ".

Se il Senato del regno finì con l'approvare il disegno di legge per gli infortuni del lavoro, il merito è in parte grandissima del Villari (3). Fu " la sua parola che mise l'ordine dove re- " gnava un'incredibile confusione d'idee " (4). Dopo la vittoria,

---

(1) *La pellagra e i contadini della provincia di Mantova*, in *La Rassegna settimanale*, vol. I, n° 19, 12 maggio 1878, pp. 345-346. Si legge anche a pagine 377-384 della seconda edizione delle *Lettere meridionali*.

(2) *Una proposta utile*; in *La Rassegna settimanale*, vol. II, 1° sett. 1878, pp. 137-138. La ristampò a pp. 369-373 della seconda edizione delle *Lettere meridionali*.

(3) De' quattro discorsi fatti al Senato nelle tornate de' 9 aprile 1886, 1° marzo 1892, 1° e 4 luglio 1897 ristampò i due ultimi a pp. 252-273 degli *Scritti sulla questione sociale in Italia*, Firenze, Sansoni, 1902.

(4) Baldasseroni F., *Pasquale Villari, profilo biografico*, Firenze, tip. Galileiana, 1907, p. 43.

stampò: " Per quanto si faccia, in una materia così nuova e " nei suoi particolari sempre assai controversa, la mancanza fra " di noi di provvedimenti che tutelino con efficacia il regolare " andamento delle industrie più pericolose, e la vita dell'ope- " raio, rende impossibile il fare una legge perfetta sugl'infor- " tuni. Non l'hanno potuta fare neppure le nazioni che sono più " avanti di noi, che hanno assai prima e con più buona volontà " cominciato a studiare ed a sanzionare leggi sociali. Esse si " persuasero subito che bisognava procedere a gradi, correg- " gendo e migliorando sempre, ciascuno secondo i resultati della " esperienza, non perdendo mai di vista le proprie condizioni e " i propri bisogni. E così dobbiamo fare anche noi " (1).

Gli operai delle cave di Carrara, che con tanta fatica e pericolo estraggono il marmo dalle viscere di quei monti, trovarono in lui un difensore (2); come lo trovarono le trecciaiole fiorentine quando insorsero al grido: *Pane e lavoro* (3). Di Firenze — la seconda sua patria (4) — studiò con amore di figlio

---

(1) *Gl'infortuni del lavoro*; nella *Nuova Antologia*, 4ª serie, vol. LXXIII, fasc. 1° febbraio 1898, pp. 385-414. Si legge anche a pp. 211-251 degli *Scritti sulla questione sociale in Italia*.

(2) *Una questione sociale a Carrara*; in *La Rassegna settimanale*, vol. I, n° 19, 10 novembre 1878, pp. 313-314.

(3) *Le Trecciaiole*; nella *Nuova Antologia*, a. XXXI, serie IV, vol. LXIV, fasc. XV, 1° agosto 1896, pp. 393-410; e a pp. 275-300 degli *Scritti sulla questione sociale in Italia*.

(4) Firenze, il 18 settembre del 1908, lo nominò suo cittadino. Ecco il testo della deliberazione:

La Giunta

Considerando come Pasquale Villari compirà il 4 del presente mese di ottobre l'ottantesimo anno della sua lieta e onorata esistenza, spesa quasi tutta in Firenze a pro' della patria, dell'umanità e degli studi;

Volendo dare pubblica testimonianza d'onore e di riconoscenza

allo storico che illustrò splendide pagine della gloriosa storia fiorentina;

al patriotta costantemente operoso e caldo promotore d'ogni manifestazione italiana;

al sociologo che fra i primi in Italia affrontò lo studio dei problemi sociali e sovra essi richiamò l'attenzione degli uomini politici e della gioventù italica;

al Preside venerando della Facoltà di lettere e filosofia nell'Istituto superiore, che è onore e gloria della nostra città;

i mezzi migliori per promuoverne il risorgimento economico e industriale; sempre con l'occhio volto ai diseredati dalla fortuna, che amò con cuore di padre (1).

" Filosofo „ e " storico „, il Villari, come fu da altri notato, " a differenza dell'economista, che investiga metodicamente le " questioni sociali e vi ricerca soltanto gli elementi della ric- " chezza e le funzioni della sua distribuzione; indaga, con pa- " zienza analitica, i fatti anche minuti, e li esamina e li giudica " nei loro molteplici rapporti, in raffronto ai doveri sociali e " ai grandi principii della giustizia umana; a quei grandi prin- " cipii, che non sono una invenzione della scienza, ma la pre- " cedono, e sono una legge eterna, a cui nè Governi nè individui " possono impunemente sottrarsi „ (2).

Sulle condizioni dei contadini in Italia fece " una lunga in- " chiesta, sia personalmente, sia con l'aiuto d'opere a stampa " e di documenti „. Tra le opere a stampa gli fu utile il " bel „ libro del Fischer (3), dove il nostro contadino così è dipinto: " Chi lo ha visto lavorare coi propri occhi, non oserà più par- " lare della pigrizia italiana..... Se per forza fisica è vinto dal " contadino svizzero, tedesco o inglese, per intelligenza e persi- " stenza nel lavoro è uguale a quello delle altre nazioni, che " supera certamente in sobrietà, parsimonia, allegria. E desta " veramente pietà il vedere di quali abitazioni, di quale cibo " esso si contenti senza lamentarsi „. Al Villari stanno di continuo dinanzi agli occhi i contadini della Lombardia, " uomini " affaticati e stanchi, con visi assai spesso sparuti, che si cibano

---

su proposta del Sindaco

DELIBERA

di proporre al Consiglio Comunale di concedere a Pasquale Villari la cittadinanza fiorentina.

(1) *La questione di Firenze*; in *La Rassegna settimanale*, vol. I, n° 16, 21 aprile 1878, pp. 295-296.

Cfr. anche: *Per la difesa di Firenze moderna*, lettera; nel giornale *La Nazione* de' 15-16 decembre 1905, e negli *Scritti sulla emigrazione*, pagine 187-197.

(2) P. M., *Un nuovo libro di Pasquale Villari*; nella *Rassegna nazionale*, anno XXV, vol. CXXIX, 1° decembre 1902; pp. 457-460.

(3) FISCHER P. D., *Italien unde die Italiener am Schlusse des neunzehnten Jahrhundert*, Berlin, 1899; in-8°.

" di polenta e bevono acqua „; i contadini della Campagna romana, che " pare coltivata ancora oggi dagli schiavi, come ai " tempi della Repubblica e dell'Impero „. Nè gli sfuggono le risaie della Romagna, " nelle quali le donne lavorano dall'alba " al tramonto, sotto la sferza del sole d'agosto, con un salario " da 50 a 60 centesimi al giorno „. " Mentre scrivo „ (sono anche queste sue parole) " ho qui dinanzi a me due mestolini di " faggio, lunghi 43 centimetri, che portai l'anno scorso [1898] " dal Casentino. E lì, nel centro della civile e gentile Toscana, " potei osservare che quei poveri montanari debbono andar nel " bosco lontano; ivi dormir la notte sulla nuda terra, all'aria " aperta; tagliare gli alberi, per avere la materia prima; e debbono in un giorno far cento di questi mestolini per guadagnare una lira, dalla quale bisogna prelevare il prezzo del legno, " che debbono pagare ai proprietari della foresta. E quando " piove? E l'inverno? E se questo segue nel Casentino, che " cosa seguirà in Calabria e nella Basilicata? Qualche volta si " vedono d'inverno i bimbi uscire dall'abitato per andare a " mangiar l'erba dei campi! „ Creare " una classe di liberi contadini „ fu il sogno del Villari per tutta la vita; nè si stancò dal consigliare gli uomini nostri di Stato a mettersi " risolutamente „ per questa via (1).

I tumulti di Carrara del '94, quelli di Minervino Murge e di Milano del '98, i coatti di Lipari, trattati " peggio che le " bestie „, offrono al Villari larga materia di studio. Come gliela offrono gli operai d'Italia, corsi a impiegare il proprio braccio al traforo del Sempione ed " abbandonati a loro stessi, senza " che i nostri diplomatici, i nostri consoli, i privati se ne occupino punto „ (2); come pure gliela offrono i braccianti della

(1) *Nuovi problemi*; nella *Nuova Antologia*, 4ª serie, vol. LXXXIV, fasc. 16 novembre 1899, pp. 258-276; e fasc. 16 decembre 1899, pp. 732-763.

Eccone il sommario: Parte I. " Considerazioni generali „. — Parte II. " Narrazioni e documenti „ [I. " I fatti di Minervino Murge „; II. " I fatti di Carrara „; III. " Il domicilio coatto a Lipari „; IV. " L'emigrazione „; V. " I tumulti di Milano „; Conclusione „]. È ristampato a pp. 159-210 degli *Scritti sulla questione sociale in Italia*.

(2) *Per gli operai al Sempione*, lettera; nel *Corriere della sera* de' 7 marzo 1899.

Romagna in lotta coi proprietari (1); l'inchiesta sulle condizioni dei lavoratori della terra nell'Italia del Mezzogiorno e nella Sicilia, votata dal Parlamento nel 1907 (2).

Dell'emigrazione prese a occuparsi per la prima volta nel 1900 (3); vi tornò sopra l'anno dopo (4); sempre, peraltro, di sfuggita (5). Soltanto verso la fine del 1906 " il vertiginoso aumento „ di essa lo indusse a studiarla di proposito. " Quando, " col costituirsi del Regno „ (stampava al principio del 1907) " la nostra emigrazione cominciò a crescere, si manifestò subito " una corrente avversa, specialmente fra i proprietari del Mezzo- " giorno, che temevano un aumento dei salari, difficoltà nuove " alla coltura dei campi. E vi furono circolari del Governo ai " prefetti, per mettere un freno alla emigrazione. Ma ben presto " si dovè riconoscere che, in un paese libero, non è possibile " impedire ad un cittadino l'andar dove vuole. Ed in ogni caso " non si sarebbe riuscito ad altro, che ad aumentare l'emigra- " zione clandestina. Si lasciò allora libero corso alla marea cre- " scente. E quando si cominciò a vedere che gli emigrati man- " davano o portavano in Italia dei milioni, che promuovevano " la prosperità economica del paese, allora la corrente avversa " divenne invece favorevole. L'emigrazione apparve come un " gran benefizio: faceva abbassare il cambio, salire la rendita, " affrettava il pareggio. E nessuno si domandò più se insieme " coi benefizi v'era anche qualche danno. Anzi la domanda pa- " reva inopportuna, indiscreta. È incredibile la cecità con cui " uomini di molto ingegno negavano e negano l'esistenza di " fatti che si manifestano sotto i loro occhi, per credere sola- " mente ciò che riesce loro gradito „.

---

(1) *La Romagna*; nel *Giornale d'Italia* del 28 gennaio 1911; e nel volume: *Storia, politica e istruzione*, Milano, Hoepli, 1914, pp. 359-362.

(2) *L'inchiesta sul Mezzogiorno* [I. *L'Agricoltura*; II. *La questione sociale e morale*]; nel *Corriere della sera* de' 3 e 6 sett. 1911; e a pp. 305-328 del volume: *Storia, politica e istruzione*.

(3) *Gli operai italiani all'estero*, lettera; nel giornale *La Nazione*, del 15 aprile 1900.

(4) *L'emigrazione nel Canadà*, lettera; nel *Corriere della sera* del 2 giugno 1901.

(5) Cfr. *Sulla nuova legge sull'emigrazione*; nel *Corriere della sera* dell'11 settembre 1910.

Il Villari si dette dunque a indagar questi " fatti ", i benefizi e i danni che l'emigrazione si tira con sè, le conseguenze sue. Ne scrisse nella *Nuova Antologia* (1), nel *Giornale d'Italia* (2), nel *Corriere della sera* (3). Intanto si formano " delle " società di proprietari e di capitalisti, che raccolgono parecchie " centinaia di migliaia di lire, comprano una vasta tenuta, e la " suddividono in piccoli lotti, che vendono agli emigrati " arricchiti, e glieli vendono " ad un prezzo triplo del valore nor- " male, e così moltiplicano i loro capitali ". Il Villari si domanda: " Non potrebbe l'*Umanitaria* di Milano fare essa quel " che fanno queste società speculatrici, volgendo a vantaggio " dei lavoratori ciò che esse hanno intrapreso a vantaggio dei " proprietari? ". L'*Umanitaria* " compirebbe un'opera veramente " umanitaria; impedirebbe l'azione delle società che speculano " a danno dei lavoratori; manterrebbe il prezzo delle terre nei " limiti del loro valore reale, senza artificialmente rialzarlo; " renderebbe inoltre, senza nessun proprio aggravio, un beneficio " enorme alle condizioni economiche dell'emigrato " (4).

Gli Stati Uniti d'America, vedendo che la immigrazione andava " vertiginosamente crescendo " ed era composta " in " prevalenza di sangue latino, sopratutto d'italiani del Sud ", mandarono, nel 1907, una commissione in Italia per accertarsi che cosa fossero in realtà " questi uomini, che continuamente a " diecine di migliaia sbarcano a Nuova York ". Anche la *Charities*, rivista filantropica americana, mandò nell'Italia meridionale uno dei suoi redattori a fare le stesse indagini; e il Villari fece " di tutto per conoscerlo " e volle da lui " in iscritto " le impressioni del suo viaggio " (5). L'inchiesta fatta a proprio

---

(1) *L'emigrazione e le sue conseguenze in Italia*; nella *Nuova Antologia*, 5ª serie, vol. CXXVII, fasc. 1° gennaio 1907, pp. 33-56.

Ristampato a pp. 1-51 degli *Scritti sulla emigrazione e sopra altri argomenti vari*, Bologna, Zanichelli, 1909.

(2) *Sull'emigrazione delle donne*, nel *Giornale d'Italia* del 7 febbr. 1907.

(3) *Emigrazione*; nel *Corriere della sera* del 13 febbraio 1907.

(4) *Una proposta sull'emigrazione all'* Umanitaria *di Milano*; nel *Corriere della sera* del 15 agosto 1907.

(5) *Le conseguenze dell'emigrazione giudicate da un cittadino americano*; nella *Nuova Antologia*, 5ª serie, vol. CXXXI, fasc. 1° settembre 1907, pagine 3-8.

conto nella Calabria da tre giovani fiorentini — il prof. Taruffi, il dott. Losi e il conte De Nobili — fu per lui una riprova che " il colossale problema della nostra emigrazione „ meritava " sempre più d'essere studiato „, e che era " necessario venire " a provvedimenti efficaci ed immediati „ (1).

Il 30 giugno del 1909 al Senato del regno è oggetto di lunga discussione l'arduo problema. Il Villari fu tra gli oratori più ascoltati e applauditi. Gli uscì di bocca: " Mi si dirà: " — Che cosa volete fare? Volete impedire l'emigrazione? — " Niente affatto. Io credo che l'emigrazione normale sia utile; " che sia dannosa invece l'emigrazione artificiale, anormale, e " che più cose si possano, si debbano fare, per impedirla. La " prima cosa, e più difficile, quella che avremmo dovuto fare " da lungo tempo, è il pensare all'educazione del popolo in " Italia. Solamente migliorando le condizioni all'interno, potremo " ridurre questa emigrazione morbosa ad una normale. Come la " Germania, che aveva una vastissima emigrazione, l'ha vista " scemare e migliorare per il suo progresso industriale, così " quando l'Italia sarà progredita commercialmente, industrial" mente, per la educazione e l'istruzione, solo allora potrà ve" dere diminuito questo doloroso fenomeno. E ripeto: una emi" grazione normale può essere una prova di forza e di esuberanza; " ma un'emigrazione, come quella che abbiamo noi, è prova di " debolezza, è un dissanguarsi della popolazione „. Soggiunse: " Noi abbiamo una legge che concede a colui che prima dei " sedici anni emigra, di essere esente dalla coscrizione militare. " E che cosa significa questo? Significa incoraggiamento alla " emigrazione. Quando si pensa, e molti di noi certo se lo ri" cordano, agli sforzi sovrumani che dovette fare il generale " Govone per introdurre la coscrizione militare in Sicilia, dove " non vi era, a quali dure prove dovette sottomettere il paese, " è tristo vedere che questo stesso Governo, che ha fatti tanti " sforzi per introdurre il servizio militare obbligatorio, apre poi " la via a fuggire quest'obbligo. E quando questo emigrato è " scappato in America, se anche torna per due o tre mesi in

(1) *Un'inchiesta sulla Calabria*; nel *Corr. della sera* del 19 giugno 1908. Cfr. *Scritti sulla emigrazione e sopra altri argomenti vari*, Bologna, Zanichelli, 1909, pp. 1-77 e 457-482.

" Italia, rimane, secondo la legge, esente dall'obbligo di prestare
" il servizio militare. Così, con le nostre proprie mani, spez-
" ziamo i vincoli che lo uniscono alla madre patria. E mentre
" con entusiasmo votiamo milioni e milioni per l'esercito e per
" la marina militare, insegniamo come si possa evitare di far
" parte dell'esercito, di quell'esercito che, specialmente per il
" popolo del Mezzogiorno, è scuola migliore che non siano i
" Licei, le Università e i Ginnasi: esso è la scuola che ridur-
" rebbe questi contadini che emigrano in veri uomini „ (1).
I provvedimenti riguardanti l'emigrazione, divenuti legge il
17 luglio del 1910, e agli occhi del Villari " più che una legge,
" un brano, un frammento di legge „, gli strappano di bocca:
" Ripeto ancora una volta: non discutiamo se l'emigrazione è
" un bene, o un male. Studiamo il fenomeno; indaghiamone i
" vantaggi; cerchiamo di promuoverli; indaghiamone i danni, e
" cerchiamo, per quanto è possibile, di sopprimerli „ (2).

Al Villari non sfuggì un fatto: " lo sterminato numero dei
" nostri emigranti negli Stati Uniti d'America riceve colà una
" nuova educazione, subisce, prima di tornare in patria, una
" nuova formazione del suo carattere „. Si avvide, pertanto, che
" lo studio della Costituzione americana ha una speciale impor-
" tanza per tutti i popoli dell'Europa in genere, e per noi ita-
" liani anche più specialmente „. Si accinse dunque a questo
studio, togliendo per guida il " classico „ libro sulla Repubblica
degli Stati Uniti d'America del Bryce, ambasciatore dell'Inghil-
terra a Washington (3).

Nel giugno del '77 il Villari scriveva al suo amico Carlo
Hillebrand: " Lo studio e la soluzione dell'arduo problema del
" riordinamento sociale, per ora almeno, non saranno iniziati
" fra noi dalle classi povere, troppo ignoranti e troppo sotto-
" messe per far temere in Italia una questione sociale nel senso

---

(1) *Discorso sulla emigrazione* [fatto al Senato il 30 giugno 1909]; nel volume: *Storia, politica e istruzione*, pp. 365-380.

(2) *La nuova legge sulla emigrazione*; nel *Corriere della sera* dell'11 settembre 1900; e a pp. 383-402 del volume suddetto.

(3) *L'on. Bryce e la democrazia*; nella *Nuova Antologia*, serie V, volume CLVI, fasc. del 16 nov. 1911, pp. 177-183. È riprodotto a pp. 33-49 nel volume suddetto.

" più minaccioso della parola. Questo fa gridare agli uni, che " non bisogna sollevarla; ma fa con maggior insistenza ripetere " agli altri, che bisogna con savie riforme prevenirla. L'inizia- " tiva certo spetta a coloro che dirigono il paese, che han fatto " l'Italia, e che dovrebbero finir di distruggere l'opera dei pas- " sati Governi, quella che fu la base più solida della loro ti- " rannide, e sulla quale è impossibile fondare una libertà e una " civiltà reale e non apparente „ (1).

L'anno dopo il Franchetti e il Sonnino fondano la *Rassegna settimanale*, per dimostrare " l'esistenza, anche tra noi, " della questione sociale, e quindi la necessità urgente di stu- " diarla, per poi provvedere ai modi di risolverla „. Alla nuova rivista di " propaganda e di lotta „ prestò larga collaborazione il Villari; fu lì che manifestò il proprio pensiero intorno al socialismo in Italia (2). " Il vero è „ (confessa) " che le soffe- " renze delle moltitudini sono in Italia reali, non immaginarie, " che esse crescono sempre, e troppo pochi se ne impensieri- " scono. Questo dà forza al socialismo, il quale non è follìa di " menti malate, ma, in mezzo ai suoi errori, alle sue pericolose " illusioni, ha pure un fondamento di verità e di giustizia, che " non si può disprezzare. Tuttavia è pur desolante il vedere la " frettolosa cecità con cui i nostri giovani vi si abbandonano, " prima quasi di averlo studiato e compreso. La verità è che i " nostri giovani hanno, come tutti i giovani, bisogno di un

---

(1) *Was die Ausländer in Italien nicht bemerken*; nell'*Italia*, vol. IV [Leipzig, 1877], pp. 1-20.

Fu dal Villari ristampata in italiano, col titolo: *Ciò che gli stranieri non osservano in Italia*, a pp. 173-198 della prima edizione delle *Lettere meridionali*; e a pp. 227-251 della seconda.

(2) *Il Socialismo in Italia*; in *La Rassegna settimanale*, vol. I, n° 26, 30 giugno 1878, pp. 485-486.

La questione sociale; in *La Rassegna* suddetta, vol. III, 5 gennaio 1879, pp. 1-3.

La Stampa e la Questione sociale in Italia; in *La Rassegna* suddetta, vol. III, 13 aprile 1879, pp. 273-274.

La questione sociale; in *La Rassegna* suddetta, vol. VIII, 27 novembre 1881, pp. 339-341.

Col titolo: *Il Socialismo in Italia*, raccolse questi articoli a pp. 307-340 della seconda edizione delle sue *Lettere meridionali*, da un pezzo esaurita.

“ ideale cui sacrificarsi, di una fede per cui vivere; di esaltare
“ la propria immaginazione, riempire il proprio cuore. E ciò ad
“ essi manca ora del tutto, non sanno più qual Dio adorare.
“ Non c'è da cospirare e combattere per avere una patria.
“ Hanno perduto ogni fede religiosa. Il cuore riman vuoto; la
“ immaginazione è priva del suo vital nutrimento. E così, per
“ troppo positivismo, diventano visionari e fantastici. Alla vita
“ non c'è un freno, al costume non c'è un limite. È svanito il
“ primo e più necessario fondamento d'ogni morale disciplina:
“ il riconoscere cioè nel mondo qualche cosa di sacro e d'invio-
“ labile, dinanzi a cui più c'inchiniamo reverenti e devoti, più
“ sentiamo la piena indipendenza di uomini liberi... Io sono da
“ un gran pezzo persuaso, che l'essersi noi sempre occupati
“ troppo poco dei veri interessi morali e materiali del popolo,
“ cui abbiamo creduto di giovar molto, dandogli la scuola ele-
“ mentare ed il suffragio politico, senza liberarlo dalla fame;
“ che l'aver troppo trascurato i coltivatori della terra, che sono,
“ in sostanza, i veri produttori della ricchezza nazionale e dopo
“ una giornata di lavoro non han sempre da sfamarsi, io sono
“ persuaso che questa è la grande colpa italiana, comune a tutti
“ quanti i nostri partiti politici „ (1).

Quando Pasquale Villari, nel 1899, compì il quarantesimo anno d'insegnamento, Firenze, e con Firenze l'Italia, onorò in lui lo storico; quando, nel 1907, compì il suo ottantesimo anno, venne in lui onorato “ l'iniziatore degli studi sociali della nuova “ Italia „ (2). La festa ebbe luogo il 4 di novembre, tra le mura

---

(1) *La Sicilia e il socialismo*; nella *Nuova Antologia*, 3ª serie, vol. LVIII, fasc. 1° luglio, 15 luglio e 1° agosto 1895, pp. 5-33, 214-241 e 403-434.

Se ne ha la seguente ristampa: *La Sicilia ed il socialismo di* Pasquale Villari, *senatore del Regno*, Milano, Fratelli Treves, 1896; in-16° di pp. 162, altre 4, in principio, senza numerazione. Fu riprodotta anche a pp. 1-130 degli *Scritti sulla questione sociale in Italia*.

(2) Col mezzo di una pubblica sottoscrizione nazionale venne raccolta la somma di 13.366 lire e 50 centesimi e fu istituito “ un premio di scienza sociale „, del valore di lire 10.000, “ da attribuire ad un lavoro che si pro-“ ponga d'illustrare quel problema che il Villari stesso designerà come più “ urgente nelle condizioni attuali del nostro paese „. Cfr. *Comitato per le onoranze a Pasquale Villari. Resoconto della sottoscrizione per il premio Villari*, Firenze, tip. Galileiana, 1908, in-8° di pp. 40. Il Villari scelse come tema:

dell'Istituto fiorentino di studi superiori. Il prof. Riccardo Dalla Volta gli disse: “ Illustre e caro maestro! Io credo che quanti “ siamo qui presenti sentiamo tutti che a questa cerimonia “ avrebbero certamente preso parte altre persone se avessero “ potuto sapere che noi siamo qui raccolti in un solo pensiero: “ quello di onorare in voi uno dei primi e più acuti e tenaci “ studiosi dei problemi sociali della nostra giovane patria. Voi, “ Maestro, non badando ai disagi, alle difficoltà, alle critiche, “ malevoli anche, perchè non vi sono mancate, avete voluto ve- “ dere coi vostri occhi e studiare di persona le condizioni di vita “ e di lavoro dei nostri operai là dove più dura era la sorte “ loro e vi siete recato nella Sicilia, nella Lunigiana, nel Ve- “ neto, nella Svizzera e altrove, per visitare dopo i bassi e i “ fondali di Napoli, le miniere di zolfo, le cave di marmo, le “ campagne desolate, i centri dove affluisce la nostra emigra- “ zione. Ebbene, se le povere donne di Santa Lucia, se i carusi “ siciliani, se i minatori di Carrara, se i contadini del Veneto, “ se le trecciaiole della Toscana, se i nostri emigrati sparsi per “ tutte le terre, se i pellagrosi del Settentrione, se i lavoratori “ tutti, pei quali avete spesa la vostra eloquente e autorevole “ parola in Parlamento, potessero sapere ciò che avete fatto, “ scritto e detto in loro favore, se conoscessero tutte le vostre “ molte benemerenze, si affollerebbero, in questo giorno, intorno “ a voi, e vi benedirebbero commossi e riconoscenti, per l'opera “ sapiente e generosa che avete compito, per l'esempio di cri- “ stiana fratellanza che avete dato ai vostri connazionali „. Il Villari rispose: “ Usati, educati da secoli a sospirare la libertà “ politica e l'indipendenza nazionale, a cospirare per esse, noi “ abbiamo finito col credere che la politica, la libertà e l'indi- “ pendenza nazionale siano il fine ultimo, lo scopo unico della “ vita, non il mezzo necessario per dare ad essa un più alto “ valore morale. E sembriamo avere dimenticato che non basta “ avere la libertà, ma tutto dipende dall'uso che sappiamo farne. “ Così ci siamo persuasi che costituita politicamente la patria

---

“ Movendo dallo studio della emigrazione nelle provincie meridionali “ d'Italia e delle cause e conseguenze di questo fenomeno, si esamini la “ questione sociale del Mezzogiorno in tutti i suoi varii aspetti „.

" una, libera, indipendente, lo scopo ultimo della vita era rag-
" giunto, che a noi non restava da far altro che profittarne per
" occuparci solo dei nostri interessi personali e materiali; go-
" dere finalmente la vita, aumentar la ricchezza. È un grande
" e pericoloso errore. L'uomo è destinato a non aver mai pace,
" mai tregua su questa terra. Risoluto un problema, se ne pre-
" senta un altro e poi un altro ancora. Noi siamo come l'alpi-
" nista, che si propone di ascendere una cima, e quando, dopo
" molti sforzi, l'ha raggiunta, ne vede un'altra e poi un'altra
" ancora più alta ".

" La voce del Villari " — ripeterò con Gaetano Salvemini — " è stata nell'Italia della seconda metà del secolo XIX e
" degli inizii del XX la voce della nostra coscienza morale, se-
" vera, sincera, importuna. Questo Cavaliere dell'Annunziata ha
" continuato la propaganda di Mazzini, e la sua parola è riu-
" scita spesso cruda e squillante come quella di un rivoluzio-
" nario. Non ha mai avuto paura di dire tutta la verità " (1).

La mente sua fu a un tempo snella e aperta, lucida ed equilibrata, speculativa e critica, dialettica e idealizzatrice; ebbe egli caldo e infiammabile il cuore, pronto sempre a entusiasmarsi per tutto quello che era buono, bello, vero, giusto, generoso. Anche nella più tarda vecchiaia — morì il 7 decembre del '17, di novant'anni compiti — conservò negli spiriti giovanile freschezza (2). Nell'agosto del 1914, due settimane dopo scoppiata la guerra più nefanda che abbia mai flagellato l'umanità,

---

(1) Gaetano Salvemini, *Pasquale Villari*, nella *Nuova rivista storica*, ann. II, fasc. II, p. 134.

(2) Tra gli scritti suoi, dettati nella estrema vecchiezza, sono, tra gli altri, da ricordare: *Sulla opinione pubblica italiana a favore della nazionalità Rumena*; nella *Nova Revista Românа*, di Bucarest, de' 9 novembre 1908. — *Gli Archivi di Stato*; nel *Marzocco*, de' 10 aprile 1910. — *Prefazione* al volume: *L'ordinamento delle carte degli Archivi di Stato Italiani*, Roma, 1910, pp. IX-XIV. — *Un nuovo documento su Cristoforo Colombo*; nell'*Archivio storico italiano*, serie V, vol. XLV (1910), pp. 376-379. — *La nostra politica*; nel *Giornale d'Italia*, de' 4 ottobre 1910. — *Il prof. Achille Coen*; nel *Marzocco*, del 18 giugno 1911. — *Alessandro Lamarmora*; nel n° unico *I Bersaglieri*, 18 giugno 1911. — *L'inerzia nelle sventure*; nel *Corriere della sera*, del 17 agosto 1911. — *Un decreto del ministro Credaro*; nel *Corriere della sera*, dell'8 decembre 1911. — *L'esercito italiano*; nel n° unico del *Giornale*

scriveva a un vecchio scolaro: “Io mi persuado sempre più “ d'una cosa: che il cercare più che si può di far bene agli altri, “ senza nulla sperarne per conto proprio, è ciò che solamente “ può dare pace allo spirito umano „ (1). Convinto, che “ se per “ qualche cosa siamo in questo mondo, ci siamo per compiere “ modestamente, silenziosamente, tenacemente il proprio dovere „, in tutti gli atti della lunga vita, in tutti i suoi scritti serbò fede costante alla virtù.

L'avere inalberato in Italia la bandiera del socialismo onesto, provvido, giusto, saggio, veritiero, forma la gloria di Pasquale Villari cittadino. Stringiamoci concordi intorno a quella bandiera; combattiamo sotto di essa fidenti, impavidi, coraggiosi; otterremo una buona volta giustizia riparatrice per “ coloro che “ lavorano e non mangiano „ (2); una buona volta “ la classe “ dirigente e governante in Italia „ riconoscerà “ il sacrosanto “ dovere di aiutare le classi abbandonate alla miseria e alla “ fame, oppresse in mezzo alla libertà „ (3).

---

d'Italia, 1° gennaio 1912. — *Dopo la guerra*; nel *Corriere della sera*, del 24 ottobre 1912. — *L'Istituto superiore*; nel *Marzocco*, de' 13 aprile 1913. — *L'istruzione popolare*; nel *Corriere della sera*, del 28 decembre 1913. Alcuni di questi scritti inserì nel volume: *Storia politica, e istruzione, saggi critici*, Milano, Hoepli, 1914: in-16°. Tra il 1912 e il 1914 uscì alla luce la “ terza edizione, riveduta e corretta dall'autore „, del *Machiavelli*, Milano, Hoepli, 3 vol. in-16°. Il suo ultimo scritto fu *Dante e l'Italia*, conferenza pronunziata a Roma nella Casa di Dante il 18 gennaio 1914, che vide la luce nella *Nuova Antologia*, serie 5ª, vol. CLXIX, fasc. del 16 febbraio dello stesso anno, pp. 563-573, e poi, a parte, in Firenze, per cura dell'editore G. C. Sansoni.

(1) Giuseppe Melli, *Commemorazione di Pasquale Villari*, Firenze, tipografia Galletti, 1918, p. 32.

(2) La frase è del Villari. Cfr. la sua lettera all'avv. G. Scaravelli, del 31 decembre 1876, da me, in parte, riportata nel capitolo X.

(3) Cfr. il suo *Discorso agli elettori del Collegio di Guastalla*, del 27 settembre 1876.

APPENDICI

I.

Il primo scritto letterario di Pasquale Villari [1].

[Sull'Epistolario di Giacomo Leopardi].

Dopo la morte dell'illustre poeta e filologo recanatese è parso che l'Italia fosse vergognosa di tanta ingiuria usata contro questo suo figliuolo, e volesse, almeno in parte, rimediare al fallo. Il nome di G. Leopardi è cominciato ad essere popolare in Italia, le sue opere stampate furono accolte con una gioia ed un'avidità universale; ora son comparse le lettere famigliari e l'avidità dei lettori non pare in nessun modo scemata (2). Pure si cominciano a levare alcuni contro la pubblicazione di queste lettere, e, biasimando crudamente chi le ha raccolte, le dichiarano inutili a chi le legge, dannose alla memoria di chi le ha scritte. Inutili, perchè non vi troviamo più quella impareggiabile eleganza delle prime prose, nè quel rapido splendore delle poesie; noi che tanto avevamo imparato nello stile di quegli scritti, nulla impariamo in questi: non si può neanco sperare di leggere il racconto di nobili o di grandi azioni, perchè quel poeta, vissuto, insieme coi suoi libri, in una eterna solitudine, non ha nulla da raccontare, egli ha solamente da scrivere. Dannoso ancora alla sua memoria, perchè quel Giacomo Leopardi, il quale noi credevamo impeccabile nel suo stile, ora lo vediamo spesso cadere nel negletto e nel poco elegante; quel Giacomo Leopardi, il cui animo noi avevamo finora creduto capace solo dei grandi pensieri e dei grandi affetti, che leggemmo nelle poesie, ora ci si presenta in tutte le spiacevoli e minute realtà della vita; ora lo vediamo qualche volta poco generoso,

(1) Fu stampato nel periodico fiorentino *Il Nazionale*, anno I, nº 220, domenica 7 ottobre 1849, in " appendice ".

(2) *Epistolario di* Giacomo Leopardi, *con le iscrizioni greche triopee da lui tradotte e le lettere di* Pietro Giordani *e* Pietro Colletta *all'autore, raccolto e ordinato da* Prospero Viani, Firenze, Felice Le Monnier, 1849; in-16°, due voll. di pp. 4 n. n. 500; e di 4 n. n. 420 e altre 4 n. n.

qualche volta poco amorevole ai parenti, qualche volta finto e poco delicato nelle sue azioni; infine il suo animo nella nostra mente non è più così grande come cominciava a diventare. Noi ci facevamo di lui uno di quei grandi concetti, che abbiamo di tutti gli uomini antichi; come di Omero, per esempio, o di Dante Alighieri, nella cui idea il bene predomina, il male si nasconde, lo eterno è rimasto affidato alla fama, il caduco si è già perduto: e vengon fuora queste lettere ad arrestare il progresso di questa idea, a diminuire, almeno per ora, la fama del nostro scrittore.

Vi sono poi alcuni altri, che, senza negare i difetti letterari che si trovano in quelle lettere, non convengono a tirarne le medesime illazioni; non curando tutte quelle ragioni, ma seguendo invece il loro impulso naturale, le leggono avidamente: essi dicono che se anche fossero tutte prive di eleganza, se nessuna racconta grandi azioni, vi è pur qualche cosa che pasce la loro intelligenza, qualche cosa che li stringe non solo a leggere, ma ancora a meditare. Così colui che ha raccolte queste lettere, da un lato viene da continui rimproveri offeso nel suo orgoglio, da un altro vien contentato nel suo interesse per le continue inchieste (1).

Egli è certo che giammai l'uomo ha fatto cose più nobili e più grandi, di quando egli ha seguìto lo impulso spontaneo della sua natura; egli è certo che tra gli errori, che si commettono, un numero maggiore è figliuolo della riflessione. Così se noi vogliamo ascoltare le osservazioni critiche dei primi, dobbiamo pur credere che qualche cosa di vero debbono trovare i secondi nella loro avida lettura. Non è l'epistolario di Giacomo Leopardi il primo a comparire in Italia, non è il primo che si presenta coi difetti di cui esso è accusato; anzi noi diremo che ben pochi uomini son venuti in fama di scrittori per le loro lettere familiari: eppur questo è quel genere di scrittura che tanto rapisce la mente del lettore, quello da cui tanto s'impara. Son tutte un modello di scrivere le lettere di Torquato Tasso? ci mostrano tutte il poeta nei suoi momenti di sdegno e di ardire generoso? O invece molte non son neglette e confuse, molte non ce lo mostrano debole e vinto? Certamente la *Gerusalemme* e quel poco che la Storia narra delle sue sventure bastava a farci avere di lui una idea più pratica e più indeterminata. Eppure chi non corre a vedere rivelata tutta l'anima di quell'uomo? chi non desidera di vederlo ancora debole quando egli lo ha veduto forte? chi non pensa di veder come egli soffriva quando si piegava, per giungere a capire quanto egli era grande quando poi si rialzava? La

(1) Tutto ciò, malgrado alcune note spesso insignificanti, e malgrado una scelta non sempre giudiziosa [*Nota di P. Villari*].

vita umana è un contrasto di bene e di male, di grandioso e di meschino; e colui il quale pensasse di poter penetrare il concetto d'un uomo, osservandone solamente il lato bello, è come colui che sperasse di conoscere una donna vedendone il volto. Se un uomo ha in sè veramente qualche cosa di grande, ogni suo errore ci scoprirà spesso una sua virtù. Ed è l'uomo intero con tutte le virtù e con tutti i vizi, che ci presentano le lettere familiari di Giacomo Leopardi; e le prime son tante, i secondi son tanto pochi, che veramente restiamo maravigliati come alcuni, soverchiamente zelanti della fama di lui, non avrebbero voluto questo epistolario. Ben sappiamo intendere che sia doluto a chi forse fu solo nel conoscere tutto il cuore del Leopardi (1), ed egli, che venne nella età moderna a ricordare un esempio delle virtù antiche, si sarà adirato di veder pure noto qualche difetto del suo immortale amico. Ma senza questa nobile scusa, come si potrà perdonare la stoltezza di coloro, i quali pretendono che una lettera scritta con qualche negligenza di lingua, possa per poco oscurare la fama di poesie, che quasi non hanno paragone nei primi scrittori d'Italia? Come è una debole amicizia quella di chi non vuol conoscere i difetti del suo amico, così è una falsa ammirazione quella di colui che teme i difetti del suo eroe non abbiano a distruggere i suoi pregi; anzi chi teme questo di Giacomo Leopardi bisogna dire che non ha capito la grandezza di lui.

È poi un bel dire, che di quegli uomini i quali hanno solo pensato, non importa conoscere la vita materiale, che necessariamente è minima; imperciocchè, essendovi una stretta relazione tra quello che ci colpisce al di fuori e quello che noi pensiamo al di dentro, anzi spesso l'uno essendo occasione all'altro, importa di conoscere i deboli principii di tanto effetto. Quando noi leggiamo in quelle lettere: “ Dopo due anni “ ho fatto dei versi quest'aprile, ma versi veramente all'antica, e con “ quel mio cuore d'una volta „; allora ci importa di leggere prima, e di sapere che fu l'aspetto e la bellezza ed il clima di Pisa che sollevarono lo spirito e la salute affaticata, dandogli la lena di sperare e di poetare nuovamente: “ Questo lung'Arno è uno spettacolo così bello, “ così magnifico, così gaio, così ridente, che innamora: non ho veduto “ niente di simile „.

E se questi pensatori non hanno una vita materiale, hanno pure una vita intima, che è piena di agitazione, di tormento, di strazio; che non consiste solo nel punto della creazione, prima di cui v'è un lungo meditare, un lungo vivere, un lungo e silenzioso osservare, che solo le lettere famigliari ci manifestano. Infine, se nelle altre opere ci si rivela la grandezza della sua arte, in queste ci si rivela il segreto della sua

(1) Antonio Ranieri.

vita reale nello studio, nell'amicizia, nell'affetto di famiglia, il quale, malgrado tutto quello che si è detto, egli ebbe immenso e verace. E così, se le altre opere hanno alcuni pregi di stile, queste ne hanno degli altri: una facilità tale che quando il suo spirito è abbattuto dai dolori dell'animo e del corpo diventa negligenza; quando invece è animato dalle speranze e dalla confidenza nel suo avvenire, diventa una tale squisita eleganza di semplicità, che ancora in questo egli è inarrivabile, o almeno inarrivato finora.

Ma se pure le lettere famigliari non ci rivelassero tanta parte dello scrittore, queste, guardate sotto un nuovo aspetto, pigliano una nuova importanza; uscendo fuori dalla intelligenza dell'individuo, entrerebbero nella intelligenza della società, diventando monumento parlante di storia. Chi è colui che leggendole non si senta colpito di spavento, quando egli ha visto ognuna di esse far nota una nuova persecuzione, una nuova ingiuria, un nuovo ostacolo, non già alla esistenza di Giacomo Leopardi, ma alla esistenza del poeta e del letterato? Quest'uomo, la cui intelligenza tanto bene poteva recare alla società, quest'uomo che tanto gliene ha pure recato, si sforza per venti anni di entrare nel mondo reale, e per venti anni ne vien sempre respinto. Dopo che la solitudine e lo studio lo avevano consumato, egli sentiva il bisogno di un'altra vita: " La solitudine non è fatta per quelli che si bruciano da loro stessi ". " Io credo che voi sappiate, ma spero che non abbiate provato, in che " modo il pensiero possa cruciare e martirizzare una persona che pensi " alquanto diversamente dagli altri, quando l'ha in balìa ". — Ebbene, egli non è potuto uscire dalla solitudine, la società lo ha sempre cacciato indietro; la sua salute si è consumata, la sua vita è stato quel continuato martirio che tutti conoscono. Quando si penserà alla rassegnazione ed alla fermezza con cui sostenne tanto infortunio, si avrà un nuovo esempio del coraggio umano; ma quale fremito non nascerà nel nostro animo, quando noi vedremo qual posto avevano le scienze e le lettere in tutta la società italiana e come furono sprezzate e quasi fuggite? Ed allora si lavorava alla libertà italiana, allora si cominciava a sperare un avvenire men tristo! Veramente che tanta contradizione non si potrebbe intendere, se non sapessimo che prevaleva quel funesto errore, il quale, alimentando il fuoco della libertà nelle cospirazioni segrete, non pensava che il suo unico fondamento incrollabile consiste nella cultura universale dello intelletto; quel funesto errore che ha rovinate le nostre libertà, e di cui dobbiamo piangere i terribili effetti.

Così l'epistolario di Giacomo Leopardi ci rivela un uomo che noi poco conoscevamo, ci fa intender meglio uno scrittore, che avevamo già ammirato, ci presenta la società in cui è vissuto, con una tal viva realtà, che invano lo spereremmo noi dalle storie e dalle biografie. Ivi si troveranno tutti i suoi privati affetti, le sue sventure, la sua grandezza; ed

è un vano e puerile timore quello di vedere oscurare la gloria di questo ingegno. Colui che una volta ha visto la sua grandezza non temerà giammai che ella possa oscurarsi, e se pur lo temesse, non dovrebbe perciò arrestarsi; egli deve andare incontro al vero, ancor doloroso, fondare le sue opinioni sopra solide basi, nè giammai essere restìo a mutarle.

P. Villari.

II.

Il Villari giornalista.

[Saggio delle sue corrispondenze da Napoli alla Perseveranza [1] di Milano].

N° 1.

Napoli, 29 agosto 1861.

(X) Le notizie del brigantaggio continuano sempre a migliorare: inseguiti da per tutto, si sbandano e si presentano. L'azione energica di Cialdini e Pinelli e di tutti gli uffiziali e militi li ha sgomentati. Due o tre esempi di severità hanno abbassato lo spirito dei reazionarii nelle campagne, ed io noto che questi fatti, lungi dall'essere argomento d'accusa, vengono da tutti i partiti scusati come una dura necessità, e nel raccontarli si cerca piuttosto di mitigarli. Segno evidente che in mezzo ai tanti lamenti che si odono, v'è pure in tutti i partiti un'affezione più profonda, quale da molti non si crede, al governo del Re ed all'unità italiana.

Io però non posso celarvi il profondo scontento che si manifesta per tutto. Molto si deve attribuire all'indole dei Napoletani che, da lunghi anni usati a riguardare il governo come nemico, hanno preso l'abito inveterato di lamentarsi sempre e di criticare tutto. Accusano il governo, accusano il popolo, si accusano fra loro. Nondimeno bisogna dire che v'è una grave cagione di scontento nel disordine in cui si trova tutta l'amministrazione. Ogni giorno cambiano uomini, sistema, idee. Ma quello che è peggio, vediamo spesso arrivare uomini con istruzioni assai diverse, con uffici e poteri qualche volta irreconciliabili fra loro. Il governo si mostra come se non avesse fede. Un amico mi diceva: i nostri governanti pare che siano in un gabinetto di chimica a fare esperimenti. Questa incertezza è funesta in un paese dove c'è una massa ignorante,

(1) Col titolo: *Notizie politiche. Italia. Nostra corrispondenza,* si leggono ne' numeri: martedì 3 settembre, giovedì 5 settembre, martedì 17 settembre, venerdì 20 settembre e lunedì 30 settembre 1861.

che ancora non s'è affatto persuasa che i Borboni sono scomparsi per sempre. Io non saprei abbastanza deplorare questo stato di cose, e non potrei mai dipingervi che confusione e che disordine di idee produce il vedere in pochi giorni favorire e disfavorire le medesime cose, il vedere questo continuo mutare d'ufficii, di dicasteri, di istituzioni. Ora si vanno sciogliendo i dicasteri di pubblica istruzione e dei lavori pubblici. Si dice che fra poco si scioglieranno ancora gli altri.

Il segretario Pironti ha messo la falce nella magistratura, e le destituzioni sono piovute in questi ultimi giorni. Sono rimandati a casa molti magistrati, fra cui alcuni godevano fama di abili; degl'impiegati minori e perfino degli alunni, che non ricevevano paga, hanno avuto un decreto di destituzione. Il *Popolo d'Italia* applaudisce; ma i più hanno trovato la severità eccessiva e non sempre equa. Ma ciò che più di tutto produsse maraviglia e quasi stupore, fu la dimissione del procuratore generale della Corte criminale di Napoli, avv. Giacomo Tofano. Era stato prefetto di polizia nel '48, poi imprigionato per alcuni anni, e finalmente esule in Toscana ed in Piemonte. Noto a tutta l'emigrazione, da cui era stimato, fu nel '59 professore e magistrato nell'Emilia, ed ora lo vediamo ad un tratto destituito dal posto che occupava in Napoli. Il governo ha dovuto avere qualche grave ragione per farlo; ma la cosa deve in qualche modo venire alla luce, poichè non si può lasciare un uomo, fino ad ora generalmente stimato, sotto il peso di tutte le maligne interpretazioni. Io non vi ripeto le voci che corrono; perchè non è giusto che si pubblichino accuse, fondate sopra semplici induzioni. Il fatto certo è questo, che G. Tofano fino a ieri potente, iniziatore di quasi tutti i processi contro i reazionarii, alloggiato nella villa reale di Capo di Monte, oggi si trova destituito ed il decreto è venuto direttamente da Torino.

Qui si tratta di fondare un nuovo giornale intitolato la *Patria*, e si vanno raccogliendo le azioni, che pare abbiano già raggiunto la somma stabilita. I promotori sono quei deputati della maggioranza che qui furono denominati della *consorteria*, e che, a dire il vero, non godono molta simpatia nel pubblico, che li accusa di non aver saputo esporre a Torino le vere condizioni delle provincie napoletane, e di avere affrettato un accentramento governativo, che finora non ha sempre dato buoni frutti. Alcuni vorrebbero che i promotori del nuovo giornale s'impadronissero del *Nazionale*, che ora è nuovamente diretto da Bonghi, e facessero così sostenere le loro idee: altri invece vorrebbero fondare un giornale che non avesse antecedenti. Spaventa era stato invitato a dirigerlo, ma pare che egli si sia ricusato.

Il ministro Peruzzi è qui, dove cerca avviare i lavori delle strade ferrate a spese del governo, fino a che non si formino nuove compagnie, che le assumano a proprio conto. Egli si propone di visitare anche le provincie di Sicilia.

N° 2.

Napoli, 1° settembre 1861.

(X) Ieri e ieri l'altro sono giunte nuove forze dall'Alta Italia. Si dice che vadano a dare il cambio a quei soldati che già da più mesi menano una vita piena di pericoli e disagi, e sono condannati ad un'opera utile e necessaria, ma certo la più ingrata che potesse mai toccare al cuore generoso del soldato italiano. Per un momento abbiamo visto la città piena d'uniformi, il giorno appresso erano scomparsi; ognuno era già andato al luogo destinato. Ma nell'eseguire questo scambio vi sarà un momento, in cui i due contingenti si troveranno contemporaneamente nelle provincie meridionali, e quello servirà ad un tempo per dare l'ultimo crollo al brigantaggio e porre in atto la coscrizione. Voi vedete che il generale Cialdini non se ne resta inoperoso; il suo nome è assai popolare fra di noi, la sua severità è giudicata da tutti necessaria; e nelle provincie, tutti ripetono che l'ordine si ristabilisce rapidamente.

Ma se io vi dicessi che tutti sono contenti, io v'ingannerei. Il disordine amministrativo ha portato un ristagno ed una confusione grandissima negli affari. Coll'accentramento, che progredisce ogni giorno, questi affari dipendono sempre più da Torino; ed il governo centrale, per sè stesso non molto rapido e ordinato, non può operare con prontezza ed energia, a cagione degli estesi poteri del Cialdini, che non è uomo da tollerare impacci alla sua volontà. Noi certo non siamo in condizioni normali, ed è assai desiderabile che queste provincie comincino una volta a gustare i frutti del buon governo e della libertà. Il ministro Peruzzi s'adopera a tuttuomo per darci i lavori pubblici, che son cose per noi di primissima necessità; ma finora ancora si può dire che non abbiam fatto nulla. La città e le provincie sono sempre nelle stesse condizioni.

Procede con qualche alacrità il lavoro per la divisione dei beni demaniali. Sono andate già da più tempo delle Commissioni di magistrati, i quali hanno dato opera al lavoro. Le usurpazioni a danno del popolo erano state scandalose. Si temeva che i contadini non avrebbero avuto la pazienza d'attendere l'onesta ripartizione e che avrebbero voluto fare una giustizia colle proprie mani; ma le cose finora procedono tranquillamente. Il popolo ne riceverà qualche sollievo, ma sarà minore dell'aspettativa. La povertà li opprime, e quando essi avranno nelle mani un fondo, che i più non potranno coltivare, e pel quale debbono anche pagare un piccolo canone, lo venderanno ai più ricchi e la proprietà ripartita sarà di nuovo cumulata. È uso che la legge loro vieta; ma l'astuzia degli avvocati li aiuterà a trovare il modo d'evaderla. La cosa veramente indispensabile alle nostre provincie sono le strade, le opere pubbliche. Potreste mai credere che Potenza, città capitale di una delle

più vaste e popolose provincie, ha solo 15.000 abitanti, una sola strada in cui le acque siano incanalate e che sia ricoperta di lastre? Il grandissimo numero delle case non ha recessi d'immondizie, e quindi potete immaginarvi in che condizione si trovino le strade! Se questo avviene a Potenza, che cosa deve seguire nelle minori città?

Ma ora, tornando a Napoli, debbo dirvi che ieri e ieri l'altro si continuava a ragionar sempre della destituzione dell'avvocato Tofano, consigliere di Corte suprema, in missione di presidente della Corte criminale. Molte sono le dicerie su questo fatto, e la lettera del Tofano, con cui chiede la pubblicazione del rapporto, che precede il decreto, non ha fatto buona impressione. È una calma eccessiva, troppo grande per essere vera.

Che il Tofano fosse uomo leggiero, facile a parlare e a dire quello che era meglio tacere, tutti sapevano. Che non andasse a verso a molti è vero, e che avesse mandato troppo per le lunghe il processo Cajanello è cosa che anche s'è detto. Ma tra questo e l'avere una condanna, che per un uomo d'onore equivale ad una condanna di morte, c'è un abisso. Questa condanna si poteva dare senza giudizio? Qualunque fosse la colpa del Tofano, era giusto colpirlo senza prima ascoltarlo? Non poteva il governo di Torino mostrargli le carte che ha trovate, e che sono tanto a suo carico (come si dice), per udirne una risposta? Il colpire a questo modo un uomo, noto nell'emigrazione, e che aveva una delle prime cariche nella magistratura, non è porre una macchia sul partito liberale e sulla magistratura? Questo dicono alcuni. A cui altri rispondono: Che il governo ha avuto in mano lettere del Canofari, ministro di Napoli a Torino, che rivelano fatti d'una gravità tale che non poteva permettere alcun indugio. Si dice che queste relazioni col Canofari continuassero fino alla campagna nelle Marche; e che di più si trovi anche una lettera del Tofano a Ferdinando II, nella quale domanda di ritornare a Napoli, con termini tutt'altro che dignitosi (1).

Dicesi che il figlio di Cajanello, non avendo potuto indurre il Tofano ad assolvere il padre, avesse per vendetta rivelato l'esistenza delle carte, di cui aveva notizia, essendo stato nella diplomazia.

Intanto il *Popolo d'Italia* grida che tutto quello che s'è fatto non basta, che ci vogliono altre destituzioni, e la pubblica voce, esagerando, dice, che v'è una lista d'altri quarantadue magistrati da rimandare a casa.

---

(1) Qui la Direzione del giornale annota: " Vedi la nostra corrispondenza da Torino nel numero di ieri ". In quella corrispondenza si legge: " L'avv. Tofano sarebbe stato, durante i dodici anni del suo esilio, passato in gran parte a Torino, ove esercitava l'avvocatura, niente meno che l'agente secreto dei Borboni, incaricato dell'alta polizia dell'emigrazione ".

Ora potete capire che, fino a quando dura un tale stato di cose, non si può dir veramente che magistratura vi sia. Potranno coloro che hanno quest'incubo sul capo esser affatto severi ed affatto imparziali nei loro giudizii? Io non voglio entrare nelle intenzioni del governo; ma se è necessario il farlo, che almeno si faccia presto, per togliere il paese da quella continua febbre che lo travaglia, lo sfibra, lo lacera.

In questo momento lo scontento maggiore è fra quelli che sono chiamati della *consorteria*, in gran parte gente distintissima, che ha vissuto in esilio. Voi potete accorgervene dal *Nazionale*, che ha cominciato a fare opposizione piuttosto viva al governo, il quale ha già ricusato le copie che prendeva finora. Il nuovo giornale che voleva farsi, *La Patria*, doveva anch'esso rappresentare il medesimo gruppo, che, trovandosi in una nuova posizione, vorrebbe un giornale, il quale non avesse un passato, che a molti non era piaciuto. Certo è che la *consorteria* si trova fuori d'azione. Cialdini, vedendo la impopolarità in cui, a torto o a diritto, molti di essi erano caduti, ha pensato meglio appoggiarsi un poco più a quel partito che alcuni chiamano garibaldino, altri d'azione, e le nomine di Fabrizi, Tripoti, Motina, ecc., lo provano abbastanza. Costoro, senza dubbio, sono gente più attiva dei consorti o degli esuli, e per aiutare a distruggere la reazione e il brigantaggio saranno più efficaci. Ma saranno essi buoni impiegati e buoni amministratori? Potranno forse mettere il governo in nuovi pericoli, quando sarà pacificato il paese? Per ora abbiamo i moderati del *Nazionale* scontenti; ma i loro lamenti son sempre deboli e sottovoce. Invece v'è una massa di gente che approva, e che trova in questi fatti una compiacenza che non nasconde. Ma io vorrei che il Cialdini non s'illudesse per ciò. Fra noi chiunque sale al potere diventa impopolare. La consorteria fu odiata, principalmente perchè potente. La massa del paese non parteggia nè per questi, nè per quelli.

Il partito d'azione, poi, non si può dire che sia veramente un partito fra noi: la sua popolarità nasceva dall'odio alla consorteria e dal nome di Garibaldi. Il popolo non chiede altro che giustizia, buona amministrazione ed ordine. Il medio ceto di certo non parteggia per coloro che, se riuscissero veramente ad afferrare il potere, si troverebbero d'essere una consorteria più attiva, ma più incapace e meno numerosa dell'altra. In ogni modo, consorteria o no, partito dell'ordine o partito d'azione, tutti convengono in una sola cosa: che Cialdini adesso è un uomo necessario e che ha preso il verso per pacificare il paese.

N° 3.

Napoli, 13 settembre 1861.

(X) Io debbo notarvi un visibile miglioramento nello spirito pubblico di queste province. Se altro segno non avessimo avuto che la festa di Garibaldi e quella di Piedigrotta, già sarebbe abbastanza. Popolo, Governo, Guardia nazionale, Municipio hanno gareggiato in attività, ordine, entusiasmo. La Guardia nazionale di Napoli è stata davvero ammirabile, instancabile nell'adempiere al suo dovere.

Chi ha veduto con quanta semplicità e prestezza, con quanto gusto e splendore, e con una spesa infinitamente inferiore a quella delle feste del passato anno, che il Municipio condusse così male; chi ha veduto tutto questo, s'è potuto persuadere che v'è un grande miglioramento nel Municipio, nei suoi architetti, nei suoi impiegati. Chi poi ha visto il popolo, e ha letto i ragguagli delle province, s'è potuto confermare che l'opinione pubblica e la pubblica amministrazione hanno sempre migliorato.

Queste feste però non sono l'unico segno che mi fa credere la pubblica opinione sia migliorata, e la fiducia nel governo cresciuta. Io lo attingo dai discorsi che sento ogni giorno per le vie, nelle case, dal popolo minuto, dalla gente culta, dai ricchi. Alcuni mesi sono, prima della venuta di Cialdini, qui la reazione era divenuta baldanzosa in modo che andava a testa alta, e non si vergognava, nè temeva di parlar chiaro. Più tardi s'è cominciata a sgomentare; ma la venuta di molti impiegati dall'Alta Italia, i quali, bisogna confessarlo, venivano con soldi e con indennità maggiori di quelli che avevano i Napoletani chiamati fuori, faceva gridare contro al *piemontizzare*. Aggiungete che una parte della stampa, specialmente moderata, ha tanto gridato contro i vizi del popolo napoletano, che questi impiegati venivano pieni di sospetti e di paure, si tenevano lontani dal popolo, lo trattavano con poca deferenza, con nessuna benevolenza e familiarità, e perciò v'era una irritazione, vi assicuro, grandissima. I Napoletani sono espansivi ed affettuosi, nulla più li irrita e li stizzisce che vedersi corrispondere con freddo contegno alle loro forse eccessive espansioni e soverchia familiarità. Ma a me è avvenuto discorrere con alcuni piemontesi e lombardi (questi ultimi assai più facilmente s'avvicinano ai napoletani); e quando essi erano a Napoli da qualche mese, mi dicevano sempre: In verità, noi non vediamo poi tutta questa corruzione di cui ci hanno parlato. Pareva che dovessimo venire in un altro mondo; ma, in fin dei conti, vi diciamo il vero, noi troviamo qui un popolo buono, docile, affettuoso, chiamato ingovernabile e che è governabilissimo. Questi discorsi mi teneva fra gli altri un tale, ch'io sapevo essere stato appunto un corrispondente di

giornali, che più si mostravano feroci contro i Napoletani. Avevo letto i suoi articoli pieni d'accuse, sapevo che era uomo da non dire quello che non pensava; e questo mutamento che osservavo in lui era sincero, e l'ho veduto ancora in molti altri. Così è avvenuto che comincia a nascere una certa vicendevole fiducia, e questa dà luogo alla simpatia ed all'amicizia, e comincia un poco a calmarsi quella misera irritazione, in cui i giornali del partito d'azione soffiavano instancabilmente.

Essi, bisogna dire il vero, hanno fatto prova di molta accortezza; e sono riusciti ad acquistare molto ascendente sul popolo più monarchico della terra, sopra un popolo che non sogna neppure dove questi giornali lo vorrebbero condurre. È un fatto positivo che i giornali dell'opposizione si vendono assai più dei governativi, è un fatto che qui l'estrema destra è, per dir poco, antipatica. Io lo dicevo con dolore, ma bisogna pur dire la verità: le dimostrazioni che ebbero luogo contro alcuni deputati e senatori non furono punto disapprovate dal pubblico. Ve lo prova anche la lettera da Cialdini diretta ad alcuni di quei medesimi deputati e senatori.

Ora se voi mi chiedete da che nasce tutto questo, io vi dirò che v'ingannate assai se credete che ne sia causa la loro affezione al governo o all'unità italiana. La cagione è un'altra. Io sono ben lungi dallo scusare le intemperanze napoletane; ma debbo confessarvi che le cagioni le quali hanno traviato queste moltitudini non sono così vergognose come paiono a molti. Con molto piacere ho dovuto osservare che i Napoletani sono assai affezionati al loro paese; essi vogliono l'Italia, ma non credono (e hanno ragione) che Italia voglia dire umiliazione di Napoli; essi vogliono che l'Italia sia tutto, ma che Napoli resti qualche cosa.

Ora noi dobbiamo convenire che, mentre la stampa moderata ha messo a nudo, ha esagerato le piaghe di questo paese, qualche volta lo ha anche calunniato; mentre questo faceva la stampa moderata, quella del partito d'azione, sia per convinzione, sia per opposizione, ha sempre difeso questo popolo. Se v'è da notare qualche atto generoso, se v'è da respingere un'ingiusta accusa, se v'è da dire una parola d'incoraggiamento ai Napoletani, certo voi la trovate assai più facilmente nel *Popolo d'Italia* e nel *Diritto*, che nel *Nazionale*. Queste cose hanno fatto una grande impressione sui Napoletani, essi l'hanno profondamente sentito, e bisognerebbe che la stampa moderata ne tenesse conto.

Certo bisogna rispettare il carattere di deputato come sacro e inviolabile. Ma io domando: È egli vero che alcuni di essi hanno umiliato il paese coi loro inopportuni lamenti? Non abbiamo noi udito qualche volta un rappresentante del popolo gridare nel Parlamento presso a poco così: Dateci pane e morale? A queste parole io vidi a Torino molti piemontesi fremere di sdegno; è egli strano che i Napoletani abbiano concepito una grande antipatia per coloro che tennero

alla tribuna o nei giornali un tale linguaggio? Credete voi che qui si giudichi Ricciardi diversamente da quello che lo giudicano tutti: onestissimo e stranissimo? Credete che gli applausi da lui riscossi fossero diretti alle sue stranezze e al suo partito? Non già, si applaudiva in lui un uomo che volle generosamente protestare contro alcune parole che troppo umiliavano il nostro paese, parole che tendevano a porre diffidenza invece di fiducia fra tutti gli Italiani. Voi potete dissentire dalle mie opinioni; ma io credo d'essere un interprete fedele delle opinioni napoletane. Che poi il popolo, trascorrendo, sia andato in eccessi riprovevoli, che abbia commesso atti indegni verso uomini per ogni lato rispettabili, chi lo può scusare? Ma questo vi spiega come mai qui è nata una confusione di lingue, e perchè voi vedete così spesso uomini moderatissimi parteggiare cogli uomini che si dicono del *partito d'azione*.

Inoltre qui v'è stata per un tempo una spaventosa furia di distruggere senza riedificare; e quel che è peggio non è ancora finito. Pareva che si volesse levar tutto a Napoli. Oggi, per esempio, noi abbiamo sciolta l'Accademia delle scienze, senza che ancora si pensi a riordinarla; chiuso l'Istituto di Belle arti, mentre si pagano tutti i professori; per l'istruzione secondaria, in una città di 500.000 anime, non abbiamo che un Liceo di circa 60 o 70 alunni, e questo con un ministro della pubblica istruzione napoletano, intelligente e pieno di buon volere. Voi potete da ciò immaginare quello che s'è fatto nel resto. La colpa non è certo dell'abile ministro, ma dell'andamento generale delle cose.

Chi vi può dire quello che oggi avviene nella magistratura? Io non voglio entrare nei particolari; non voglio nominare alcuni magistrati destituiti, tenuti generalmente uomini onesti e capaci non solo, ma che furono certo fra quelli che si adoperarono molto, nelle condanne politiche, a salvare la vita a più d'uno, fra i quali lo stesso Pironti. Ma sia pure che la magistratura deva esser tutta mutata, sia pure che chiunque ha preso parte ai processi politici, o ha firmato la petizione per togliere la costituzione, debba essere destituito. Sia pure.

Io vi domando questo: sono 15 giorni che si parla seriamente di una lista d'altri 42 magistrati da destituire, e si aspetta sempre. Ieri l'altro io camminavo per Napoli, ed incontrai un amico, un uomo dei più onesti, dei più probi che abbia mai conosciuti in vita mia, un emigrato che non ha impiego, ma fa l'avvocato. L'incontrai per via, e pareva oppresso da qualche recente sventura. “Che hai?„ gli diss'io. “Cosa “vuoi! vengo dal tribunale, ove difendevo una causa, ed il procurator “generale s'è accostato a me col cappello in mano, e quasi piangendo “mi si raccomandava. Egli ha sette figli, nessun bene di fortuna, ed è “minacciato d'esser nella nota dei 42. Io ti domando: Fino a che du- “riamo in questo stato, potremo noi avere amministrazione della giu-

" stizia? Che facciano una volta quel che debbono fare, e smettano di " travagliare questo misero paese di mutazione in mutazione ".

In verità, noi abbiamo mille volte letto, nei giornali esteri, che le condizioni presenti delle provincie meridionali sono una prova che esse erano poco mature all'unità nazionale, che esse non comprendono e non vogliono l'Italia. Ma se quegli scrittori avessero avuto la bontà di venire qui a studiare il paese, e se avessero visto quanti errori si sono commessi dai governanti; se avessero visto in che modo queste popolazioni sono ignoranti, che non vedono oltre il presente, che non possono indovinare i futuri beneficii del governo italiano; se avessero visto in che modo sono state travagliate, conquassate, lacere da una serie continua di mali inevitabili sì, ma pur gravissimi, venuti dalla rivoluzione in poi; se avessero visto che sperpero del pubblico erario, che miseria, che fame li ha travagliati; quanti luogotenenti, governatori, generali si sono mutati, quante, dirò ancora, forme di governo abbiamo avute in un anno solo, senza che ancora abbiamo finito; se tutto questo avessero veduto, e fossero poi andati nei più umili tugurii, ove, per la prima volta in sua vita, il lazzaro napoletano canta canzoni italiane in lode dell'unità d'Italia; e se avessero un bel giorno interrogato tutto questo popolo come s'è fatto il 7 settembre, e per tutta risposta avessero udito, come abbiamo udito noi, un grido unanime: Italia e Vittorio Emanuele, a Roma, a Roma; forse che allora le conclusioni di codesti giornali sarebbero alquanto diverse.

Per ora pongo fine a questa lettera, già lunga. In altra mia cercherò d'esaminare più da vicino le cagioni dello scontento, che ancora non è cessato.

N° 4.

Napoli, 14 settembre 1861.

(X) Le cagioni del continuo scontento nelle provincie napoletane sono molte e diverse; ma si possono ridurre principalmente sotto due capi: cagioni che vengono di fuori, cagioni che muovono dalle condizioni interne delle provincie stesse.

Se ci venisse chiesto: quale era il carattere principale del passato regime borbonico? Noi diremmo: il governo, anzi il re deve fare e volere tutto, il popolo non deve fare e non deve voler nulla, se non per mezzo del braccio e della volontà del governo. Se poi ci si chiedesse: quale è il carattere più notevole in questo popolo, dopo che il regime borbonico è caduto? Noi diremmo: la mancanza di fiducia in sè stesso, la mancanza di una opinione pubblica ben determinata.

Il governo che, uscendo dalla rivoluzione, veniva a governare queste provincie, doveva assumere l'indirizzo di tutta la cosa pubblica; giacchè

sperare che un popolo, il quale s'era abituato a credere che il governo era tutto, potesse, d'un tratto, persuadersi che il popolo è tutto, che esso deve provvedere a sè stesso, era per lo meno strano. Questa è la cagione per cui tante di quelle leggi, di quei provvedimenti utili a Torino, a Milano, a Firenze, sono riusciti non solo inutili, ma funesti a Napoli. Questa è la ragione per cui tanti di quegli uomini, che erano così felicemente riusciti nell'Alta Italia, si sono fra di noi logorati in 24 ore.

Ma di ciò non bisogna muover grave accusa al governo, giacchè il reggere, non dirò con ordini, ma con modi liberi queste provincie, è cosa d'una difficoltà spaventevole, ancora quando il governo si fosse deciso ad assumere l'indirizzo d'ogni cosa.

La difficoltà vera non sta nella intemperanza, nella rozzezza e nella poca morale, tanto predicata; ma sta appunto in quella mancanza di pubblica opinione, di cui abbiamo parlato. Questa immensa città di Napoli (e com'essa è, così le provincie) non forma, per così dire, un corpo solo. Essa è frazionata in mille gruppi, che hanno pochissimi rapporti fra loro, che non si vedono, non si conoscono, e, se si conoscono, son fra di loro gelosi come le antiche corporazioni. Gli abitanti d'un quartiere vivono diversamente da quelli d'un altro, e un popolano di Monte Calvario vi distingue uno di Porto o Mercato dal modo suo di vestire. Così non vi sono partiti politici; ma piuttosto gruppi o, per dir la parola, consorterie. Nella gran massa è penetrata l'idea d'Italia, v'è un amore frenetico per Garibaldi: essa non chiede altro che tranquillità e giustizia, ma d'altro non si cura.

Ogni volta che è giunto un nuovo luogotenente, esso veniva sempre colle migliori intenzioni del mondo; voleva essere giusto, attivo, imparziale; voleva contentare il paese. Ma qui è stata sempre la difficoltà. Si è detto: dunque il paese è incontentabile. Ma non è precisamente così. Appena veniva, il nuovo luogotenente, incerto, dubbioso, diffidente per le tante cose udite o lette, pei tanti naufragi che lo avevano preceduto, cercava con scrupolosa coscienza esaminare quali erano i veri bisogni, i veri desiderii del paese. Ma come fare a saperlo? Qui non vi sono nomi conosciuti e stimati nella universalità, non solo di tutte le provincie, ma neppure della stessa città di Napoli. Vi sono molti uomini probi, onesti, capaci; ma conosciuti solo nella loro consorteria, che li eleva alle stelle; mentre forse un'altra consorteria, senza conoscerli abbastanza, li disprezza e li accusa. Ne seguiva quindi che, non appena il caso, o una conoscenza personale, o informazioni ricevute a Torino ponevano il luogotenente in rapporto con alcuni di questi uomini, essi menavano seco quelli che più stimavano, cioè i loro amici, e non appena li avevano presentati tutti, cercavano chiudere il cerchio ed evitare studiosamente l'ingerenza di altri. Questa non era malafede, ma è

l'indole di tutte quante le consorterie del mondo. Qui il nome di consorteria si dà per antonomasia a quella della luogotenenza Farini, quasi tutti emigrati; ma si fa loro un torto, perchè se essi girarono gl'impieghi fra i loro amici, lo stesso hanno fatto gli altri; e ripeto, era quasi una necessità, portata dalla condizione stessa delle cose.

Quando, adunque, questo cerchio d'amici era chiuso, cominciava lo scontento; gli altri *uomini politici*, che si vedevano messi da parte, gridavano; gli errori della consorteria cominciavano, ed allora il pubblico si univa ai gridatori, e si formava un'apparenza di opinione pubblica, che gridava la croce addosso ai governanti. Il luogotenente era richiamato, ne veniva un altro, che si affidava ad altri; ecco subito una seconda consorteria, coi medesimi errori, e le stesse conseguenze.

Perchè cessi questo stato di cose, ci vuole del tempo: noi manchiamo non solo di strade ferrate e di strade comunali, ma nella città stessa l'andare da un quartiere all'altro è qualche volta *un'impresa*. La libera stampa, e soprattutto le riunioni dei Consigli comunali e provinciali gioveranno moltissimo.

Io già posso assicurarvi che, a chi sa bene osservare, e non si lascia ingannare dalle prime apparenze, v'è un progresso infinito. Ma ci vuol tempo.

San Martino fu il primo luogotenente che s'accorgesse di questo stato di cose; egli volle vedere e ricevere tutti ugualmente. Questo lo rese subito l'uomo più popolare di Napoli. Ma egli era forse venuto troppo presto, e, amico troppo della legalità in tempi anormali, fece sì che la reazione alzasse la testa. Ma lasciamo l'esame d'un fatto che qui è fuori di luogo. Se noi vogliamo avere una conferma di quello che abbiamo detto, dobbiamo osservare ciò che avviene adesso.

Cialdini è fra di noi assai popolare, egli ci ha salvato sul Volturno, a Gaeta, ora ci ha salvato dal brigantaggio. I nostri obblighi sono infiniti, il popolo li sente, ed ha grande simpatia pel cavalleresco generale. Pure vi sono molti che gridano, e sono scontenti, e sparlano del presente modo di governare. Chi sono, cosa vogliono, perchè gridano?

Non appena il generale è venuto a Napoli, egli s'è avveduto di quella simpatia che la massa aveva pel partito esaltato, senza averne le opinioni. Egli vide che molti erano irritati contro parecchi deputati e senatori della destra, perchè credevano che essi non avevano saputo difendere nel Parlamento la dignità del loro paese. Per queste ragioni il partito moderato, che di sua natura non è molto operoso ed ardito, si trovava assai indebolito; mentre che la reazione alzava audacemente la testa.

Fu per queste ragioni che Cialdini pensò valersi del partito d'azione e del nome di Giuseppe Garibaldi, che ha fra di noi una portentosa popolarità. Ma cosa è mai avvenuto? Non appena Nicotera e i suoi fu-

rono bene accolti dal generale, non appena qualcuno dei loro fu favorito ed impiegato, che anch'essi si sono accorti di essere una consorteria. È un fatto che, mentre a parecchi del partito d'azione s'apre la porta del palazzo di luogotenenza, essa è chiusa a molti della maggioranza parlamentare. La lettera del generale ai signori Pisanelli, Vacca, Niutta e Bonghi può darvene una prova. È naturale perciò che alcuni gridino, si lamentino, si scandolezzino. Quello che è peggio, non sono neppure compatiti; li allontana il governo, e molti troppo ingiustamente li accusano.

Ma ciò che vi dimostra il gran progresso del paese, è appunto il poco interesse che si piglia a queste lotte di amor propri offesi. Il paese si avvede che non è col partito d'azione, che non è neppure colla consorteria dei moderati, e nondimeno è col governo. E invero Cialdini non si lascia poi gran fatto dominare, sa quel che vuole, e va dove vuole.

Tutto quello che ho detto finora vi spiega certi clamori esagerati, che sembrano annunziare la fine del mondo, mentre poi non ci siamo tanto vicini.

Ma se voi mi chiedete: al disotto di questi clamori esagerati v'è una cagione vera di scontento o di malessere generale, oltre le conseguenze inevitabili dei mutamenti di governo e delle rivoluzioni? Allora io sarò costretto parlarvi di quelle cagioni di malcontento che partono dal governo. E quelle si possono ridurre a due.

1° Il governo ha avuto pochissima iniziativa, non ha compreso che bisognava, fin dal principio, assumere per qualche tempo l'indirizzo di ogni cosa, di ogni attività. Ha cominciato col credere questo paese simile affatto al resto d'Italia, ha preso delle misure che riuscirono dannosissime, come, per esempio, l'abolizione immediata di molti dazii, il rispetto ad una legalità *troppo esagerata*, il tenere in impiego un gran numero di borbonici, ecc.

È poi venuto, per reazione, ad un altro eccesso; e s'è dimostrata una diffidenza strana verso tutti i Napoletani. Non solo si è creduto, ma s'è anche avuto la poca accortezza di ripetere ogni ora che il Piemonte doveva *moralizzare* i Napoletani, coll'infonder loro il rispetto di loro stessi. Invero, se ciò si doveva e si voleva fare, bisognava cominciare col rispettare, col dimostrare fiducia. Non s'è fatto. Io posso assicurarvi che nei Ministeri sono avvenute scene, per lo meno, indecorose. Sul principio s'è avuto forse troppo riguardo alle pretensioni napoletane; s'è finito poi col non averne alcuno. S'è distrutto, s'è distrutto, e non s'è mai edificato.

Voi fra poco sentirete una crisi commerciale. Moltissime fabbriche, che hanno tirato innanzi finora, sospenderanno i loro lavori per mancanza di commissioni. Speriamo che il Municipio darà presto mano ai suoi lavori, e che le vie ferrate ci porteranno qualche aiuto.

La seconda serie d'errori governativi potrebbe dar materia ad una lunga dissertazione, che sarebbe inutile, perchè sono quei medesimi errori che, in proporzioni infinitamente più piccole, avvengono, ove più, ove meno, in tutta Italia. Voglio dire il disordine amministrativo. Qui non v'è quasi impiegato che conosca le sue attribuzioni. I consiglieri di luogotenenza si lamentano d'avere le mani legate, di non sapere quel che possano e quel che non possano. Il governo centrale grida che oltrepassano i loro poteri. Per ogni affare vi mandano da Erode a Pilato, e finalmente siete costretto andare a Torino, dove vi dicono che spetta al governo locale. In questo modo il governo si discredita, perchè apparisce come poco serio agli occhi della moltitudine, e i suoi stessi funzionari sono sfiduciati e lo criticano. Ogni giorno incontrate, per via, gente incaricata di missioni indefinibili, incomprensibili. Ogni giorno si sente il nome di nuovi impiegati e di nuovi impieghi.

Andando di questo passo, le pensioni finiranno col mangiarsi le rendite dello Stato. Il ristagno degli affari è portentoso. L'altro giorno la cassa non pagava i *vaglia postali*; parecchi impiegati non hanno ricevuto i loro soldi, per mancanza di danaro, sebbene avessimo ancora più milioni di moneta coniabile, che però non si conia.

Nondimeno, credete ad un osservatore imparziale, il progresso che si trova al disotto di sì gran disordine è grandissimo, e cresce ogni giorno. Per queste ragioni mi duole assai di sentire che siamo alla vigilia di nuovi cambiamenti. Tra Cialdini ed il governo centrale non pare vi sia perfetto accordo, e la conseguenza di ciò dicesi che sarà una più pronta cessazione delle luogotenenze. Vorrei che misure politiche di tanta importanza non si pigliassero in conseguenza di mali umori.

A quest'ora avrete letta la lettera di Cialdini al Municipio di Napoli. Non ha fatto a tutti una bella impressione. Il Municipio ha lavorato con molto zelo, è riuscito nell'operazione di un prestito, pel quale il paese s'era mostrato prontissimo a concorrere. Se il Consiglio provinciale ha messo inopportuni ostacoli, non era colpa del Municipio. Molte delle cose che il generale consiglia erano già fatte. E se, a proposito degl'indirizzi al Re, ed allo stesso Cialdini, si sono perduti in quistioni di lingua, e hanno voluto discutere se bisognava dire *guardie da fuoco*, o *vigili*, o *pompieri*, come si diceva fra noi, non era poi da farne gran caso. Ma io credo che lo scopo vero di quella lettera, sia stato piuttosto un rimprovero al Consiglio provinciale. Del Municipio finora dobbiamo lodare lo zelo, l'attività e la pratica degli affari.

N° 5.

Napoli, 26 settembre 1861.

(X) Ormai si ripete da tutti che noi siamo prossimi ad un nuovo mutamento. La luogotenenza cesserebbe, Cialdini si ritira, e in sua vece avremmo Villamarina governatore di Napoli, Fanti assumerebbe il comando delle forze militari. Cosa dice il paese di queste nuove? Noi siamo alla solita questione. Cosa dice il paese è troppo difficile saperlo. Io ho incontrato alcuni che mi dicevano: " Finalmente ci siamo! cessa " quella anomalia di due governi, che, a danno del paese, s'impediscono " a vicenda di operare. Fino a che non è distrutta la luogotenenza, " Napoli non avrà pace ". Ho incontrato altri che mi dicevano: " Voi " vedete! ora è chiaro che a Torino non vogliono la tranquillità del " nostro paese. Fummo contenti di San-Martino e lo richiamarono, siamo " contenti di Cialdini e fanno lo stesso ". Ho incontrato un terzo e mi ha detto: " Ma insomma bisogna levare ogni cosa a questa povera città: " che male faceva questo po' di luogotenenza? adesso tutti gli affari si " dovranno risolvere a Torino! " E quest'ultima opinione ho trovata in bocca di molti, i quali sembrano pochi, perchè non sono di quelli che si chiamano *uomini politici*.

Chi si fosse trovato, la prima volta, a sentire questi discorsi, esclamerebbe: Vedete che paese! tanti uomini, tanti pareri; non sanno quel che vogliono, sono d'accordo solo a gridare ed essere scontenti. Che deve fare un povero governo, quando un napoletano vi dice: Napoli non avrà pace, se non si toglie la luogotenenza; e un altro soggiunge: Senza la luogotenenza Napoli è rovinata! Ricciardi, per esempio, dice che bisogna portar qui Ministero e Parlamento fino a che non andiamo a Roma!

Io, che sono da più tempo in queste provincie, credo d'essere riuscito a raccapezzarmici un po' meglio. Ecco in che termini, adunque, io credo che stiano le cose. Quando Cialdini è venuto a Napoli, ha visto che quella parte della maggioranza parlamentare, che qui si chiama *la consorteria*, era, a torto, o a ragione, assai poco popolare. Ha visto che i così detti *uomini d'azione* e i così detti *garibaldini* politici avevano più simpatie, senza che però il pubblico parteggiasse ben le loro idee. Cialdini è uomo di guerra, ed ha ragionato così: per distruggere il nemico bisogna valersi di tutte le forze. S'è quindi circondato di tutti coloro che potevano aiutarlo a combattere la reazione. Bene o male che abbia ragionato, il fatto è che riuscì subito nel suo intento. È vero che intorno a lui si vedono qualche volta alcuni che meglio ne starebbero lontani, alcuni che qualche volta gli dànno inopportuni consigli. Ma a che monta questo, quando poi si vede chiaro che Cialdini non si lascia dominare da alcuno e che fa di suo capo? Ove sono questi repubbli-

cani che lo dominano e lo guidano? Io per me non gli ho visti, nè li conosco. E d'altra parte, i poteri civili della luogotenenza si sono andati ogni giorno restringendo in modo che in questa parte potrà far davvero poco bene e poco male. Intanto però è naturale che alcuni di coloro che Cialdini tollera intorno a sè e che sanno di dover perdere ogni importanza colla sua andata, vedono in ciò la fine del mondo. Come è naturale che quelli, i quali furono bruscamente allontanati, non vedano l'ora che cessi questa luogotenenza. Se non che *la consorteria* fa un cattivo calcolo, giacchè essa non vede che il vero modo di far morire certi pretesi politici, sarebbe appunto lasciarli per alcuni giorni godere della loro effimera popolarità. Essi stancherebbero Cialdini stesso, come già hanno stancato i suoi amici. E d'altronde tutto questo è una specie di fantasmagoria, che non mette neppure il conto di ragionarne; ma serve solo a spiegarvi certe grida e certe paure esagerate.

Il fatto vero è questo. Cialdini ci ha fatto gran bene, Cialdini è assai popolare fra di noi. Il popolo lo ama, e gli stessi codini hanno simpatie per lui. Cialdini è ben lungi dall'aver compiuta la sua opera. La reazione è spaventata, ma non vinta; il brigantaggio infesta ancora molte vie, e potrebbe in quindici giorni ripullulare. Sopravviene l'inverno che, da una parte, rende difficile tener la campagna; ma, da un'altra, porta la miseria e la mancanza di lavoro: quindi sarà più facile reclutar contadini al Borbone. Noi ancora non abbiamo fatta la coscrizione, ed allora solamente si potrebbe dir compiuta l'opera del Cialdini. Ieri sera si parlava d'un nuovo sbarco avvenuto in Calabria, e le voci esagerate già dicevano che vi era andato lo stesso Francesco II. Sono favole; ma è certo che il Borbone sta lavorando in Calabria, e che s'è visto comparire in quei luoghi qualche nuova banda. Ora io domando: quale ragione vi potrebbe essere al mondo per richiamar Cialdini in questo momento? Che male hanno poi fatto i suoi poteri civili così limitati, per averne tanta paura? E d'altra parte, chi è così cieco da non vedere che a distruggere il brigantaggio e la reazione non bastano i poteri militari? Voi avete bisogno della Guardia nazionale, della polizia, dei municipii, ecc. Cosa farete quando il sindaco è renitente o amico della reazione, quando la polizia non vi seconda? E se, al partire di Cialdini, il brigantaggio tentasse un altro colpo? Gli scontenti vi sono, e i contadini ancora non sono persuasi che questo governo sia stabile, e sono irritati non solo per la miseria, ma anche dalle molte angherie che han dovuto soffrire da certi liberali zelanti, che ci hanno fatto assai più male dei Borbonici. Un amico mi raccontava d'aver visto, co' suoi proprii occhi, un liberale bastonare alcuni contadini, e un giorno arrivare sino a rompere il braccio d'uno di essi. Questi fatti sono avvenuti, e l'irritazione, in certi paesi, ha portato quelle sanguinose reazioni che non erano mosse solo da amore ai Borboni, ma da odio irrefrenabile contro certe

prepotenze di liberali. Se, dunque, noi avessimo di nuovo una recrudescenza nel brigantaggio e nella reazione, vi par meglio che si trovi fra noi il generale Cialdini con tutti i suoi poteri e la conoscenza del paese, o un generale nuovo? E se, come ognun vede, è meglio che ci sia il Cialdini, perchè richiamarlo ora, quando forse è più necessario che mai?

Ma io voglio mettere da banda il brigantaggio e la reazione, ed esaminare invece la quistione del tòrre la luogotenenza, dal lato che riguarda più direttamente il governo centrale. Non v'è dubbio alcuno che la sua azione venga inceppata dal governo locale. Ma questo, notate bene, non è colpa del Cialdini; tutte le luogotenenze sono più o meno venute in urto col governo centrale. È naturale che chi è fra noi dia più importanza agl'interessi locali, che non ce ne dànno a Torino, dove vedono solo il lato più generale della questione. Vi dirò di più: questa è l'indole di tutti i governi locali. Quando Ferdinando II mandò a Palermo un'apparenza di luogotenente, questi si trovò subito in una continua opposizione col governo di Napoli. Se ciò poteva avvenire in quei tempi e con quegli uomini così ligi, anzi schiavi del potere; vi può far maraviglia che avvenga lo stesso in tempi di libertà, e con uomini che hanno la fede delle loro convinzioni? Ammesso una volta che l'indole di questa forma di governo porti una certa opposizione, dovete aggiungere l'indole particolare del Cialdini e del Ricasoli.

Il primo, impetuoso, intollerante di ogni freno alla sua volontà energica, oltrepassa qualche volta i suoi poteri, e s'adira facilmente ogni volta che trova ostacoli alle sue intenzioni. Il Ricasoli, uomo di ferro, volontà inalterabile, vuole essere obbedito prontamente. Dopo ciò, non ho bisogno d'altri commenti. L'*Opinione* fa bene a smentire i mali umori tra Ricasoli e Cialdini; ma noi possiamo ben credere che di tanto in tanto la loro corrispondenza non sia del tutto calma e serena.

Torniamo però al nostro argomento. Giova o non giova al governo centrale abolire in questo momento la luogotenenza di Napoli? Io credo che questa misura nuocerebbe molto a noi; ma più di tutto poi al governo centrale. Fino ad ora la sua azione fra di noi s'è manifestata soltanto per diminuire i poteri delle luogotenenze, sciogliere un ministero, sciogliere l'esercito meridionale, e l'antico esercito borbonico; insomma per distruggere. L'opera della riedificazione ancora non è cominciata, e siamo proprio sul momento di vederla cominciare. I ministeri sciolti sono ora in un mezzo caos; ma fra poco vedremo gli affari essere regolati da Torino, assai spesso, meglio e più presto che non si regolavano da Napoli. Fra poco i lavori delle vie ferrate si cominceranno a vedere, i lavori del Municipio nella città stessa saranno cominciati. Insomma da qui a due o tre mesi noi tutti sentiremo che a Torino v'è una borsa benefica per noi, che porta lavoro, ordine, speditezza negli affari, e via discorrendo. Allora la luogotenenza potrà apparire anche

a noi come una ruota di più, che ritarda il movimento degli affari. Dirò di più: la luogotenenza fra poco si troverà occupata in un'opera ingrata, la coscrizione; e questo, mentre le accrescerà la stima dei buoni, dovrà senza dubbio levarle agli occhi di certuni parte di quella aura di popolarità che gode adesso. Allora il ritirare Cialdini potrà essere con sua soddisfazione, perchè avrà compiuto l'opera sua, e con gratitudine di tutti i buoni; ed egli, non solo non partirà scontento di non aver potuto compiere il suo mandato, ma ancora non lascerà in molti illusi l'idea che fu richiamato perchè parteggiasse troppo pei Napoletani.

Quanto poi a quei tre o quattro individui che sono intorno al generale e dei quali certuni tanto si preoccupano, vi so dire che essi potranno fare poco male e poco bene, e di qui a qualche mese vorrei scommettere che non si troveranno più intorno a lui. Infine dei conti, egli è un uomo generoso e vede la retta via. Voglio dirvi un fatto. Voi sapete della lettera scritta da lui al Municipio, e della risposta, e dell'articolo venuto in risposta alla risposta nel giornale ufficiale. Ebbene, sappiate che tutto questo è nato perchè qualcuno di questi mestatori soffiava nell'orecchio a Cialdini, ponendo in cattivo aspetto il Municipio. Quando il Municipio rispose, Cialdini chiamò quel tale e gli disse: Voi mi avete ingannato, questa è una risposta d'uomini che sentono la loro dignità. Egli stesso volle far pubblicare nel giornale ufficiale la lettera del Municipio, e voleva che vi si facesse una risposta adeguata. Ma qui gli fece danno il troppo zelo del buon De Blasio, il quale scrisse quell'articolo, che, a dir poco, è inopportuno.

Tutta la stampa napoletana, sebbene avesse molta simpatia per Cialdini, ha preso le parti del Municipio; ma non crediate che essa abbia voluto atterrar veramente il Cialdini; quel fuoco è diretto invece contro il De Blasio, tenuto per vero autore dell'articolo, di cui si aggiunge che Cialdini è scontento. Voi vedete che qui amano il Cialdini e che tutto interpretano in suo favore, perchè lo tengono quale è veramente un bravo e generoso soldato. E però non è presumibile che egli si lasci facilmente deviare da, chi o per troppo zelo, come è avvenuto al De Blasio, o per altra cagione, men bella, tenterebbe di farlo.

Mentre, adunque, i vantaggi che ora porta la dimora di Cialdini son molti e i pericoli sono immaginarii, cosa ne verrebbe al governo centrale, per la sua chiamata? Esso, che fra noi è noto solo come una forza che distrugge (intendo dire agli occhi delle moltitudini), si troverebbe, non appena pigliasse direttamente in mano le cose di quelle provincie, col brigantaggio non ancora spento, colla coscrizione da fare, coll'amministrazione dieci volte più disordinata che non è adesso. Per capir questa ultima parte, bisognerebbe aver visto che disordine abbiamo avuto, per un mese o due, in ogni ministero che si è sciolto. I ministeri già sciolti non ancora si sono bene avviati, qualcuno è ancora in istato d'anarchia;

aggiungeteci la dissoluzione istantanea di tutta quanta l'amministrazione locale, e voi capirete che significherebbe richiamare il Cialdini pel 1° ottobre. Mentre, da qui a pochi mesi, il brigantaggio e la reazione sarebbero finiti, la coscrizione fatta, l'amministrazione che ora dipende dal governo ordinata, la fiducia cresciuta vicendevolmente, la pubblica opinione cominciata a formarsi, le strade ferrate e i lavori municipali cominciati; insomma tutta la parte più ingrata della unificazione sarebbe portata a termine, e non vi sarebbe che da compiere il bene. Il governo centrale comincerebbe davvero come un governo *riparatore*, secondo la frase tante volte ripetuta dai giornali.

Io aggiungerò di più. Noi leggiamo ogni giorno che nel ministero dell'interno si lavora e si medita un nuovo piano d'amministrazione. Ebbene, si è poi certi che, appena questo piano sarà compiuto sulla carta, sarà così perfetto e compiuto da non trovare nessuna difficoltà nella pratica, da non avere bisogno d'alcuna modificazione? E se non si è certi, come non è possibile che si sia, perchè volete moltiplicare le difficoltà, con tentare contemporaneamente l'esperienza in paesi tanto diversi e che si trovano fra loro in sì diverse condizioni? Quello che può riuscir bene a Firenze ed a Milano, e che potrebbe riuscir bene anche a Napoli, quando sarà in condizioni normali come il resto d'Italia, potrebbe riuscir malissimo quando l'opera di distruzione e costruzione s'intrecciassero fra loro, come certo dovrebbe avvenire adesso, e quando il governo centrale non ha ancora guadagnato tanta fiducia da far tollerare con pazienza anche quegli errori, che sono inevitabili (1).

---

(1) Tralascio di ripubblicare le corrispondenze che si trovano ne' numeri di sabato 5 ottobre e di domenica 20 ottobre, avendole il Villari stesso ristampate a pp. 452-458 e 459-469 della seconda edizione delle sue *Lettere meridionali.*

Gli Accademici Segretari
CARLO FABRIZIO PARONA
ETTORE STAMPINI

CLASSE
DI
SCIENZE MORALI, STORICHE E FILOLOGICHE

Adunanza del 23 Giugno 1918

PRESIDENZA DEL SOCIO PROF. COMM. ANDREA NACCARI
PRESIDENTE DELL'ACCADEMIA

Sono presenti i Soci Pizzi, Einaudi, Baudi di Vesme, Schiaparelli, Patetta, Prato, Cian, Pacchioni, Valmaggi, e Stampini Segretario della Classe.

Ha scusato la sua assenza il Socio Vidari.

È letto ed approvato l'atto verbale della precedente adunanza del giorno 9 corr.

L'Accademico Segretario presenta un opuscolo del Socio Giovanni Sforza, inviato in omaggio all'Accademia e intitolato *Alfonso La Marmora in Valdimagra nel marzo del 1849* (Estr. dalla " Rassegna Storica del Risorgimento ", Ann. V, Fasc. II, 1918). La Classe ringrazia.

Il Socio Einaudi presenta, per la pubblicazione negli *Atti*, una sua *Nota* dal titolo *Contributo alla storia della teoria del rapporto fra M (moneta) ed M^1 (surrogati della moneta) nella equazione dello scambio.*

Il Socio Patetta presenta una *Nota* del Prof. Ferdinando Gabotto intitolata *Una convenzione fra la " Compagnia Inglese " e Giovanni II di Monferrato nel 1361.* Sarà pubblicata negli *Atti.*

Per la pubblicazione negli *Atti* sono inoltre presentate, dal Socio PRATO una sua *Nota* su *Il controllo statale dei cambi in Piemonte nel 1798*, e dal Socio CIAN una sua prima *Nota* su *Settecento canoro.*

Il Presidente chiude l'adunanza augurando ai Colleghi ottime ferie accademiche; e la Classe gli ricambia con uguale cordialità i suoi auguri. E tutti con unanime sentimento si augurano di ritrovarsi uniti per salutare giorni migliori della Patria.

La Classe in seduta privata procedette all'elezione di 3 Soci nazionali non residenti e di 4 Soci stranieri, salva l'approvazione Sovrana. Furono eletti a Soci *nazionali non residenti* il filologo Remigio SABBADINI, il glottologo Carlo SALVIONI, e l'economista Vilfredo PARETO; e a Soci *stranieri* il Cardinale Desiderato MERCIER, il Presidente degli Stati Uniti d'America Woodrow WILSON, il filologo e poeta Pierre DE NOLHAC, e l'economista Alfredo MARSHALL.

Inoltre elesse 11 Soci *corrispondenti italiani*, cioè Bernardino VARISCO, Oreste RANELLETTI, Federico HALBHERR, Orazio MARUCCHI, Roberto PARIBENI, Carlo Alfonso NALLINO, Pier Enea GUARNERIO, Pietro RASI, Enrico ROSTAGNO, Michele BARBI, Alfredo GALLETTI.

Essa in fine passò alla nomina della Commissione per il Premio Gautieri riservato alla Filosofia, per il triennio 1915-1917, e riuscirono nominati a comporla i Soci VIDARI, CHIRONI, RUFFINI e DE SANCTIS.

LETTURE

Contributo alla storia della teoria del rapporto fra M (moneta) ed M' (surrogati della moneta) nella equazione dello scambio

Nota del Socio nazionale residente LUIGI EINAUDI

Nella equazione dello scambio (1)

$$P = \frac{MV + M'V'}{T}$$

è noto che gli scrittori suppongono esistente una relazione determinata fra M (moneta propriamente detta) ed M' (depositi bancari soggetti a trasferimenti per mezzo di assegni o chèques). Se le due quantità M ed M' fossero indipendenti tra di loro, sarebbe impossibile affermare che, astrazion fatta dai rapporti fra P e V, V', T, il livello generale dei prezzi P sia in funzione soltanto di M, essendochè P sarebbe invece in funzione di due variabili indipendenti M ed M'.

(1) Riproduco l'equazione nella forma datale dal prof. Irving Fisher in *The Purchasing Power of Money* (New-York, Macmillan, 1911), come quella che ha acquistato grande notorietà ed è quella più comunemente citata dagli economisti, in occasione di discussioni monetarie. Cfr., fra gli altri, F. Y. Edgeworth, *Currency and Finance in time of war*, Oxford, 1917. È superfluo avvertire che, così facendo, non si vuole attribuire a quella forma un grado di eccellenza su tutte le altre possibili, nè dare per risolute le svariate questioni possibili intorno al significato ed alla portata della equazione fisheriana dello scambio. In questa nota assumiamo quella equazione come un punto noto di partenza utile ad evitare spiegazioni non pertinenti alla relazione fra M ed M' che si intende esaminare.

Il Fisher ha cercato di provare che i depositi bancari (*M'*) sono normalmente un multiplo più o meno determinato della moneta (*M*):

1° Le riserve in contanti o moneta delle banche debbono essere in un dato rapporto variabile a seconda della natura, dell'ammontare individuale e della durata dei depositi. Per ogni banca e quindi per ogni paese vi è una relazione normale fra riserve monetarie delle banche e depositi bancari; e da ciò deriva che *M'* è una quantità dipendente da *M* (*op. cit.*, pag. 45 e segg.).

2° Ogni privato, ogni ditta o società mantiene una certa proporzione più o meno definita fra le transazioni regolate per contanti e quelle regolate con assegni, ed altresì fra la moneta tenuta nel cassetto ed i depositi in conto corrente. La proporzione varia a seconda delle convenienze e delle abitudini individuali. Le ditte commerciali usano moneta per pagare i salari e le piccole spese, e spiccano assegni per i pagamenti ad altre ditte. Il privato distribuisce i suoi pagamenti tra i due modi a seconda del loro ammontare. Se il contanti scema troppo, lo si accresce incassando un assegno. L'uso degli assegni cresce col perfezionarsi del meccanismo degli affari della tecnica bancaria, colla diffusione delle banche, coll'ingrandirsi delle intraprese, col concentrarsi della popolazione nelle città — in queste è comodissimo pagare tirando un assegno su una banca, mentre nelle campagne sarebbe fastidioso e dispendioso recarsi ogni volta alla banca per incassare l'assegno e si preferisce ricevere i pagamenti in moneta contante —, coll'ascendere dai più modesti ai più ricchi strati della popolazione.

Se il rapporto determinato dalle convenienze e dalle abitudini è turbato, l'equilibrio si ristabilisce perchè i privati depositano il contanti superfluo od incassano i depositi sovrabbondanti. Perciò la moneta, circolante od in riserva, è una quantità la quale si trova in un rapporto fisso con i depositi. Perciò ogni variazione in *M*, provocando una variazione corrispondente in *M'*, deve cagionare una variazione proporzionale in *P*, a meno chè, s'intende, si verifichino variazioni concomitanti in *V* (velocità di circolazione di *M*), *V'* (velocità di circolazione di *M'*) o *T* (massa dalle merci e dei servizi negoziati), dalle quali qui si fa astrazione (*op. cit.*, pag. 50 e segg.). Viceversa, una variazione

indipendente di P, *ove questa fosse possibile*, determinerebbe, fermi rimanendo V, V' e T, una variazione corrispondente in M ed insieme e proporzionatamente in M'. Qualunque sia la teoria preferita, o sia che l'origine del movimento si rintracci in M od in P, è molto importante sapere se M ed M' siano tra di loro legate da una relazione determinata ovvero no.

***

Le osservazioni sopra fatte sono un contributo ragguardevole alla tesi che un rapporto, variabile da luogo a luogo, da classe a classe e da tempo a tempo, esista fra M ed M'. Ma poichè il Fisher non è il solo autore il quale si sia occupato di questo problema, così mi parrebbe utile una indagine la quale ricercasse sistematicamente le opinioni espresse in proposito dai maggiori economisti. Per il tempo presente, l'osservazione dei fatti reali, l'interrogatorio dei banchieri, dei commercianti, degli industriali, gli scandagli statistici valgono più delle opinioni degli studiosi per assodare l'esistenza del fatto: poichè il supposto rapporto fra M ed M' è un *fatto*, che si tratta di *constatare* con l'osservazione se sia realmente esistente oppure no. Per il passato, non essendo l'attenzione degli studiosi stata richiamata in modo particolare su tale rapporto, fa d'uopo contentarsi di testimonianze casuali, non preordinate, che si riscontrano qua e là negli scritti degli economisti. È chiaro che se dall'esame sistematico di siffatte testimonianze scaturisse un consenso di opinioni affermative intorno all'esistenza del rapporto, riuscirebbe fortificata notevolmente l'opinione di chi ritiene che M non possa variare senza una corrispondente variazione in M'. Il consenso delle opinioni sarebbe particolarmente significativo se esse fossero espresse da economisti dotati di forte dottrina e nel tempo stesso pregiati per la loro diretta conoscenza dei fatti economici.

Forse pochissimi economisti riuniscono le qualità di dottrina e di esperienza degli affari in grado paragonabile a quello per cui eccelle Tommaso Tooke (1774-1858). Mercante in granaglie, promotore ed amministratore d'imprese ferroviarie, portuarie e di assicurazione, autore della celebre *Petizione dei mercanti*, la quale iniziò in stile lapidario il movimento inglese a favore del libero

scambio, autore di molti scritti sul problema della circolazione e dei prezzi, va nella letteratura economica ricordato specialmente per la sua *A History of Prices and of the State of the Circulation during the years 1793-1856*, in 6 volumi (London, 1838-52), di cui i due ultimi scritti in collaborazione con W. Newmarch. Còmpito della presente nota è di estrarre da quest'opera fondamentale i passi, in cui il Tooke esprime qualche opinione intorno al rapporto quantitativo fra la moneta ed i suoi surrogati. Sarò lieto di aver offerto in tal modo un contributo, anche minimo, alla storia del dogma dei rapporti fra M ed M'.

Nel compiere questo lavoro di riassunto, si incontra la medesima difficoltà che ha dato tanto da fare agli interpreti di Ricardo, di Senior e degli altri economisti inglesi classici. Al pari di questi, il Tooke non è costante nella sua terminologia. Egli non scrive per contribuire volutamente al progresso della scienza; sì per intervenire nelle polemiche ardenti che ai suoi tempi si combattevano in Inghilterra intorno ai problemi della circolazione, dei cambi, dei prezzi, dell'atto di Peel del 1844. La sua *History* è una magnifica, monumentale polemica contro la *Currency School*; ma, come tutte le polemiche, essa ha le sue incertezze, i suoi ritorni, talvolta le sue apparenti contraddizioni.

***

I luoghi in cui l'A. accenna al problema sono tre, e di essi due sono dovuti alla sua penna (IV, 228-31 e 463) ed uno a quella del suo collaboratore Newmarch (VI, appendici, 593). Poichè tuttavia il T. dichiara (V, prefazione, IX) che le parti dell'opera scritte dal Newmarch, sono state sottoposte alla sua revisione e correzione e che le opinioni in essa espresse e le informazioni contenutevi hanno il compiuto suo assenso, è corretto considerare tutti tre i brani come l'espressione di un unico pensiero.

Il T. prende le mosse (nel vol. IV, pagg. 228-31) da un brano di Adamo Smith, in cui questi osserva che la circolazione di ogni paese " si può considerare composta di due branche differenti, la circolazione dei commercianti fra di loro e quella fra commercianti e consumatori. Sebbene gli stessi pezzi di moneta,

sia di carta o di metallo, possano essere talvolta adoperati in una circolazione e talora nell'altra, tuttavia siccome amendue procedono contemporaneamente, ognuna assorbe un certo ammontare di moneta dell'una o dell'altra specie. Il valore delle merci negoziate fra i diversi commercianti non può mai eccedere il valore di quelle negoziate fra commercianti e consumatori, ogni cosa comperata dai commercianti essendo destinata ad essere venduta ai consumatori. La carta moneta può essere regolata in modo da limitarsi alla circolazione fra commercianti o da estendersi ugualmente ad una gran parte di quella fra commercianti e consumatori. Quando, come accade a Londra, non si emettono biglietti di banca di valore inferiore alle dieci lire sterline, la carta moneta si ristringe quasi soltanto alla circolazione fra commercianti. Se un biglietto da dieci lire giunge nelle mani di un consumatore, egli è generalmente obbligato a scambiarlo alla prima bottega dove gli capita di comperare merci per cinque scellini, cosicchè il biglietto ritorna nelle mani di un commerciante prima che il consumatore abbia speso una quarantesima parte del suo ammontare „ (*Wealth of nations*, libro II, cap. II, pagg. 141-42 dell'ediz. di Mc Culloch).

Adamo Smith aveva dunque riscontrato l'esistenza di un rapporto fra la moneta propriamente detta — moneta metallica e carta moneta di piccolo taglio, come quella che s'usava in Scozia — e quelli che al tempo in cui egli scriveva (1776) potevano essere considerati come surrogati della moneta, ossia i biglietti a grosso taglio, da 10 lire sterline in su; ed aveva ritenuto di trovare la ragione dell'esistenza di tale rapporto nel fatto che il valore delle contrattazioni al minuto — tra negozianti e consumatori — costituisce il limite massimo del valore delle contrattazioni all'ingrosso, dei negozianti tra di loro. E siccome la moneta propriamente detta (M) dà il maggiore alimento alle contrattazioni al minuto, mentre i surrogati (M') nutriscono sovratutto le contrattazioni all'ingrosso, si deve concludere che la quantità M' non può superare quella M. Se il rapporto è turbato, nasce una tendenza a ristabilire l'equilibrio, perchè i consumatori, trovandosi in mano biglietti di grosso taglio, al più presto li barattano in moneta metallica più comoda ai piccoli acquisti.

In queste considerazioni del sommo economista, il quale fu,

importa sempre ricordarlo, finissimo osservatore dei fatti della vita contemporanea, si trova contenuta in genere la teoria esposta poi dagli scrittori moderni, e sopra esemplificata nel dettato di Fisher.

Il T. utilizza l'osservazione smithiana, non collo scopo espresso di delucidare il rapporto fra M ed M', ma coll'intendimento di farsene un'arma nella celebre controversia monetaria e bancaria che si agitò in Inghilterra dal " Bank Restriction Act „ del 1797 all'atto di Peel del 1844. Premeva a lui mettere in chiaro l'oscurità delle idee degli scrittori della *Currency School*, i quali consideravano come di una sola specie i biglietti di banca, sia che servissero alle piccole contrattazioni ed alle grandi; ed all'uopo gli giova perfezionare le osservazioni dello Smith. In un opuscolo *Inquiry into the Currency Principle*, pubblicato alla vigilia di quello che poi divenne l'atto di Peel del 1844 e riprodotto in parte a carte 229 e segg. del IV vol. della *History*, il T. scrive:

" Non vi è dubbio che la distinzione qui fatta [nel brano citato di A. Smith] è sostanzialmente corretta. Assumendola come punto di partenza, diventa ovvia la ragione grazie alla quale, per quanto riguarda gli scambi fra commercianti e consumatori — compreso il pagamento dei salari, che sono la principale fonte di sostentamento dei consumatori — la moneta metallica e le specie più piccole dei biglietti di banca sono essenziali al detto scambio e per cui, se i biglietti più piccoli sono ritirati, il loro posto deve essere preso dalla moneta metallica; non così invece per quanto tocca gli scambi fra negoziante e negoziante. I biglietti di banca non solo non sono essenziali per siffatto scambio, ma, anzi, come è notissimo ad ognuno il quale abbia una pura superficialissima notizia del modo in cui quegli scambi si compiono, essi sono raramente usati nelle più importanti contrattazioni di compra e vendita. La più parte del commercio all'ingrosso è compiuta ed aggiustata in questo paese per mezzo di compensazioni di debiti e crediti, di cui le prove scritte si hanno nelle cambiali (*bills of exchange*), compresi in esse i pagherò (*promissory notes*) pagabili all'ordine ad una certa data futura, mentre i pagamenti correnti, per quelle che sono dette vendite per contanti, sono per lo più compiuti per mezzo di assegni (*chèques*); soltanto il saldo ultimo nascente dalla gran massa di

queste transazioni dovendo essere liquidato con un ammontare relativamente piccolo di biglietti di banca. Le principali eccezioni a questa regola si hanno, a quanto mi consta, nel commercio alimentare e nelle fiere delle pecore, del bestiame bovino e dei cavalli, dove i pagamenti per lo più si fanno in moneta metallica ed in banco-note; ma non vi è dubbio che, per le somme da lire sterline 10 in su, anche in questi casi le cambiali potrebbero essere sostituite al contante, come un tempo si faceva e come tornerebbe a farsi, se non fosse dell'aumentato diritto di bollo. Nessun dubbio può esservi che, ad eccezione di questi e di pochi altri traffici all'ingrosso, in cui non si usa il credito, non vi è alcun intervento dei biglietti di banca nelle compre e vendite le quali hanno luogo fra commercianti all'ingrosso „.

Secondo il T. esistono dunque due masse monetarie circolanti: l'una composta di moneta metallica e di [piccoli] biglietti di banca, la quale serve per le contrattazioni al minuto tra negozianti e consumatori diretti e per quella parte delle contrattazioni all'ingrosso, la quale ha luogo nelle industrie e nei commerci antiquati (commercio alimentare, fiere di cavalli, bovini e pecore e commerci scarsamente aiutati dal credito); mentre l'altra massa circolante è composta di surrogati della moneta (M'), cambiali, pagherò ed assegni bancari, e corre in quasi tutto il commercio all'ingrosso. In quest'ultimo, i surrogati della moneta si estenderebbero ancor più, se non fossero ostacolati dall'impedimento artificioso dell'alto bollo fiscale sulle cambiali. E ad ogni modo, tra l'una massa e l'altra, esiste un dato rapporto, poichè — e qui il T. ripete l'osservazione dello Smith — “ l'ammontare totale delle transazioni fra commercianti e commercianti deve essere in ultima analisi determinato e limitato dall'ammontare di quelle fra commercianti e consumatori „ (pagina 230) (1).

---

(1) Il T. aggiunge, in verità, questa motivazione del fatto, che nelle contrattazioni all'ingrosso si usano i surrogati mentre in quelle al minuto è preferita la moneta: le prime sarebbero trasferimenti *di capitali*, mentre le seconde lo sarebbero di *oggetti di consumo*. E parrebbe che, secondo lui, il trasferimento dei capitali comportasse necessariamente l'uso dei surrogati della moneta. Il che non aggiunge nulla a quanto già è detto nel testo,

Il qual concetto che i surrogati della moneta sono quantitativamente correlati alla moneta propriamente detta, il T. l'aveva già affermato nel 1840 nella sua deposizione dinanzi al *Select Committee of the House of Commons on Banks of Issue*, anch'essa riprodotta nel IV volume della *History*. Nell'interrogazione n. 3305 il signor Warburton chiede: " Ritenete voi che tutti questi altri mezzi di pagamento, come cambiali, biglietti rimborsabili a vista (1), depositi e così via sono limitati — trattandosi di cose le quali si risolvono in ultima analisi nei metalli preziosi — nel loro ammontare dalla moneta metallica accetta nel paese e con questa debbono serbare un certo rapporto? „. — Ed il T., alla domanda risponde senz'altro: *indubbiamente*. E poichè il Warburton insiste e chiede (n. 3306): " Se noi supponiamo che i metalli preziosi siano invariabili in quantità, ritenete voi che l'ammontare delle cambiali, dei biglietti pagabili a vista e così via possa solo oscillare entro certi moderati limiti? „. — il T. spiega il suo reciso *indubbiamente* di prima, notando che " entro brevi periodi e prima che possa applicarsi il principio della limitazione, si possono verificare oscillazioni molto grandi „ (vol. IV, pag. 463-4).

L'interrogazione essendo mossa da altri, che non conservava la terminologia medesima del T., il contenuto di *M* e di *M'* non è in tutto uguale a quello di prima; poichè i biglietti di banca sarebbero collocati in *M'* invece che in *M* come T. amava meglio, almeno per i biglietti di piccolo taglio. Ma è chiaro il concetto che la quantità di *M* limita la quantità di *M'* e tra le due deve esistere un rapporto determinato. Il T., con la sua caratteristica percezione della difficoltà di attuare sempre e subito le corre-

---

trattandosi di un'altra maniera di esprimere lo stesso concetto, secondo cui per le operazioni all'ingrosso sono preferiti i surrogati della moneta, mentre per quelle al minuto si usa di preferenza la moneta propriamente detta. Solo è chiarito di passata, il contenuto delle operazioni all'ingrosso, le quali comprendono, secondo il T., " tutte le vendite procedenti dal produttore od importatore, attraverso a tutti gli stadi dei processi intermedi di fabbricazione o commercio, fino al negoziante al minuto od al mercante esportatore „ (*id.*, pag. 230).

(1) Dal contesto delle interrogazioni parmi risultare che questi " biglietti rimborsabili a vista „ — *notes payable on demand* — sono la stessa cosa delle *bank-notes* o biglietti di banca.

lazioni economiche che possono stabilirsi solo dopo *lunghi* periodi di tempo superando resistenze più o meno vive, nota che il legame fra M ed M' deve intendersi valido nei *lunghi* periodi di tempo, mentre oscillazioni più o meno ampie al disopra ed al disotto del rapporto normale possono verificarsi nei *brevi* periodi di tempo.

Approfondendo ulteriormente l'analisi dei rapporti tra le diverse specie di monete, il Newmarch (in uno studio pubblicato nello " Statistical Journal „ presumibilmente il " Journal of the Statistical Society „, del maggio 1851, vol. XIV ed in parte riprodotto nella *History*, vol. VI, pag. 593 e segg.) così classifica la massa degli strumenti della circolazione in uso al suo tempo in Inghilterra:

1° Moneta metallica (*coin*);
2° Biglietti di banca (*Bank notes*);
3° Assegni (*chèques*);
4° Cambiali (*bills of exchange*);
5° Accreditamenti bancari e commerciali (*ledger accounts*).

E ne definisce l'indole, insegnando che: 1° la moneta metallica è un sottomultiplo dei biglietti di banca; 2° i biglietti di banca sono il sottomultiplo degli assegni bancari; 3° gli assegni sono il sottomultiplo delle cambiali; 4° e, finalmente, le cambiali sono il sottomultiplo delle contrattazioni di compra e vendita, le quali sono annotate nei libri delle banche e delle case di commercio, e le quali si aggiustano principalmente con un processo di compensazione: e, più precisamente, gli assegni sono biglietti di banca tratti sui depositi bancari e le cambiali sono assegni tratti su merci (pag. 593-94).

Nel qual brano:

1° è posta nettamente la distinzione fra assegni e cambiali, che dapprima era alquanto confusa, limitando l'uso della parola " assegno „ a quello che oggidì è invalso, ossia di surrogati della moneta, con cui si fanno circolare da persona a persona i depositi bancari, ed applicando la parola " cambiale „ a quei titoli con cui si fanno circolare nel tempo e nello spazio le merci durante i successivi passaggi dal primo produttore all'ultimo negoziante;

2° è implicitamente notato che non si può parlare soltanto di un M e di un M'; ma si dovrebbe invece discorrere

di un M (moneta metallica), di un M' (biglietti di banca, surrogato di M), di un M'' (assegni bancari, surrogato di M'), di un M''' (cambiali, surrogato di M''), e di un M'''' (accreditamenti bancari e commerciali, surrogato di M'''). Al qual proposito, pur concordando nella giustezza sostanziale dell'osservazione, si deve osservare che il N. è incorso in qualche imprecisione di linguaggio, poichè la M'' e la M''' più che essere un surrogato l'uno dell'altro, sono amendue surrogati di M', sì che gli assegni (M'') servono a far circolare le merci ed i servizi *pronti* o pagabili *a vista* mercè tratta su depositi bancari esistenti, mentre le cambiali (M''') fanno circolare le merci ed i servizi pagabili in un tempo *futuro*. Le due specie di surrogati si confondono in uno solo laddove e quando il cliente della banca, il quale sconta cambiali tratte su merci pagabili in un tempo futuro, è accreditato dalla banca in conto corrente per la somma scontata ed è così abilitato a trarre assegni a vista per quell'accreditamento. D'altro canto M'''' per lo più non è un mezzo indipendente di pagamento, ma solo il risultato contabile dei pagamenti eseguiti per mezzo di M'' e di M'''; non escludendosi perciò che talvolta e per le più grosse transazioni i pagamenti si facciano direttamente, senza uopo di trarre assegni o cambiali, mercè scritturazioni di banca, eseguite in seguito ad ordini esplicitamente od implicitamente dati in occasione delle operazioni commerciali o finanziarie compiute dal cliente della banca;

3° è riconosciuto che esiste un rapporto non solo fra M ed M' in genere, ma nei successivi gradi ascendenti fra M ed M', M' ed M'', M'' ed M''' ed M''' ed M''''; il quale rapporto non è approfondito ed evidentemente deve oscillare a seconda dei paesi, delle abitudini bancarie e commerciali, del momento economico di prosperità o di crisi.

***

Su uno di questi rapporti, fra M' ed M''', si sono ripetutamente indugiati il Tooke ed il Newmarch, tratti, come sempre, dalla polemica diuturnamente da essi condotta contro la *Currency School*. La quale, per bocca del Norman (cfr. M^r^ *Norman*

Letter to Charles Wood, Esq., M. P. pag. 42), aveva affermato che " quando l'ammontare complessivo della moneta metallica e dei biglietti di banca va scemando, è praticamente impossibile un aumento nella quantità circolante delle cambiali ". L'affermazione dell'esistenza di un rapporto rigido, invariabile, inevitabile fra la quantità dei biglietti di banca ed una qualsiasi altra quantità economica (prezzi, saggio dello sconto, ecc. ecc.) ha sempre avuto la virtù di eccitare viva ripugnanza in T., così avvezzo a sentire la mobilità, la duttilità dei rapporti economici, così propenso a mettere in luce i fattori contingenti, che nei casi singoli qualificano le leggi generali, da lui pure riconosciute e chiarite. Non è quindi da far meraviglia se egli parta subito in battaglia contro i tentativi, che sono stati fatti di tempo in tempo per dimostrare che la quantità emessa dei biglietti di banca esercita una influenza costante e permanente sulla grandezza dell'ammontare delle altre forme di carta creditizia, ad es., delle cambiali, e che le variazioni nella quantità dei biglietti di banca regolano o determinano la facilità della creazione e dell'uso di queste altre forme di credito (vol. V, pag. 505 e segg.). Ma il Tooke si limita ad affermare che la connessione non esiste e che anzi " in quei periodi in cui le agevolezze e gli sconti bancari o, come si esprime la scuola della circolazione, i biglietti di banca sono più difficili ad ottenersi, le cambiali sono più numerose " (*loc. cit.*, pagg. 506-7). Non dà però la dimostrazione e la ragione della sua tesi e rinvia senz'altro al già citato articolo sullo " Statistical Journal " del suo collaboratore Newmarch.

Il quale (nell'appendice XI al VI volume dove i risultati della comunicazione allo " Statistical Journal " sono riassunti e rinfrescati) istituisce una davvero preziosa indagine statistica su dati originali per chiarire l'ammontare delle cambiali tratte o create in ogni trimestre dal 1830 al 1853, distinte in piccole, medie e grandi. L'ammontare delle cambiali *tratte* o *create* coinciderebbe con quello delle cambiali *circolanti* solo quando la vita media delle cambiali stesse fosse di tre mesi, e poichè essa invece variava da 3.14 a 4.20 mesi, i due ammontari divergono ed il primo è minore del secondo. Tuttavia anche la prima cifra giova come indice della circolazione delle cambiali; e dallo studio delle tabelle con lunga fatica costrutte il Newmarch è tratto

a concludere essere contraria ai fatti la tesi secondo la quale un rialzo nel saggio dell'interesse, insieme con la conseguente contrazione degli sconti [epperciò delle emissioni di biglietti di banca], influirebbe nel senso di *diminuire* l'ammontare della circolazione cambiaria. Il succo della dimostrazione del N., per chi studi attentamente le sue tabelle sulla circolazione cambiaria (VI, 589-92) e le confronti con altre tabelle sulla circolazione dei biglietti (VI, 545-57 e 583), pare questo:

1° che mentre la massa dei biglietti di banca circolanti oscilla poco nei periodi di prosperità e di depressione, la massa delle cambiali emesse oscilla più vibratamente (in milioni di lire sterline e nella Gran Brettagna):

		Biglietti di banca.	Circolazione cambiaria (1).
1839-42	Anni cattivi	30.65	70.61 [109]
1843-46	„ buoni	31.69	65.87 [99]
1847	Anno cattivo	32.37	73.36 [113];

2° che amendue le serie segnano una tendenza all'incremento dal primo all'ultimo periodo;

3° che la massa delle cambiali tratte o create è minima quando il saggio dello sconto è minimo; tende a crescere dopo questo momento e raggiunge il massimo quando il saggio dello sconto è giunto al massimo, decrescendo in seguito più o meno presto. Il che coinciderebbe con l'osservazione comune che l'attività degli affari riprende dopochè il saggio dell'interesse è rimasto basso abbastanza a lungo e prosegue per alquanto tempo, ininterrotta dai successivi aumenti del saggio dello sconto; ma alla lunga risente l'influenza del saggio cresciuto, sicchè l'incremento di esso produce il voluto effetto di scemare la quantità delle cambiali presentate allo sconto.

Osservazioni queste le quali giovano a negare la tesi della *Currency School*, la quale faceva dipendere tutte le crisi di cre-

---

(1) Le cifre in fuori sono quelle che risultano per le cambiali *emesse o create* dalle tabelle del Newmarch a pag. 582-92 del VI volume; quelle tra parentesi quadre sono riferite dal Tooke a pag. 506 del V volume per le cambiali *in circolazione*; e probabilmente sono le stesse del N. a cui è applicato un coefficiente di correzione fondato sulla vita probabile della cambiale.

dito, di borsa e di industria dalle variazioni nella quantità emessa dei biglietti di banca e si illudeva di impedire o scemare grandemente la violenza delle crisi regolando rigidamente le emissioni cartacee (che fu l'origine prima dell'atto del 1844); ma non toccano la tesi che invece qui si illustra: di una correlazione fra quantità di moneta e quantità di surrogati della moneta. Forse la sola deduzione che si può ricavare logicamente dai fatti esposti da T. e N. è: non essere feconda l'analisi troppo frazionata degli elementi della circolazione in M, M', M'', M''', ed M''''; meglio essendo tenersi paghi della distinzione in M (moneta metallica e biglietti di banca rappresentativi della moneta metallica e con quella permutabili a vista, *nei paesi a circolazione fiduciaria*; *ovvero* carta-moneta *nei paesi a corso forzoso*) ed M' (surrogati della moneta: assegni bancari, cambiali commerciali, compensazioni bancarie, ecc.). Ed invero era illogigo il Norman — ed il Tooke col Newmarch e col Fullarton (*Regulation of the Currency*, pag. 47) avevano ragione di opporsi a vedute così aprioristiche — quando paragonava la circolazione *cambiaria* con la sola circolazione dei *biglietti di banca* o con questa disgiuntamente da quella della moneta metallica. I biglietti di banca invero sono nei paesi a circolazione fiduciaria uno solo degli elementi della circolazione *monetaria* propriamente detta (M); e può ben darsi che, ferma rimanendo la quantità circolante dei biglietti, la quantità monetaria circolante *totale* varii, perchè varia la quantità circolante della moneta metallica. Ed in tal caso, a che giova paragonare la circolazione cambiaria, ed anzi la sola circolazione a termine, come è quella cambiaria, ad esclusione di quella a vista degli assegni — con la sola circolazione dei biglietti di banca?

Cosicchè, dopo un tentativo di raffinare l'analisi degli elementi della circolazione, si ritorna implicitamente, anche dai due collaboratori, al fondamentale rapporto veduto da Adamo Smith e riaffermato dal Tooke fra moneta e surrogati della moneta. Si ritorna, non senza che il lettore sia tratto a pensare, meditando sulle cifre offerte dai due autori, se non forse la moneta (M) sia l'elemento costante o più lentamente variabile della circolazione totale, mentre i surrogati (M') ne sarebbero l'elemento più rapidamente variabile. Nei passaggi da uno ad un altro stato di prezzi, di profitti, di salari, di saggio di in-

teresse, l'elemento M' sarebbe quello che più si adatta alle esigenze delle variazioni degli altri elementi dell'equazione dello scambio. Se crescono, per una qualsiasi ragione, i prezzi (P) o le quantità negoziate di merci o servizi (T), le osservazioni del Tooke indurrebbero a credere che possa assai più facilmente aumentare M' che non M. La quantità M' sarebbe così non solo una determinante, in funzione di M, di P e di T, ma subirebbe un'azione riflessa di queste stesse quantità. Le variazioni di M' dovrebbero essere così scisse in due sotto-variazioni: — l'una che si connette con le variazioni di M, essendo da ritenersi impossibile, per le osservazioni sopra esposte di Smith e di Tooke, che varii la massa della moneta propriamente detta circolante fra negozianti e consumatori (M) senza che varii la massa dei surrogati della moneta circolante fra negozianti e negozianti (M'); e l'altra che si riconnetterebbe alle variazioni di P e di T, essendochè i depositi bancari e quindi gli assegni tratti su di essi e gli sconti di cambiali crescono quando sono cresciuti i prezzi ed i profitti sperabili dal compiere maggiore massa di affari.

***

Non forse dunque inutile è stata l'analisi che sopra si è fatta delle osservazioni di uno dei maggiori classici inglesi intorno al rapporto fra M ed M'. Possiamo concludere che nell'opinione sua il rapporto esiste ed esiste perchè le consuetudini e le comodità portano gli uomini a preferire nell'una specie di transazioni, quelle al minuto, la moneta propriamente detta e nell'altra, all'ingrosso, i surrogati della moneta. E poichè l'una specie di transazioni si trova in una data relazione con l'altra, così deve esistere un rapporto fra M ed M'.

Ma:

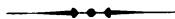
1° il contenuto di M e di M' non è costante nel tempo e nello spazio; sicchè Adamo Smith poteva in M' far entrare sovratutto i biglietti di grosso taglio e il Tooke principalmente gli assegni e le cambiali;

2° il rapporto fra M ed M' è certo il più interessante da studiare; ma non è privo di interesse indagare le proporzioni in cui amendue si dividono nei sotto-componenti; potendo M

distinguersi in moneta metallica e biglietti, le cui quantità possono variare inversamente l'una all'altra, così da integrarsi a vicenda e riuscendo perciò privo di significato il confronto di M' o di uno solo dei suoi componenti (cambiali) con i soli biglietti;

3° il rapporto fra M ed M' è variabile nel tempo, essendo probabile che M' sia un multiplo più grande di M nei periodi di espansione che in quelli di ristagno economico;

4° la quantità M' si scinde in due parti, di cui l'una M'_1 è un multiplo variabile di M, mentre l'altra M'_2 è in funzione di P (prezzi) e varia con questi, sia che la variazione di P sia indipendente ovvero avvenga in relazione alle variazioni di $M + M'_1$.

I limiti imposti alla presente nota vietano di indagare quale contributo le indagini degli scrittori più recenti abbiano recato allo studio dei problemi esplicitamente od implicitamente posti dal Tooke. Sarebbe tuttavia certamente azzardato di affermare che, a distanza di tanti anni, quei problemi abbiano ricevuto una soluzione adeguata; sicchè pare lecito soggiungere che ulteriori analisi economiche e statistiche sarebbero utilissime ancora oggi a chiarire il problema, sempre sottile e fecondo, dei rapporti fra la moneta ed i suoi surrogati.

Settecento canoro

Nota I del Socio naz. resid. VITTORIO CIAN

Come gli studiosi ricordano, una geniale scrittrice inglese, la Vernon Lee, prendendo per guida un suo connazionale, autore d'un interessante Viaggio compiuto in Italia nel 1770, il dottor Carlo Burney, musicista di gran fama al suo tempo, riuscì a darci del Settecento musicale — cioè d'uno degli aspetti senza dubbio più caratteristici di quel secolo nostro — una ricostruzione, anzi una rievocazione che è fra le più felici e le più suggestive, anche se ormai gravemente invecchiata (1).

Più recentemente il prof. Giuseppe Roberti, il dotto e compianto amico, giovandosi anche d'un'altra guida straniera poco conosciuta, ch'io fui lieto di segnalare alle sue sagaci ricerche, cioè del *Viaje de Italia* dello spagnuolo Leandro Fernández de Moratin, ne trasse luce viva e copiosa di nuovi particolari sullo stesso argomento (2). L'argomento sarebbe un errore crederlo un oggetto di semplice curiosità storica od erudita; chè anzi esso

(1) Vernon Lee, *Il Settecento in Italia*, 2ª ediz. ital., vol. I, Milano, Dumolard, 1881, pp. 141 sgg., capitolo intitolato *La vita musicale*. Non occorre ripetere quanto fu già notato da altri circa le deficenze di questo disgraziato travestimento italiano del *Musical tour or present state of Music in France and Italy*.

(2) *La musica in Italia nel sec. XVIII secondo le impressioni di viaggiatori stranieri*, nella *Rivista musicale italiana*, vol. VII, 1900 (pp. 59 sgg. dell'estr.). Del Moratin mi ero giovato nell'articolo *La Torino del tempo andato nelle relazioni di alcuni viaggiatori italiani e stranieri*, nella *N. Antologia* del 16 settembre 1898, dopo averne fatto cenno nel volume *Italia e Spagna nel sec. XVIII*, Torino, Lattes, 1916, pp. 92 sgg. Il *Viaje* trovò più tardi un nuovo scopritore in Duilio Lucattelli, che nel *Fanfulla della Domenica* del 16 luglio 1916 scrisse de *L'Italia agli occhi di un viaggiatore del sec. XVIII*.

dischiude un campo più vasto e più vario e più interessante che a prima vista non possa sembrare, un campo nel quale molti tratti restano ancora da dissodare.

Di contribuire a quest'opera, doverosa, di dissodamento mi porge buona occasione e ricca materia un manoscritto di proprietà privata, che può dirsi un profugo delle terre invase del nostro Veneto. Esso permette a me, mosso anche da una tenerezza struggente, da un'angosciosa, ma fiera " carità del natio loco ", d'illustrare un altro aspetto affine, ma alquanto diverso, del sec. XVIII, cioè la melica teatrale, operettistica e quella cittadinesca e popolareggiante, fiorite con un'esuberanza che si direbbe un pullular tropicale, in quella regione, e che, accompagnate dalle note musicali, si fondevano in uno scambio continuo di elementi e di influssi, sì da formare un'unità di spiriti, di coltura, di arte, che mi pare degna di speciale attenzione.

Il manoscritto, posseduto dal maestro dott. Alberto Gentile di Vittorio Veneto, residente ora a Torino, ed egregio cultore di studî musicali, è di forma bislunga, dacchè misura 0.259 mm. all'esterno, cartone-coperta e indici, 0.230 all'interno, pei due fascicoli × 0.200. Esso è diviso in due sezioni o fascicoli, graficamente e materialmente distinti, quantunque riuniti in un solo volume e insieme ricuciti, con quella semplice rilegatura su cartone molle, rivestito di quella carta, ormai stinta e logora, a fiorami, di cui si compiacevano i nostri vecchi del Settecento. Il frontespizio esterno reca nel centro un *ex-libris*, o, meglio, un cartellino (0.113 mm. × 0.82), a foggia dei biglietti da visita usati a quel tempo, circoscritto, nella sua consueta forma rettangolare, da un fregio stampato in nero e grossamente colorato — stavo per dire macchiato o chiazzato — a mano, in rosso, verde e giallo. Il fregio è ad anse di motivi fogliacei e di stile auricolare, di carattere schiettamente barocco, anzi roccocò; sul lato inferiore, nel mezzo, tre amorini alati, dipinti in rosa, si trastullano con alcune colombe, due delle quali, liberate, volano già via, ma trattenute da un filo.

La prima parte del manoscritto consta di un foglio di guardia, d'una carta bianca e di 22 carte scritte d'una sola mano della fine del Settecento, numerate, ma non esattamente (alla c. 9 il copista scrisse per distrazione un 10). In una parte della c. 22, rimasta bianca nel *verso*, un'altra mano, alquanto

posteriore e con inchiostro diverso, aggiunse 4 componimenti. Seguono 7 carte bianche, che rivelano nel primo possessore e compilatore della raccolta, il proposito di continuare nell'opera sua di raccoglitore. Il primo fascicolo si chiude con altre 4 carte, non numerate, contenenti l'indice dei capoversi dei componimenti, disposti in un ordine alfabetico tutt'altro che rigoroso e non senza inesattezze. In esso fascicolo le poesie sono trascritte su quattro colonne serrate per ogni pagina, distinte fra loro da linee verticali.

La seconda sezione, preceduta da una carta bianca, è formata di 13 carte, scritte da una mano diversa da quella che scrisse la prima; l'ultima di queste 13 carte ha il *verso* bianco ed è seguìta da altre due interamente bianche. La numerazione di questo fascicolo incomincia col numero 13, numero che potrebbe spiegarsi qualora si computassero le 7 carte bianche non numerate alla fine della prima sezione, le 4 dell'Indice e la 1ª bianca non numerata della 2ª sezione.

In questo secondo fascicolo i componimenti sono disposti in zone bislunghe, distinte fra loro da linee tirate nel senso orizzontale e i versi vi sono scritti di sèguito a modo di prosa.

Alla c. 20 (vecchia numerazione) compare una mano che arieggia assai, per l'inclinazione delle lettere e per la forma serrata e minuta, quella del primo fascicolo. Nelle ultime carte (21-25) la scrittura sembra ancora mutare, anche se non sia propriamente mutata la mano che la scrisse, forse più tardi, e in condizioni diverse. L'Indice dei capoversi che chiude questa sezione, comprende 4 carte non numerate, riempite soltanto in piccola parte nelle varie colonne — verticali — in cui sono divise le pagine, una colonna per ogni lettera dell'alfabeto. L'ultima di queste carte è bianca nel *verso* ed è seguìta da un foglio di guardia interamente bianco. La scrittura di questo secondo Indice è, senza dubbio, della stessa mano che stese il primo.

Ma sfogliando questo curioso manoscritto è facile rilevarvi certe tracce, disseminate con diseguale frequenza, le quali servono a confermare il carattere e l'uso di esso, quali, del resto, appaiono abbastanza evidenti dalla contenenza sua. Sono tracce musicali, non di notazioni vere e proprie, ma d'indicazioni delle tonalità, per le quali il trascrittore si serve delle lettere della " solmisazione ", o del solfeggio, e anche riscontriamo qualche

altra delle consuete avvertenze, ben note ai conoscitori della materia. Così c'imbattiamo nelle lettere *A*, *D*, corrispondenti rispettivamente al *la* e al *re*: e in una *M*, probabile abbreviazione di *minor*, onde a c. 19 *r*, della P. I, troviamo un *D. minor* e, subito dopo, nella stessa arietta *A. Mag.*[r], *Ottava d'A.*, *D. Minor A. D.*, *Alamire, Befaut, Cesolfaute, D. A. D.* Nell'ultima arietta di questa stessa pagina, che è il componimento 162 del 1° Indice, queste indicazioni ci appaiono con una intensità maggiore che in qualsiasi altra, tanto che, trattandosi d'un esempio tipico, penso di darne una riproduzione fedelmente diplomatica:

264. G. M. 8. 2° Tasso
Mio ben ricordati
D. M.
Se avien ch'io mora
D. M.
Se avien ch'io mora
Se avien ch'io mora
G. M. D.; Al. E. M.
Quanto quest'anima
D. M. B. E. D.
Fedel t'amò
G. C. G.
Quanto quest'anima
C. G. D. G.
Fedel t'amò
D. G. D. G.
t'amò
Bfá Effá
Che se pur amano
Efá Effá Effá Elfá Befá
Le frede le frede ceneri
Effá Beffá Effá
Nell'urna stessa
G. Al. D. Al. G. Al.
T'adorerò
G. Al. D. Al. G. Al.
Ta' adorerò
G. Al. D. Al. G. Al.
T'adorerò.

Altre indicazioni d'indole musicale occorrono, qua e là, sovrattutto nella 1ª Sezione, come le seguenti: *D Tenor forte* (c. 2 *v*), *Allegreto* (c. 3 *r*), *Andante*, *Andante con motto* (c. 6 *r*),

Andante espressivo, Larghetto, Agitato,· Andante amoroso, Allegro moderato, Andante affettuoso (c. 6 *v*), *Sostenuto* (c. 7 *v*) (1).

Nella 2ª Sezione alcune indicazioni musicali sono segnate a matita, ma men frequenti; e ne troviamo alcune, che non hanno alcun riscontro nella 1ª, come: *Segue l'istessa musica, la stessa musica, gravoso, Allegro non tanto.*

Si può dunque concludere, senza tema di errare, che abbiamo a che fare con trascrizioni eseguite da — o ad uso di — un dilettante di musica, che se ne serviva per accompagnarsi sulla chitarra. Quale repertorio — naturalmente quello più in voga al suo tempo nella regione veneta — egli abbia prescelto, si vedrà anzitutto dai due Indici dei capoversi e poscia dalle illustrazioni che seguiranno. Aggiungo che così nella prima, come nella seconda parte i componimenti sono numerati progressivamente e che questo numero è richiamato a fianco dei capoversi corrispondenti in entrambi gli indici, nei quali si rinvia non soltanto alla carta e alla pagina corrispondente, ma spesso anche alla colonna in cui la pagina è suddivisa. Inoltre — per limitarci, in questa prima Nota, ad accertamenti di carattere puramente esterno e cronologico — osserverò che questa silloge, sebbene debba assegnarsi, come s'è detto, alla fine del Settecento, anzi, col secondo fascicolo, e, più, con certe trascrizioni aggiunte più tardi, si spinga al di qua del secolo, sino ai primi anni dell'Ottocento, sèrba in tutta la sua varietà caratteristica un saggio di quel ricco patrimonio di canti onde s'allietò la Venezia nella seconda metà di quello che fu il secolo d'oro del Metastasio, del melodramma e della melica arcadica.

(1) Raccolgo qui altre didascalie di carattere musicale che ho spigolato nel ms. e che possono offrire qualche interesse agli studiosi. A c. 12 *b*, dopo la prima strofetta del n. 186 (*Ogni infelice amante*) si avverte: "A capo tutta" e similmente dopo la seconda: "Da capo tutta la seconda parte, poi: O m'è nemico il ciel | O m'è nemico il Ciel", che è la replicazione dell'ultimo versetto. A c. 18 *a*, innanzi all'ultima strofetta del n. 187, si nota che è un "Duetto"; a c. 22 *b* il n. 70 è detto *Aria*, come il n. 20, a c. 6. Questo, per la prima parte. Nella seconda, fra le indicazioni musicali, assai meno frequenti, il carattere melodrammatico-giocoso d'alcune scene è apertamente rilevato dai titoli, come a c. 17 *a*, "Recitativo del Sordo", corrispondente al n. 78. E qui m'è gradito ringraziare il prof. L. Torri, della Biblioteca di Padova, ora comandato a quella di Torino, che con la sua perizia di cose musicali agevolò queste mie ricerche.

INDICE DEI CAPOVERSI

Parte I.

(*) Redazione abbreviata e smozzicata del n precedente.

(*) È la stessa canzonetta del numero precedente, in una redazione alquanto abbreviata, con lievissime varianti.

149. Mam(m)a mia, non mi gridate . . . . . . c. 3
150. Mam(m)a mia, qual'è quell'aria. . . . . . c. 20 *b*
151. Ma perché t'affanni tanto . . . . c. 13
152. Ma quando dico t'amo . . . . c. 17
153. Maritati, o poverelli . . . . c. 11
154. Mariteli, mariteli . . . . c. 15
155. Mentre giro il colle, il piano . . . . . . c. 20
156. Mentre, oh Dio, respiro e piango . . . . . c. 3 *b*
157. M'ha ditto la mia mam(m)a . . . . c. 8
158. Mia vita, addio . . . . c. 5 *b*
159. Mie care donnette . . . . c. 10
160. Miei genitori, io parto . . . . c. 13 *b*
161. Mi ha promesso la mam(m)a e il papà . . . . c. 19
162. Mio ben, ricordati . . . . c. 19
163. Mio cor, tu prendi a scherno . . . . . . c. 12
164. Mi son innamorà . . . . c. 5 *b*
165. Mi spiace il tuo tormento . . . . c. 5
166. Morirò da te lontano . . . . c. 7
167. Morrò, bell'idol mio . . . . c. 3 *b*

168. Nel convento fra l'orride mura . . . . . c. 21
169. Nella stagion dei bocoli . . . . c. 1
170. Nice dorme, io bagno intanto . . . . . . c. 13
171. Nina, barona con te. . . . . c. 11
172. Nina, non dir di no. . . . . c. 11
173. Nina, non dir di no (*) . . . . c. 14 *b*
174. No che non v'è piú speme . . . . c. 4 *b*
175. Non danzar, la mam(m)a disse. . . . . . . c. 12
176. Non è vero, ingrata Nice. . . . . c. 22 *b*
177. Non far la smorfiosa . . . . c. 14 *b*
178. Non far la vezzosa (**) . . . . c. 17
179. Non mi far piú languire, o vita mia . . . . c. 5 *b*
179. Non sarò mai piú geloso . . . . c. 3
180. Non so frenare il pianto . . . . c. 5
181. Non ti appressar all'urna. . . . . c. 15
182. Non v'è piú barbaro . . . . c. 13 *b*
183. Numi, se giusti siete . . . . c. 5

(*) È la stessa del numero precedente, ma in una redazione piú compiuta.
(**) È la stessa del numero precedente, con lievi varianti.

(*) È la stessa del numero precedente, con qualche variante.

Parte II.

Una convenzione fra la "Compagnia Inglese" e Giovanni II di Monferrato nel 1361

Nota del Prof. FERDINANDO GABOTTO

In una "nota" inserta l'anno 1899 negli *Atti dell'Accademia Reale delle Scienze* di Torino, vol. XXXIV, ho discorso, in base di nuovi documenti, di un punto interessante della nostra storia subalpina: *Le compagnie di ventura in Piemonte e l'alleanza sabaudo-viscontea negli anni 1361-1362.* In tale occasione ho parlato dell'avanzata della "Compagnia Inglese" nel Canavese verso l'inizio dell'autunno del 1361, della successiva sorpresa di Amedeo VI in Lanzo, probabilmente pel tradimento di alcuni condottieri ch'erano al servizio dello stesso Conte Verde e che questi, vintili e presili più tardi a Staffarda, fece condegnamente impiccare. Non ritornerò su questi fatti ormai noti e chiariti meglio anche da qualche altra mia publicazione posteriore (1): ritengo invece non inutile dar qui un nuovo documento, finora affatto sconosciuto, che si riconnette a quel momento e a quei fatti storici, mentre getta luce inaspettata sull'organamento della "Compagnia Inglese" e dà notizie interessanti su qualche personaggio della medesima che salì più tardi a speciale rinomanza.

Si tratta della convenzione stipulata in Rivarolo il 22 novembre 1361 fra la "Compagnia Inglese" e il marchese Giovanni II di Monferrato, che si conserva nel R. Archivio di Stato di Torino, *Monferrato Ducato*, mazzo II da ordinare. La pergamena, originale, era munita di dodici o, probabilmente, tredici sigilli in ceralacca; ma di tre non vi sono più che frammenti

---

(1) *Nuovi contributi alla storia del Conte Verde*, in *Bsbs*, IV, I-II, 18, e *Pinerolo e il Pinerolese dal 1356 al 1363*, *ibidem*, IV, VI, 400 segg.

inservibili, sei sono interi o quasi, gli altri del tutto scomparsi. Avverto súbito che i sigilli interi, o quasi, sono quelli in cui si legge rispettivamente — suppliti fra parentesi quadre, in corsivo, i tratti mancanti: " ALB[*ertus s*]TERTZ „, " IOH[*annes de hakeu*]DE „, " GUILLELMUS [*de arras*] „, " (sig.) [*thome*] ALBALES [*trerii de*] LOLDEL[*ey*] „, " SEEL ROBI[*n*] DE PINGOU „, " GUILLELMUS DE KATRETONE „. Do senz'altro il documento, salvo ad aggiungervi appresso qualche breve osservazione.

Nos Iohannes marchio Montisferrati, imperialis vic(c)arius, etc. (*sic*), presencium tenore promittimus egregiis et nobilibus viris dominis Alberto Stertz, militi, Capitaneo magne Societatis Anglicorum et Alaman[*n*]orum nunc existencium (*sic*) in Ripparolio, Andree de Belmonte, Iohanni de Hakeude, Guillelmo Quatreton, Rubino de Pingo, Guillelmo d[*e*] Arras, Guillelmo Folifet, Iohanni Stocheland, Adam Scoto, Guillelmo Bosson, Iohanni Baxino, Roberto de Thorborogh (1), Thome de Bomont conestabili dicte Societatis, Eyghino de Eton, Thome de Biston, Iohanni Borgelay, Thome Ludelay, Guillelmo Kerkebi atque omnibus aliis et singulis dicte Societatis, quod usque ad Kalendas mens(s)is iul(l)ii proxime venientis contra ipsam Societatem et statum ipsorum non dabimus auxilium, consilium vel favorem, ymo ipsos omnes et singulos habebimus et tractabimus tamquam nostros caros et fideles amicos. Item quod eisdem, tamquam nostris caris, dari faciemus posse nostro per quecumque loca et territoria nostra, pro ipsorum pec(c)unia, victualia, mercandia, refrescamentum et alia preparamenta que sibi fuerint opportuna. Item quod nobiscum et ad quecumque loca nostra possint ire, stare et red(d)ire tanquam nostri cari amici, dummodo non sint in quantitate incongrua et dummodo habeant litteras nostras, quas concedemus eisdem pro licencia, ita quod in (*l.*: cum) nostris gentibus et subditis atque locis possint conversari et negociari libere et secure. Item quod quibuscumque ex gentibus inimicorum nostrorum venire volentibus ad dictam Societatem, ad standum in ea, transitum et passagium dabimus per territorium nostrum, si fuerimus requisiti, non obstantibus occaxionibus quibuscumque, dummodo ad illa et similia pacta se obligent vers(s)us nos, ad que se obligant et obligaverunt alii supradicti: tamen comiti de Lando et aliquibus aliis Ytalicis, proditoribus vel bannitis nostris, ad dandum ipsum passagium teneri non volumus ullo modo, ymo ipsos tanquam nostros proditores et bannitos ubique locorum volumus pertractare. Item quod eisdem in quibuscumque

(1) Questo nome è aggiunto fuori riga in inchiostro più nero.

casibus, tanquam nostris caris, dabimus posse nostro consilium, auxilium et favorem, dummodo hoc non sit contra aliquos nostros dominos, subditos vel iuratos; eo tamen salvo et exceptato, quod predicta non intelligantur in aliquo contra illustrem nepotem nostrum dominum comitem Sabaudie, neque contra terras et gentes et subditos suos, ymo, non obstantibus supradictis, licitum nobis sit ipsi nepoti nostro domino Comiti facere que tenemur quovis modo. Et predicta omnia et singula promittimus legaliter et bona fide, sine fraude, observare, sicut superius sunt expressa, usque ad terminum antedictum. Nos autem Albertus Stertz, miles, Capitaneus antedictus, Andreas de Belmonte, Iohannes de Hakeude, Guillelmus Quatreton, Rubinus de Pingho, Guillelmus d[*e*] Arras, Guillelmus Folifet, Iohannes Stocheland, Adam Scot, Guillelmus Bosson, Iohannes Baixinus, Robertus Thoznborugh (1), Tomas de Bomont conestabilis, Eyghinus de Heton, Thomas Biston, Iohannes Borgelay, Thomas Ludelay et Guillelmus Kerkebi, pro nobis et omnibus aliis et singulis sociis nostris dicte Societatis Anglicorum et Alamannorum et aliorum quorumcumque qui nunc sunt in Societate predicta, vel erunt in futurum, tenore presencium promittimus prefato illustri et magnifico principi et domino domino Iohanni marchioni Montisferrati, imperiali vic(c)ario, etc., quod usque ad kalendas dicti mens(s)is iul(l)ii proxime venientis contra ipsum seu contra eius honorem et statum, seu contra aliquas eius terras, civitates, loca, castra, gentes et subditos suos, seu contra dominum .. ducem et Comune Ianue et amborum subditos vel iuratos, nullam faciemus iniuriam seu offens(s)am posse nostro (2) realem vel personalem, comuniter vel divisim, publice vel occulte; et quod ad servicia inimicorum eius nullatenus accedemus, ymo si sciverimus aliquem vel aliquos procurare vel tractare aliquid quod possit cedere in dampnum dictorum dominorum Marchionis et Ducis, vel subditorum suorum, illud notif(f)icabimus eisdem vel ipsorum alteri, et illud evitabimus iuxta posse. Item quod omnes et singulas terras, civitates, castra et loca dictorum dominorum et cuiuslibet eorum et subditorum eorum, dum intra ipsas erimus, nos vel aliqui nostrum, def(f)endemus legaliter et bona fide, sine fraude, contra quascumque personas, ad honorem et statum dicti domini Marchionis et dicti domini Ducis. Item quod eidem domino Marchioni, et ad eius requisitiones, serviemus bene et fideliter contra quoscumque inimicos suos, dummodo nos requirat pro bello com(m)ittendo vel pro levando inimicos suos de campo, si castrametati essent in territorio et iurisditione alicuius locorum et castrorum que

(1) Come sopra.
(2) Lo spaziato è in sopralinea.

tenet et possidet dictus dominus Marchio vel in posterum possidebit et tenebit; et hoc intelligatur dimissis locis nostris decenter munitis. Item quod personam ipsius domini Marchionis et illustrem dominum Ottonem ducem brunsvicensem, consanguineum et fratrem dicti domini Marchionis, et dominum . . Capitaneum Ianue et omnes et singulos milites, nobiles, officiales, gentes et subditos dictorum dominorum Marchionis et Ducis, dum fuerint nobiscum et in comitiva nostra, honorabimus, def(f)endemus et tractabimus tanquam personam nostri veri domini et tanquam nostros caros et speciales fratres et amicos, more fraterno, et quod predictus dominus Marchio et dicti domini Otto et (dominus) Capitaneus et omnes alii et singuli milites, nobiles, officiales, gentes et subditi predictorum dominorum et cuiuslibet eorum possint nobiscum et intra nos, et in quibuscumque locis fuerimus, ire, venire, stare, conversari et red(d)ire, pro eorum libito voluntatis, cum omnibus eorum rebus, equis et mercibus, libere et secure, tanquam nostri cari amici et fratres, quemadmodum nos possemus. Item quod in aliis quibuscumque casibus conservabimus integraliter posse nostro, contra quoscumque inimicos suos, ipsorum dominorum Marchionis et Ducis, nobilium et gencium et subditorum suorum, honorem et statum, et eisdem pro viribus dabimus auxilium, consilium et favorem, et quod alicui subdito prefati domini Marchionis, seu dicti domini Ducis, nullam violenciam faciemus; eo tamen salvo et exceptato, quod per predicta non teneamur aliquid facere contra aliquam aliam Societatem Anglicorum vel aliorum subditorum domini regis Anglie, si quam venire contingeret in partibus Lombardie, nisi ipsa Societas esset ad servicia inimicorum dicti domini Marchionis. Et predicta omnia et singula promittimus in fide nostra bene et fideliter observare, bona fide, sine fraude, sicut superius sunt expressa, usque ad terminum antedictum. In quorum omnium testimonium et ad firmitatem maiorem, nos Albertus [*Stertz*], Iohannes de Hakeude, Guillelmus Quatreton, Rubinus de Pingo, Guillelmus d[*e*] Arras, tam sigillorum nostrorum, quam aliquorum aliorum sociorum nostrorum, pendencium munimine presentem paginam fecimus sigillari. Datum Ripparolii, die viges(s)imosecundo mens(s)is novembris, sub anno domini nostri Yhesu Xpisti millesimo trecentes(s)imo sexagesimoprimo, indicione decimaquarta.

Dal punto di vista politico è notevole la riserva che il marchese di Monferrato fa del " suo illustre nipote il conte di Savoia, terre e sudditi di lui ", per quanto omai inutile di fronte alla decisione del Conte Verde di vendicare la troppo cocente avventura di Lanzo stringendo alleanza con Galeazzo Visconti " contro le compagnie " e chi le proteggeva. Notevole pure la stretta alleanza che appare dal nostro documento fra Giovanni II

e il doge o capitano — com'è chiamato due volte — di Genova, cioè Simon Boccanegra per la seconda volta. Ned è a pretermettere ugualmente l'esclusione data dal Paleologo stesso al " conte Lando e a certi altri Italiani „, ch'egli considera come suoi " traditori e banniti „. Il conte Lucio di Landau, ancora in dicembre 1359 si era trovato nel Canavese con la propria " compagnia „ al servizio del Marchese, ma poi nel marzo 1360 aveva servito Amedeo VI contro Savigliano, e un po' più tardi, in agosto, se la intendeva apertamente con i Visconti (1): di qui le ire monferrine contro di lui.

Anche più interessante ciò che risulta dalla convenzione del 22 novembre 1361 rispetto alla " Compagnia Inglese „ ed al suo ordinamento. Notiamo anzitutto che, quantunque s'intitoli ufficialmente " Societas Anglicorum et Alamannorum „, dai nomi risulta tedesco soltanto il " Capitano „ di essa, Alberto Sterz (2); gli altri principali sono tutti Inglesi, Bordelesi o Fiamminghi. Tanto è vero che la " Compagnia „ dichiara bensì di non impegnarsi a combattere contro altre genti inglesi o suddite del re d'Inghilterra, trannechè siano espressamente al servizio di nemici del marchese di Monferrato, ma non esprimono ugual riserva per genti tedesche o suddite dell'Imperatore. E questi " principali „, per così dirli, formano intorno al " Capitano „ come un Consiglio, senza di cui questi — tolte forse le operazioni puramente militari — nulla può fare, intervenendo essi alle stipulazioni di accordi con terzi e relative garanzie. In ciò la " Compagnia Inglese „, e forse tutte quelle del periodo della medesima, diversificano dalle posteriori e, in ispecie, dalle italiane, nelle quali l'autorità del " condottiero „ appare molto maggiore.

Venendo a qualche più particolare accenno intorno a coloro che circondano il " Capitano „ della Compagnia e muniscono, insieme con lui, con i loro sigilli la convenzione col marchese di Monferrato, si fa primo innanzi " Iohannes de Hakeude „,

(1) Vedi il mio libro *L'età del Conte Verde in Piemonte*, 113, 117, 120, Torino, 1895 [estr. dalla " Miscell. di st. ital. „, s. III, t. II (XXXIII)].

(2) Sullo Sterz, di cui l'Azario scrive " qui virtuosus ad pugnam omnes alios facit virtuosos „, vedi Poten in *Allg. deutsche Biogr.*, XXXVI, 123 seg.

cioè il famoso Giovanni Acuto (sir John Hawkwood), la presenza del quale in Italia in novembre 1361 era finora affatto ignorata (1). Viene súbito appresso per notorietà e trista fama " Rubinus de Pingho „ o " Pingo „ o " Pingou „; quegli — cioè — che è comunemente chiamato nei documenti subalpini " Robin du Pin „ e persino " de Asperin „ (2). Ora non sono più possibili i dubbi altre volte espressi (3) sulla identità, o no, della Compagnia dello Sterz e di quella del Du Pin o De Pingo, il qual ultimo è inoltre accertato da altro documento inedito presente e partecipe alla sorpresa di Amedeo VI in Lanzo (4), dopo la quale è chiaro,

---

(1) Vedi G. Temple-Leader e G. Marcotti, *Giovanni Acuto*, Firenze, 1889. Che il De Hakeude del doc. 22 novembre 1361 sia l'Acuto risulta anche dall'identità di quanto rimane del suo sigillo ivi con quanto pure rimane del sigillo di una lettera inedita del 19 giugno s. a. [ma probabilmente 1373] diretta " illustri principi et magnifico domino domino comiti Sabaudie etc. (*sic*), suo domino singularissimo „ che si conserva nell'*Arch. di St. di Tor.*, *Mat. milit.*, mazzi da ordin., ed è del tenore seguente: " Illustris princeps et magnifice domine mi, humili et devota recomendacione premissa. Intellexi ea que michi nuper per Vestram Magnificentiam transmissa sunt; ad que particulariter in presenti non respondeo, quia nobilis vir Guiscardus, lator presentis, super ipsis cuncta occurrentia referre sciet, qui est ad plenum de omnibus informatus, paratus semper et avidus ad cuncta Magnificentie Vestre grata. — Vester servitor Iohannes Hacud Capitaneus etc. (*sic*). — Datum Florentie, die xviii mensis iunii „. Di questa lettera devo la conoscenza alla cortesia del dott. Mario Bori, cui vivamente ringrazio. Ora, se l'Hawkwood era già in Italia in novembre 1361, è ben difficile sia tornato in Francia per prender parte alla battaglia di Brignais (6 aprile 1362), in cui è segnalato nel noto racconto di Froissart (V, 63 segg., ed. Luce), ma non da altre fonti (cfr. Chérest, *L'Archiprêtre*, 160 segg., Parigi, 1879; Guigues, *Les Tards-Venus dans le Lyonnais, Forez et Beaujolais*, 72 segg., Parigi, 1886, e, sopratutto Mollière, *Guy de Chauliac et la bataille de Brignais*, Lione, 1894).

(2) *L'età del Conte Verde*, 122 seg.

(3) *Ibidem*, 123; *Contributi alla storia del Conte Verde*, 20, Torino, 1899 (estr. " Atti R. Acc. sc. „, *l. c.*).

(4) *Arch. di St. di Tor.*, *Prott. ducc.*, Serie Corte, vol. 37, f. ins.: " Amés contes de Savoie à touz nos amis, officiaires, suggis et soudoiers, es queux ces lettres seront mostrés, salut et bonne avanture. Messire Iehanz du Molar, mon bien amé chevalier, pour cause de la reinson a [*été*] mis en plage par li Robin de Pin, Motton Cartier et Iacob Englois, demoranz en la Compaignie des Anglois, enver Beneit archer, et quar à ceux, il est entenu de acomplir sa reinson; par quoy il doit aler vers leur ou il[*s*] venir

adesso, non essere affatto vera la notizia, da me pure accolta (1), ch'egli sgombrasse súbito il Canavese, essendo ancora, con gli altri condottieri inglesi, a Rivarolo il 22 novembre 1361. Di questi altri condottieri, " Guillelmus Quatreton „ potrebbe forse identificarsi con quel " Motton Cartier „ che figura insieme con Robin du Pin nella letterina di Amedeo VI testè prodotta in nota, a proposito della cattura di Giovanni du Molar, ed anche, attraverso ad una nuova storpiatura del nome, col " Guglielmo Toreton „ che viene ricordato come " tesoriere „ della Compagnia Inglese in Toscana in ottobre 1364 (2). " Guillelmus Bosson „ farà poi parte della " Compagnia di S. Giorgio „, messa insieme in quel torno e capitanata da Ambrogio Visconti (3), e alcuni anni più tardi ricompare anche in Piemonte al servizio di Filippo II di Acaia contro la matrigna Margherita di Beaujeu, e

---

à luy, s'il[*s*] leur plaît, à Front ou autre part, pour parler de sa reynczon e[*t*] la paier. Nous, pour la teneur des presens, donons et autroions saul et seur conduit es quatres dessus nom[*m*]éz de venir vers le dit mos. Iehan à Front ou autre part là ou le dit mos. Iehan voudra, et tant serunt come il voudra s'il[*s*] leur plaît de venir, arméz ou desarméz, per uyt jours à comencier la veille de la Toussanz prochaine. Et pour ce priuns à nostres amis, mandons et comandons espressement à nos soudeurs, officiares et suggiz, que durant celi terme ceulx dessus nom[*m*]éz lassient aler et venir sal[*s*] et seur[*s*] vers le dit mos. Iehan, ne non leur offendent en nulle manière en personne ne en biens, entant come il[*s*] voudront eschiver nostre perpetuel[*le*] endignation, quar emsic l'avons Nos outroié au dit mons. Iehan, et parmy ces lettres n'en donnons costi saulconduyt et seurté es quatre dessus nom[*m*]éz, et voluns qu'il[*s*] leur soit gardé(z) de tout en tout emsic come dessus est escript et outroie au dit nostre chevalier, et encore plus octroiuns que se le[*s*] quatre ne vuelent ou ne possent venir, vers le[*s*] trois, lo (*sic*) deux ou l'un, puissient venir vers sur celi meisme(s) saulconduit et parmy la seurté que les quatres puent venir comme dessus, et cheschun un home à cheval aveq soy. A dieu soyez. Donné à Lanz, le jeudi XXVIII jour d'octouvre l'an de grace Mil CCC LXI, dessouz le sael des appeux de Savoie, absent nostre chancelier „. Questa lettera tenderebbe pure ad anticipare di qualche giorno — fine ottobre anzichè principio novembre — il colpo di mano di Lanzo: non si può tuttavia escludere in modo assoluto che la prigionia del cavaliere savoino, per cui doveva pagare riscatto, non abbia a fare con quell'evento, sebbene ciò mi paia molto improbabile.

(1) *L'età del Conte Verde*, 123.

(2) TEMPLE-LEADER e MARCOTTI, *Op. cit.*, 22 n.

(3) *Ibidem*, 43.

poi ancora, nello stesso anno 1368, presso il duca di Lionello Clarence sposo di Violante Visconti (1). " Andreas de Belmonte ", invece, segue l'Hawkwood in Toscana, Umbria e Romagna, e ne diventa — con lo Sterz, già " capitano " — uno dei maggiori luogotenenti, non senza acquistar fama di speciale gentilezza per la devozione cavalleresca dimostrata a monna Tancia, moglie di Guido signore della Foresta: cronache e documenti sono pieni dei casi suoi (2). Un " Roberto " e un " Dughino ", entrambi inglesi e nella Compagnia dell'Hawkwood, dal tesoriere del quale — il menzionato Toreton o Quatreton — ricevono rispettivamente acconti di 150 e 100 fiorini in ottobre 1364 (3), potrebbero essere, l'uno " Robertus Thoznborugh ", l'altro " Eyghinus de Heton ": quest'ultimo, nonostante il doppio storpiamento del prenome, è certo l'" Eugenio Ecton ", che stipula, insieme col Belmonte ed altri, una convenzione col cardinale Albornoz e con la regina Giovanna di Napoli, contro il tedesco Anichino di Baumgarthen, il 14 gennaio 1365, e l'" Ugolino Ethon " che si trova col Bosson nella " Compagnia di San Giorgio " in ottobre 1365 (4). Degli altri non ho trovato notizie sicure nè aventi, almeno, un qualche grado di probabile identificazione (5).

(1) *L'età del Conte Verde*, 164, 177.

(2) Temple-Leader e Marcotti, *Op. cit.*, 21, 25, 38, 40, 46 seg.

(3) *Ibidem*, 22 n.

(4) *Ibidem*, 38, 43.

(5) Forse il " Tomaso Merezal ", ossia maresciallo degl'Inglesi nella " Compagnia di San Giorgio " di Ambrogio Visconti, si potrebbe identificare con " Thomas Biston " o " Tomas de Bomont " o " Thomas Ludelay [o Loldeley] " del doc. 22 nov. 1361 (cfr. Temple-Leader e Marcotti, 43). Più difficile ritrovare " Guillelmus Folifet " in un Guglielmo Filibac che s'incontra in Val di Chiana, in marzo 1380, col siniscalco di Carlo di Durazzo (Professione, *Siena e le Compagnie di ventura nella seconda metà del secolo XIV*, 82, Cittanova Marche, 1898. A p. 43 di questo libro il Belmonte, di cui ivi si parla, probabilmente non è un " italiano ", ma il nostro inglese " Andreas de Belmonte ").

Le fonti storiche della legislazione economica di guerra

Il controllo statale dei cambi in Piemonte nel 1798

Nota II del Socio nazionale residente GIUSEPPE PRATO

Dopo queste premesse teoriche e di fatto riesce agevole provare che la legge emanata è contraria al diritto e distruttrice del commercio.

La proibizione anzitutto di acquistar lettere di cambio per tutti coloro che non comprovino obbligatorie necessità di diretti pagamenti all'estero intralcia e sopprime un'infinità di operazioni, delle quali il commercio non può assolutamente fare a meno, e cioè:

1° Il traffico delle cambiali per pagar somme nelle provincie del regno. È il metodo preferito, perchè evidentemente il più conveniente, in tutti i rapporti delle ditte della capitale con le loro corrispondenti nei centri minori. Obbligarle a spedire i saldi in numerario, sistema costoso e rischioso, significa danneggiare gravemente le une e le altre e disturbarne i rapporti.

2° L'acquisto di cambiali per conto e su ordine di clienti stranieri o provinciali. L'operazione era frequente, fruttava buone commissioni e serviva a render sempre più intime le relazioni fra le varie piazze. Il proibirla conduce di necessità, e in breve termine, anche per le rappresaglie che potrà provocare, al totale isolamento.

3° L'acquisto preventivo di divisa estera, in vista di futuri acquisti da farsi su quelle piazze. Lo fanno spesso i commercianti e gli industriali per assicurarsi contro variazioni dei cambi, in previsione di compere che sanno di dover fare fra non molto. La legge tende a distruggere questa prudente pratica assicuratrice.

4° Lo scambio di cambiali contro merci. È consuetudine frequentissima, specialmente dei produttori di organzini, che vendono contro promesse di pagamento a chi non ha subito i fondi disponibili. Vietandolo, si toglie la possibilità della maggior parte dei contratti.

4° Le operazioni di arbitraggio. Tutti i commercianti, non meno dei politici intelligenti, ne conoscono la funzione equilibratrice dei prezzi sulle varie piazze. L'utilità ne è tale che non può concepirsi commercio internazionale senza la medesima. Il solo a pensarla diversamente è il re di Sardegna.

6° Qualsiasi acquisto di cambiali per speculazione. Ma è questa la ragion d'essere stessa della professione di agente di cambio. Non resta loro dunque che di chiuder bottega, in obbedienza alla legge.

" En effet, si un Négociant ne peut plus employer en lettres de change les fonds oisifs qu'il peut avoir, s'il ne peut plus, par un tel emploi, se garantir et se mettre à l'abri de la perte journalière qu'éprouve le papier-monnoie et autres espèces représentatives, s'il ne peut plus tenir en portefeuille cet assortiment de papier qui lui est nécessaire pour le libre exercice de ses opérations, il est certain qu'il devra renoncer au commerce de la Banque, tout comme un Cordonnier devroit nécessairement cesser de faire des souliers si on lui défendoit d'acheter du cuir. D'après une vérité si constante et d'après les différentes entraves dont nous venons de faire l'énumeration, comment osera-t-on nous soutenir qu'en créant la loi du 30 août 1797 on n'a pas prétendu interrompre la liberté, de la quelle doit absolument jouir le commerce? Voudroit-on nous persuader que détruire la chose même qu'on protège c'est réellement la protéger? Voudroit-on nous faire croire que défendre la spéculation, interdire les opérations les plus salutaires au commerce c'est effectivement garantir ou favoriser la liberté du commerce? Comment pouvoir concilier des contradictions aussi manifestes? " (p. 2ª, p. 1 e sgg.).

Vero è che, così operando, il governo si illuse forse di deprezzare a proprio vantaggio, nel momento in cui gli occorreva farne larga incetta, le lettere di cambio. Ma ancora una volta dimostrò, con simile illusione, la sua vergognosa incoscienza, poichè alla diminuzione di domanda di cambiali si accompagna automaticamente una pronta restrizione nell'offerta delle medesime.

" La lettre de change provient, ou des emprunts qu'on fait dans l'étranger, ou du produit des organsins qu'on y envoie. Celui qui emprunte, c'est le plus souvent par spéculation, et rarement par besoin; celui qui expédie l'organsin c'est toujours par spéculation, mais si la vente et l'achat de la lettre de change ne sont plus libres, pour lors les emprunts et les expéditions dans l'étranger cesseront, ou du moins diminueront considérablement. Il est bien vrai qu'en défendant la spéculation en lettres de change, on réussira à diminuer le nombre des acheteurs, mais il est aussi vrai que celui des vendeurs diminuera également, car la spéculation en change dépendant de celle des organsins, si la première n'existe plus, il est certain que la seconde se trouvera anéantie de sa nature, parce que les Négociants ne pouvant plus vendre la lettre de change qu'à ceux qui auront besoin de faire des payements dans l'étranger s'abstiendront d'y envoyer des organsins, dans la crainte de ne pouvoir pas lorsqu'ils le voudroient trouver celui qui auroit besoin d'acheter la lettre de change, c'est-à-dire celui qui auroit des payements à faire dans l'étranger. Donc en diminuant le nombre des acheteurs, on aurait aussi diminué celui des vendeurs. Donc en défendant la spéculation en change, celle des organsins se seroit pareillement et naturellement trouvée défendue au détriment de tous les propriétaires et même de tout l'État, parceque l'organsins étant le produit le plus précieux du païs, on ne pouvoit pas directement ou indirectement en entraver la spéculation sans porter un préjudice notable à la plus grande partie de la population piémontoise " (p. 7 e sgg.).

L'art. 2° della legge prevede, per dir vero, il caso in cui sia necessario derogare dalla proibizione delle girate; sottoponendole alla previa autorizzazione del consolato. Gli effetti pei quali posson verificarsi le " particolari circostanze " all'uopo richieste, sono i seguenti:

a) cambiali estere che riceviamo in pagamento;

b) nostre tratte emesse a nostro ordine;

c) cambiali che spediamo all'estero e per le quali i nostri corrispondenti reclamano la nostra firma di avallo;

d) tratte su Torino o altre città, che non verrebbero accettate senza questa garanzia.

Riguardo alle prime, la facoltà della girata è indispensabile, senza di che i commercianti nazionali riceverebbero in pagamento delle merci esportate dei titoli non cedibili nella forma legalmente e consuetudinariamente prescritta, e quindi privi in pratica di valore. Chi non volesse adattarsi a correr

l'alea d'una supplica di autorizzazione, con tutte le lentezze e le formalità della relativa procedura, non avrebbe altra via che di recarsi in persona a riscuoter l'effetto sulla piazza dove il medesimo è pagabile.

Rispetto alle seconde, tutti i commercianti sanno che si tratta di operazione usuale, per facilitare l'esecuzione delle commissioni di corrispondenti; ma la prontezza ne è condizione essenziale, ciò che è inconciliabile con l'obbligo di autorizzazione.

Quanto alle terze, il voler impedire l'avallo significa circondare di diffidenza i più comuni rapporti mercantili, alla cui facilità e speditezza conferisce sopratutto la conoscenza personale di chi garantisce sussidiariamente la solvenza di un effetto per parte di chi lo riceve. L'istituito controllo, oltre a ritardare dannosamente tali operazioni, espone le ditte a una pubblicità di tutti i loro affari che gravemente ne compromette il successo.

Uguali riflessi valgono per le quarte, e cioè per la circolazione degli effetti nell'interno del regno.

La possibilità innegabile di eludere gli insulsi divieti con molti espedienti non difficili a scoprire costituisce, anzichè una scusante, un nuovo difetto della legge, rendendola un incentivo di frode, a esclusivo vantaggio dei men scrupolosi e dei più scaltri.

Chi agisce in buona fede e senza ricorrere a disonesti inganni è esposto invece a persecuzioni vessatorie, a perquisizioni odiose del suo domicilio e dei suoi libri, a procedure penali disonoranti (p. 9 e segg.).

" En vain nous dira-t-on que la faculté donnée au Consulat pour accorder la permission d'endosser repare tous ces inconvenients. Ce rétrouvé est une de ces ruses des plus rebutantes et des plus mal immaginées, car si tous les endossements que nous venons de citer sont, comme il n'est pas à douter, nécessaires et indispensables pour le libre exercice du commerce, on peut soutenir que le législateur Piémontois a commis une tirannie atroce en exigeant que les Négociants dussent obtenir la permission du Consulat pour en continuer l'usage. On peut même dire sans faire tort à son intention ni à celle de ses scélerats conseillers qu'il a voulu, sous le manteau ou le prétexte de la bienfaisance, créer une loi dont la contrevention fut inévitable, pour avoir un motif d'accuser, de piller et de ruiner impunément les Négociants, et de se procurer par une telle ressource les moyens de reparer en partie les dissipations

et les malversations commises par lui et ses agents, depuis l'entreprise de la dernière guerre contre la République Française.

" En effet, pourroit-on raisonnablement lui attribuer d'autres intentions? La lettre de change est le principal ressort du commerce, et l'endossement est l'âme de la lettre de change. Dans tous les païs on est pénétrés de ces vérités; tous les Négociants de l'univers endossent librement, tandis qu'au mépris et en opposition de ces maximes générales le roi de Sardaigne veut qu'on demande la permission au Consulat de Turin pour pouvoir endosser! Quelles sont donc ses vues? quelle nécessité trouve-t-il à défendre l'exercice d'une action légitime, honnête et indispensable? le cordonnier est-il soumis à demander la permission pour mettre des semelles aux souliers? le boulanger doit-il demander qu'il lui soit permis d'employer de la farine pour faire du pain? y-a-t'il enfin quelqu'un dans quel genre de métier quelconque, soit dans les arts libéraux ou dans les arts méchaniques, qui soit obligé d'obtenir une permission pour exercer la partie essentielle de sa profession? On n'a certainement jamais vu de semblables nouveautés. Eh bien, pourquoi voudroit-on assujétir les Négociants à demander la permission d'endosser les lettres de change, puisque l'endossement est un acte inévitable, puisque qu'enfin, sans l'endossement, le commerce ne pourroit plus subsister? n'est-ce pas là une véritable tirannie de la part de notre législateur? Si les achats et les ventes de tous les effets, tant meubles qu'immeubles, et même des titres et des charges ont toujours été et sont encore libres, pourquoi voudroit-on aujourd'hui en exclure la lettre de change? Comment! Il nous sera permis d'acheter et de vendre à notre gré une baronie, une comté, un marquisat, une place de procureur ou une d'épicier, une maison en ville ou à la campagne, une balle de soie et d'organsin; nous pourrons, disons-nous, acheter et vendre toutes sortes de charges, d'effets et des marchandises, et il nous sera défendu d'acquérir et de ceder la lettre de change! Par quel hazard cette sorte de contract (en Piémont seulement) seroit tout-à-coup devenue criminelle et nuisible à la société? Nous ne trouvons en vérité point de motifs, qui puissent justifier notre législateur; au contraire nous n'apercevons dans ses dispositions que des vues ostiles contre le commerce. La permission qu'il exige qu'on demande pour endosser les lettres de change, l'impossibilité de pouvoir obtenir cette permission, et la contradiction entre le contenu du § 1 e celui du § 2 de sa loi prouvent suffisament qu'il a voulu tendre un trébuchet aux Négociants par la création d'une loi dont la contrevention fut inévitable. C'est-ce que nous allons développer.

" L'endossement est-il un crime ou ne l'est-il pas? Dans le cas de l'affirmative, il doit être défendu et puni très sévèrement, mais, dans le cas de la négative, il doit être naturellement et librement permis,

sans la moindre entrave où condition. — Or, si le roi de Sardaigne a considéré l'endossement comme un délit, il devoit s'en tenir strictement à le défendre, sans autoriser ensuite le Consulat à le permettre dans le cas où une particulière circonstance l'auroit exigé; car il n'est jamais possible de présumer que des générales ni des particulières circonstance rendent le crime nécessaire. Pourquoi a-t-il donc mis cette clause dans sa loi? c'est sans doute parce qu'il avoit envie d'entraver et même de détruire le commerce, en faisant semblant de vouloir le protéger. Il savoit bien qu'il n'avoit pas le droit de défendre les endossements, et c'est par cette raison, qu'après les avoir défendus, il donne d'abord faculté au Consulat de les permettre; mais, en faisant une semblable loi, il savoit aussi que la plus grande partie des Négociants n'auroient pas pu s'y conformer, et qu'en conséquence, ils auroient du, ou quitter le commerce, ou tomber en contrevention. Rien ne prouve mieux cette assertion que les circonstances suivantes.

" Le Consulat de Turin ne s'assemble que le jeudi, à trois heures de rellevée, et les négociations en changes se font le mercredi et samedi: donc il n'est pas possible que les Négociants puissent demander la permission requise par la ditte loi. — Au reste, quand même le Consulat siégeroit les dits jours de mercredi et samedi, il seroit également impossible aux Négociants de demander la susditte permission, parce que les affaires en changes ne se traitant pour l'ordinaire que fort tard et peu de tems avant le départ du courrier, les Négociants ne pourroient pas perdre des moments si précieux pour aller courir au Consulat à demander une permission, de laquelle très souvents ils ne pourroient plus faire usage après l'avoir obtenue, soit parce qu'ils n'auroient plus le tems d'expédier leur courrier, soit parce que, à cause de l'heure tarde, ils ne trouveroient plus à placer le papier dont l'endossement leur auroit été permis.

" Donc il seroit absolument impossible aux Négociants de Turin de pouvoir se soumettre pour les opérations du courrier à demander la permission exigée par la susditte loi, quand même le Consulat seroit rassemblé aux heures que se font les négociations en changes. Ils ne pourroient, tout au plus, profiter de cette permission que pour les opérations qu'on peut déterminer avant le jour du courrier, lesquelles n'ont lieu que fort rarement. Mais si le Négociants de Turin ne peuvent se conformer à un ordre si extravagant, que sera-ce de ceux des autres villes du Piémont? Faudra-t-il qu'à chaque fois qu'ils voudront ceder une lettre de change ils prennent la poste pour venir en demander la permission au Consulat de Turin? Y-a-t-il le moindre bon sens qu'un semblable moyen puisse se pratiquer?

" Donc il faut convenir que, de quelle manière qu'on envisage la

prétention du législateur Piémontois, on ne peut la considérer que comme un piège tendu au commerce pour degoûter les Négociants ou les prendre en contrevention „ (p. 34 e sgg.).

L' ipocrisia del legislatore troppo si rende manifesta nella contraddizione con cui, dopo aver affermato di voler proteggere l'onesto commercio, lo priva dello strumento essenziale ed indispensabile della sua vita, la lettera di cambio. La sua intenzione rapace chiaramente traspare dall'esorbitanza confiscatrice delle pene comminate ai trasgressori, che li collocano un grado più basso dei peggiori delinquenti comuni. Ma, se si volevano colpire i negozianti, a che pro far tanti complimenti?

" A quoi bon tous ces détours, monsieur le roi de Cypres? n'êtes vous pas, dite-vous, le maître absolu de la vie et des propriétés de vos soi-disants sujets? eh bien, ce sera toujours discret de votre part de ne disposer de l'une de ces deux choses qu'après avoir sacrifié l'autre. Durant vos fureurs guerrières vous disiez au peuple qu'il falloit défendre ses foyers au dépens de sa vie; dites-lui donc aujourd'hui que pour sauver sa vie de vos cruautés il doit vous donner son bien; dites aux Négociants que vous voulez vous emparer de leur possession et anéantir le commerce. Cela vaudra bien mieux que d'imaginer des loix qui aboutissent au même but. Quand on se sert du sien on ne doit pas craindre la censure publique. En prenant des détours pour faire ce qu'on est autorisé à faire on donne lieu à soupçonner qu'on n'en avoit pas le droit. Votre intention a tout de même été connue dès la publication de votre sus ditte loi; on a d'abord vu que, sous les apparences de reprimer les abus et conserver la liberté du commerce, vous vouliez culbuter celui-ci et ruiner les Négociants. Les contradictions manifestes qu'on trouve dans votre ditte loi, sa dérogation tacite aux constitutions, son défaut d'entérinement de la part des Magistrats suprêmes, les calomnies que vous avez fait débiter ça et là par vos satellites contre les Négociants, afin que le public les considerât comme des personnes perverses et qu'il autorisât conséquemment vos vexations contre eux, la qualité de faussaires dont vous les faites soupçonner d'être capables par la menace que vous leur faites dans votre § 3 de les faire punir de peine afflictive, si pour acheter des lettres de change ils feignent des commissions ou présentent des comptes simulés, toutes ces particularités enfin sont autant de preuves de votre mauvaise foi et de la perversité de vos desseins. Dès lors vous avez multipliés ces preuves en donnant vous même l'exemple de la contrevention, pour attirer une plus grande quantité de Négociants dans votre piège; vos bureau des Finances, des

gabelles et de douanne ont publiquement et continuellement endossé des lettres de change. Vous avez encore provoqué les Négociants à la contrevention en faisant répandre sourdement le bruit que votre loi étoit tombée en désuétude et qu'on pouvoit en conséquence endosser comme par le passé. Ensuite, lorsque vous avez su que la contrevention étoit générale, vous avez imprimé la terreur dans tout le commerce, en faisant scandaleusement enlever les livres des Négociants, en faisant procéder criminellement contr'eux et en exigeant des oblations ruineuses de la part de ceux qui vous demandoient grace, à deux genoux, pour avoir endossé ou soit cedé des lettres de change, que vous aviez vous même acheté d'eux par l'entremise de vos bureaux. Vous avez finalement montré votre animosité et votre haine implacable contre le commerce, vous avez fait connoitre, à ne pas s'y tromper, que vous aviez juré la ruine des Négociants, lorsque, par votre indulte du 19 avril 1798, vous avez absous toute sorte des crimes, même les plus atroces, sans faire mention des endossements... N'est ce pas là donner des preuves bien évidentes que c'étoit aux propriétés des Négociants que vous en vouliez? Que repondez vous, tyran abominable? Auriez-vous encore le courage de dire que vous avez créé votre loi pour réprimer les abus et proteger la liberté du commerce? „ (p. 40 e sgg.).

È semplicemente ridicolo, dopo tante nefandezze, richiamarsi al disposto delle r. costituzioni che riservano ai negozianti il monopolio del traffico in cambiali. Questo infatti non consiste fuorchè in operazioni di arbitraggio e in speculazioni sulle oscillazioni interne dei corsi; vietando le quali si sopprime in realtà l'intero commercio. Un contraccolpo mortale ne risente evidentemente la classe dei sensali, violentemente privata d'un tratto dell'oggetto stesso della sua autorizzata attività. Uno dei doveri professionali di costoro consiste notoriamente nel non informarsi del motivo dello scambio per il quale agevolano la ricerca dello strumento; ora invece essi dovrebbero inquisire preventivamente per farsi certi che il cliente deve veramente operare un pagamento all'estero, che l'effetto negoziato non fu girato senza autorizzazione, e che nessuna delle due parti è persona estranea al commercio o israelita.

Come conciliare questi nuovi obblighi con la discrezione tradizionale che è gelosa caratteristica del mestiere? E come immaginare che i mercanti continuino a valersi dei loro servizi — tutt'altro che indispensabili —, se li sanno costretti a vio-

lare il segreto professionale ed a controllare ogni riservata parte della loro gestione? (p. 48 e segg.).

Ma vi è un ultimo riflesso che rende palese tutto il danno derivante dalla inconsulta legge; ed è quello delle giuste proteste e della pericolosa reazione ch'essa suscita nei paesi a noi legati da intimi vincoli di scambio.

" Toutes les puissances de l'Europe ont jusqu'ici considéré les loix ou soit les usages pour le mode d'exercer le commerce, comme faisant un seul code de loix pour tous les païs, et les Négociants de tous les païs comme faisant une seule famille dispersée ça et là, et dont les soins continuels ont toujours été dirigés aux compensations des besoins réciproques entre les nations. Cela posé, il paroît qu'aucune de ces puissances peut toucher à ce code, sans que le contrecoup soit senti par les païs limitrophes; d'où il suit que si une loi est préjudiciable aux Négociants d'un État, elle le sera aussi aux Négociants de tous les États, et principalement à ceux qui auront le plus de rélations avec le païs où la loi aura été émanée " (p. 3ª, p. 5).

Legittime furono perciò le lagnanze dei banchieri francesi, cisalpini e liguri all'annuncio di un provvedimento che colpiva a morte il meccanismo delle compensazioni internazionali, impedendo, su una piazza importante, gli arbitraggi, ed ostacolando le rimesse commerciali nelle consuete forme.

Rapporti complessi di mutuo sostegno corrono fra commercianti di mercati frequentemente comunicanti. Le ditte sarde, che fino a ieri ne approfittarono, non potranno restituire la cortesia ai colleghi lionesi o lombardi.

" Quel est le souverain qui, en se flattant d'être juste comme le fait le roi Sarde, osera construire et faire publier une loi dont l'observance empêche à ses soi-disants sujets d'être réconnoissants envers l'étranger, duquel ils ont reçu et reçoivent continuellement des services? Une telle iniquité est bien digne d'un scélérat cagot tel que Charles Emmanuel IV " (p. 10).

Ben diverso trattamento è fatto ai nostri dovunque all'estero. Il dovere della reciprocità è quindi indiscutibile.

" Nous pouvons donc conclure avec raison, que cette loi est fondée sur un faux prétexte, qu'elle est contraire à elle même, puisqu'elle tend à culbuter le commerce, tandis qu'elle déclare ne vouloir pas le préjudicier; qu'elle viole le droit des gens, puisqu'elle attaque l'intérêt des

Nations étrangères et porte atteinte aux traités conclus avec elles; qu'elle est attentatoire à la société, puisqu'en détruisant le commerce elle le prive d'un ressort qui forme le principal objet de la félicité publique. On peut dire, en un mot, que cette loi s'oppose ouvertement aux lois les plus antiques et les plus sacrées, qui accordent pleine liberté et protection au commerce „ (p. 12 e sgg.).

***

Spogliati della virulenza libellistica e delle esagerazioni della trasparente mala fede partigiana, gli argomenti della spietata requisitoria ricompaiono, in altro tono, tanto nella supplica di indulto 25 febbraio 1798 dei banchieri imputati, che nelle rimostranze ufficiali dei mercanti torinesi, ed in quelle che i loro corrispondenti cisalpini presentarono al loro governo, sollecitandone l'intervento (1). Illustrano i primi con umile ma fermo linguaggio le oscurità contradditorie dell'editto proibitivo e la materiale impossibilità di vederlo osservato senza totale paralisi del movimento commerciale, estero ed interno; invocando, dopo un atto di equa clemenza a lor favore, delle provvidenze dilucidatrici, che “ vengano a rinnovare nel commercio la confidenza e tranquillità indispensabile al suo progresso e felicità „. Denunziano, con più risoluta parola, i secondi, che gli intentati processi han diffuso nel ceto mercantile “ tale incertezza e diffidenza, quale, se avesse ulteriore progresso, porterebbe nulla meno che la totale distruzione del credito e commercio „; e, procedendo all'analisi degli effetti inevitabilmente connessi alla letterale applicazione delle ambigue norme, non mancano di far cenno della loro illegalità, come derogatorie (senza espressa dichiarazione) al disposto delle r. costituzioni, e, ciò non ostante, non interinate; osservano che gli uffici governativi furono i primi a violarle; concludendo essere il panico diffuso sul mercato dalla improvvisa minaccia fattore preponderante dell'ultimo inasprimento del cambio, “ poichè non è fermo il credito allorchè non siano accertati li giusti confini delle operazioni

(1) Riprodotte dall'Eydoux, P. II, p. 18 e sgg.; P. III, p. 13 e sgg.

lecite o illecite, sovra le quali si possano fare li calcoli e bilanci della rispettiva convenienza „.

Con meno complimenti i banchieri milanesi parlano di offesa “ ai principi democratici ed all'immutabile diritto delle genti „, insistendo sull'aspetto internazionale della vertenza.

“ Se questa scompigliata legge non portasse che un'interna compressione d'ogni commercio ed industria, ed un fatale ristagno delle relazioni, sarebbero solamente da compiangersi quei sudditi posti in una tanto triste situazione, tale da non esservene esempio nel mondo, giacchè la Francia istessa, nelle sue maggiori crisi, non pensò proibire la girata di cambiali, tuttochè gli sforzi degli emigrati, col mezzo del cambio, potessero riuscire fatalissimi ai di lei interessi „. Ma i corrispondenti delle ditte piemontesi sopportano gran parte del danno inerente a questo stato di cose, anche per la provata inefficacia della sanatoria escogitata con lo stabilito controllo del consolato, che accorda permessi soltanto in via graziosa e con una lentezza incompatibile con la celerità della pratica commerciale.

Uguali argomenti esponeva, richiesto da parecchie case lionesi, il ministro di Francia, allegando la violazione del trattato di pace del 28 floreale, anno 4°, stipulante il regime reciproco della nazione più favorita.

Il valore documentario di simili testimonianze concordi consiste essenzialmente nella unicità del punto di vista con cui le classi più competenti, in Piemonte e fuori, analizzano ed apprezzano i fattori del fenomeno e l'efficacia dei mezzi intesi a disciplinarlo.

Leggendo le pagine puramente tecniche della memoria polemica dell'Eydoux, seguendolo nelle acute disquisizioni sulle cause che determinarono gli sbalzi del cambio sulla piazza di Torino, e udendolo tracciare con mano sicura le linee discriminatrici fra aggio e cambio propriamente detto, ed individuare i periodi in cui si rendono attive o preponderanti le varie influenze (inflazione cartacea, sbilancio commerciale, domanda di divisa per pagamenti all'estero), il pensiero ricorre spontaneamente alla celebre controversia che divampò poco dopo in Inghilterra circa le cause del deprezzamento della carta moneta nel periodo napoleonico, alla quale sono indissolubilmente legati i nomi gloriosi di Ricardo, di Tooke, e degli altri più insigni

rappresentanti del classicismo economico britannico. Fra le due tesi contrapposte, di cui l'una tendente a ravvisare nella sovrabbondanza cartacea la causa determinante dell'aggio, l'altra incline a renderne responsabile lo squilibrio commerciale e l'anormale domanda di valuta aurea per pagamenti all'estero, l'obliato memorialista incarna fin d'allora una corrente intermedia, che assegna alle due forze, nella formazione del complesso fenomeno, un'alterna prevalenza. Contro la teoria puramente quantitativa dell'aggio, accolta in quegli anni dal Dupont de Nemours (1), più d'uno già aveva rilevata l'importanza della domanda di metalli come causa di rinvilimento della carta circolante. Assai prima del Wagner, del Ferraris, e anche del Gouge e dello Storch, che da molti vengono ritenuti come i più lontani precursori della dottrina (2), il valore di codesto elemento era stato osservato ed apprezzato, in unione a quello della quantità, oltrechè da Giovan Battista Vasco (3), da altri memorialisti piemontesi (4). Trattavasi quindi di fatto ben noto ai nostri ambienti commerciali, della cui opinione media è riflesso l'Eydoux (5); il quale però, approfondendo e dilatando l'analisi, vi aggiunse alcuni sviluppi originali, come l'osservazione del rapporto fra rapido deprezzamento dei biglietti e tendenza del pubblico a liberarsi di tale moneta appena ricevuta; un fattore psicologico di cui soltanto un secolo dopo acuti scrittori han posto in evidenza l'incontestabile valore.

Ma, anche da un punto di vista men particolare e tecnico, la levata di scudi dei banchieri torinesi contro la legge affi-

---

(1) Cfr. P. Leroy-Beaulieu, *Traité de la science des finances*, 4ª edizione. Parigi, 1912, vol. II, p. 713.

(2) Cfr. A. Loria, *Il valore della moneta*, Torino, 1905, p. 118 e sgg.

(3) Cfr. *Saggio politico della carta-moneta.*

(4) Cfr. Prato, *Problemi monetari e bancari nei secoli XVII e XVIII*, p. 69 e sgg.

(5) Il valore del referto è in ragione della competenza del teste. Ed è notevole che i primi seri contributi alla controversia sulle cause dell'aggio provengono anche qui da uomini pratici. Non altrimenti fu in Inghilterra, come testè notava il Nicholson: " It was forgotten that Ricardo made a fortune in business, that Tooke was a great merchant, and that the old controversy on inflation and deflation was waged by practical men interested in practical results „. Cfr. *War finance*, Londra, 1917, p. 164.

dante al consolato il controllo del delicatissimo meccanismo dei cambi è fatto storico non privo di qualche rilevanza; come episodio cioè dell'eterno contrasto fra le classi produttrici della ricchezza e l'ingerenza statale inceppante affidata alla burocrazia parassitaria ed incompetente.

Lord Syndenham soleva dire che non vi è nulla di più facile degli affari di banca quando si arrivi ad imparare la differenza fra un'ipoteca ed una cambiale (1). Ma è sempre e per l'appunto codesto preciso criterio discriminativo che manca ai politici ed agli impiegati, allorchè immaginano di costringere fenomeni mutevoli, rapidi, duttili, eminentemente elastici e spontanei come quelli della vita economica, e particolarmente degli scambi, entro il letto di procuste dei loro regolamenti formalistici e fra le pastoie delle loro esasperanti lentezze.

Cento e vent'anni dopo il fallimento del consolato sardo nella assunta funzione moderatrice dei cambi, la nostra classe industriale denunzia con argomenti sostanzialmente non dissimili l'illusione dannosa del nuovo tentativo di regolamentare, con l'Istituto nazionale dei cambi (2), un movimento che ha origini su cui il nuovo organo non può agire, sottoponendolo ad un controllo che si traduce in ritardo puro e semplice, quindi spesso in ostacolo assoluto nello svolgimento di pratiche che la esperienza dei tecnici riusciva a sbrigare con maggior semplicità, prontezza ed utile efficacia (3).

---

(1) Cfr. T. Hankey, *Principles of banking*, Londra, 1887, p. 25.

(2) Succeduto all'infelice prova della tassazione legale dei cambi, regime contro il quale s'era ribellato, come vedemmo, il buon senso di quegli antichi legislatori.

(3) Ecco il testo della lettera rivolta ai ministri competenti il 3 giugno 1918, dalla Lega industriale:

" Questa lega si permette di richiamare l'attenzione dell'E. V. sul funzionamento dell'Istituto nazionale dei cambi nei rapporti delle varie industrie, belliche e non belliche.

Disposto il monopolio dello Stato della divisa estera, tutti gli industriali devono ricorrere all'Istituto Nazionale per provvedersi delle divise necessarie ai pagamenti da farsi per l'acquisto di merci all'estero.

Ciò non ha tolto che le cause che già prima della creazione del nuovo ente avevano prodotto l'ascesa dei cambi, continuassero a far sentire la loro azione, ma ha invece importato come conseguenza che tutto il commercio è stato gravemente ostacolato sia dalla lentezza dell'Istituto nazio-

Le accuse di incompetenza, le dimostrazioni di impraticità, i rilievi di contraddizioni, i richiami alle garanzie legali e co-

---

nale a rispondere alle richieste rivoltegli, sia dalla impossibilità in cui questo affermava di trovarsi, di soddisfare le richieste stesse.

Tale situazione di cose è stata ed è fonte di gravissimi inconvenienti, in quanto in tal modo vanno perdute proposte vantaggiose che dall'estero vengono sovente sotto condizioni di risposta telegrafica e cui non si può rispondere coll'accettazione, appunto perchè più di una volta l'Istituto nazionale impiega varie settimane per rispondere.

Ora un'offerta perduta oggi, vuol dire in questo momento, l'obbligo di accettarne una più gravosa domani.

Ma vi ha di più: mentre sovente uno dei Ministeri concede il permesso di acquisto di una merce all'estero, l'Istituto nazionale poi rifiuta la divisa per pagarla. Il che importa la conseguenza di controversie giudiziarie e di corresponsione di danni, le quali vanno poi in definitiva a gravare sul costo dei prodotti.

È ben vero che con recente decreto tutte le domande di importazione devono essere sottoposte alla Giunta tecnica interministeriale per gli approvvigionamenti, ma a parte gli altri inconvenienti che questo nuovo organo presenterà venendo a ritardare le contrattazioni commerciali, nel decreto stesso nessuna norma vi è che una volta concesso il permesso di acquisto assicuri che il permesso stesso importa l'obbligo nell'Istituto nazionale di fornire la necessaria valuta estera.

Tale stato di cose rende difficili i rifornimenti delle stesse industrie belliche, viene a recidere la possibilità di esistenza delle industrie non belliche di esportazione, cioè di quelle industrie che sono fra le fonti più sane e più efficaci per ottenere divisa estera all'Italia. Tipico il caso dell'industria del cioccolatto: a questa si concede un aumento di dotazione di zucchero, se si impegnava di far uso soltanto di zucchero estero. Gli industriali accettano: fanno venire lo zucchero, che deve essere naturalmente pagato con divisa estera. Ma l'Istituto nazionale rifiuta sistematicamente di concedere le necessarie valute.

D'altra parte i criteri per l'esportazione del cioccolatto sono così poco confacenti alla realtà delle cose, che le ditte esportatrici rinunciano ad inviare all'estero la loro merce, con danno dello Stato che verrebbe ad avere la relativa divisa per un importo molto superiore a quello che ora si rifiuta di concedere. A compiere il quadro si deve notare che è segnalata invece l'importazione in Italia di cioccolatto estero.

Abbiamo voluto notare questo caso perchè è tipico, ma altri molti se ne potrebbero citare.

Ora sembra a noi che questo sistema non solo non giovi all'industria, ma nemmeno allo Stato ed al Paese: sembra a noi che meglio che con provvedimenti formali si debba con provvedimenti sostanziali pensare ad

stituzionali (1), ritornano, nella mutata veste, con analogia impressionante. Mentre il disinteressato commento di obbiettivi studiosi sottolinea e completa, piuttosto che temperare, le gravi conclusioni del nuovo documento (2).

Siamo di fronte in sostanza, oggi come allora, ad una manifestazione autorevole dei ceti industriali e commerciali, rivendicanti il diritto di veder utilizzate e non vituperate le capacità specifiche acquisite nel professionale tirocinio, e additanti, con sicura coscienza, l'ampiezza del male che dalla loro diffidente esclusione derivò al paese nell'ora del massimo suo bisogno (3). La voce non è isolata; ma si connette alle ormai numerose proteste che, in altri ambienti ed in altri campi, le rappresentanze commerciali osaron dignitosamente formulare contro il trattamento di sfiducia che, escludendole dagli affari, ha disastrosamente sovvertito, quando più era d'uopo rinfrancarne l'efficienza, l'intiera vita degli scambi.

---

assicurare la vita economica della Nazione, senza accrescerne artificialmente i costi e senza intralciarne inutilmente lo sviluppo.

Perciò ci affidiamo all'alto senno dell'E. V. „.

(1) La mancanza di interinazione delle provvidenze economiche in quel periodo anticipa il sistema dittatorio dei decreti luogotenenziali.

(2) " Tutti parlano male dell'Istituto dei cambi. Il quale, al solito, fa il padreterno, inasprisce i cambi, crea una macchina burocratica spaventosa per il dopoguerra, e ci lascierà, alla firma della pace, senza un bioccolo di cotone, senza un filo di lana, ecc. ecc. Almeno questo è quanto si sente dire dappertutto ed ho paura non siano esagerazioni „. Cfr. L. Einaudi, *La scalata alle banche. Malanni e rimedi*, in " Corriere della sera „, 4 giugno 1918. Sui particolari effetti della soppressione del mercato libero delle divise sul commercio degli organzini (problema a cui prevalentemente si riferivano i rilievi dei vecchi scrittori piemontesi) cfr. per l'ora attuale E. Gibetti, *Il prezzo dei bozzoli e il cambio*, in " Gazzetta del popolo „, 11 luglio 1918.

(3) In materia di cambi, quando alcuni pratici e studiosi ne invocaron la disciplina a mezzo di un ufficio centrale, essi intendevan venisse costituito da persone esperte, temporaneamente non dedite all'esercizio dell'industria bancaria per proprio conto, le quali, valendosi di un fondo posto a disposizione dall'ente, comprassero e vendessero cambi commercialmente, in modo da moderare le oscillazioni. La burocrazia invece deformò, nell'attuarla, l'idea, sostituendo all'agile ufficio la sua macchina paralizzatrice.

La camera di commercio di Londra (1), quella di Genova (2), hanno, fra le altre, documentato, con impressionanti esposizioni di fatti, il sabotaggio economico perpetrato dalle incoscienti burocrazie, dopo l'ostracismo decretato agli esperti. E la fine del regime di tutela che l'amico Giretti, forse alquanto ottimisticamente, confida non potrà sopravvivere alla pace, sarebbe certo da sè sola tale beneficio da far prontamente dimenticare i sacrifizi ed i lutti di un periodo in cui troppe buone volontà operose chiesero invano di poter liberamente contribuire, con le riconosciute capacità, alla resistenza ed alla vittoria.

Leggevo ultimamente, in un pregevole studio di storia sociale ellenica, che l'affidare ai mercanti la direzione della pubblica cosa fu sempre ai popoli auspicio di fortuna, " a strappar la vittoria nelle gare delle produzioni e degli scambi essendo sempre richieste le doti medesime con cui s'apparecchia il trionfo della patria, nello sferrarsi degli urti fra le diverse unità politiche „ (3). Senza consentire pienamente nell'alquanto unilaterale giudizio, sembra almeno incontestabile il diritto dell'operosa classe a non venir descritta e considerata, nell'esercizio della sua indispensabile funzione, alla stregua di un'accolta di furfanti, additata da rigorose leggi d'eccezione al vilipendio della sempre illuminata coscienza pubblica.

I rovesciatori di troni del 1798 incolpavano dell'odiosa calunnia la superstizione aristocratica del regime assolutistico. Che direbbero oggi vedendola ripetuta e tradotta in leggi, non in Italia soltanto, per una singolare ironia della storia, dai piaggiatori più autentici della sovranità demagogica?

---

(1) Cfr. *Government control of trade.* " Report of the Merchants' committee of the London chamber of commerce „, 12 luglio 1917.

(2) Cfr. " Camera di commercio e industria di Genova „; C. Marini, *Appunti sulla politica economica durante la guerra* (Relazione alla Unione delle Cam. di comm. italiane), Genova, 1917.

(3) Cfr. G. Porzio, *La più antica aristocrazia corintiaca*, in " Nuova rivista storica „, 1918, n. 3.

L'Accademico Segretario
Ettore Stampini

INDICE

DEL VOLUME LIII.

ATTI

DELLA

REALE ACCADEMIA DELLE SCIENZE

DI TORINO

PUBBLICATI

DAGLI ACCADEMICI SEGRETARI DELLE DUE CLASSI

Vol. LIII. Disp. **15**ª, **1917-1918**.

TORINO
Libreria FRATELLI BOCCA
Via Carlo Alberto, 3.
1918

PUBBLICAZIONI FATTE SOTTO GLI AUSPICI DELL'ACCADEMIA

Il Messale miniato del card. Nicolò Roselli detto il cardinale d'Aragona. Codice della Biblioteca nazionale di Torino riprodotto in fac-simile per cura di **C. Frati, A. Baudi di Vesme** e **C. Cipolla.**

Torino, Fratelli Bocca editori, 1906, 1 vol. in-f° di 32 pp. e 134 tavole in fotocollografia.

Il codice evangelico *k* della Biblioteca Universitaria nazionale di Torino, riprodotto in fac-simile per cura di **C. Cipolla, G. De Sanctis** e **P. Fedele.**

Torino, Casa editrice G. Molfese, 1913, 1 vol. in-4° di 70 pagg. e 96 tav.

SOMMARIO

Classi Unite.

Classe di Scienze Fisiche, Matematiche e Naturali.

Classi Unite.

Classe di Scienze Morali, Storiche e Filologiche.

Tip. Vincenzo Bona — Torino